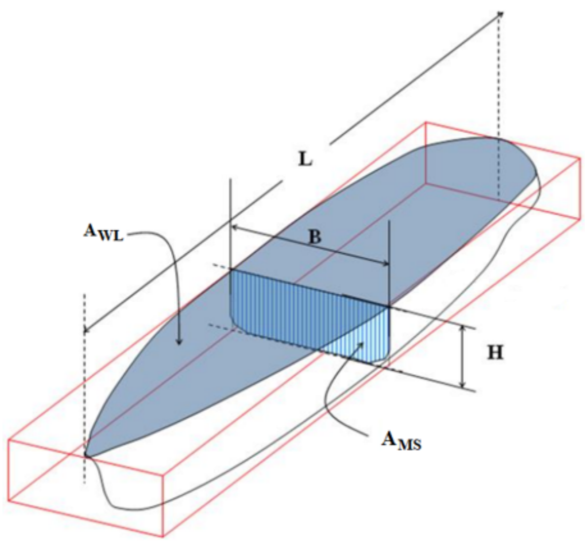
MARATONA DE PROGRAMAÇÃO
InterFatecs

Problema D
Seção Mestra

Arquivo fonte: secaomestra.{ c | cpp | java | py }

Autor: Prof. Me. Sérgio Luiz Banin (Fatec São Paulo e Fatec São Caetano do Sul)

Imagine um navio cortado transversalmente no ponto onde ocorre a sua maior área de seção transversal. Esse ponto ocorre na metade de seu comprimento ou bem perto disso. Chama-se de Seção Mestra justamente essa maior seção transversal, como pode ser visto na Figura 1.



Glossário
L = Comprimento do Navio
B = Boca – Largura do navio na linha d'água de projeto
H = Calado – Altura da parte submersa do navio

A_{MS} = Área da Seção Mestra (Midship Section Area)

A_{WL} = Área na linha d'água (Waterline Area)

Figura 1 - Áreas da Seção Mestra e da Linha d'água.
fonte: Pinto, Marcos M. O., Introdução à Engenharia Naval
endereço: https://bit.ly/3M8ckKg acessado em 12/04/2022

Nos estágios iniciais do projeto de um navio existem alguns parâmetros muito significativos que auxiliam e direcionam o desenvolvimento da geometria do casco. Um desses parâmetros é o Coeficiente de Seção Mestra (C_M), definido como a razão entre a Área da Seção Mestra (A_{MS}) e a área do retângulo calculada pela multiplicação Boca x Calado ($B \times H$), assim:

$$C_M = \frac{A_{MS}}{B \times H}$$

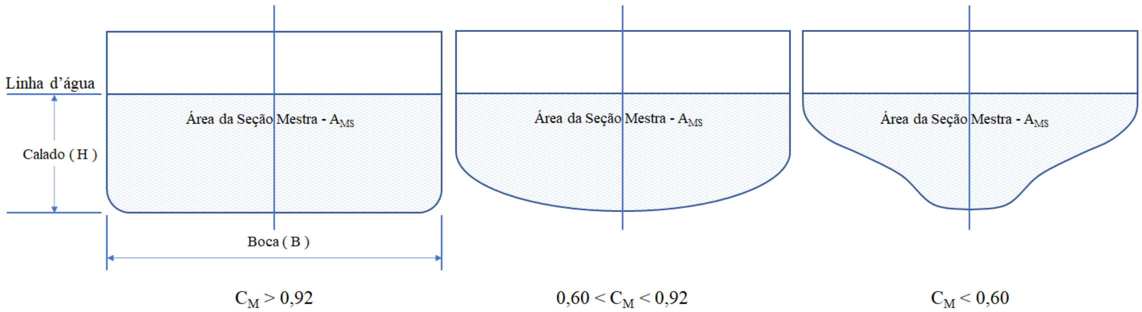


Figura 2 – Casos típicos de Seção Mestra.
fonte: o autor

A Figura 2 ilustra como o C_M pode ser útil para dar uma indicação do perfil da embarcação. Em geral ocorre que, quando este coeficiente é alto, o navio tende a ser lento e com grande volume interno (capacidade de carga) e, quando o coeficiente é baixo, o navio é veloz e com menor volume.

Nossos amigos do Curso de Construção Naval da Fatec de Jahu entendem bem desses assuntos e gostariam de poder contar com sua ajuda para fazer um programa capaz de calcular o C_M a partir de alguns dados básicos aliados a algum conhecimento de cálculo numérico.

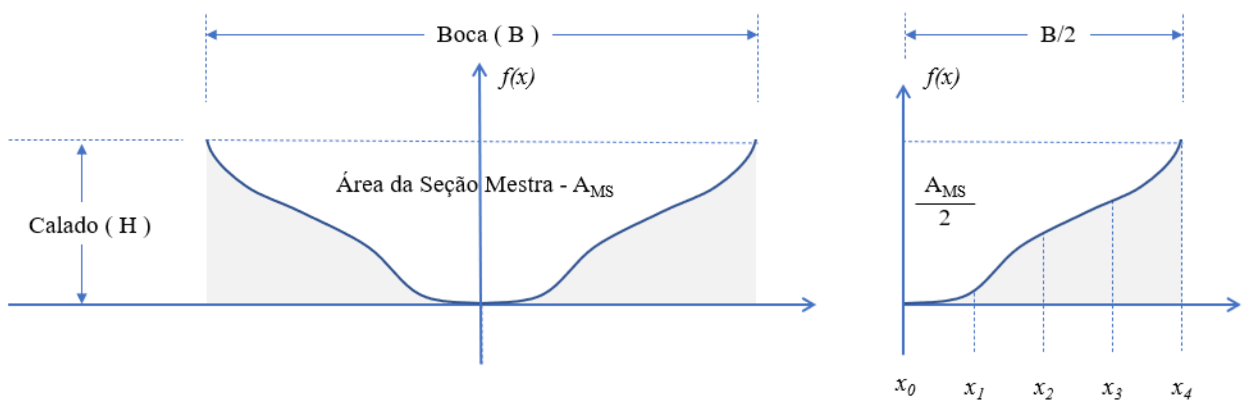


Figura 3 – Ilustração do método de cálculo.
fonte: o autor

Considere a Figura 3. Nela, é mostrado o gráfico de uma função $f(x)$. Esse gráfico mostra na cor branca a área A_{MS} que deve ser calculada. Em virtude da simetria existente na figura em relação ao eixo vertical podemos trabalhar com a metade do desenho. Essa é a forma usual como os projetistas navais trabalham e é o que faremos aqui. Então considerando apenas o lado direito da seção, sabemos que: se a função $f(x)$ for conhecida, a área cinza abaixo da curva do gráfico pode ser calculada através da integral de $f(x)$ definida entre os pontos x_0 e x_4 multiplicada por 2.

A área A_{MS} será dada pela subtração: área do retângulo dado por Boca x Calado ($B \times H$) menos a área cinza.

$$A_{MS} = B \times H - 2 \times \int_{x_0}^{x_4} f(x)\,dx$$

Sabendo isso, o problema consiste em calcular essa integral. Simples assim!!

Ocorre que existe um método numérico, denominado Fórmula de Simpson Composta, que permite que o cálculo da área cinza seja rapidamente executado em computadores caso a função $f(x)$ seja conhecida.

Nos estágios iniciais do projeto de uma embarcação, é possível escolher algumas funções simples para um cálculo preliminar aproximado. Uma família de funções pode ser particularmente útil nesses casos: os polinômios. A título de exemplo, seja o polinômio dado pela expressão a seguir, dizemos que esse é um polinômio de grau 4, pois esse é o maior expoente aplicado à variável x e c_4, c_3, c_2, c_1, c_0 são os coeficientes de cada termo.

$$f(x) = c_4 \times x^4 + c_3 \times x^3 + c_2 \times x^2 + c_1 \times x + c_0$$

Usando polinômios com coeficientes bem ajustados e a Fórmula de Simpson Composta pode-se rapidamente obter o cálculo da área A_{MS}.

Fórmula de Simpson Composta

Este método numérico consiste em calcular a área desejada aproximando-a pela somatória das áreas de parábolas calculadas a cada três pontos adjacentes. Como se trata de uma aproximação, pode haver um erro no cálculo. Porém, escolhendo-se uma quantidade suficiente de pontos, esse erro diminui até o resultado ser bastante aceitável. Além disso, o método também permite a estimativa da ordem de grandeza do erro cometido, de tal de modo que o projetista tem informações suficientes para saber se pode ou não aplicar o método em cada situação. Maiores detalhes sobre este método numérico podem ser obtidos na literatura matemática. Aqui vamos nos concentrar na aplicação do mesmo.

Considerando o caso ilustrado na Figura 3, precisamos arbitrar a quantidade de pontos x_i a serem usados ($QtdePtos$), ressaltando que sempre deve ser escolhida uma quantidade ímpar de pontos (é algo intrínseco ao método). Vamos, inicialmente, arbitrar 5 pontos conforme mostrado na figura.

Feita a escolha da quantidade de pontos devemos calcular o espaçamento $espcX$ entre dois pontos adjacentes:

$$espcX = \frac{Boca}{2 \times (QtdePtos - 1)}$$

No nosso exemplo então teremos $espcX = 6/(2 \times (5 - 1)) = 0,75$

O próximo passo é escolher a função geradora. Vamos utilizar o seguinte polinômio de grau 4:

$$f(x) = 0,04321 \times x^4$$

De posse da função geradora devemos calcular $f(x_i)$ para cada x_i . Com isso teremos os valores exibidos no quadro:

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
0,0	0,75	1,50	2,25	3,0
$f(x_0)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$	$f(x_4)$
0,0	0,013672	0,218751	1,107425	3,50001

e em seguida devemos aplicar os valores $f(x)$ na seguinte expressão:

$$A_{cinza} = 2 \,.\, \frac{espcX}{3} * \left(f\left(x_0\right) + 4 \cdot f\left(x_1\right) + 2 \cdot f\left(x_2\right) + 4 \cdot f\left(x_3\right) + f\left(x_4\right)\right)$$

Nela, é preciso especial atenção aos coeficientes aplicados a cada termo $f(x)$: o primeiro e o último termos terão coeficiente 1; os demais termos de índice ímpar terão coeficiente 4; e os demais termos de índice par terão coeficiente 2. Executando as operações teremos como resultado deste exemplo: $Acinza = 4,21095m^2$

A área da seção mestra será: $A_{MS} = B \times H - Acinza = 6 \times 3,5 - 4,21095 \Rightarrow A_{MS} = 16,78905m^2$

E o coeficiente de seção mestra será: $C_M = A_{MS}/(B \times H) = 16,78905/(6 \times 3,5) \Rightarrow C_M \approx 0,799478594...$

Vamos trabalhar o CM com 4 casas depois da vírgula, então teremos: $C_M \approx 0,7995$

Neste mesmo caso, se aumentarmos para 7 o número de pontos arbitrados, o espaçamento $espcX$ será reduzido para 0,5 e o cálculo se tornará mais preciso gerando um $C_M = 0,799896548...$ e se restringirmos em 4 o número de casas decimais teremos: $C_M \approx 0,7999$.

Este problema é uma homenagem à Fatec de Jahu, onde, há mais de 30 anos, iniciei a minha carreira como professor.

Entrada

A entrada consiste em um único caso de teste e é composta por 4 linhas de informação. Na primeira linha estão dois números reais positivos que representam a Boca (B) e o Calado do navio (H) - $B > 0$ e $H > 0$.

Na segunda linha, há um número inteiro que representa o grau $(G, 1 \geq G \geq 30)$ do polinômio a ser usado nos cálculos. Na terceira linha estarão $G+1$ números reais que serão os coeficientes aplicáveis a cada termo do polinômio, separados por espaços em branco e em ordem do maior expoente para o menor.

Na quarta e última linha estará um número inteiro que representa a quantidade de pontos a ser usada nos cálculos, lembrando que esse número é sempre ímpar e $5 \geq QtdePtos \geq 101$.

Todas as variáveis reais usadas no programa devem ser de precisão dupla.

Saída

A saída consiste em exibir o coeficiente de seção mestra CM com quatro casas decimais e seguido pelo fim de linha.

Exemplo de Entrada 1	Exemplo de Saída 1
6.0 3.5 4 0.04321 0.0 0.0 0.0 0.0 5	0.7995

Exemplo de Entrada 2

```
6.0 3.5
4
0.04321 0.0 0.0 0.0 0.0
7
```

Exemplo de Saída 2

```
0.7999
```

Exemplo de Entrada 3

```
6.0 3.5
4
0.04321 0.0 0.0 0.0 0.0
21
```

Exemplo de Saída 3

```
0.8000
```

Exemplo de Entrada 4

```
24.8 6.0
5
8.1225e-5 -0.001 -0.001 0.01 0.5 0.0
21
```

Exemplo de Saída 4

```
0.6040
```