(1) $f(x) = \sin\frac{1}{x} + \cos x$

$\lim f(x)$ $x \to 0$; $x \to \pm\infty$ $\nexists$

(2) $f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \le \pi/2 \\ 1, & x > \pi/2 \end{cases}$

$f(\pi/2) = -0{,}5$

$\lim\limits_{x \to \pi/2+0} f(x) = 1$

$\lim\limits_{x \to \pi/2-0} f(x) = -1/2$

(3) $f(x) = x^3 - x^2$

a) $D(f) = \mathbb{R}$, $E(f) = \mathbb{R}$

b) $x^3 - x^2 = 0$

$x^2(x-1) = 0$ $x_{1,2} = 0$; $x_3 = 1$

c) $(-\infty, 0)$ $f(x) < 0$

$(0, 1)$ $f(x) < 0$

$(1, +\infty)$ $f(x) > 0$

d) $f'(x) = 3x^2 - 2x$

$3x^2 - 2x = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 2/3$

$(-\infty, 0)$ $f(x)$ возр.

$(0, 2/3)$ $f(x)$ убыв.

$(2/3; +\infty)$ $f(x)$ возр.

e) $f(x)$ - ф-я общего вида:

$\exists x=2$: $f(2) = 4$; $f(-2) = -12$ $f(x) \ne f(-x)$; $f(x) \ne -f(-x)$

f) $f(x)$ не огр

g) $f(x)$ непериодич.

(4) b) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1}$ $\Rightarrow t = (1+x)^{1/6}$; $t \to 1$

$\lim\limits_{t \to 1} \frac{t^3 - 1}{t^2 - 1}$ $\lim \frac{(\cancel{t-1})(t^2+t+1)}{(\cancel{t-1})(t+1)} = \lim\limits_{t \to 1} \frac{t^2+t+1}{t+1} = 3/2$

c) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{x+3}{x}\right)^{4x+1} = \lim\limits_{x \to \infty} \left(\left(1 + \frac{1}{\frac{x}{3}}\right)^{\frac{x}{3}}\right)^{\frac{3(4x+1)}{x}} = e^{\lim\limits_{x \to \infty} \frac{12x+3}{x}} = e^{\lim\limits_{x \to \infty}\left(12 + \frac{3}{x}\right)} = e^{12}$

a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3x^3 - 2x^2}{4x^2} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{3x - 2}{4} = -\frac{1}{2}$

5)

a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{4x} = \lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{\sin 2x}{2x} \cdot \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

b) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{\frac{\sin x}{x}} = 1$

c) $\lim \frac{x}{\arcsin x} = 1$

d) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{4x+3}{4x-3}\right)^{6x} = \lim \left(\frac{4x-3+6}{4x-3}\right)^{6x} = \lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\frac{6}{4x-3}\right)^{6x} =$

$= \lim\limits_{x\to\infty} \left(\left(1+\frac{1}{\frac{4x-3}{6}}\right)^{\frac{4x-3}{6}}\right)^{\frac{6\cdot 6x}{4x-3}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty} \frac{36x}{4x-3}} =$

$= e^{\lim\limits_{x\to\infty} \frac{9\cdot 4x - 9\cdot 3 + 9\cdot 3}{4x-3}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\left(9+\frac{27}{4x-3}\right)} = e^{9}$

e) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\overbrace{\sin x}^{\text{ограничен.}} + \ln x}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

f) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x + \ln x}{x} = \underbrace{\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}}_{1} + \lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln x}{x}$

$\operatorname{dom}\left(\frac{\ln x}{x}\right) = \mathbb{R}_+ ; \quad \lim\limits_{x\to +0} \frac{\ln x}{x} = -\infty$