

Задание

Пусть дан полный ориентированный взвешенный граф:

- $G = (V, A)$ – полный ориентированный взвешенный граф, где
- $V = \{0, \dots, n\}$, где 0 – склад
- $A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$
- $c_{i,j}$ – цена поездки по данному ребру $(i, j) \in A$
- $t_{i,j}$ – временные затраты для данного ребра $(i, j) \in A$
- (a_i, b_i) – временное окно для посещения вершины $i \in V \setminus \{0\}$
- m – число коммивояжеров
- K – большое число

Введём переменные:

1. $x_{i,j,k}$ – идентификатор наличия переезда $(i, j) \in A$ в решении для коммивояжера $k \in \{1, \dots, m\}$
2. u_i – время посещения вершины $i \in V \setminus \{0\}$
3. $u_{0,k}$ – время выезда со склада для коммивояжера $k \in \{1, \dots, m\}$
4. $u_{n+1,k}$ – время возвращения на склад для коммивояжера $k \in \{1, \dots, m\}$

Критерий оптимизации

$$\sum_{k \in \{1, \dots, m\}} (u_{n+1,k} - u_{0,k}) \rightarrow \min \quad (1)$$

Ограничения

$$\sum_{(0,j) \in A} x_{0,j,k} \leq 1 \quad \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad (2)$$

$$\sum_{k \in \{1, \dots, m\}} \sum_{(i,j) \in A} x_{i,j,k} = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (3)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{i,j,k} = \sum_{(j,i) \in A} x_{j,i,k} \quad \forall i \in V \setminus \{0\}, \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad (4)$$

$$u_i - u_j + K \cdot x_{i,j,k} \leq K - t_{i,j} \quad \forall (i, j) \in A : i \neq 0, j \neq 0, \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad (5)$$

$$u_{0,k} - u_j + K \cdot x_{0,j,k} \leq K - t_{0,j} \quad \forall (0, j) \in A, \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad (6)$$

$$u_i - u_{n+1,k} + K \cdot x_{i,0,k} \leq K - t_{i,0} \quad \forall i \in V \setminus \{0\}, \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad (7)$$

$$a_i \leq u_i \leq b_i \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (8)$$

$$u_{0,k} \leq K \sum_{j \in V \setminus \{0\}} x_{0,j,k} \quad \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad (9)$$

$$x_{i,j,k} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad (10)$$

$$u_i \geq 0 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (11)$$

$$u_{i,k} \geq 0 \quad \forall i \in \{0, n+1\} \quad (12)$$