

과제 #5 - 이항 계수 3

이항 계수 3 성공

시간 제한	메모리 제한	제출	정답	맞은 사람
1 초	256 MB	7063	2835	2034

문제

자연수 N 과 정수 K 가 주어졌을 때 이항 계수 $\binom{N}{K}$ 를 1,000,000,007로 나눈 나머지를 구하는 프로그램을 작성하시오.

$N!/(K!(N-K)!)$ 를 $M = 1,000,000,007$ 로 나눈 나머지를 구하는 문제입니다.

문제에서 주어진 $M = 1,000,000,007$ 값이 소수이기 때문에, 페르마 소정리를 이용하여 문제를 해결할 수 있습니다.

페르마의 소정리

m 이 소수인 경우에는 페르마의 소정리를 이용해서 구할 수 있습니다.

m 이 소수이고, a 와 m 이 서로소라면, a^{m-1} 은 m 으로 나눈 나머지는 1입니다.

즉, 이 말은 $a^{m-1} \equiv 1 \pmod{m}$ 이라는 의미가 됩니다.

따라서, $a^{m-1} = a \times a^{m-2} \equiv 1 \pmod{m}$ 이 되고

a^{m-2} 가 $a \times x \equiv 1 \pmod{m}$ 을 만족하는 x 가 되기 때문에, 역원은 a^{m-2} 가 됩니다.

$A=N!$, $B=K!(N-K)!$ 이라고 한다면, $A/B \pmod{M}$ 을 구해야 합니다.

따라서 페르마 소정리를 이용하면, 구해야 하는 값은 $A \times B^{M-2} \pmod{M}$ 이 됩니다.

아래는 문제를 해결하는 과정을 python 코드로 나타낸 것입니다.

```
#BOJ 11401
```

```
#자연수 n, k 와 정수 nCk 가 주어졌을 때 이항 계수 를 1,000,000,007 로 나눈 나머지를 구하는 프로그램
```

```
import sys

#제공-곱 연산 방법을 구현한 함수 mul()
def mul (x,y,p) :
    ans = 1
    while (y > 0) :
        # 2 진수로 나타낸 지수값의 마지막 자리수가 1 이라면
        if (y % 2 != 0) :
            ans *= x    # X 값을 한번 더 곱해준다.
            ans %= p
        # (10 진수 지수 값 Y 를 2 진수로 바꾸어 계산하기 위하여)
        # Y 값을 2 로 나눌 때 마다 X 값을 제공한 후 mod 연산을 취해준다.
        x *= x
        x %= p
        y //= 2
    return ans    #계산 결과 리턴

#n,k 값 입력
N, K = map(int, sys.stdin.readline().split())
mod = 1000000007

ans = None    #결과 출력을 위한 변수, 아직 초기화 하지 않았다.
t1 = 1        #A,B 값의 factorial 계산을 위한 변수 t1,t2 / 1 로 초기화
t2 = 1

#n! 계산 = t1
for i in range (1,N+1) :
    t1 *= i
    t1 %= mod

#k!(n-k)! 계산 = t2
for i in range (1,K+1) :
    t2 *= i
    t2 %= mod

for i in range (1,N-K+1) :
    t2 *= i
    t2 %= mod

#제공-곱 연산 방법을 통해 B^(M-2)를 계산하여 t3 변수에 저장
t3 = mul(t2, mod-2, mod)
t3 %= mod
#A*B^(M-2)를 계산하여 ans 에 저장
ans = t1 * t3
#0을 mod M 연산을 취해준다.
ans %= mod

print(ans)    #결과값 출력
```