

# Revisão Ray-casting

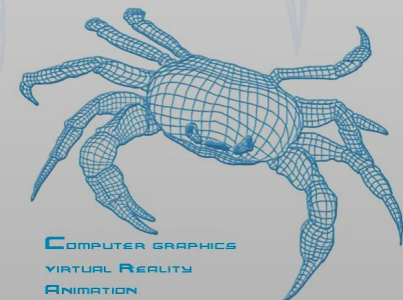
Elias Saraiva Barroso

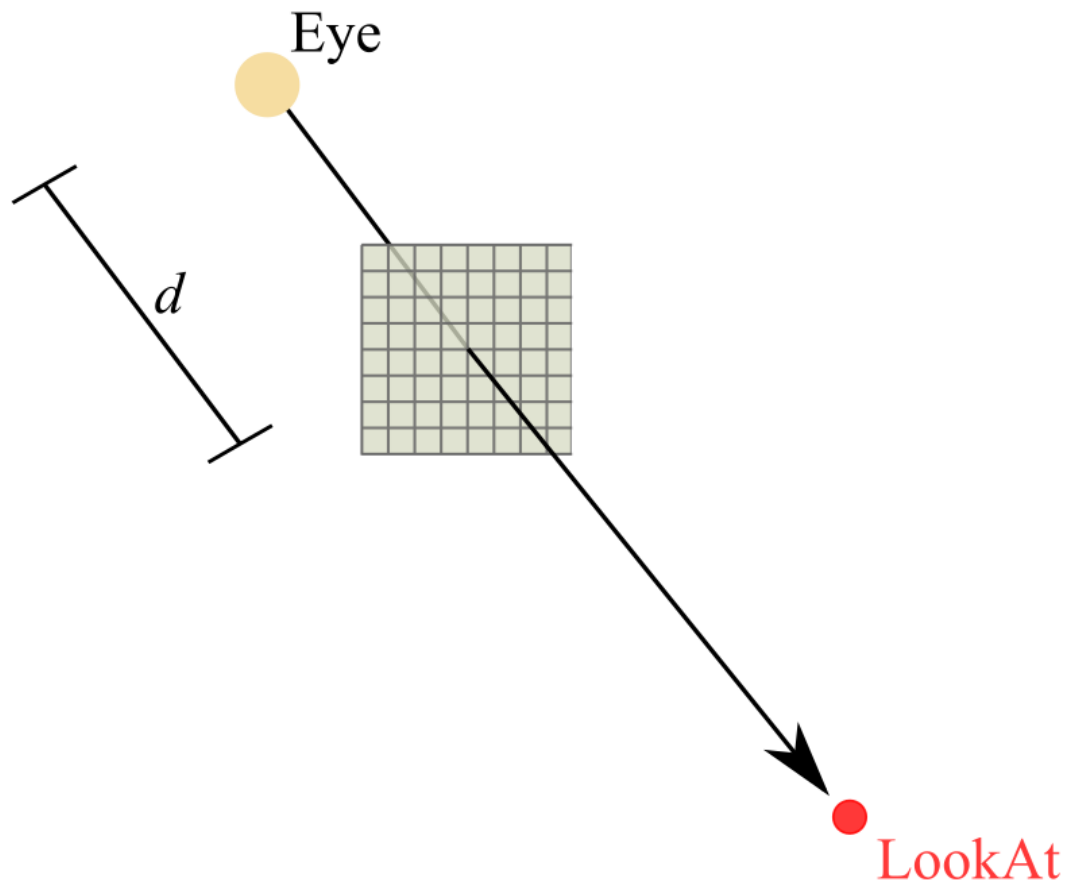
Universidade Federal do Ceará  
Programa de Pós-graduação em Ciência da Computação  
Grupo de Pesquisa CRAb

## Computação Gráfica I 2017.2



Master and Doctorate Program in Computer Science





## DADOS

$\text{Eye}^w : \{x_e, y_e, z_e, 1\};$

$\text{ViewUp}: \{x_v, y_v, z_v, 0\};$

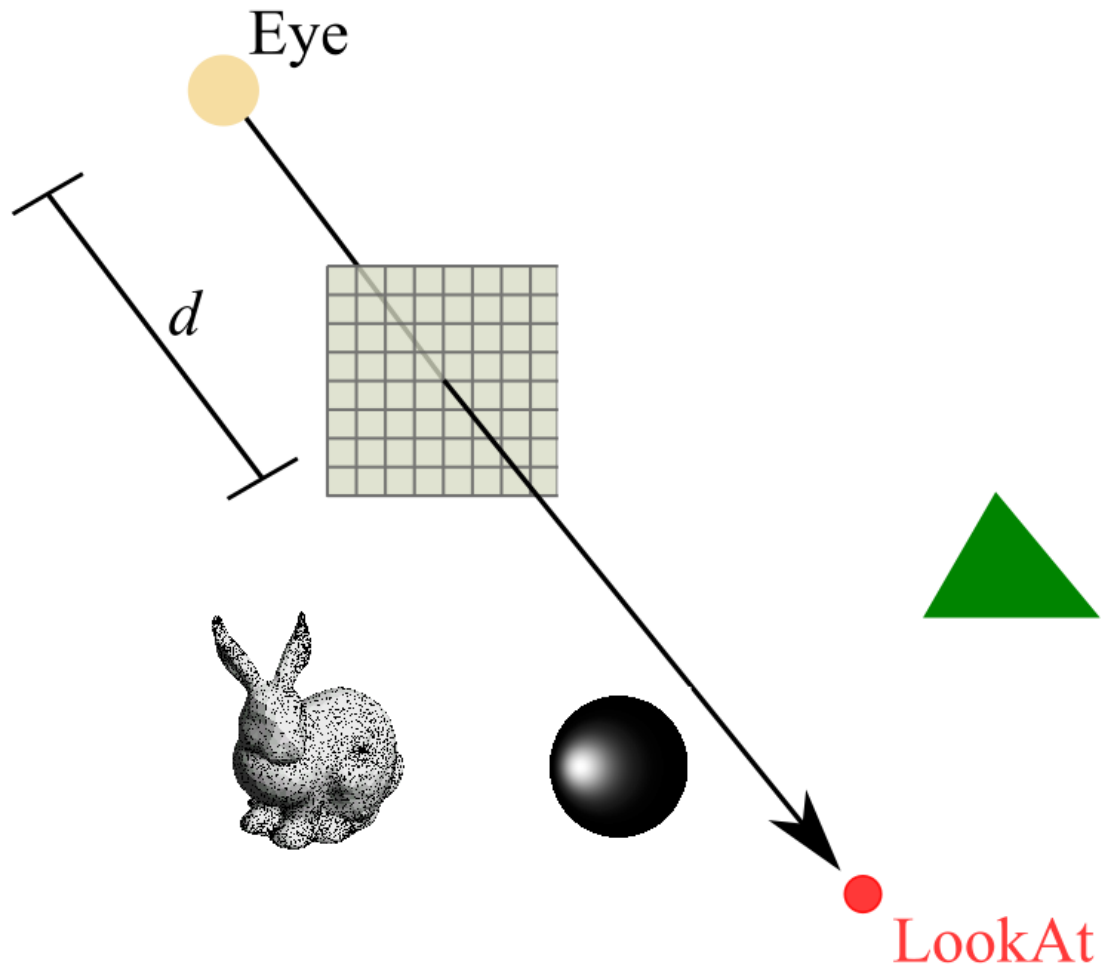
$d;$

$w;$

$h;$

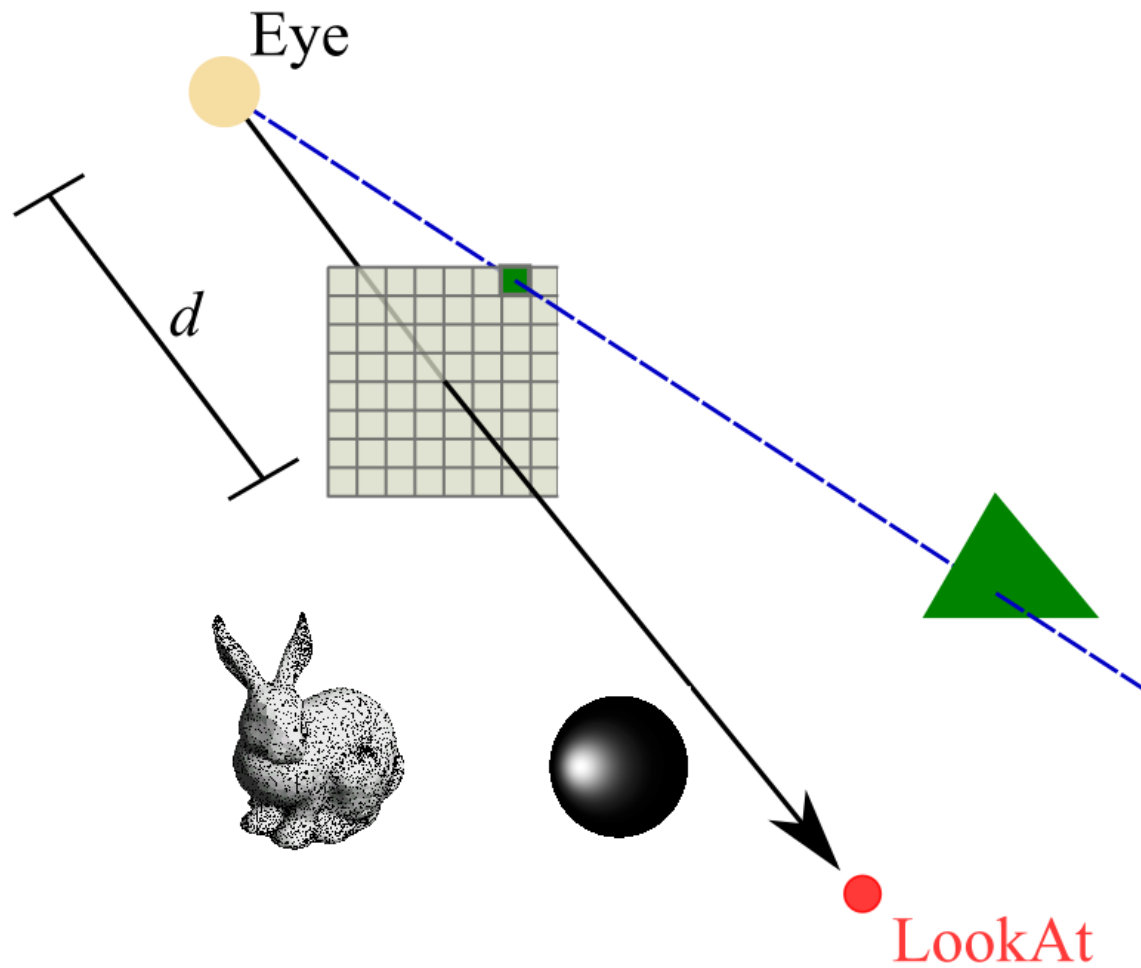
$nx;$

$ny;$

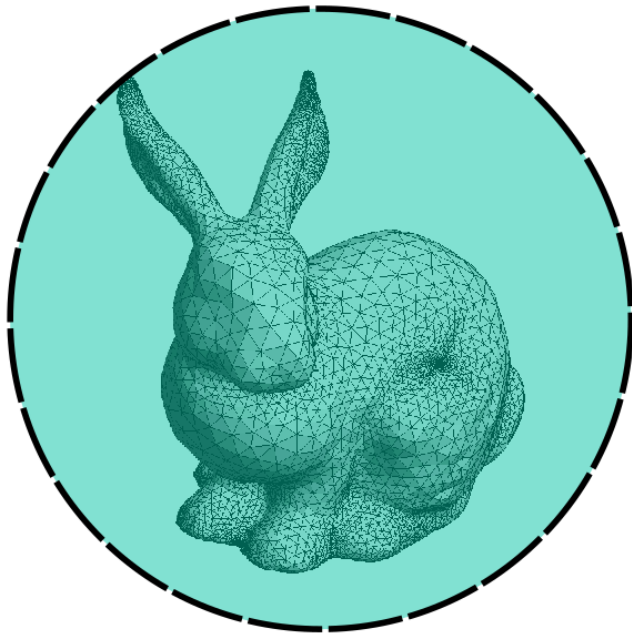




# Visão Geral



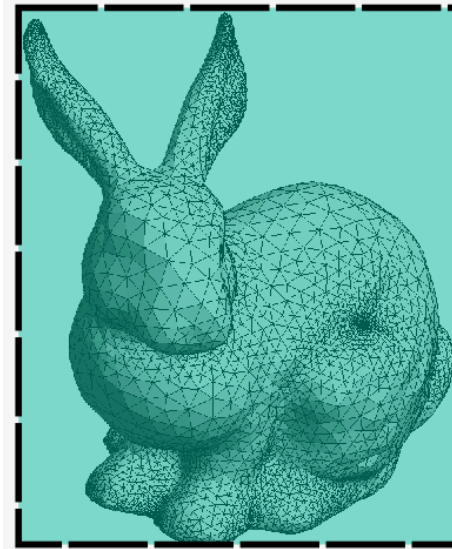
- ❑ Testa primeiro interseção com “capsula”.



Envoltória Esférica (Bounding Sphere)

Centro =  $(P_{\max} + p_{\min}) * 0.5;$

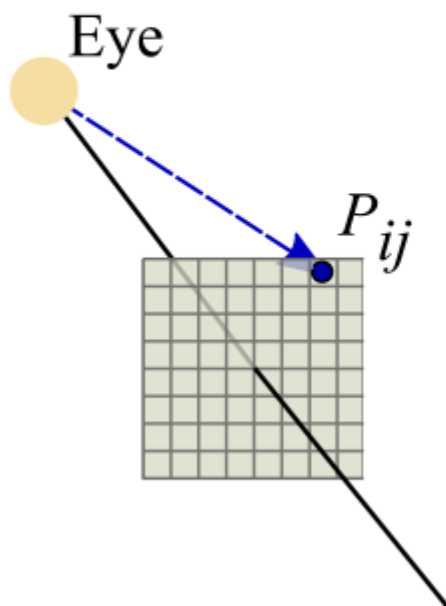
Raio = Maior distância  
entre vértices ao centro;



Envoltória plana (Bounding Box)

$P_{\min}$  e  $P_{\max}$  do modelo;

# Equação paramétrica do Raio



Em coordenadas de câmera

$$P_{ij}.x = -w * 0.5 + w/nx * (i + 0.5);$$

$$P_{ij}.y = h * 0.5 - h/ny * (j + 0.5);$$

$$P_{ij}.z = -d;$$

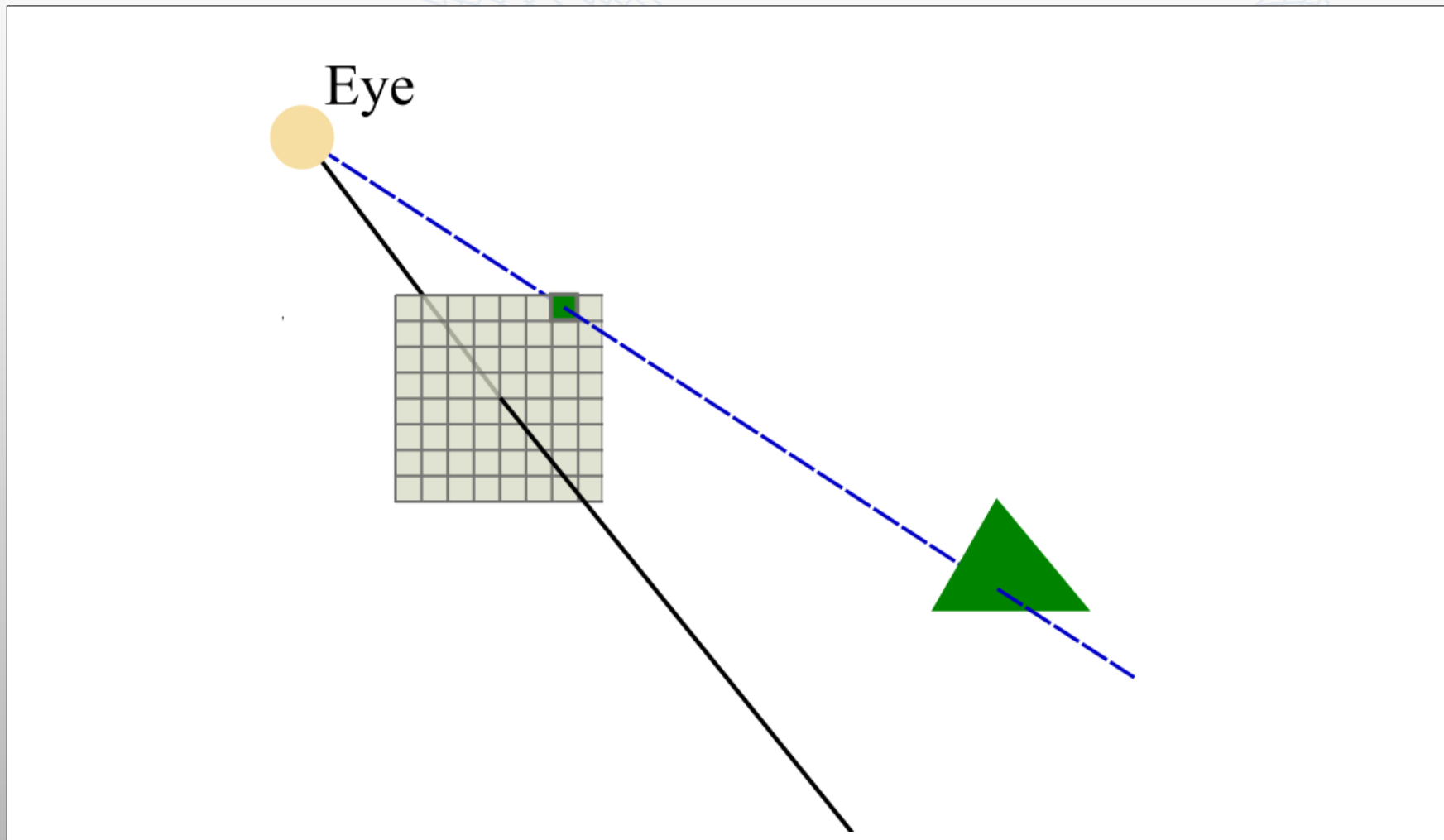
Raio: 0 0

$$P(t) = \cancel{Eye} + t (P_{ij} - \cancel{Eye})$$

$$P(t) = t (P_{ij})$$



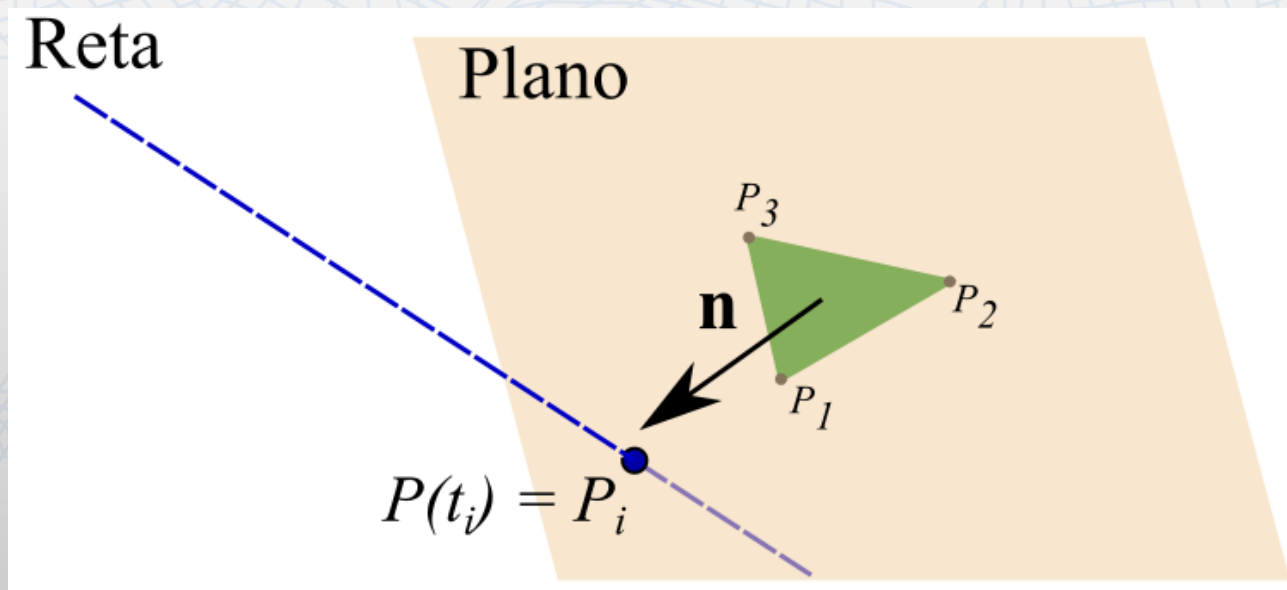
# Interseção reta-triângulo



# Interseção reta-triângulo

## ❑ Estratégia I:

### ■ Calcular interseção reta-plano:



### ■ Ponto de interseção:

$$t_i = \frac{n \cdot P_1}{n \cdot P_{ij}} \longrightarrow P_i = t_i P_{ij}$$





# Interseção reta-triângulo

## ❑ Estratégia I:

### ■ Observação:

- Se  $(\mathbf{n} \cdot \mathbf{P}_{ij} = 0) \rightarrow$  raio tangência triângulo  $\rightarrow$  return false!
- Se  $(t_i < 1) \rightarrow P_i$  está fora do frustum  $\rightarrow$  return false!

### ■ Condição para $P_i$ estar no triângulo:

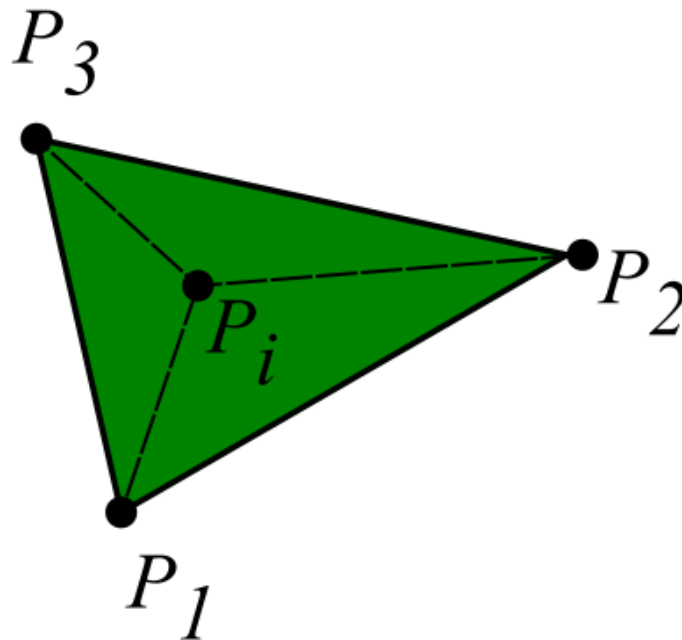
- As Normais dos triângulos  $\{P_1, P_2, P_i\}$ ,  $\{P_2, P_3, P_i\}$  e  $\{P_3, P_1, P_i\}$  devem estar no sentido de  $\mathbf{n}$ .
- Caso a condição falhe em algum dos triângulos, então o ponto não está no triângulo  $\{P_1, P_2, P_3\}$ .

# Interseção reta-triângulo

## ❑ Estratégia I:

### ■ Condição para $P_i$ estar no triângulo:

*$n_i$  está no mesmo sentido que  $n$  se:  
 $n_i \cdot n > 0$*

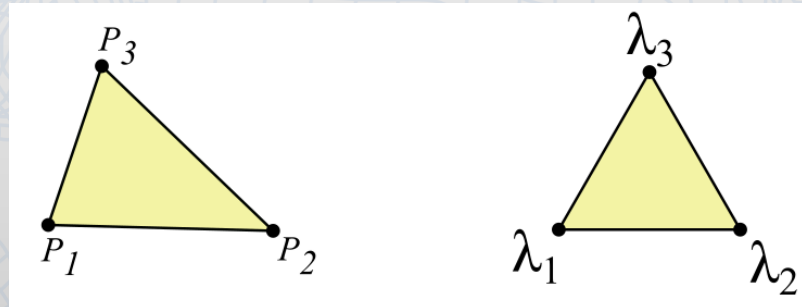


# Interseção reta-triângulo

## ❑ Estratégia II:

### ■ Coordenadas baricêntricas:

- Tomando um triângulo  $\{P_1, P_2 \text{ e } P_3\}$  como referência, são definidas coordenadas  $\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}$  associada a cada ponto.



- Pontos do sistema baricêntrico podem ser avaliados por:

$$P(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = P_1 * \lambda_1 + P_2 * \lambda_2 + P_3 * \lambda_3$$

- Com:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$$



# Interseção reta-triângulo

## ❑ Estratégia II:

### ■ Coordenadas baricêntricas:

- Considerando a restrição, a equação pode ser rescrita como:

$$P(\lambda_1, \lambda_2) = P_1 * \lambda_1 + P_2 * \lambda_2 + P_3 * (1 - \lambda_1 - \lambda_2)$$

- Exemplos:

$$P(1,0,0) = P_1 * 1 + P_2 * 0 + P_3 * 0 = P_1$$

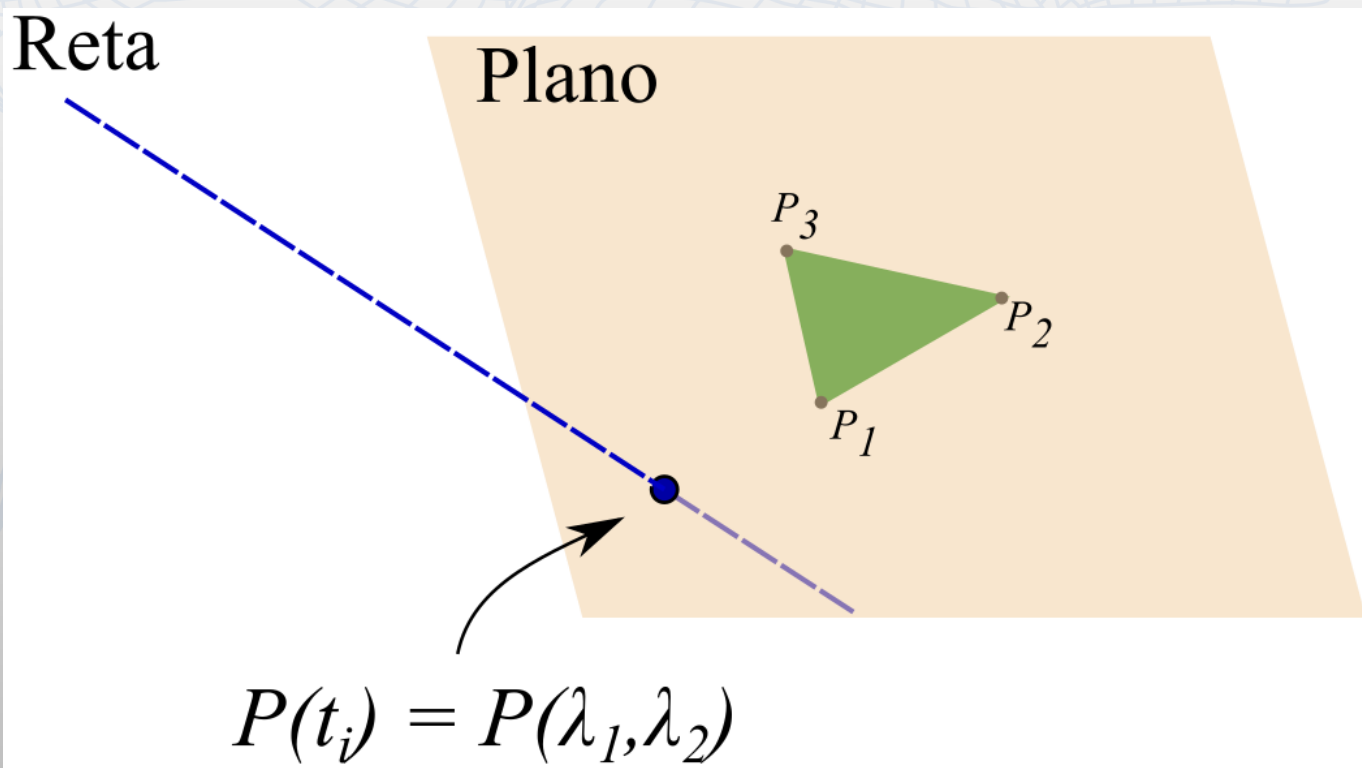
$$P(1/3, 1/3, 1/3) = P_1 * 1/3 + P_2 * 1/3 + P_3 * 1/3 = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{3}$$

- A condição para que um ponto esteja dentro do triângulo é:

$$0 \leq \lambda_i \leq 1 \quad i=1:3$$

# Interseção reta-triângulo

- ❑ Estratégia II:
  - Calcular interseção reta-plano:



## ❑ Estratégia II:

### ■ Calcular interseção reta-plano:

- Igualando as equações:

$$P(t) = P(\lambda_1, \lambda_2)$$

$$t_i P_{ij} = \lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2 + (1 - \lambda_1 - \lambda_2) P_3$$

$$P_3 = \lambda_1 (P_3 - P_1) + \lambda_2 (P_3 - P_1) + t_i P_{ij}$$

- A equação acima vale para x, y e z, formando um sistema linear que pode ser escrito em formato matricial:

$$P_3 = A \lambda$$
$$\begin{Bmatrix} P_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} P_3 - P_1 & P_3 - P_2 & P_{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ t_i \end{Bmatrix}$$



# Interseção reta-triângulo

## ❑ Estratégia II:

### ■ Coordenadas baricêntricas:

- Em seguida, é verificado se  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  e  $t_i$  atende os requisitos para que a interseção com o triângulo ocorra.
- Os valores de  $\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}$  podem ser obtidos diretamente fazendo:

$$\mathbf{A}^{-1} P_3 = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A} \boldsymbol{\lambda}$$


$$\mathbf{A}^{-1} P_3 = \mathbf{I} \boldsymbol{\lambda}$$

$$\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{A}^{-1} P_3$$


- Como encontrar  $\mathbf{A}^{-1}$  algoritmicamente?  
Resposta: Stackoverflow.



# Interseção reta-triângulo


NEW
[Questions](#)
[Developer Jobs](#)
[Tags](#)
[Users](#)

## Simple 3x3 matrix inverse code (C++)



Você tem cinco minutos?  
Então tem tempo para implantar sua primeira solução na nuvem.

[Experimente o Azure gratuitamente](#)

▲ What's the easiest way to compute a 3x3 matrix inverse?


27 ▼ I'm just looking for a short code snippet that'll do the trick for non-singular matrices, possibly using Cramer's rule. It doesn't need to be highly optimized. I'd prefer simplicity over speed. I'd rather not link in additional libraries.

★


10

share improve this question

edited Feb 15 '12 at 23:12

 **genpfault**  
38.4k ● 8 ● 44 ● 86

asked Jun 11 '09 at 22:06

 **batty**  
2,724 ● 8 ● 24 ● 29

▲ Here's a version of batty's answer, but this computes the *correct* inverse. batty's version computes the transpose of the inverse.

25 ▼


```
// computes the inverse of a matrix m
double det = m(0, 0) * (m(1, 1) * m(2, 2) - m(2, 1) * m(1, 2)) -
             m(0, 1) * (m(1, 0) * m(2, 2) - m(1, 2) * m(2, 0)) +
             m(0, 2) * (m(1, 0) * m(2, 1) - m(1, 1) * m(2, 0));

double invdet = 1 / det;

Matrix33d minv; // inverse of matrix m
minv(0, 0) = (m(1, 1) * m(2, 2) - m(2, 1) * m(1, 2)) * invdet;
minv(0, 1) = (m(0, 2) * m(2, 1) - m(0, 1) * m(2, 2)) * invdet;
minv(0, 2) = (m(0, 1) * m(1, 2) - m(0, 2) * m(1, 1)) * invdet;
minv(1, 0) = (m(1, 2) * m(2, 0) - m(1, 0) * m(2, 2)) * invdet;
minv(1, 1) = (m(0, 0) * m(2, 2) - m(0, 2) * m(2, 0)) * invdet;
minv(1, 2) = (m(1, 0) * m(0, 2) - m(0, 0) * m(1, 2)) * invdet;
minv(2, 0) = (m(1, 0) * m(2, 1) - m(2, 0) * m(1, 1)) * invdet;
minv(2, 1) = (m(2, 0) * m(0, 1) - m(0, 0) * m(2, 1)) * invdet;
minv(2, 2) = (m(0, 0) * m(1, 1) - m(1, 0) * m(0, 1)) * invdet;
```

share improve this answer

answered Aug 29 '13 at 7:18

 **Cornstalks**  
23.5k ● 6 ● 46 ● 100





# Interseção reta-triângulo

## ❑ Estratégia II:

### ■ Código para inverte matrix:

```
// computes the inverse of a matrix m
```

```
double det = m(0, 0) * (m(1, 1) * m(2, 2) - m(2, 1) * m(1, 2)) -  
             m(0, 1) * (m(1, 0) * m(2, 2) - m(1, 2) * m(2, 0)) +  
             m(0, 2) * (m(1, 0) * m(2, 1) - m(1, 1) * m(2, 0));
```

```
double invdet = 1 / det;
```

```
Matrix33d minv; // inverse of matrix m
```

```
minv(0, 0) = (m(1, 1) * m(2, 2) - m(2, 1) * m(1, 2)) * invdet;  
minv(0, 1) = (m(0, 2) * m(2, 1) - m(0, 1) * m(2, 2)) * invdet;  
minv(0, 2) = (m(0, 1) * m(1, 2) - m(0, 2) * m(1, 1)) * invdet;  
minv(1, 0) = (m(1, 2) * m(2, 0) - m(1, 0) * m(2, 2)) * invdet;  
minv(1, 1) = (m(0, 0) * m(2, 2) - m(0, 2) * m(2, 0)) * invdet;  
minv(1, 2) = (m(1, 0) * m(0, 2) - m(0, 0) * m(1, 2)) * invdet;  
minv(2, 0) = (m(1, 0) * m(2, 1) - m(2, 0) * m(1, 1)) * invdet;  
minv(2, 1) = (m(2, 0) * m(0, 1) - m(0, 0) * m(2, 1)) * invdet;  
minv(2, 2) = (m(0, 0) * m(1, 1) - m(1, 0) * m(0, 1)) * invdet;
```



Fim

**Obrigado pela sua atenção!**  
**Bom Almoço!**