

**Національний Технічний університет України  
“Київський політехнічний інститут  
імені Ігоря Сікорського»**

**Лабораторна робота №01\_DC\_03**

**Дослідження розгалужених електричних кіл постійного струму  
методами контурних струмів**

Виконав ст. групи АА-00

Коваленко К.К.

Перевірив

Іваненко І.І.

Київ —20\_\_

## Лабораторна робота №01\_DC\_03. "Дослідження розгалужених електричних кіл постійного струму методом контурних струмів"

**Мета роботи:** Оволодіти методами аналізу і отримати навички експериментального дослідження розгалужених електричних кіл постійного струму

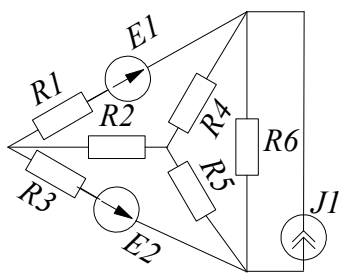
### Завдання

Розрахувати, користуючись методом контурних струмів, струми у вітках кола. Розрахунки перевірити числовим експериментом комп'ютерними стимуляторами ***Electronic Workbench, Multisim.***

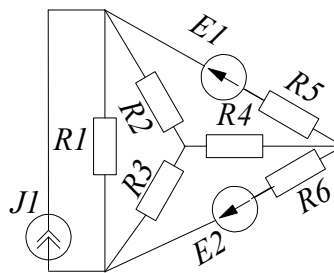
### Послідовність виконання

Вибрати електричне коло відповідно до заданого викладачем варіанту  $N$ , який визначається номером студента у журналі групи.

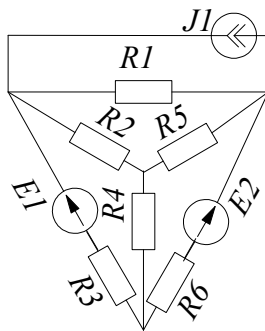
### Варіанти індивідуального завдання



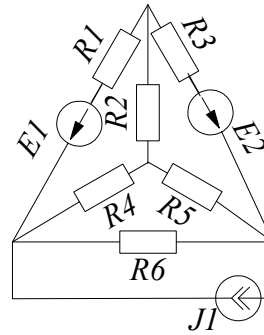
Варіант 1



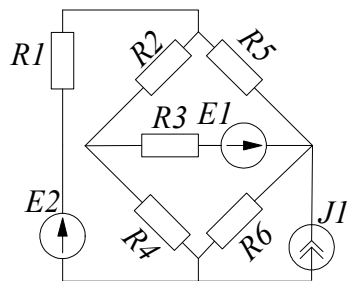
Варіант 2



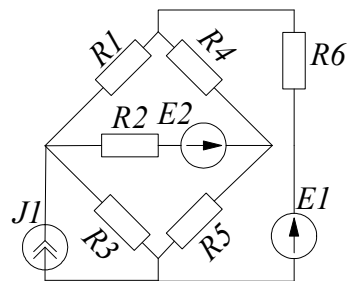
Варіант 3



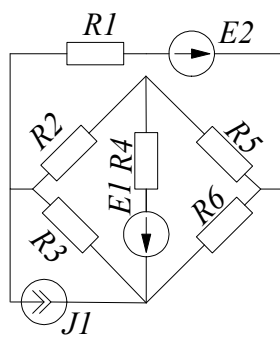
Варіант 4



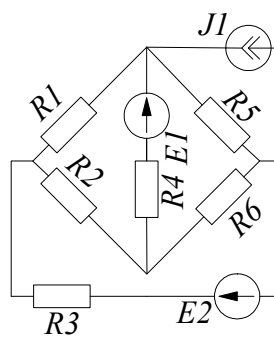
Варіант 5



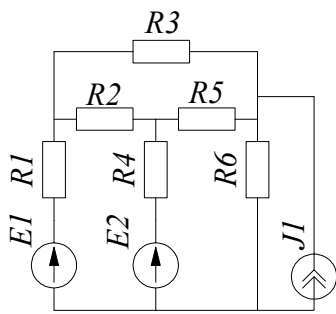
Варіант 6



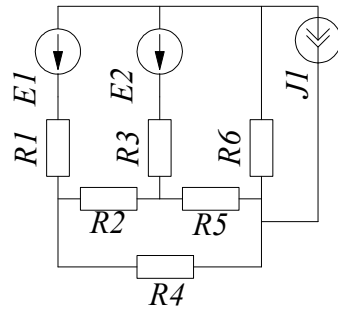
Варіант 7



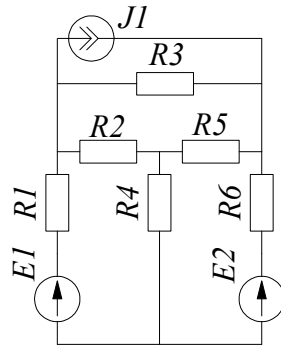
Варіант 8



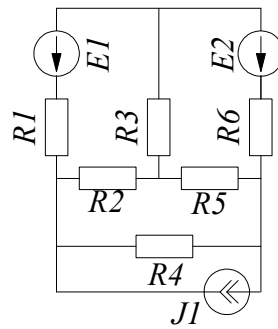
Варіант 9



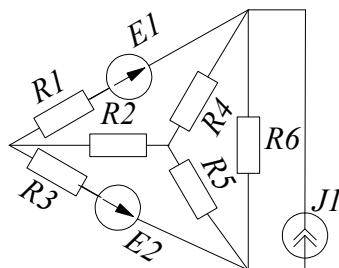
Варіант 10



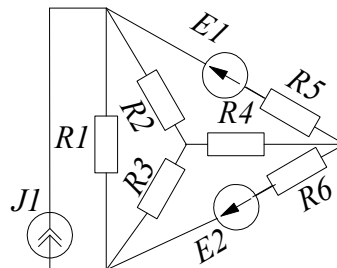
Варіант 11



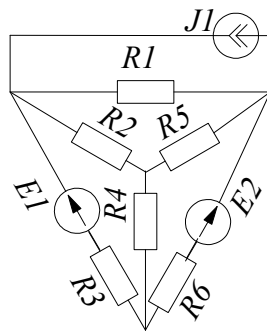
Варіант 12



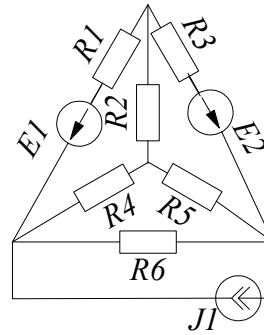
Варіант 13



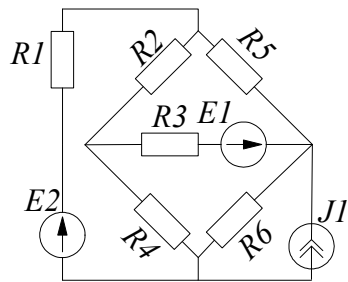
Варіант 14



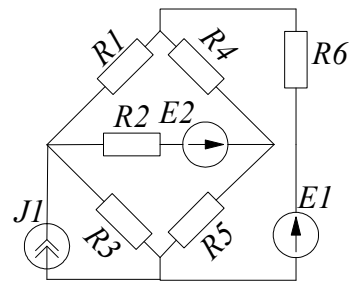
Варіант 15



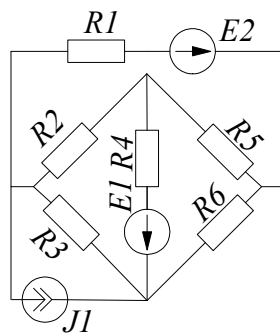
Варіант 16



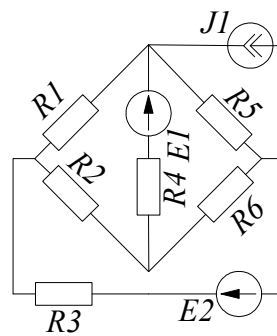
Варіант 17



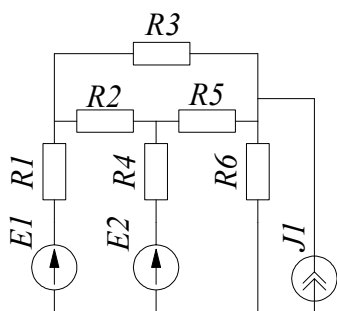
Варіант 18



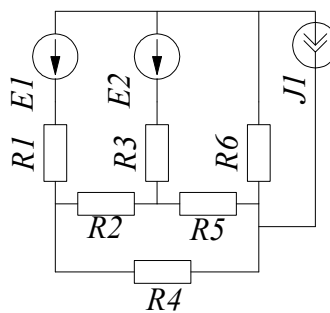
Варіант 19



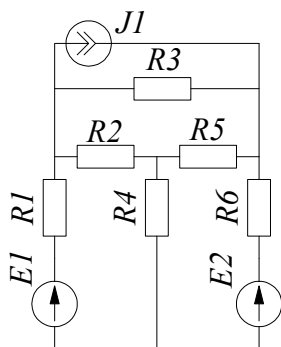
Варіант 20



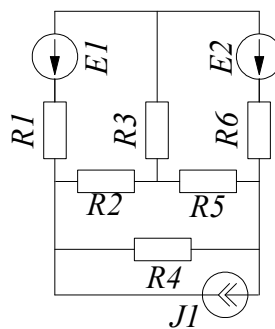
Варіант 21



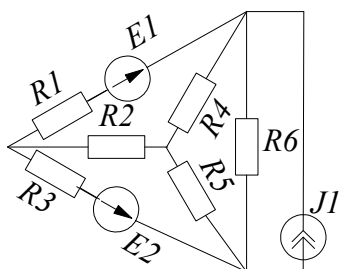
Варіант 22



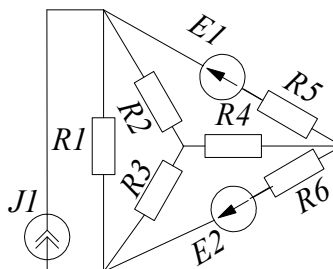
Варіант 23



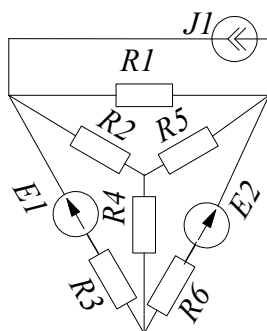
Варіант 24



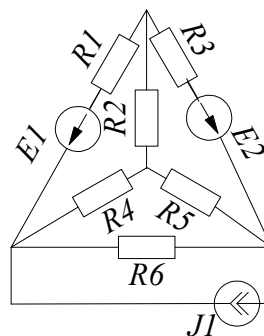
Варіант 25



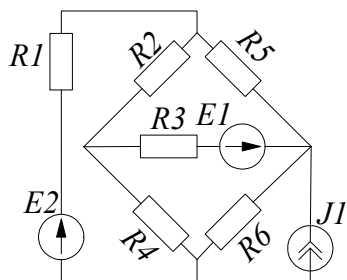
Варіант 26



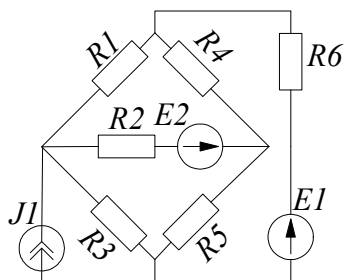
Варіант 27



Варіант 28



Варіант 29



Варіант 30

Задати параметри елементів заданого електричного поля відповідно до свого варіанта:

$R1 = 22 \Omega$	$R2 = 28 \Omega$	$R3 = 34 \Omega$	$R1 = 24 \Omega$	$R2 = 31 \Omega$	$R3 = 38 \Omega$
$R4 = 40 \Omega$	$R5 = 46 \Omega$	$R6 = 52 \Omega$	$R4 = 45 \Omega$	$R5 = 52 \Omega$	$R6 = 59 \Omega$
$E1 = 6 \text{ V}$	$E2 = 9 \text{ V}$	$J_1 = 3 \text{ mA}$	$E1 = 7 \text{ V}$	$E2 = 10 \text{ V}$	$J_1 = 4 \text{ mA}$
Варіанти 1,11, 21,31			Варіант 2, 12, 22,32		

$R1 = 26 \Omega$ $R2 = 34 \Omega$ $R3 = 42 \Omega$ $R4 = 50 \Omega$ $R5 = 58 \Omega$ $R6 = 66 \Omega$ $E1 = 8 \text{ V}$ $E2 = 11 \text{ V}$ $J_1 = 5 \text{ mA}$ Варіант 3,13, 23,33	$R1 = 28 \Omega$ $R2 = 37 \Omega$ $R3 = 46 \Omega$ $R4 = 55 \Omega$ $R5 = 64 \Omega$ $R6 = 73 \Omega$ $E1 = 9 \text{ V}$ $E2 = 12 \text{ V}$ $J_1 = 6 \text{ mA}$ Варіант 4,14, 24,34
--	--

$R1 = 30 \Omega$ $R2 = 40 \Omega$ $R3 = 50 \Omega$ $R4 = 60 \Omega$ $R5 = 70 \Omega$ $R6 = 80 \Omega$ $E1 = 10 \text{ V}$ $E2 = 13 \text{ V}$ $J_1 = 7 \text{ mA}$ Варіант 5,15, 25,35	$R1 = 32 \Omega$ $R2 = 43 \Omega$ $R3 = 54 \Omega$ $R4 = 65 \Omega$ $R5 = 76 \Omega$ $R6 = 87 \Omega$ $E1 = 11 \text{ V}$ $E2 = 14 \text{ V}$ $J_1 = 8 \text{ mA}$ Варіант 6,16, 26,36
---	---

$R1 = 34 \Omega$ $R2 = 46 \Omega$ $R3 = 58 \Omega$ $R4 = 70 \Omega$ $R5 = 82 \Omega$ $R6 = 94 \Omega$ $E1 = 12 \text{ V}$ $E2 = 15 \text{ V}$ $J_1 = 9 \text{ mA}$ Варіант 7,17, 27,37	$R1 = 36 \Omega$ $R2 = 49 \Omega$ $R3 = 62 \Omega$ $R4 = 75 \Omega$ $R5 = 88 \Omega$ $R6 = 101 \Omega$ $E1 = 13 \text{ V}$ $E2 = 16 \text{ V}$ $J_1 = 10 \text{ mA}$ Варіант 8,18, 28,38
---	---

$R1 = 38 \Omega$ $R2 = 52 \Omega$ $R3 = 66 \Omega$ $R4 = 80 \Omega$ $R5 = 94 \Omega$ $R6 = 108 \Omega$ $E1 = 14 \text{ V}$ $E2 = 17 \text{ V}$ $J_1 = 11 \text{ mA}$ Варіант 9,19, 29,39	$R1 = 40 \Omega$ $R2 = 55 \Omega$ $R3 = 70 \Omega$ $R4 = 85 \Omega$ $R5 = 100 \Omega$ $R6 = 115 \Omega$ $E1 = 15 \text{ V}$ $E2 = 18 \text{ V}$ $J_1 = 12 \text{ mA}$ Варіант 0,10, 20,30
---	--



## Розрахункова частина

### Метод контурних струмів

Визначити струми у вітках заданого електричного кола за індивідуальним варіантом методом контурних струмів у такій послідовності:

- ☐ розрахувати значення контурних електрорушійних сил;
- ☐ розрахувати значення власних і взаємних опорів контурів;
- ☐ обчислити значення визначника матриці власних і взаємних опорів контурів;
- ☐ скласти систему рівнянь відносно контурних струмів;
- ☐ визначити контурні струми, розв'язавши систему рівнянь;
- ☐ визначити струми у вітках кола за отриманими значеннями контурних струмів.

Результати розрахунків занести у табл. 03-DC.01

Таблица 03-DC.01

Метод контурних струмів											
Контурні електрорушійні сили											
$E_{11}$			$E_{22}$			$E_{33}$			$E_{44}$		
Власні і взаємні опори контурів											
$R_{11}$	$R_{22}$	$R_{33}$	$R_{44}$	$R_{12}$	$R_{13}$	$R_{14}$	$R_{23}$	$R_{24}$	$R_{34}$		
Визначник матриці власних і взаємних опорів контурів								$\Delta_R =$			
Контурні струми											
$I_{11}$			$I_{22}$			$I_{33}$			$I_{44}$		

Струми у вітках							
$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$	$I_7$	$I_8$

Для розрахунків доцільно скористатися комп'ютерною програмою MathCAD

## Експериментальна частина

### Послідовність виконання роботи

Побудувати засобами *Electronics Workbench* електричне коло, приклад якого наведене на рис. 2.1.

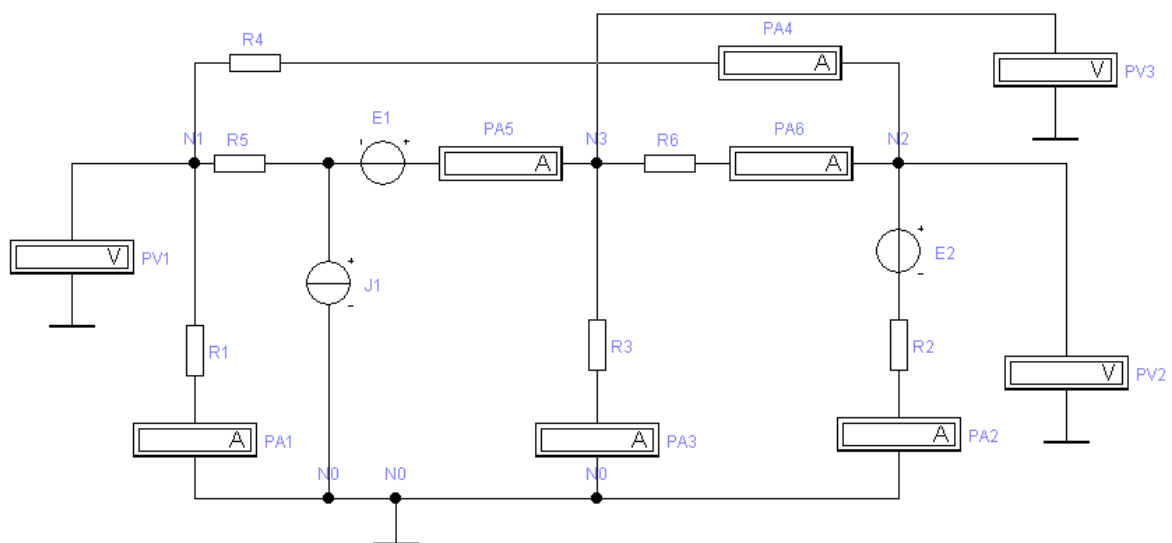


Рис. 03-DC.02

На рис. 02-DC.01 показані:

E1, E2, — джерела постійної напруги. Джерела напруги знаходяться на вкладці *Sources*;

J1 — джерело постійного струму. Джерела струму знаходяться на вкладці *Sources*;

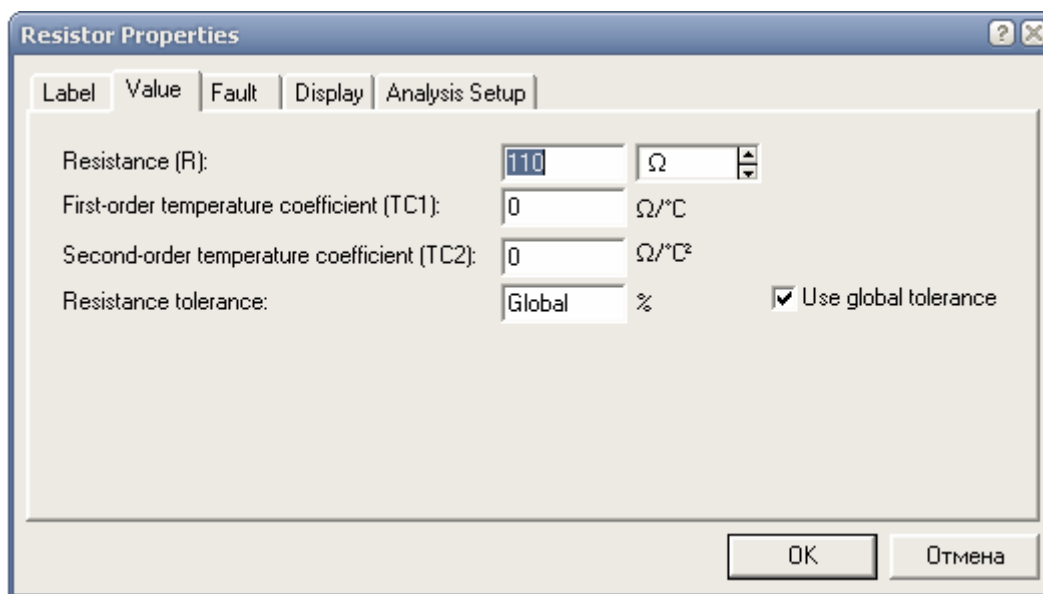


Рис. 03-DC.02

R1, R2, R3, R4, R5, R6 — резистори. Резистори знаходяться на вкладці *Basic*;

PV1, PV2, PV3 — вольтметри у режимі вимірювання постійної напруги (режим DC). Вольтметри знаходяться на вкладці *Indicator*;

PA1, PA2, PA3, PA4, PA5, PA6 — амперметри у режимі вимірювання постійного струму (режим DC) Амперметри знаходяться на вкладці *Indicators*.

Задати значення параметрів елементів кола, відповідно до варіанту. Щоб задати параметри елементу кола потрібно подвійним клацанням на елементі викликати вікно параметрів елемента (рис. 03-DC.02) і на вкладці *Value* задати значення і одиницю вимірювання. На вкладці *Label* задати позначення елемента на принципових електричних схемах згідно вітчизняних стандартів.

Запустити процес моделювання, натиснувши на кнопку I/O у верхньому правому куті екрану.

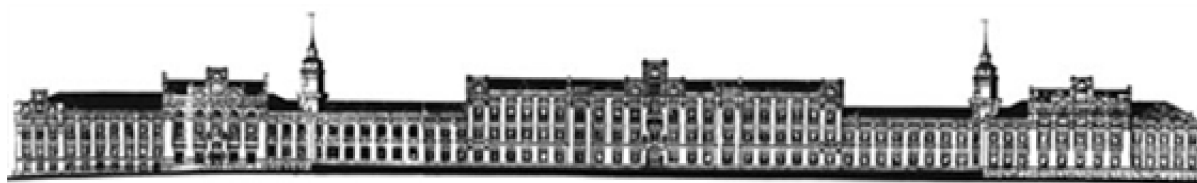
Зняти покази амперметрів і вольтметрів і занести їх у відповідні клітинки табл. 03-DC.02.

Порівняти результати обчислень і вимірювань і зробити висновки.

Таблиця 03-DC.02

	Вітки кола					
	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$R_6$
Струми віток						
Результати обчислень						
Результати вимірювань						
Потенціали вузлів	V1	V2	V3	V4	V5	
Результати обчислень						
Результати вимірювань						

На захист представити паперовий і електронний варіанти.



**Національний Технічний університет України (КПІ)**

**Кафедра теоретичної електротехніки**

**Зразок**

**Лабораторна робота №01\_TR\_04**

**з дисципліни "Основи електротехніки та електроніки"**

**" Дослідження розгалужених електричних кіл постійного струму  
методом контурних струмів "**

Виконав:  
Студент групи ЕЕ-00  
Петренко П.П.  
Перевірив:  
доц. Коваленко К.К.

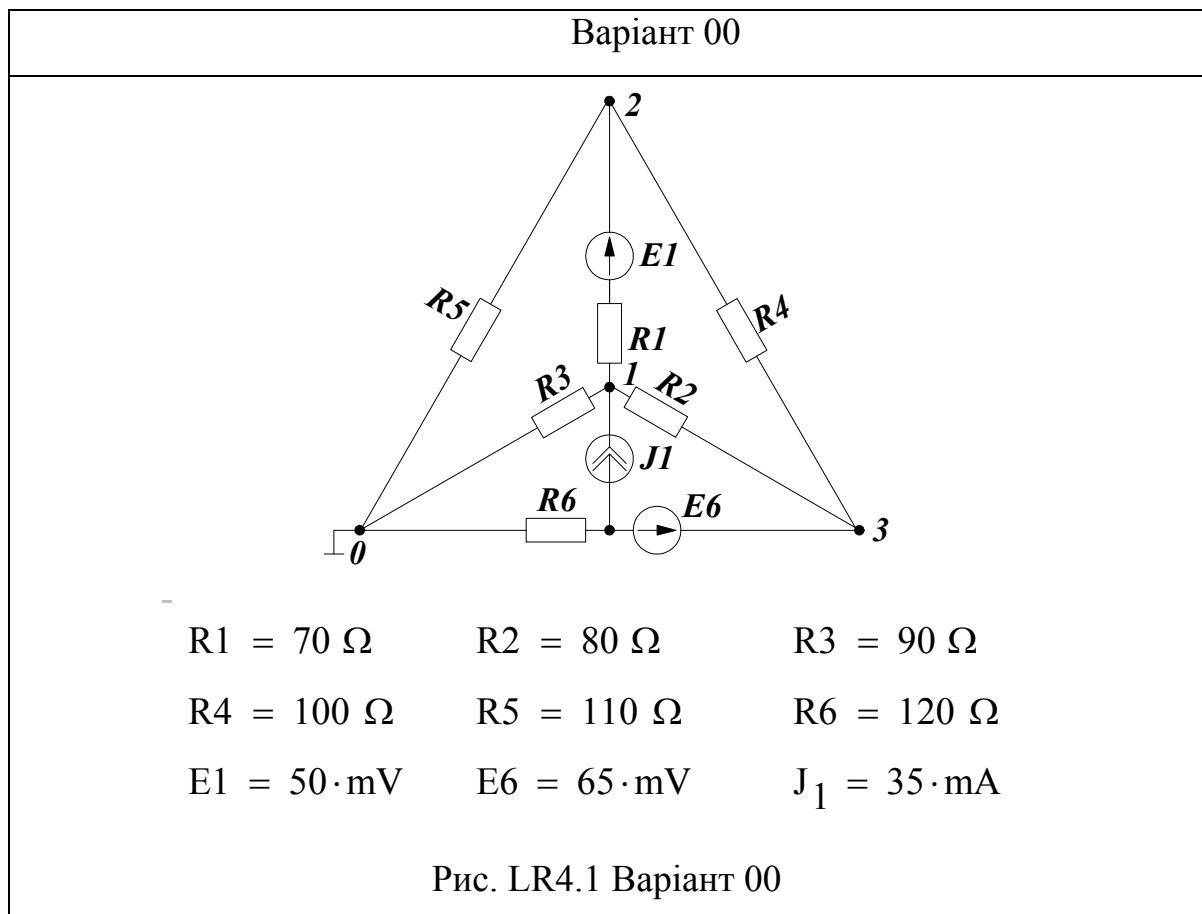
**Київ —20\_\_**

**Мета роботи:** Оволодіти методами аналізу і отримати навички експериментального дослідження розгалужених електричних кіл постійного струму з одним джерелом енергії

### Завдання

Розрахувати, користуючись методом контурних струмів, струми у вітках кола і напруги на елементах кола. Розрахунки перевірити числовим експериментом комп'ютерними стимуляторами ***Electronic Workbench, Multisim.***

### Завдання для варіанту 00



## Розрахункова частина

Розрахунок струмів у вітках кола і напруг на елементах кола виконуємо методом контурних струмів, використовуючи математичну комп'ютерну програму **Mathcad**.

Визначаємо струми у вітках заданого електричного кола за індивідуальним варіантом методом контурних струмів у такій послідовності:

1. Переносимо полюс ідеального джерела струму  $J_1$  через  $E_6$  і приєднуємо до вузла 3
2. Виділяємо у заданому електричному колі систему лінійно незалежних контурів:  
I контур: R5-E1-R3;  
II контур: R1-E1-R4- R2;  
III контур: R3- R2-E6-R6;  
IV контур: J1- R2;
3. Напрями контурних струмів вибираємо за ходом годинникової стрілки
4. Складаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих контурних струмів

$$R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + R_{13}I_{33} + R_{14}I_{44} = E_{11}$$

$$R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + R_{23}I_{33} + R_{24}I_{44} = E_{22}$$

$$R_{31}I_{11} + R_{32}I_{22} + R_{33}I_{33} + R_{34}I_{44} = E_{33}$$

5. Контурний струм у четвертому контурі  $I_{44}$  дорівнює  $J_1$ , тому

$$R_{11} \cdot I_{11} + R_{12} \cdot I_{22} + R_{13} \cdot I_{33} = E_{11} - R_{14} \cdot J_1 = E_I$$

$$R_{21} \cdot I_{11} + R_{22} \cdot I_{22} + R_{23} \cdot I_{33} = E_{22} - R_{24} \cdot J_1 = E_{II}$$

$$R_{31} \cdot I_{11} + R_{32} \cdot I_{22} + R_{33} \cdot I_{33} = E_{33} - R_{34} \cdot J_1 = E_{III}$$

6. Записуємо складену систему рівнянь у матричному виді

$$\begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_I \\ E_{II} \\ E_{III} \end{pmatrix}$$

7. Визначаємо власні опори контурів і обчислюємо їх значення

$$R_{11} := R_1 + R_3 + R_5 = 270\Omega$$

$$R_{22} := R_1 + R_2 + R_4 = 250\Omega$$

$$R_{33} := R_2 + R_3 + R_6 = 290\Omega$$

8. Визначаємо взаємні опори контурів і обчислюємо їх значення

$$R_{12} = R_{21} = -R_1 = -70 \Omega$$

$$R_{23} = R_{32} = -R_2 = -80 \Omega$$

$$R_{31} = R_{13} = -R_3 = -90 \Omega$$

$$R_{14} := 0$$

$$R_{24} := -R_2 = -80 \Omega$$

$$R_{34} := R_2 = 80 \Omega$$

9. Визначаємо контурні ЕРС і обчислюємо їх значення

$$E_{11} := -E_1 = -50V$$

$$E_{22} := E_1 = 50V$$

$$E_{33} := -E_6 = -65V$$

10. Записуємо розв'язок системи рівнянь через обернену матрицю

$$I_{11} = G_{11} \cdot E_I + G_{12} \cdot E_{II} + G_{13} \cdot E_{III}$$

$$I_{22} = G_{21} \cdot E_I + G_{22} \cdot E_{II} + G_{23} \cdot E_{III}$$

$$I_{33} = G_{31} \cdot E_I + G_{32} \cdot E_{II} + G_{33} \cdot E_{III}$$



11. Передавальні провідності виражаються через визначник матриці власних і взаємних опорів контурів та алгебраїчні доповнення

$$\begin{aligned} G_{11} &= \frac{(-1)^{1+1} \cdot M_{11}}{\Delta R} & G_{12} &= \frac{(-1)^{1+2} \cdot M_{12}}{\Delta R} & G_{13} &= \frac{(-1)^{1+3} \cdot M_{13}}{\Delta R} \\ G_{21} &= \frac{(-1)^{2+1} \cdot M_{21}}{\Delta R} & G_{22} &= \frac{(-1)^{2+2} \cdot M_{22}}{\Delta R} & G_{23} &= \frac{(-1)^{2+3} \cdot M_{23}}{\Delta R} \\ G_{31} &= \frac{(-1)^{3+1} \cdot M_{31}}{\Delta R} & G_{32} &= \frac{(-1)^{3+2} \cdot M_{32}}{\Delta R} & G_{33} &= \frac{(-1)^{3+3} \cdot M_{33}}{\Delta R} \end{aligned}$$

12. Обчислюємо значення визначника матриці власних і взаємних провідностей заданого електричного кола

$$\Delta R = \left| \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \right| = 13393000 \cdot \Omega^3$$

13. Обчислюємо значення передавальних провідностей

$$G_{11} = 4.935 \times 10^{-3} \frac{1}{\Omega} \quad G_{12} = 2.053 \times 10^{-3} \frac{1}{\Omega} \quad G_{13} = 2.098 \times 10^{-3} \frac{1}{\Omega}$$

$$G_{21} = 2.053 \times 10^{-3} \frac{1}{\Omega} \quad G_{22} = 5.242 \times 10^{-3} \frac{1}{\Omega} \quad G_{23} = 2.083 \times 10^{-3} \frac{1}{\Omega}$$

$$G_{31} = 2.098 \times 10^{-3} \frac{1}{\Omega} \quad G_{32} = 2.083 \times 10^{-3} \frac{1}{\Omega} \quad G_{33} = 4.674 \times 10^{-3} \frac{1}{\Omega}$$

14. Обчислюємо значення часткових струмів

$$I_{111} := G_{11} \cdot E_I = -0.247 \cdot \text{mA} \quad I_{112} := G_{12} \cdot E_{II} = 5.852 \cdot \text{mA} \quad I_{113} := G_{13} \cdot E_{III} = -6.011 \cdot \text{mA}$$

$$I_{221} := G_{21} \cdot E_I = -0.103 \cdot \text{mA} \quad I_{222} := G_{22} \cdot E_{II} = 14.938 \cdot \text{mA} \quad I_{223} := G_{23} \cdot E_{III} = -5.968 \cdot \text{mA}$$

$$I_{331} := G_{31} \cdot E_I = -0.105 \cdot \text{mA} \quad I_{332} := G_{32} \cdot E_{II} = 5.937 \cdot \text{mA} \quad I_{333} := G_{33} \cdot E_{III} = -13.391 \cdot \text{mA}$$

15. Визначаємо контурні струми через часткові струми і обчислюємо їх значення

$$I_{11} := G_{11} \cdot E_I + G_{12} \cdot E_{II} + G_{13} \cdot E_{III} = -0.406 \cdot \text{mA}$$

$$I_{22} := G_{21} \cdot E_I + G_{22} \cdot E_{II} + G_{23} \cdot E_{III} = 8.867 \cdot \text{mA}$$

$$I_{33} := G_{31} \cdot E_I + G_{32} \cdot E_{II} + G_{33} \cdot E_{III} = -7.559 \cdot \text{mA}$$

16. Задаємо напрями струмів у вітках кола

I1 від вузла 1 до вузла 2;

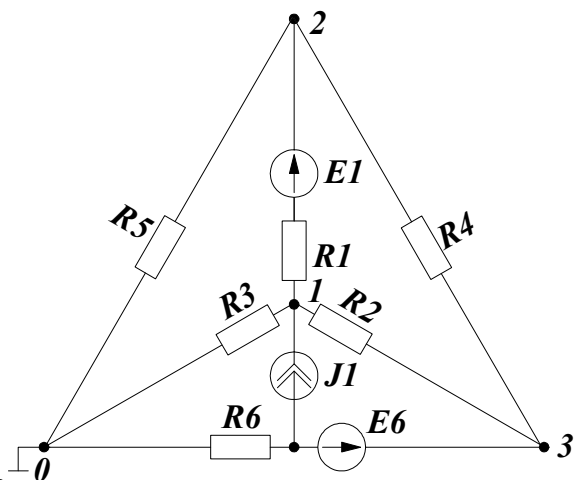
I2 від вузла 1 до вузла 3;

I3 від вузла 1 до вузла 0;

I4 від вузла 2 до вузла 3;

I5 від вузла 2 до вузла 0;

I6 від вузла 0 до вузла 3;



17. Визначаємо струми у вітках кола через контурні струми і обчислюємо їх значення

$$I_1 := -I_{11} + I_{22} = 9.273 \cdot \text{mA}$$

$$I_2 := -I_{22} + I_{33} + J_1 = 18.573 \cdot \text{mA}$$

$$I_3 := -I_{33} + I_{11} = 7.153 \cdot \text{mA}$$

$$I_4 := I_{22} = 8.867 \cdot \text{mA}$$

$$I_5 := -I_{11} = 0.406 \cdot \text{mA}$$

$$I_6 := -I_{33} = 7.559 \cdot \text{mA}$$

18. Для перевірки правильності розрахунків складемо баланс потужностей

$$P_1 := -I_1 \cdot E_1 + I_6 \cdot E_6 + J_1 \cdot R_2 \cdot I_2 = 52.033 \cdot \text{mW}$$

$$P_2 := I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 52.961 \cdot \text{mW}$$

19. Потужність джерел енергії  $P_1$  дорівнює потужності  $P_2$  споживачів енергії, що свідчить, що розрахунок струмів у колі методом контурних струмів виконаний правильно

20. Результати розрахунків заносимо у табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Метод контурних струмів					
Контурні електрорушійні сили					
$E_{11}$	$E_{22}$	$E_{33}$	$E_{44}$		
-50V	50V	-65V			
Власні і взаємні опори контурів, $\Omega$					
$R_{11}$	$R_{22}$	$R_{33}$	$R_{12}$	$R_{13}$	$R_{23}$
270	250	290	—70	—80	—90
Визначник матриці власних і взаємних опорів контурів				$\Delta_R = 13393000 \text{ Ом}$	
Контурні струми, mA					

$I_{11}$		$I_{22}$		$I_{33}$	
—0.406		8.865		—7.559	
Струми у вітках, mA					
$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$
9.273	18.573	7.153	8.867	0.406	7.559

**Експериментальна частина**

**Послідовність виконання роботи**

Побудуємо засобами *Electronic Workbench* електричне коло, вибране

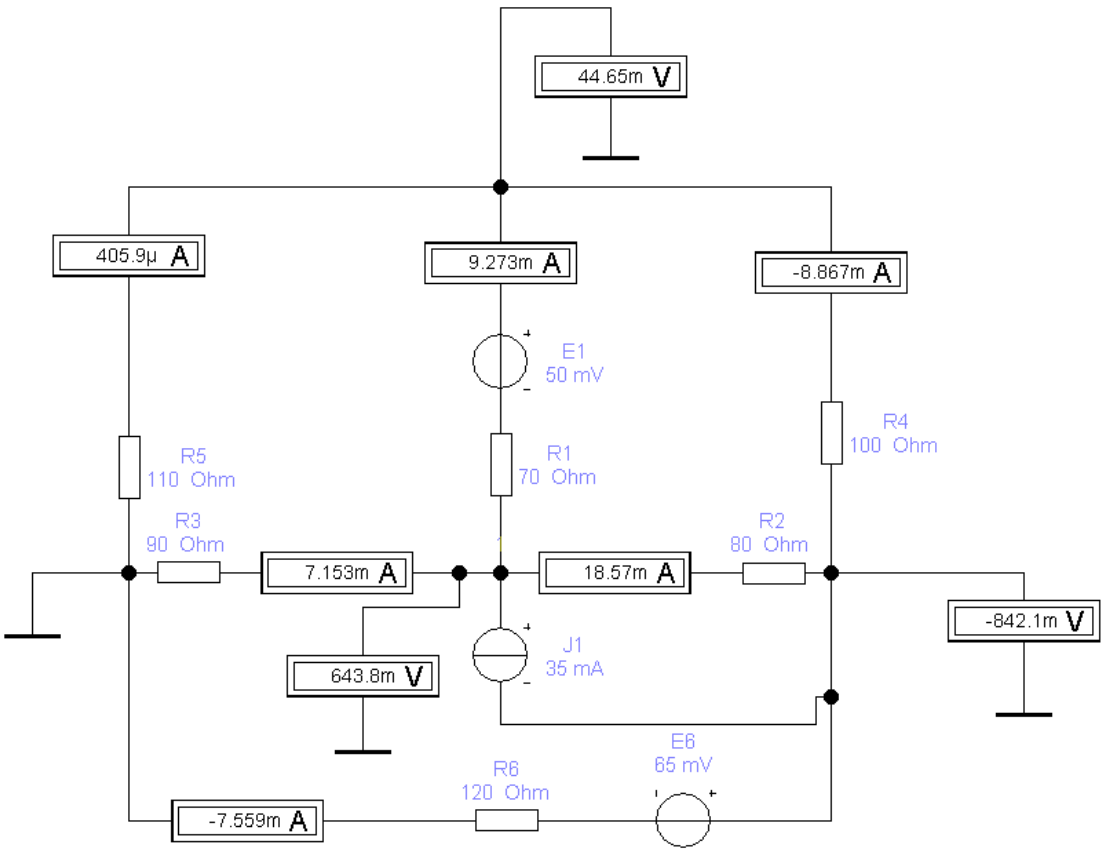


Рис. 1.2

у відповідності до варіанту 00 індивідуального завдання.

Задаємо значення параметрів елементів кола, обчислені у пункті 1 розрахункової частини.

Запускаємо процес моделювання, натиснувши на кнопку I/O у верхньому правому куті екрану.

Знімаємо покази амперметрів і вольтметрів і заносимо їх у відповідні клітинки табл. 1.1.

## Теоретичні відомості

### Метод контурних струмів

Метод контурних струмів ґрунтується на понятті контурний струм. **Контурним струмом** називається такий уявний розрахунковий струм, який протікає у всіх елементах незалежного контуру. Оскільки вітка може одночасно входити у декілька контурів, то реальний струм у вітці буде алгебраїчною сумою контурних струмів, тобто система реальних струмів у вітках розкладається по системі контурних струмів аналогічно тому, як у векторній алгебрі вектори розкладаються по системі базисних векторів. Щоб відрізнити контурні струми від струмів у вітках, їх, зазвичай, позначають подвійними індексами  $I_{11}, I_{22}, I_{33}, \dots$

*Зауваження.* Якщо контур містить джерело струму, то значення контурного струму у цьому контурі дорівнює значенню струму джерела. Знак контурного струму буде протилежний знаку струму джерела, якщо контурний струм і струм джерела спрямовані назустріч один одному і знак контурного струму буде однаковий зі знаком струму джерела, якщо напрями цих струмів однакові.

Крім поняття контурний струм у цьому методі вводяться такі поняття як контурна електрорушійна сила, власний опір контуру, взаємний опір двох контурів. Розглянемо детальніше ці поняття.

**Контурною електрорушійною силою** називається алгебраїчна сума електрорушійних сил джерел напруги, що входять у цей контур. Електрорушійна сила джерела входить в алгебраїчну суму за знаком „+”, якщо напрям цієї електрорушійної сили збігається з напрямом контурного струму і зі знаком „-”, якщо ці напрями протилежні.

**Власним опором контуру** називається сума опорів віток, що входять у цей контур. Позначаються власні опори, зазвичай, подвійним індексом,

наприклад  $R_{11}$ ,  $R_{22}$ ,  $R_{33}, \dots$ . Власні опори  $R_{11}$ ,  $R_{22}$ ,  $R_{33}, \dots$  є **додатними** величинами.

**Взаємним опором двох контурів** називається сума опорів віток, які є спільними для цих двох контурів, тобто одночасно входять як в один, так і у інший контур. Якщо два контури не мають спільних віток, то взаємний опір цих контурів дорівнює нулю. Очевидно, що взаємні опори  $m$ -того і  $n$ -того контуру мають таку властивість  $R_{mn} = R_{nm}$ . Взаємний опір двох контурів буде додатним, якщо напрями контурних струмів у спільних вітках збігаються, і від'ємним, — якщо напрями протилежні.

**Послідовність розрахунку.** Розрахунок струмів у вітках заданого електричного кола проводимо у такій послідовності. Задане електричне коло, струми у вітках якого потрібно розрахувати, представляємо системою лінійно незалежних контурів. Кожному контуру ставиться у відповідність контурний струм і вибирається напрям контурного струму. Напрями контурних струмів доцільно, але не обов'язково вибирати однаковими: або за напрямом руху годинникової стрілки, або проти руху.

Далі розраховуються значення контурних електрорушійних сил, власних і взаємних опорів контурів.

Задаються напрями обходу контурів і для кожного контуру складається рівняння за другим законом Кірхгофа. Напрями обходів контурів доцільно, але не обов'язково вибирати такі ж як і напрями контурних струмів.

Рівняння, складені за другим законом Кірхгофа об'єднуються у систему. Кількість рівнянь у системі дорівнює кількості лінійно незалежних контурів кола.

Якщо задане електричне коло має  $N$  лінійно незалежних контурів, то система складатиметься з  $N$  рівнянь і матиме такий вигляд

(T.1)

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{11} \cdot I_{11} + R_{12} \cdot I_{22} + \dots + R_{1n} \cdot I_{nn} + \dots + R_{1N} \cdot I_{NN} = E_{11} \\ R_{21} \cdot I_{11} + R_{22} \cdot I_{22} + \dots + R_{2n} \cdot I_{nn} + \dots + R_{2N} \cdot I_{NN} = E_{22} \\ \cdots \\ R_{m1} \cdot I_{11} + R_{m2} \cdot I_{22} + \dots + R_{mn} \cdot I_{nn} + \dots + R_{mN} \cdot I_{NN} = E_{mm} \\ \cdots \\ R_{N1} \cdot I_{11} + R_{N2} \cdot I_{22} + \dots + R_{Nn} \cdot I_{nn} + \dots + R_{NN} \cdot I_{NN} = E_{NN} \end{array} \right. . \quad (1.47)$$

Розв'язуємо отриману систему рівнянь методом, відомим з курсу вищої математики. Для розв'язання систем рівнянь доцільно застосовувати комп'ютерні програми наприклад, MathCAD, MathLab, Mathematica, Maple тощо.

Отримавши розв'язок системи лінійних рівнянь (1.47), тобто отримавши значення контурних струмів, визначають струми у вітках кола. Оскільки вітка кола може входити у кілька контурів, то струм у вітці визначається як алгебраїчна сума контурних струмів. Контурний струм в алгебраїчній сумі враховується зі знаком плюс (+), якщо його напрям збігається з напрямом струму у вітці і зі знаком мінус (—), якщо напрями цих струмів протилежні.

**Аналіз системи лінійних рівнянь для контурних струмів.** З курсу математики відомо, що розв’язок системи лінійних рівнянь можна записати у вигляді

(T.1)



(T.1)

(1.49)

$\Delta_{mn}$  є алгебраїчне доповнення визначника  $\Delta_R$ , яке можна отримати, якщо викреслити у визначнику  $m$ -тий стовпчик і  $n$ -тий рядок і помноживши отриманий таким чином визначник на  $(-1)^{(m+n)}$ .

(T.1)

$$\begin{cases} I_{11} = (G_{11} \cdot E_{11} + G_{12} \cdot E_{22} + \dots + G_{1n} \cdot E_{nn} + \dots + G_{1N} \cdot E_{NN}) \\ I_{22} = (G_{21} \cdot E_{11} + G_{22} \cdot E_{22} + \dots + G_{2n} \cdot E_{nn} + \dots + G_{2N} \cdot E_{NN}) \\ \dots \dots \dots \\ I_{mm} = (G_{m1} \cdot E_{11} + G_{m2} \cdot E_{22} + \dots + G_{mn} \cdot E_{nn} + \dots + G_{mN} \cdot E_{NN}) \\ \dots \dots \dots \\ I_{NN} = (G_{N1} \cdot E_{11} + G_{N2} \cdot E_{22} + \dots + G_{Nn} \cdot E_{nn} + \dots + G_{NN} \cdot E_{NN}) \end{cases} \quad (1.50)$$

Величини  $G_{mn}E_{nn}$  мають розмірність струму, позначаються  $I_{m-n}$  і називаються **частковими струмами**. Візьмемо це до уваги і запишемо систему рівнянь 1.50 у вигляді:

(Т.1)

$$\begin{cases} I_{11} = (I_{1-1} + I_{1-2} + \dots + I_{1-n} + \dots + I_{1-N}) \\ I_{22} = (I_{2-1} + I_{2-2} + \dots + I_{2-n} + \dots + I_{2-N}) \\ \dots \dots \dots \\ I_{mm} = (I_{m-1} + I_{m-2} + \dots + I_{m-n} + \dots + I_{m-N}) \\ \dots \dots \dots \\ I_{NN} = (I_{N-1} + I_{N-2} + \dots + I_{N-n} + \dots + I_{N-N}) \end{cases} \quad (1.51)$$

Аналізуючи систему рівнянь 1.51 бачимо, що кожен контурний струм  $I_{mm}$  є сумою часткових струмів  $I_{m-1}, I_{m-2}, I_{m-3}, \dots, I_{m-n}, \dots, I_{m-N}$ , тобто кожна контурна електрорушійна сила  $E_{nn}$  вносить свою частку  $I_{m-n}$  у

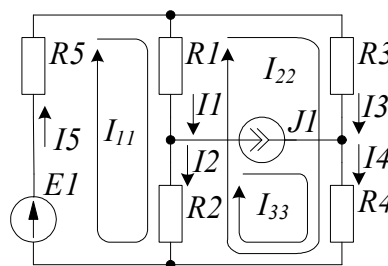


Рис. 1.33

загальний контурний струм  $I_{mm}$ .

**Приклад 1.7.** У електричному колі, наведеному на рис. 1.33, параметри елементів кола мають такі значення:

$$E1=6.0 \text{ V}, J1=18.0 \text{ mA},$$

$$R1=3.3 \text{ k}\Omega, R2=4.7 \text{ k}\Omega, R3=5.6 \text{ k}\Omega, R4=6.2 \text{ k}\Omega, R5=7.5 \text{ k}\Omega.$$

Розрахувати струми у вітках кола методом контурних струмів.

### Розв'язок

Задане електричне кола має 4 вузла, 6 віток і три лінійно незалежні контури.

Представимо задане електричне коло системою лінійно незалежних контурів. Припустимо, що у перший контур входять елементи  $R1, R2, R5, E1$ , другий —  $R1, R2, R3, R4$ , третій —  $R4, R2, J1$ . Кожному лінійно незалежному контуру ставимо у відповідність контурний струм  $I_{11}, I_{22}, I_{33}$ . Напрями всіх контурних струмів для спрощення розрахунків приймаємо однаковими — за ходом годинникової стрілки (рис. 1.). Значення контурного струму  $I_{33}$  відомо, оскільки виражається через значенням джерела струму

(Т.1)

$$I_{33} = J_1.$$

Відносно інших контурних струмів, а саме  $I_{11}, I_{22}$ , складаємо систему лінійних рівнянь за другим законом Кірхгофа

(Т.1)

$$\begin{cases} R_{11} \cdot I_{11} - R_{12} \cdot I_{22} - R_{13} \cdot I_{33} = E_{11} \\ -R_{21} \cdot I_{11} + R_{22} \cdot I_{22} + R_{23} \cdot I_{33} = E_{22} \end{cases}.$$

Оскільки значення контурного струму  $I_{33}$  відомо, то систему рівнянь можна записати у вигляді:

(Т.1)

$$\begin{cases} R_{11} \cdot I_{11} - R_{12} \cdot I_{22} = E_{11} + R_{13} \cdot J_1 \\ -R_{21} \cdot I_{11} + R_{22} \cdot I_{22} = E_{22} - R_{23} \cdot J_1 \end{cases}.$$

Given

$$R_{11} \cdot I_{11} - R_{12} \cdot I_{22} = E_{11} + R_{13} \cdot I_{33}$$

$$-R_{21} \cdot I_{11} + R_{22} \cdot I_{22} = E_{22} - R_{23} \cdot I_{33}$$

$$\begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.923 \\ -9.536 \end{pmatrix} \cdot mA$$

(T.1)

Визначаємо власні і взаємні опори контурів і обчислюємо їх значення

(T.1)

$$R_{11} = R_1 + R_2 + R_5 = 3.3 + 4.7 + 7.5 = 15.5 \text{ k}\Omega;$$

$$R_{22} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 3.3 + 4.7 + 5.6 + 6.2 = 19.8 \text{ k}\Omega;$$

$$R_{12} = R_{21} = R_1 = 3.3 \text{ k}\Omega;$$

$$R_{23} = R_{32} = R_2 + R_4 = 4.7 + 6.2 = 10.9 \text{ k}\Omega;$$

$$R_{31} = R_{13} = R_2 = 4.7 \text{ k}\Omega;$$

Визначаємо контурні електрорушійні сили і обчислюємо їх значення

(T.1)

$$E_{11} = E_1 = 6.0 \text{ V};$$

$$E_{22} = 0 \text{ V};$$

$$E_{33} = 0 \text{ V}.$$

Розв'язуємо отриману систему лінійних рівнянь за допомогою системи MathCAD. Розв'язок наведений на рис. 1.34. Контурні струми  $I_{11}$ ,  $I_{22}$  мають такі значення

(T.1)

$$I_{11}=0.923 \text{ mA}, \quad I_{22}=-9.536 \text{ mA}.$$

За значеннями контурних струмів визначаємо струми у вітках кола за допомогою програми

$$I_1 := I_{11} - I_{22} = 10.459 \text{ mA} \quad I_2 := I_{11} - I_{22} - I_{33} = -7.541 \text{ mA}$$

$$I_3 := I_{22} = -9.536 \text{ mA} \quad I_4 := I_{22} + I_{33} = 8.464 \text{ mA}$$

MathCAD.  $I_5 := I_{11} = 0.923 \text{ mA}$

(Т.1)

Щоб перевірити правильність розрахунків складаємо баланс потужностей, для чого обчислюємо загальну потужність джерел енергії  $P_1$  і сумарну потужність споживачів енергії  $P_2$ :

(Т.1)

$$U_{42} := I_4 \cdot R_4 - I_2 \cdot R_2 = 87.918 \text{ V}$$

$$P_1 := U_{42} \cdot J_1 + E_1 \cdot I_5 = 1.588 \text{ W}$$

$$P_2 := I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 = 1.588 \text{ W}$$

Сумарні

потужності джерел і

споживачів енергії

рівні, отже

розрахунок струмів виконаний правильно.

**Приклад 1.8.** Розрахувати струми у вітках кола, наведеного на рис. 1.35. Параметри елементів кола мають такі значення:

$$E1=3.0 \text{ V}, \quad J1=12.0 \text{ mA},$$

$$R1=2.2 \text{ k}\Omega, \quad R2=2.7 \text{ k}\Omega, \quad R3=3.3 \text{ k}\Omega, \quad R4=3.6 \text{ k}\Omega.$$

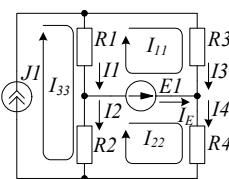


Рис. 1.35

### Розв'язок

Представимо задане електричне коло системою лінійно незалежних контурів. Нехай перший контур складатимуть елементи  $R1$ ,  $R3$ ,  $E1$ , другий —  $R2$ ,  $R4$ ,  $E1$ , третій —  $R1$ ,  $R2$ ,  $J1$ . Кожному лінійно незалежному контуру

ставимо у відповідність контурний струм  $I_{11}$ ,  $I_{22}, I_{33}$ . Напрями всіх контурних струмів для спрощення розрахунків приймаємо однаковими — за ходом годинникової стрілки (рис. 1.35). Значення контурного струму  $I_{33}$  відомо, оскільки виражається через значенням джерела струму

$$(T.1)$$

$$I_{33} = J_1.$$

Відносно інших контурних струмів, а саме  $I_{11}$ ,  $I_{22}$ , складаємо систему лінійних рівнянь за другим законом Кірхгофа

$$(T.1)$$

$$\begin{cases} R_{11} \cdot I_{11} - R_{12} \cdot I_{22} - R_{13} \cdot I_{33} = E_{11} \\ -R_{21} \cdot I_{11} + R_{22} \cdot I_{22} - R_{23} \cdot I_{33} = E_{22} \end{cases}.$$

Оскільки  $I_{33}=J_1$  перепишемо систему рівнянь у вигляді

$$(T.1)$$

$$\begin{cases} R_{11} \cdot I_{11} - R_{12} \cdot I_{22} = E_{11} + R_{13} \cdot J_1 \\ -R_{21} \cdot I_{11} + R_{22} \cdot I_{22} = E_{22} + R_{23} \cdot J_1 \end{cases}.$$

Визначаємо власні і взаємні опори контурів і обчислюємо їх значення

$$(T.1)$$

$$\begin{aligned} R_{11} &= R_1 + R_3 = 2.2 + 3.3 = 5.5 \text{ k}\Omega; \\ R_{22} &= R_2 + R_4 = 2.7 + 3.6 = 6.3 \text{ k}\Omega; \\ R_{12} &= R_{21} = 0; \\ R_{23} &= R_{32} = R_2 = 2.7 \text{ k}\Omega; \\ R_{31} &= R_{13} = R_1 = 2.2 \text{ k}\Omega; \end{aligned}.$$

Визначаємо контурні електрорушійні сили і обчислюємо їх значення

$$\begin{aligned} E_{11} &= -E_1 = -3.0\text{ V}; \\ E_{22} &= E_1 = 3.0\text{ V}. \end{aligned} \quad (\text{T.1})$$

Підставляємо обчислені значення параметрів кола у систему рівнянь і розв'язуємо отриману систему лінійних рівнянь за допомогою програми MathCAD.

Given

$$\begin{aligned} R_{11} \cdot I_{11} - R_{12} \cdot I_{22} &= E_{11} + R_{13} \cdot I_{33} \\ -R_{21} \cdot I_{11} + R_{22} \cdot I_{22} &= E_{22} + R_{23} \cdot I_{33} \end{aligned} \quad (\text{T.1})$$

$$\text{Find}(I_{11}, I_{22}) = \begin{pmatrix} 4.255 \\ 5.619 \end{pmatrix} \text{ mA}$$

Контурні струми  $I_{11}$ ,  $I_{22}$  мають такі значення

$$I_{11} = 4.255 \text{ mA}, \quad I_{22} = 5.619 \text{ mA}.$$

За знайденими значеннями контурних струмів визначаємо значення струмів у вітках за допомогою системи MathCAD

$$\begin{aligned} I_1 &:= I_{33} - I_{11} = 7.745 \cdot \text{mA} & I_2 &:= I_{33} - I_{22} = 6.381 \cdot \text{mA} \\ I_3 &:= I_{11} = 4.255 \cdot \text{mA} & I_4 &:= I_{22} = 5.619 \cdot \text{mA} \\ I_5 &:= I_4 - I_3 = 1.365 \text{ mA} \end{aligned} \quad (\text{T.1})$$

Перевіряємо правильність розрахунків, склавши баланс потужностей.

$$\begin{aligned} U_{12} &:= I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 = 34.269 \text{ V} \\ P_1 &:= U_{12} \cdot J_1 + E_1 \cdot I_5 = 0.415 \text{ W} \\ P_2 &:= I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 = 0.415 \text{ W} \end{aligned} \quad (\text{T.1})$$

