4.1. Реализовать методы Эйлера, Рунге-Кутты и Адамса 4-го порядка в виде программ, задавая в качестве входных данных шаг сетки h. С использованием разработанного программного обеспечения решить задачу Коши для ОДУ 2-го порядка на указанном отрезке. Оценить погрешность численного решения с использованием метода Рунге – Ромберга и путем сравнения с точным решением.

№№	Задача Коши	Точное решение
1	$y''+y-\sin 3x=0,$ $y(0)=1,$ $y'(0)=1,$ $x\in[0,1], h=0.1$	$y=\cos x+\frac{11}{8}\sin x-\frac{\sin 3x}{8}$
2	$y''+y-2\cos x=0,$ $y(0)=1,$ $y'(0)=0,$ $x\in[0,1], h=0.1$	$y=x\sin x+\cos x$
3	$y''-2y-4x^2e^{x^2}=0,$ $y(0)=3,$ $y'(0)=0,$ $x\in[0,1], h=0.1$	$y=e^{x^2}+e^{x\sqrt{2}}+e^{-x\sqrt{2}}$
4	$x^2y''-x(x^2-1)y'-(x^2+1)y=0,$ $y(1)=1+e^{1/2},$ $y'(1)=2e^{1/2}-1,$ $x\in[1,2], h=0.1$	$y=\frac{1}{x}(1+e^{x^2/2})$
5	$y''-(1+2tg^2x)y=0,$ $y(0)=1,$ $y'(0)=2,$ $x\in[0,1], h=0.1$	$y=\frac{1}{\cos x}+\sin x+\frac{x}{\cos x}$
6	$y''+4xy'+(4x^2+2)y=0,$ $y(0)=1,$ $y'(0)=1,$ $x\in[0,1], h=0.1$	$y=(1+x)e^{-x^2}$
7	$y''-4xy'+(4x^2-2)y=0,$ $y(0)=1,$ $y'(0)=1,$ $x\in[0,1], h=0.1$	$y=(1+x)e^{x^2}$
8	$y''-4xy'+(4x^2-3)y-e^{x^2}=0,$ $y(0)=1,$ $y'(0)=0,$ $x\in[0,1], h=0.1$	$y=(e^x+e^{-x}-1)e^{x^2}$

№№	Задача Коши	Точное решение
9	$y''-(\frac{1}{x^{1/2}})y'+(\frac{1}{4x^2})(x+x^{1/2}-8)y=0$ $y(1)=2e,$ $y'(1)=2e,$ $x\in[1,2], h=0.1$	$y=\left(x^2+\frac{1}{x}\right)e^{x^{1/2}}$
10	$y''+y'tg(x)+y\cos^2 x=0$, $y(0)=0,$ $y'(0)=1,$ $x\in[0,1], h=0.1$	$y=\cos(\sin x)+\sin(\cos x)$
11	$y''+y'tgx-y\cos^2 x=0$, $y(0)=2,$ $y'(0)=0,$ $x\in[0,1], h=0.1$	$y=e^{\sin x}+e^{-\sin x}$
12	$(x^2+1)y''-2xy'+2y=0$, $y(0)=1,$ $y'(0)=1,$ $x\in[0,1], h=0.1$	$y=x-x^2+1$
13	$y''-2(tgx)y'-3y=0$, $y(0)=1,$ $y'(0)=3,$ $x\in[0,1], h=0.1$	$y=\cos^3 x+\sin x(1+2\cos^2 x)$
14	$y''+2y'ctgx+3y=0$, $y(1)=1,$ $y'(1)=1,$ $x\in[1,2], h=0.1$	$y=\frac{-0.9783\cos 2x+0.4776\sin 2x}{\sin x}$
15	$xy''+y'=0$, $y(1)=1,$ $y'(1)=1,$ $x\in[1,2], h=0.1$	$y=1+\ln\lvert x\rvert$
16	$(x^2-1)y''-2xy'+2y=0$, $y(2)=7,$ $y'(2)=5,$ $x\in[2,3], h=0.1$	$y=x^2+x+1$
17	$xy''-(x+1)y'+y=0$, $y(1)=2+e,$ $y'(1)=1+e,$ $x\in[1,2], h=0.1$	$y=x+1+e^x$

№№	Задача Коши	Точное решение
18	$y''-\frac{x+1}{x}y'-2\frac{x-1}{x}y=0,$ $y(1)=1,$ $y'(1)=1,$ $x\in[1,2], h=0.1$	$y=\frac{e^{2x}}{3e^2}+\frac{(3x+1)e^{-x}}{3e}$
19	$y''+\frac{1}{x}y'+\frac{2}{x}y=0,$ $y(1)=1,$ $y'(1)=1,$ $x\in[1,2], h=0.1$	$y=(\cos 2-\sin 2)\cos(2x^{1/2})+$ $(\cos 2+\sin 2)\sin(2x^{1/2})$
20	$x(x-1)y''+\frac{1}{2}y'-\frac{3}{4}y=0,$ $y(2)=\sqrt{2},$ $y'(2)=\frac{3}{2}\sqrt{2},$ $x\in[2,3], h=0.1$	$y=\lvert x\rvert^{3/2}$
21	$x^2y''-12y=0,$ $y(1)=2,$ $y'(1)=1,$ $x\in[1,2], h=0.1$	$y=x^4+x^{-3}$
22	$x^2y''+(x^2-2)y=0,$ $y(1)=1,$ $y'(1)=0,$ $x\in[1,2], h=0.1$	$y=\sin(x-1)+\frac{1}{x}\cos(x-1)$
23	$x^2y''+xy'-y-3x^2=0,$ $y(1)=3,$ $y'(1)=2,$ $x\in[1,2], h=0.1$	$y=x^2+x+\frac{1}{x}$
24	$x^2y''+(x+1)y'-y=0,$ $y(1)=2+e,$ $y'(1)=1,$ $x\in[1,2], h=0.1$	$y=x+1+xe^{1/x}$
25	$(x-2)^2y''-(x-2)y'-3y=0,$ $y(3)=2,$ $y'(3)=2,$ $x\in[3,4], h=0.1$	$y=(x-2)^3+\frac{1}{x-2}$

№№	Задача Коши	Точное решение
26	$x^4y''+2x^3y'+y=0$, $y(1)=1,$ $y'(1)=1,$ $x\in[1,2], h=0.1$	$y=(\sin 1+\cos 1)\cos\frac{1}{x}+(\sin 1-\cos 1)\sin\frac{1}{x}$
27	$x^2y''-2xy'+(x^2+2)y=0$, $y(\pi/2)=\pi/2,$ $y'(\pi/2)=1-\pi/2,$ $x\in[\pi/2,\pi/2+1], h=0.1$	$y=x\cos x+x\sin x$
28	$x^2y''+3xy'+4y-5x=0$, $y(1)=6,$ $y'(1)=8,$ $x\in[1,2], h=0.1$	$y=5x+x^2+x^2\ln\lvert x\rvert$
29	$x^2y''-3xy'-5y-x^2\ln x=0$, $y(1)=1,$ $y'(1)=1,$ $x\in[1,2], h=0.1$	$y=\frac{19}{54}x^5+\frac{35}{54}\frac{1}{x}-\frac{x^2}{9}\ln\lvert x\rvert$
30	$x^2(x+1)y''-x(2x+1)y'+(2x+1)y=0$ $y(1)=2,$ $y'(1)=4,$ $x\in[1,2], h=0.1$	$y=x^2+x+x\ln x$