BTM hệ cơ sở trực chuẩn tiếp

Nhập môn kĩ thuật truyền thông (Trường Đại học Bách khoa Hà Nội)

Bài 1: NRZ lưỡng cực

$$M = \{s_1(t) = +VP_T(t), s_2(t) = -VP_T(t)\}$$

a) Ta tìm versor thứ nhất trước. Ta có:

$$b_1^*(t) = s_1(t) = +VP_T(t)$$

$$=> E(b_1^*) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_1^2(t)\,dt = \int_0^T dt = TV^2.$$

$$=> b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{E(b_1^*)}}.s_1(t) = \frac{1}{V\sqrt{T}} s_1(t) = +\frac{1}{\sqrt{T}} P_T(t)$$

Ta thấy $s_2(t)$ cũng có thể biểu diễn bằng $s_1(t)$, do đó $b_2(t) = 0$, vậy nên ta có luôn cơ sở trực chuẩn B của chùm tín hiệu M là :

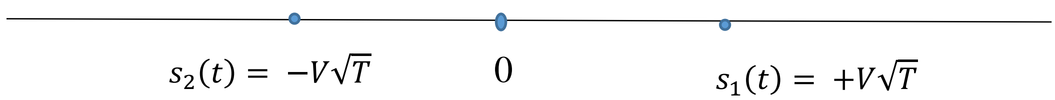
$$B = \left\{ b_1(t) = +\frac{1}{\sqrt{T}} P_T(t) \right\}$$

b) Dạng vector của chùm tín hiệu là :

$s_1(t) = +V\sqrt{T}, s_2(t) = -V\sqrt{T}$

$=> M = \{+V\sqrt{T}, -V\sqrt{T}\}$

c) Trên không gian Euclid:



d) Không gian tín hiệu S của cơ sở B, theo định nghĩa là :

$$S = \left\{ a(t) = \sum_{j=1}^{1} a_j . b_j(t) \quad với \quad a_j \in R \right\}$$

$$= \left\{ a(t) = \frac{+a_1}{\sqrt{T}} P_T(t) \quad với\; a_1 \in R \right\}$$

e) $E_s = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} E(s_i) = \frac{1}{2}.2V^2T = V^2T$

$$E_b = \frac{E_s}{k} = \frac{E_s}{1} = V^2T$$

Bài 2: NRZ đơn cực $M = \{ s_1(t) = +VP_T(t), s_2(t) = 0\}$

a) Ta tìm versor thứ nhất trước. Ta có:

$$b_1^*(t) = s_1(t) = +VP_T(t)$$

$$=> E(b_1^*) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_1^2(t)\, dt = \int_0^T dt = TV^2.$$

$$=> b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{E(b_1^*)}}.s_1(t) = \frac{1}{V\sqrt{T}} s_1(t) = +\frac{1}{\sqrt{T}} P_T(t)$$

Ta thấy $s_2(t)$= 0, do đó $b_2(t) = 0$, vậy nên ta có luôn cơ sở trực chuẩn B của chùm tín hiệu M là :

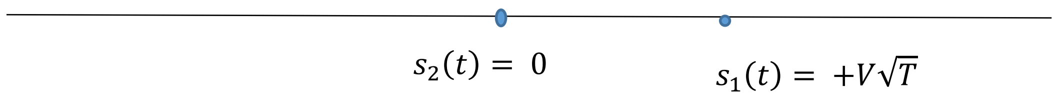
$$B = \left\{ b_1(t) = +\frac{1}{\sqrt{T}} P_T(t) \right\}$$

b) Dạng vector của chùm tín hiệu là :

$$s_1(t) = +V\sqrt{T}, s_2(t) = 0$$

$$=> M = \{+V\sqrt{T}, 0\}$$

c) Trên không gian Euclid:



d) Không gian tín hiệu S của cơ sở B, theo định nghĩa là :

$$S = \left\{ a(t) = \sum_{j=1}^{1} a_j.b_j(t) \quad với \quad a_j \in R \right\}$$

$$= \left\{ a(t) = \frac{+a_1}{\sqrt{T}} P_T(t) \quad với\, a_1 \in R \right\}$$

e) $E_s = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} E(s_i) = \frac{1}{2}.(V^2T + 0) = \frac{V^2T}{2}$

$$E_b = \frac{E_s}{k} = \frac{E_s}{1} = \frac{V^2T}{2}$$

Bài 3: 2 -PSK $M = \{s_1(t) = +AP_T(t)\cos(2\pi f_0 t), s_2(t) = -AP_T(t)\cos(2\pi f_0 t)\}$

a) Ta tìm versor thứ nhất trước. Ta có:

$$b_1^*(t) = s_1(t) = +AP_T(t)\cos(2\pi f_0 t)$$

$$=> E(b_1^*) = \int_{-\infty}^{+\infty} b_1^{*2}(t)\,dt = \int_0^T A^2\cos^2(2\pi f_0 t)\,dt$$

$$= A^2\int_0^T \frac{1+\cos(4\pi f_0 t)}{2}dt = A^2\left(\frac{T}{2} + \frac{\sin(4\pi f_0 T)}{8\pi f_0 t} - \frac{\sin(4\pi f_{0.0})}{8\pi f_0 t}\right) = A^2\frac{T}{2}$$

$$=> b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{E(b_1^*)}}.b_1^*(t) = = \frac{\sqrt{2}}{A\sqrt{T}}s_1(t) = +\frac{\sqrt{2T}}{T}\,P_T(t)\cos(2\pi f_0 t)$$

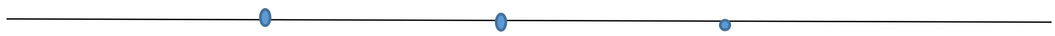
Lúc này ta thấy $s_2(t)$ có thể hoàn toàn chỉ dựa vào $s_1(t)$ để biểu diễn. Vậy nên, cơ sở trực chuẩn B của chùm tín hiệu M là :

$$B = \left\{ b_1(t) = +\frac{\sqrt{2T}}{T}\,P_T(t)\cos(2\pi f_0 t)\right\}$$

b) Dạng vector của chùm tín hiệu là :

$$s_1(t) = +\frac{A\sqrt{2T}}{2}, s_2(t) = 0 \quad => M = \{+\frac{A\sqrt{2T}}{2}, -\frac{A\sqrt{2T}}{2}\}$$

c) Trên không gian Euclid:



$$s_2(t) = -\frac{A\sqrt{2T}}{2} \qquad\qquad s_1(t) = +\frac{A\sqrt{2T}}{2}$$

d) Không gian tín hiệu S của cơ sở B, theo định nghĩa là :

$$S = \left\{a(t) = \sum_{j=1}^{1} a_j.b_j(t)\right\} = \left\{a(t) = +\frac{a_1.\sqrt{2T}}{T}P_T(t)\cos(2\pi f_0 t) \quad với\; a_1 \in R\right\}$$

e) Ta có :

$$E_s = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} E(s_i) = \frac{1}{2}.\frac{2A^2T}{2} = \frac{A^2T}{2}$$

$$E_b = \frac{E_s}{k} = \frac{E_s}{1} = \frac{A^2T}{2}$$

Bài 4: 4 -PSK $M = \{s_1(t) = +AP_T(t)\cos(2\pi f_0 t)\,,\ s_2(t) = +AP_T(t)\sin(2\pi f_0 t),$

$s_3(t) = -AP_T(t)\cos(2\pi f_0 t)\ , s_4(t) = -AP_T(t)\sin(2\pi f_0 t)\}$

a) Ta tìm versor thứ nhất trước. Ta có:

$$b_1^*(t) = s_1(t) = +AP_T(t)\cos(2\pi f_0 t)$$

$$=> E(b_1^*) = \int_{-\infty}^{+\infty} b_1^{*2}(t)\,dt = \int_0^T A^2\cos^2(2\pi f_0 t)\,dt$$

$$= A^2\int_0^T \frac{1+\cos(4\pi f_0 t)}{2}dt = A^2\left(\frac{T}{2} + \frac{\sin(4\pi f_0 T)}{8\pi f_0 t} - \frac{\sin(4\pi f_{0.0})}{8\pi f_0 t}\right) = A^2\frac{T}{2}$$

$$=> b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{E(b_1^*)}}.b_1^*(t) == \frac{\sqrt{2}}{A\sqrt{T}}s_1(t) = +\frac{\sqrt{2T}}{T}\,P_T(t)\cos(2\pi f_0 t)$$

Ta tìm versor thứ hai :

Ta có : $s_{21} = \int_0^T A\sin(2\pi f_0 t).\frac{\sqrt{2T}}{T}\cos(2\pi f_0 t) = A.\frac{\sqrt{2T}}{2T}.\int_0^T \sin(4\pi f_0 t)\,dt = 0$

Do đó: $b_2^*(t) = s_2(t) = +AP_T(t)\sin(2\pi f_0 t)$

$$=> E(b_2^*) = \int_{-\infty}^{+\infty} b_2^{*2}(t)\,dt = \int_0^T A^2\sin^2(2\pi f_0 t)\,dt$$

$$= A^2\int_0^T \frac{1-\cos(4\pi f_0 t)}{2}dt = A^2\frac{T}{2}$$

$$=> b_2(t) = \frac{1}{\sqrt{E(b_2^*)}}.b_2^*(t) == \frac{\sqrt{2}}{A\sqrt{T}}s_2(t) = +\frac{\sqrt{2T}}{T}\,P_T(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

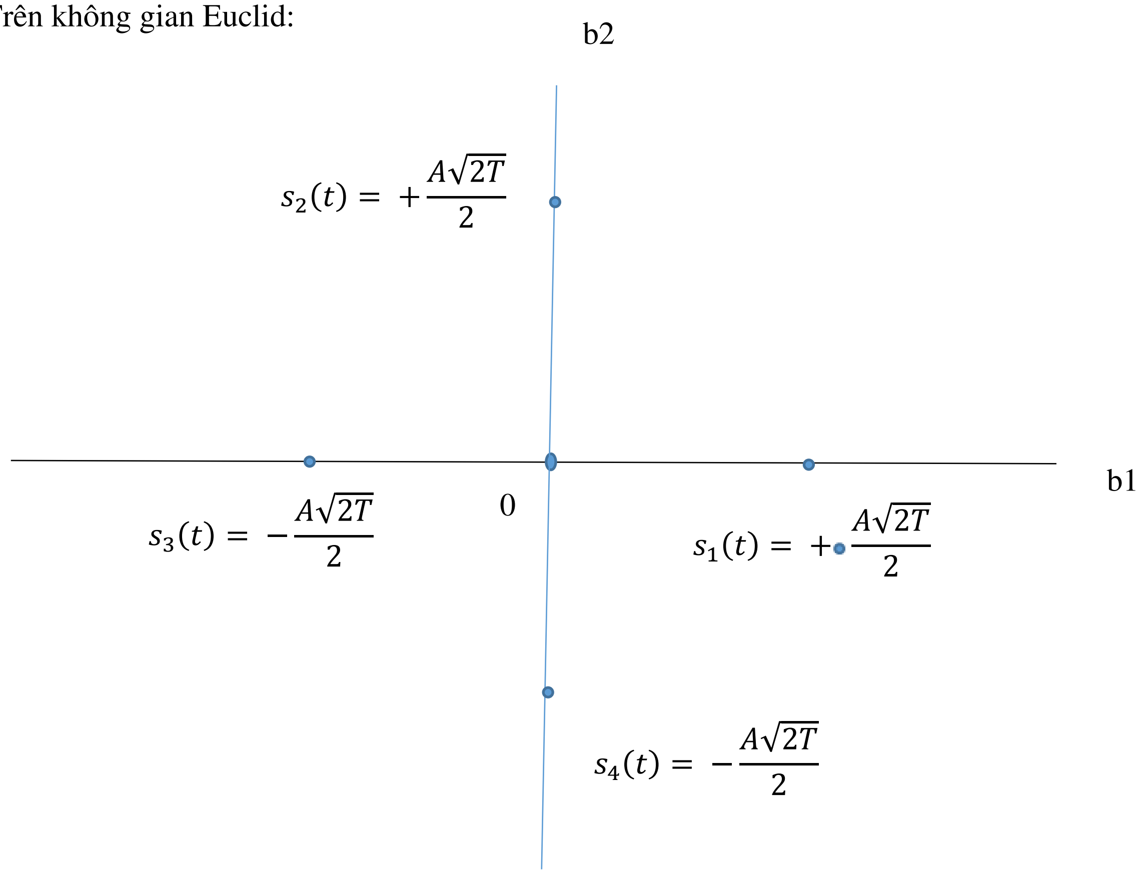
Do s3 có thể biểu diễn theo s1, còn s4 có thể biểu diễn theo s2 nên ta có luôn cơ sở trực chuẩn B của chùm tín hiệu M là :

$$B = \left\{ b_1(t) = +\frac{\sqrt{2T}}{T}\,P_T(t)\cos(2\pi f_0 t)\,, b_2(t) = +\frac{\sqrt{2T}}{T}\,P_T(t)\sin(2\pi f_0 t) \right\}$$

b) Dạng vector của chùm tín hiệu là :

$$M = \begin{Bmatrix} s_1(t) = +\frac{A\sqrt{2T}}{2}b_1, & s_2(t) = +\frac{A\sqrt{2T}}{2}b_2, \\ s_3(t) = -\frac{A\sqrt{2T}}{2}b_1, & s_1(t) = -\frac{A\sqrt{2T}}{2}b_2 \end{Bmatrix}$$

c) Trên không gian Euclid:



d) Không gian tín hiệu S của cơ sở B, theo định nghĩa là :

$$S = \left\{ a(t) = \sum_{j=1}^{1} a_j . b_j(t) \right\}$$
$$= \left\{ a(t) = +\frac{a_1 . \sqrt{2T}}{T} P_T(t)\cos(2\pi f_0 t) + \frac{a_2 . \sqrt{2T}}{T} P_T(t)\sin(2\pi f_0 t) \text{ với } a_1, a_2 \in R \right\}$$

e) Ta có :

$$E_s = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} E(s_i) = \frac{1}{4} . \frac{4A^2T}{2} = \frac{A^2T}{2}$$

$$E_b = \frac{E_s}{k} = \frac{E_s}{2} = \frac{A^2T}{4}$$

Bài 5 : RZ lưỡng cực (RZ đơn cực tương tự)

$$M = \left\{ s_1(t) = +VP_{\frac{T}{2}}(t),\ s_2(t) = -VP_{\frac{T}{2}}(t) \right\}$$

a) Ta tìm versor thứ nhất trước. Ta có:

$$b_1^*(t) = s_1(t) = +VP_{T/2}(t)$$

$$=> E(b_1^*) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_1^2(t)\,dt = \int_0^{T/2} dt = \frac{TV^2}{2}.$$

$$=> b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{E(b_1^*)}}.s_1(t) = \frac{1}{V\sqrt{T/2}} s_1(t) = +\frac{\sqrt{2T}}{T} P_T(t)$$

Ta thấy $s_2(t)$ cũng có thể biểu diễn bằng $s_1(t)$, do đó $b_2(t) = 0$, vậy nên ta có luôn cơ sở trực chuẩn B của chùm tín hiệu M là :

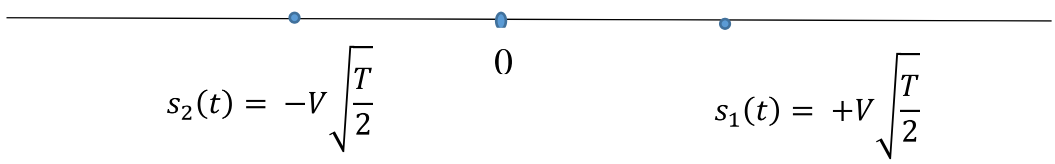
$$B = \left\{ b_1(t) = +\frac{\sqrt{2T}}{T} P_T(t) \right\}$$

b) Dạng vector của chùm tín hiệu là :

$$s_1(t) = +V\sqrt{T/2}, s_2(t) = -V\sqrt{T/2}$$

$$=> M = \{+V\sqrt{T/2}, -V\sqrt{T/2}\}$$

c) Trên không gian Euclid:



d) Không gian tín hiệu S của cơ sở B, theo định nghĩa là :

$$S = \left\{ a(t) = \sum_{j=1}^{1} a_j.b_j(t) \ \ với \ \ a_j \in R \right\}$$

$$= \left\{ a(t) = \frac{+a_1\sqrt{2T}}{T} P_T(t) \ \ với\ a_1 \in R \right\}$$

e) $E_s = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} E(s_i) = \frac{1}{2}.\frac{2V^2T}{2} = \frac{V^2T}{2}$

$$E_b = \frac{E_s}{k} = \frac{E_s}{1} = \frac{V^2T}{2}$$

Bài 6: 4-PAM

$$M = \{ s_1(t) = +3VP_T(t), s_2(t) = +VP_T(t), s_3(t) = -VP_T(t), s_4(t) = -3VP_T(t) \}$$

a) Ta tìm versor thứ nhất trước. Ta có:

$$b_1^*(t) = s_2(t) = +VP_T(t)$$

$$=> E(b_1^*) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_2^2(t)\,dt = \int_0^T dt = TV^2.$$

$$=> b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{E(b_1^*)}}.s_1(t) = \frac{1}{V\sqrt{T}} s_1(t) = +\frac{\sqrt{T}}{T} P_T(t)$$

Ta thấy $s_1(t), s_4(t), s_3(t)$, cũng có thể biểu diễn bằng $s_2(t)$ nên ta có luôn cơ sở trực chuẩn B của chùm tín hiệu M là :

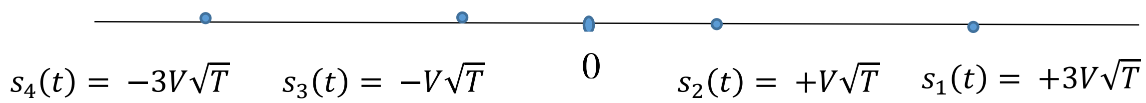
$$B = \left\{ b_1(t) = +\frac{\sqrt{T}}{T} P_T(t) \right\}$$

b) Dạng vector của chùm tín hiệu là :

$$s_1(t) = +3V\sqrt{T}, s_2(t) = +V\sqrt{T}, \quad s_1(t) = -V\sqrt{T}, s_2(t) = -3V\sqrt{T}$$

$$=> M = \{+3V\sqrt{T}, +V\sqrt{T}, -V\sqrt{T}, -3V\sqrt{T}\}$$

c) Trên không gian Euclid:



d) Không gian tín hiệu S của cơ sở B, theo định nghĩa là :

$$S = \left\{ a(t) = \sum_{j=1}^{1} a_j.b_j(t) \;\; với \;\; a_j \in R \right\}$$

$$= \left\{ a(t) = \frac{+a_1\sqrt{T}}{T} P_T(t) \;\; với \; a_1 \in R \right\}$$

e) $E_s = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} E(s_i) = \frac{1}{4}.\left(\frac{V^2T}{1} + 9V^2T + 9V^2T + V^2T\right) = 5V^2T$

$$E_b = \frac{E_s}{k} = \frac{E_s}{2} = \frac{5}{2}V^2T$$

Bài 7: 4ASK

$$M = \{s_1(t) = +3AP_T(t)\cos(2\pi f_0 t), \quad s_2(t) = +AP_T(t)\cos(2\pi f_0 t),$$
$$s_3(t) = -AP_T(t)\cos(2\pi f_0 t), s_4(t) = -3AP_T(t)\cos(2\pi f_0 t)\}$$

a) Ta tìm versor thứ nhất trước. Ta có:

$$b_1^*(t) = s_2(t) = +AP_T(t)\cos(2\pi f_0 t)$$

$$=> E(b_1^*) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_2^2(t)\,dt = \int_0^T dt = \frac{TA^2}{2}.$$

$$=> b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{E(b_1^*)}}.s_1(t) = \frac{\sqrt{2}}{A\sqrt{T}} s_1(t) = +\frac{\sqrt{2T}}{T} P_T(t)\cos(2\pi f_0 t)$$

Ta thấy $s_1(t), s_4(t), s_3(t)$, cũng có thể biểu diễn bằng $s_2(t)$ nên ta có luôn cơ sở trực chuẩn B của chùm tín hiệu M là :

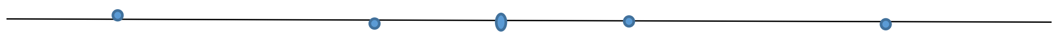
$$B = \left\{ b_1(t) = +\frac{\sqrt{2T}}{T} P_T(t)\cos(2\pi f_0 t) \right\}$$

b) Dạng vector của chùm tín hiệu là :

$$s_1(t) = +\frac{3A\sqrt{2T}}{2}, s_2(t) = +\frac{A\sqrt{2T}}{2}, s_1(t) = -\frac{A\sqrt{2T}}{2}, s_2(t) = -\frac{3A\sqrt{2T}}{2}$$

$$=> M = \{+\frac{3A\sqrt{2T}}{2}, +\frac{A\sqrt{2T}}{2}, -\frac{A\sqrt{2T}}{2}, -\frac{3A\sqrt{2T}}{2}\}$$

c) Trên không gian Euclid:



$s_4(t) = -3\frac{A\sqrt{2T}}{2}$ $\quad s_1(t) = -\frac{A\sqrt{2T}}{2}$ $\quad 0$ $\quad s_2(t) = +\frac{A\sqrt{2T}}{2}$ $\quad s_1(t) = \frac{3A\sqrt{2T}}{2}$

d) Không gian tín hiệu S của cơ sở B, theo định nghĩa là :

$$S = \left\{ a(t) = \sum_{j=1}^{1} a_j . b_j(t) \;\; với \;\; a_j \in R \right\}$$

$$= \left\{ a(t) = \frac{+a_1\sqrt{2T}}{T} P_T(t)\cos(2\pi f_0 t) \;\; với\; a_1 \in R \right\}$$

e) $E_s = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} E(s_i) = \frac{1}{4}.\left(\frac{A^2T}{2} + \frac{9A^2T}{2} + \frac{9A^2T}{2} + \frac{A^2T}{2}\right) = \frac{5A^2T}{2}$

$$E_b = \frac{E_s}{k} = \frac{E_s}{2} = \frac{5A^2T}{4}$$

Bài 8: 2-FSK

$$M = \{s_1(t) = +VP_T(t)\cos(2\pi f_1 t), s_2(t) = +VP_T(t)\cos(2\pi f_2 t)\}$$

(f1 = 2Rb, f2 =2Rb)

a) Ta tìm versor thứ nhất trước. Ta có:

$$b_1^*(t) = s_1(t) = +VP_T(t)\cos(2\pi f_1 t)$$

$$=> E(b_1^*) = \int_{-\infty}^{+\infty} b_1^{*2}(t)\,dt = \int_0^T V^2\cos^2(2\pi f_1 t)\,dt$$

$$= V^2\int_0^T \frac{1+\cos(4\pi f_0 t)}{2}\,dt = V^2\left(\frac{T}{2}+\frac{\sin(4\pi f_0 T)}{8\pi f_0 t}-\frac{\sin(4\pi f_{0.0})}{8\pi f_0 t}\right) = V^2\frac{T}{2}$$

$$=> b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{E(b_1^*)}}.b_1^*(t) == \frac{\sqrt{2}}{V\sqrt{T}}s_1(t) = +\frac{\sqrt{2T}}{T}\,P_T(t)\cos(2\pi f_1 t)$$

Ta tìm versor thứ hai :

$$s_{21} = \int_0^T +V\cos(2\pi f_1 t).\frac{\sqrt{2T}}{T}\cos(2\pi f_2 t) = V.\frac{\sqrt{2T}}{2T}.\int_0^T \cos(2\pi f_1 t)\cos(2\pi f_2 t)\,dt = 0$$

Do đó: $b_2^*(t) = s_2(t) = +VP_T(t)\cos(2\pi f_2 t)$

$$=> E(b_2^*) = \int_{-\infty}^{+\infty} b_2^{*2}(t)\,dt = \int_0^T V^2\cos^2(2\pi f_2 t)\,dt$$

$$= V^2\int_0^T \frac{1-\cos(4\pi f_0 t)}{2}\,dt = V^2\frac{T}{2}$$

$$=> b_2(t) = \frac{1}{\sqrt{E(b_2^*)}}.b_2^*(t) == \frac{\sqrt{2}}{V\sqrt{T}}s_2(t) = +\frac{\sqrt{2T}}{T}\,P_T(t)\sin(2\pi f_2 t)$$

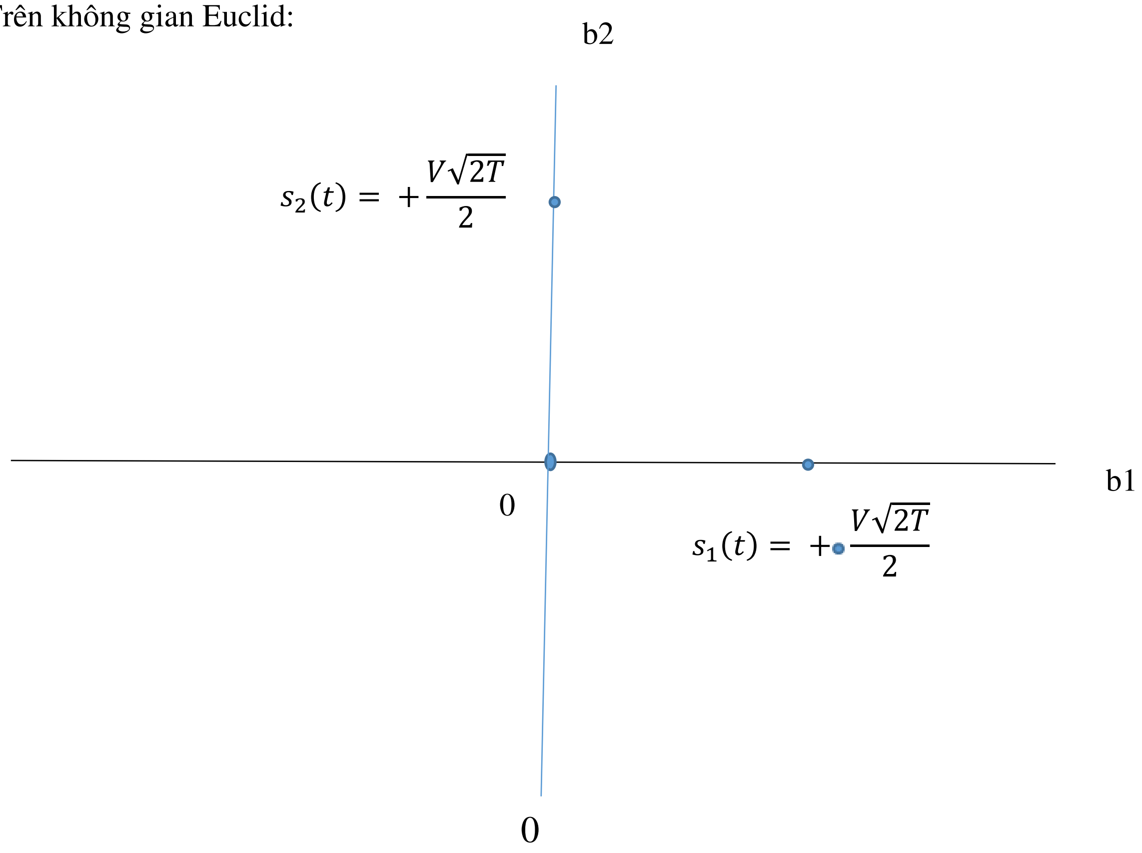
Do đó ơ sở trực chuẩn B của chùm tín hiệu M là :

$$B = \left\{ b_1(t) = +\frac{\sqrt{2T}}{T}\,P_T(t)\cos(2\pi f_1 t), b_2(t) = +\frac{\sqrt{2T}}{T}\,P_T(t)\sin(2\pi f_2 t) \right\}$$

b) Dạng vector của chùm tín hiệu là :

$$M = \left\{ s_1 = \left(\frac{\sqrt{2T}}{2}V, 0\right), s_1 = \left(0, \frac{\sqrt{2T}}{2}V\right) \right\}$$

c) Trên không gian Euclid:



d) Không gian tín hiệu S của cơ sở B, theo định nghĩa là :

$$S = \left\{ a(t) = \sum_{j=1}^{1} a_j . b_j(t) \right\}$$

$$= \left\{ a(t) = +\frac{a_1 . \sqrt{2T}}{T} P_T(t)\cos(2\pi f_1 t) + \frac{a_2 . \sqrt{2T}}{T} P_T(t)\cos(2\pi f_2 t) \ với\ a_1, a_2 \in R \right\}$$

e) $E_s = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} E(s_i) = \frac{1}{2} . \left(\frac{V^2 T}{2} + \frac{V^2 T}{2} \right) = \frac{V^2 T}{2}$

$E_b = \frac{E_s}{k} = \frac{E_s}{2} = \frac{V^2 T}{4}$