

4.2. Реализовать метод стрельбы и конечно-разностный метод решения краевой задачи для ОДУ в виде программ. С использованием разработанного программного обеспечения решить краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения 2-го порядка на указанном отрезке. Оценить погрешность численного решения с использованием метода Рунге – Ромберга и путем сравнения с точным решением.

| №  | Краевая задача   | Точное решение  |
|----|--|---|
| 1  | $xy''+2y'-xy=0,$<br>$y'(1)=0,$<br>$1.5y(2)+y'(2)=e^2$  | $y(x) = \frac{e^x}{x}$                                |
| 2  | $xy''+2y'-xy=0,$<br>$y(1)=e^{-1},$<br>$y(2)=0,5e^{-2}$   | $y(x) = \frac{e^{-x}}{x}$                             |
| 3  | $x^2(x+1) y''-2y=0,$<br>$y'(1)=-1,$<br>$2y(2) - 4 y'(2) = 4$   | $y(x) = \frac{1}{x} + 1$                              |
| 4  | $x^2(x+1) y''-2y=0,$<br>$y(1)=1+4 \ln 2,$<br>$y(2)=-1+3 \ln 2$   | $y(x) = -1 + \frac{2}{x} + \frac{2(x+1)}{x} \ln x+1 $ |
| 5  | $y''-2(1+(\operatorname{tg} x)^2)y=0,$<br>$y'(\frac{\pi}{4}) = 3 + \frac{\pi}{2},$<br>$y'(\frac{\pi}{3}) - y(\frac{\pi}{3}) = 3 + \frac{\pi(4-\sqrt{3})}{3}$ | $y(x) = 1 + \operatorname{tg}(x(x+1))$                |
| 6  | $y''-2(1+(\operatorname{tg} x)^2)y=0,$<br>$y(0)=0,$<br>$y(\frac{\pi}{6}) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$  | $y(x) = -\operatorname{tg} x$                         |
| 7  | $(2x+1) y''+4xy'-4y=0,$<br>$y'(0) = -1,$<br>$y'(1)+2y(1)=3$  | $y(x) = x + e^{-2x}$                                  |
| 8  | $(2x+1) y''+4xy'-4y=0,$<br>$y'(-2)+2y(-2) = -9,$<br>$y'(0)=1$  | $y(x) = 3x + e^{-2x}$                                 |
| 9  | $xy''-(2x+1)y' + (x+1)y=0,$<br>$y'(0)=1,$<br>$y'(1)-2y(1)=0$   | $y(x) = e^x (x^2 + 1)$                                |
| 10 | $xy''-(2x+1)y' + (x+1)y=0,$<br>$y'(1)=3e,$<br>$y'(2)-2y(2)=0$  | $y(x) = e^x x^2$                                      |
| 11 | $x(x-1)y''-xy' + y=0,$<br>$y'(1)=2,$<br>$2y'(2)-y(2)=1$  | $y(x)=1+x+x \ln x $                                   |

|    |  |  |
|----|--|--|
| 12 | $x(x-1)y'' - xy' + y = 0$<br>$y'(1) = 3$<br>$y(3) - 3y'(3) = -4$   | $y(x) = 2 + x + 2x \ln x $   |
| №  | Краяевая задача  | Точное решение   |
| 13 | $(e^x + 1)y'' - 2y' - e^x y = 0,$<br>$y'(0) = \frac{3}{4},$<br>$y'(1) = \frac{e^2(e+2)}{(e+1)^2}$                | $y(x) = e^x - 1 + \frac{1}{e^x + 1}$   |
| 14 | $(e^x + 1)y'' - 2y' - e^x y = 0,$<br>$y'(0) = 1,$<br>$y'(1) - y(1) = 1$  | $y(x) = e^x - 1$   |
| 15 | $x^2 \ln x y'' - xy' + y = 0,$<br>$y'(-1) = 0,$<br>$y'(1) - y(1) = 0$  | $y(x) = 1 + x + \ln x$   |
| 16 | $y'' - \operatorname{tg} x y' + 2y = 0,$<br>$y(0) = 2,$<br>$y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2.5 - 0.5 \cdot \ln 3$ | $y(x) = \sin x + 2 - \sin x \cdot \ln\left(\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}\right)$ |
| 17 | $(x^2 - 1)y'' + (x - 3)y' - y = 0,$<br>$y'(0) = 0,$<br>$y'(1) + y(1) = -0.75$                                    | $y(x) = x - 3 + \frac{1}{x + 1}$   |
| 18 | $x y'' - (x + 1)y' - 2(x - 1)y = 0,$<br>$y'(0) = 4,$<br>$y'(1) - 2y(1) = -9e^{-1}$                               | $y(x) = e^{2x} + (3x + 1)e^{-x}$   |
| 19 | $y'' + 4xy' + (4x^2 + 2)y = 0,$<br>$y'(0) = 1,$<br>$4y(2) - y'(2) = 23e^{-4}$                                    | $y(x) = (1 + x)e^{-x^2}$   |
| 20 | $xy'' - (2x + 1)y' + 2y = 0,$<br>$y'(0) = 4,$<br>$y'(1) - 2y(1) = -4$  | $y(x) = 2x + 1 + e^{2x}$   |
| 21 | $x(2x + 1)y'' + 2(x + 1)y' - 2y = 0,$<br>$y'(1) = 0,$<br>$y(3) - y'(3) = \frac{31}{9}$                           | $y(x) = x + 1 + \frac{1}{x}$   |
| 22 | $x(x + 4)y'' - (2x + 4)y' + 2y = 0,$<br>$y'(0) = 1,$<br>$y(2) - y'(2) = 3$                                       | $y(x) = x^2 + x + 2$   |
| 23 | $x(x^2 + 6)y'' - 4(x^2 + 3)y' + 6xy = 0,$<br>$y'(0) = 0,$<br>$y(4) - y'(4) = 26$                                 | $y(x) = x^3 + x^2 + 2$   |
| 24 | $(x^2 + 1)y'' - 2y = 0$<br>$y'(0) = 2$<br>$y(1) = 3 + \frac{\pi}{2}$   | $y(x) = x^2 + x + 1 + (x^2 + 1)\arctg(x)$  |
| 25 | $2x(x + 2)y'' + (2 - x)y' + y = 0,$  |  |

|    | $y'(4)+y(4)=\frac{21}{4},$  | $y(x)=\sqrt{ x }+x-2$   |
|----|---|---|
| №  | Краевая задача  | Точное решение  |
| 26 | $x(x+1)y''+(x+2)y'-y=x+\frac{1}{x},$<br>$y'(1)=\frac{3}{2},$<br>$4y'(2)+y(2)=13+4\ln 2$ | $y(x)=x+\frac{7}{2}+\frac{1}{x}+\left(\frac{x}{2}+1\right)\ln x $ |
| 27 | $(2x+1)y''+(2x-1)y'-2y=x^2+x,$<br>$y'(0)=1,$<br>$y'(1)+y(1)=5$                          | $y(x)=2x-1+e^{-x}+\frac{x^2+1}{2}$                                |
| 28 | $xy''-(2x+1)y'+2y=0,$<br>$y'(0)=2,$<br>$y(1)=e^2$                                       | $y(x)=e^{2x}$   |
| 29 | $(x^2-1)y''+(x-3)y'-y=0,$<br>$y(0)=-18,$<br>$y(3)=0$                                    | $y(x)=6x-18$  |
| 30 | $(x^2+1)y''-2y=0,$<br>$y'(0)=0,$<br>$y(2)-y'(2)=1$                                      | $y(x)=x^2+1$  |