5.4 环路定理

电势能与电势

5.4 环路定理 电势能与电势

◆ 静电场的保守性

$$\oint_L E \cdot dr = 0$$（静电场的环路定理）

◆ 电势**

● 定义

● 求解 $\begin{cases} \text{基于点电荷的电势叠加原理} \\ \text{已知电场分布，根据电势定义式求解} \end{cases}$

◆ 电势差 电势能差

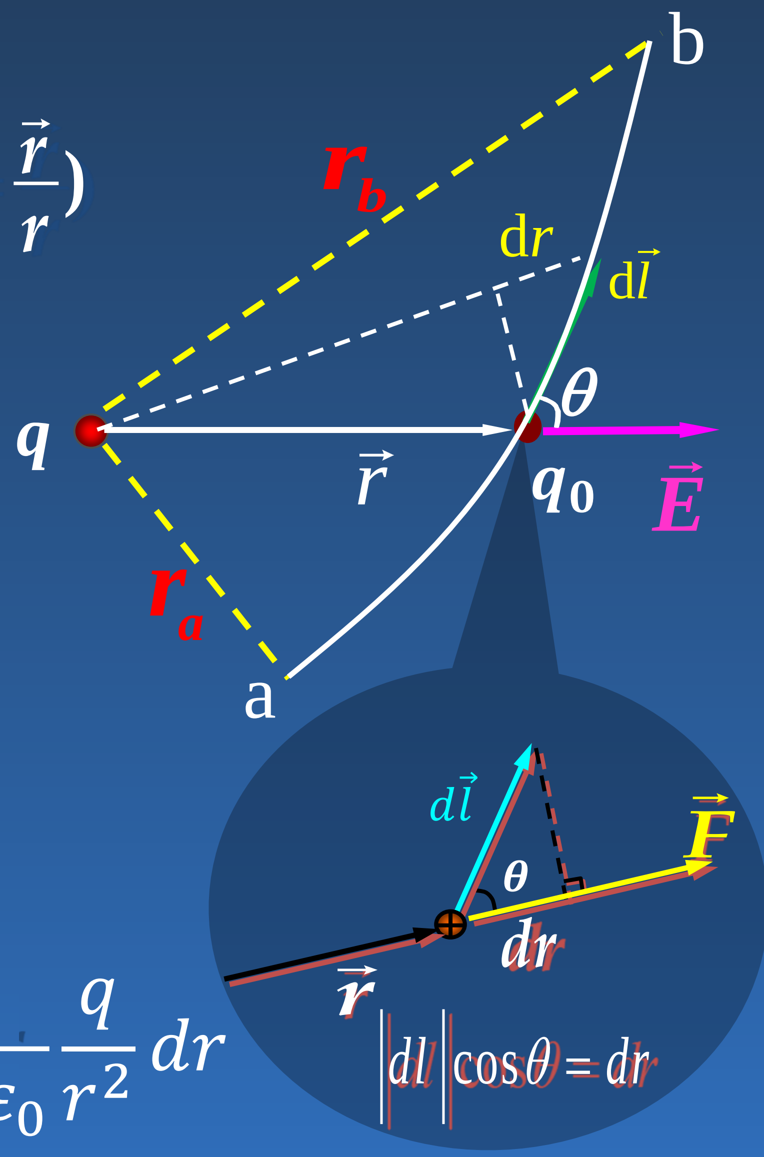
5.4 环路定理 电势能与电势

一、静电场力做功

$$\vec{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}\hat{r}_0=q_0\vec{E}\qquad(\hat{r}_0=\frac{\vec{r}}{r})$$

$$dW=\vec{F}\cdot d\vec{l}=q_0\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$=q_0E\cdot \mathrm{d}l\cdot\cos\theta$$



$$W=q_0\int_a^b\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$=q_0\int_a^b E\cdot \mathrm{d}l\cdot\cos\theta=q_0\int_{r_a}^{r_b}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}dr$$

一、静电场力做功

$$W_{ab}=\frac{q_o q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_b}\right)$$

结论：给定试验电荷在静电场中移动时，电场力所作的功只与试验电荷的起点和终点的位置有关，而与路径无关。即电场力是保守力。静电场是保守场。

5.4 环路定理 电势能与电势

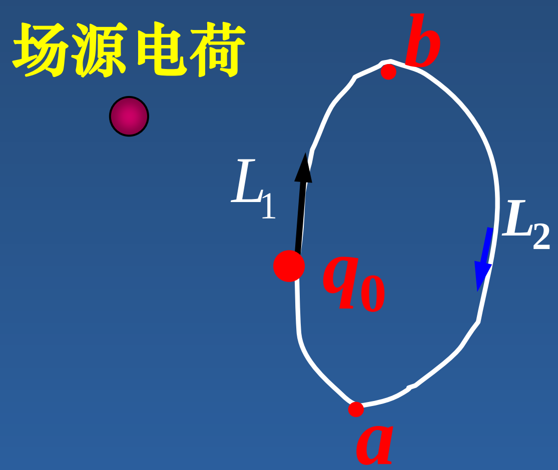
二、静电场的环路定理

在静电场中，沿闭合路径移动 q_0，电场力作的功:

$$W = \oint \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint q_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= q_0 \int_{a(L_1)}^{b} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} + q_0 \int_{b(L_2)}^{a} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= q_0 \int_{a(L_1)}^{b} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} - q_0 \int_{a(L_2)}^{b} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$



$$\therefore \boxed{\oint_l \vec{E} \cdot \mathbf{d}\vec{l} = 0 \quad \text{（静电场的环路定理）}}$$

静电场中电场强度沿任意闭合路径的线积分(称 $\vec{E}$ 的环流) = 0 。

5.4 环路定理 电势能与电势

环路定理的意义

静电场是**保守场**(无旋场);

静电场力是**保守力**，作功与路径无关。

环路定理要求电场线（$\vec{E}$ 线）不能闭合。

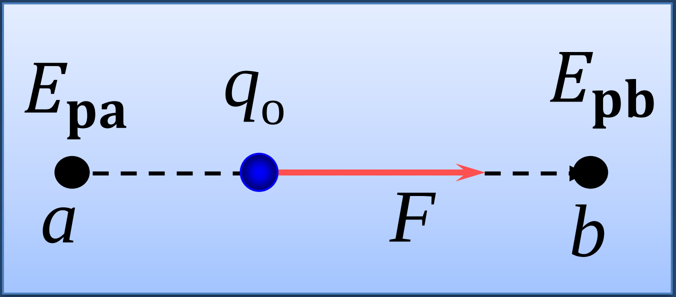
★ 结论:

$\vec{E}$ 遵守高斯定理和环路定理，说明静电场是**有源保守场**。

凡保守力都有与其相关的势能，静电场也是有势场。

5.4 环路定理 电势能与电势

三、电势能



保守力做正功等于势能的减少

点电荷从a点移到b点电场力所做的功：

$$W_{ab}=q_0\int_a^b\vec{E}\cdot d\vec{l}=E_{pa}-E_{pb}=-(E_{pb}-E_{pa})$$

类比重力、万有引力、弹性力保守力场做功

令b点的电势能为零（$E_{pb}=0$）

a点的电势能：$$E_{pa}=\int_a^b q_0\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

结论： 试验电荷q_0在空间某处的电势能在数值上就等于将q_0从该处移至势能的零点电场力所作的功。

5.4 环路定理 电势能与电势

通常：电势能的零点可以任意选取，但在习惯上，当场源电荷为有限带电体时，通常把电势能的零点选取在无穷远处。

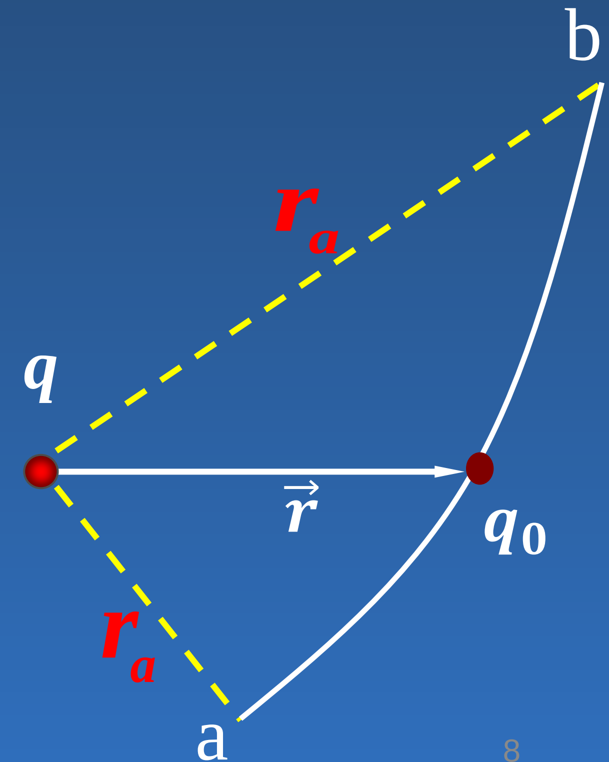
引入点电荷q_0在点电荷q电场中a点处具有电势能函数 E_p：

$$E_{\mathrm{p}} = q_o \int_{\mathbf{a}}^{\infty} \vec{E}\cdot \mathbf{d}\vec{l}$$

$$= q_0 \int_{\mathrm{r}_a}^{\infty} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_o}{\mathrm{r}_a}$$

点电荷q_0从a点移动到b点电场力做的功：

$$W_{\mathbf{ab}} = E_{\mathbf{pa}} - E_{\mathbf{pb}} = \frac{q_o q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$$



5.4 环路定理 电势能与电势

注意:

1. 对于有限带电体，一般选无限远为势能零点，
对于无限大带电体，常取有限远为势能零点；
实际问题时常取大地、仪器外壳等为势能零点；

2. 电势能为电场和位于电场中的电荷这个系统所共有。

3. 电势能是标量，可正可负，不仅与场源电荷有关，而且与试探电荷q_0有关，属于系统，是一种相互作用能。

四、电势

令：$E_{pb}=0$，即b点为势能零点

$$E_{pa}=E_{pa}-E_{pb}=q_0\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{r} \longrightarrow \frac{E_{pa}}{q_0}=\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

比值 E_{pa}/q_0只与$\vec{E}$分布有关，与 q_0 无关！

定义：电势 $V_a=\dfrac{E_{pa}}{q_0}=\displaystyle\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{r}$ (令: $V_b=0$ 电势零点)

单位：伏特（$\mathrm{V}=\mathrm{J}\cdot\mathrm{C}^{-1}$）

即：单位正电荷从*a*点经过任意路径移到*b*点(电势零点)电场力所做的功！也等于单位正电荷在该点的电势能。

说明

- 若场源电荷只集中于某区域，通常选取∞处为电势零点：

$$V_\infty = 0 \longrightarrow V_a = \int_a^\infty \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

例：点电荷

无限大带电体则不能选在无穷远处为电势零点。

- 电势 V 为标量，沿电场方向电势降低。

- 若电场分布和电势零点一定，则V分布一定；V 和 $\vec{E}$ 一样与受力电荷q_0无关，都是电场特性描述量。

- 由于静电场的保守特性，$V_a = \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{r}$ （V_b=0）与积分路径无关，可选取一合理的路径进行积分。

5.4 环路定理 电势能与电势

电势的计算

1. 点电荷 q 的电势分布。（注意定义法求解电势过程）

解：选∞处为电势零点，则：

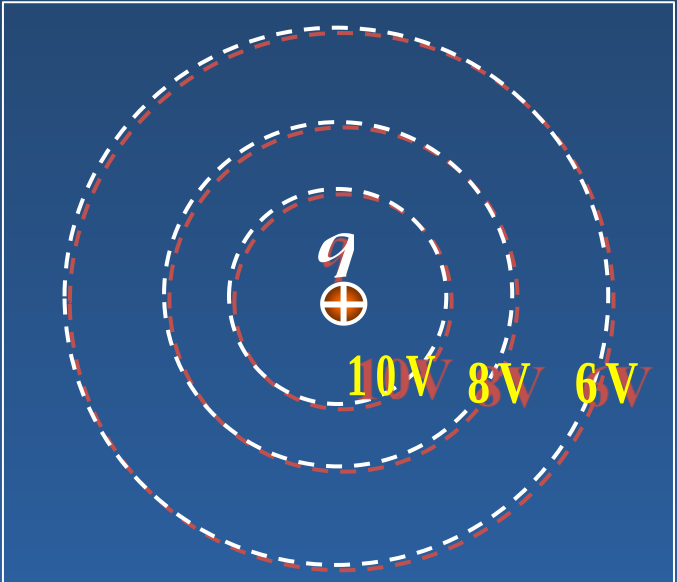
$$V(r)=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{r}\,'$$

$$=\int_r^{\infty}E\cdot dr'\cdot\cos 0^{\circ}$$

$$=\int_r^{\infty}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}\cdot dr'$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{r_a}-\frac{1}{r_\infty}\right)$$

$$V(r)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$ （球对称分布）



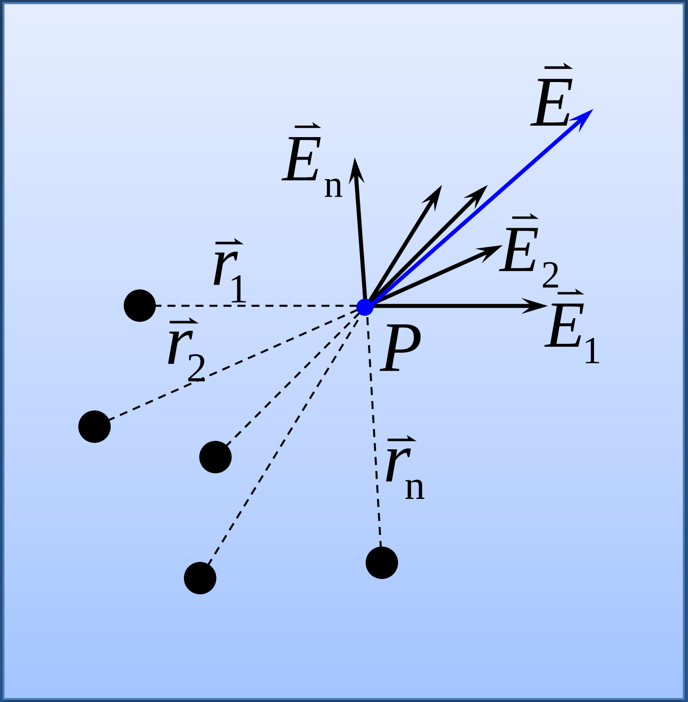
等势面分布

- 正电荷激发的电场中，各点的电势为正；
- 负电荷激发的电场中，各点的电势为负。

电势的计算

2. 点电荷系电场中的电势

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\cdots+\vec{E}_n$$



$$V_p=\int_p^{\infty}\vec{E}\cdot\mathbf{d}\vec{l}$$

$$V_p=\int_p^{\infty}(\vec{E}_1+\vec{E}_2+\cdots+\vec{E}_n)\cdot\mathbf{d}\vec{l}$$

$$V_p=\int_p^{\infty}\vec{E}_1\cdot\mathbf{d}\vec{l}+\int_p^{\infty}\vec{E}_2\cdot\mathbf{d}\vec{l}+\cdots+\int_p^{\infty}\vec{E}_3\cdot\mathbf{d}\vec{l}$$

$$=\sum_1^n\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

$$\boxed{V_p=V_1+V_2+\cdots+V_n}$$

电势叠加原理：

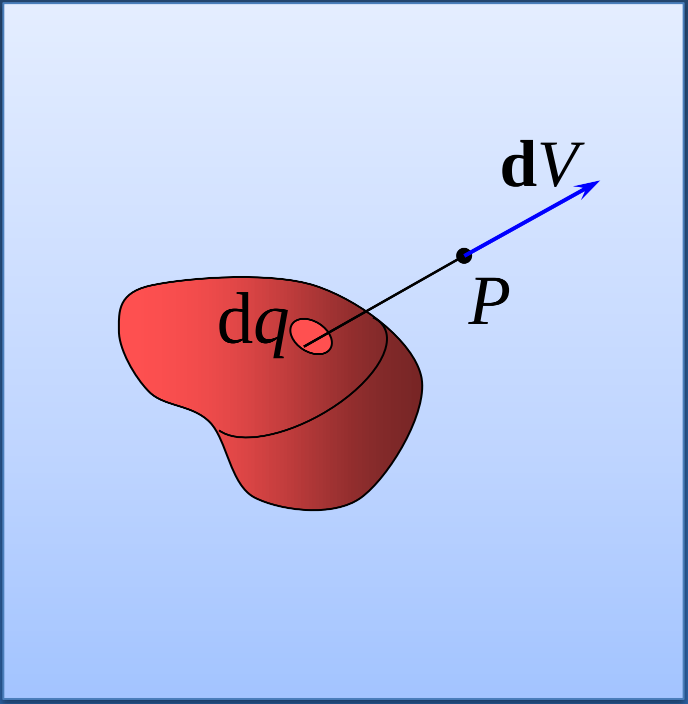
点电荷系电场中任一点的电势，等于各个点电荷单独存在时在该点处的电势之代数和。

5.4 环路定理 电势能与电势

电势的计算

3. 连续分布电荷电场中的电势

$$V = \int_V \mathrm{d}V = \int_V \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$



具体步骤：

1. 建立适当的坐标系；

2. 选取适当的电荷元 *dq*， $dV = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$

3. 积分计算： $V(\boldsymbol{r}) = \int_V \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r} = ?$

电势 *V* 的叠加为标量叠加，而 $\vec{E}$ 的叠加却为矢量叠加，后者运算较繁。

5.4 环路定理 电势能与电势

电势的计算

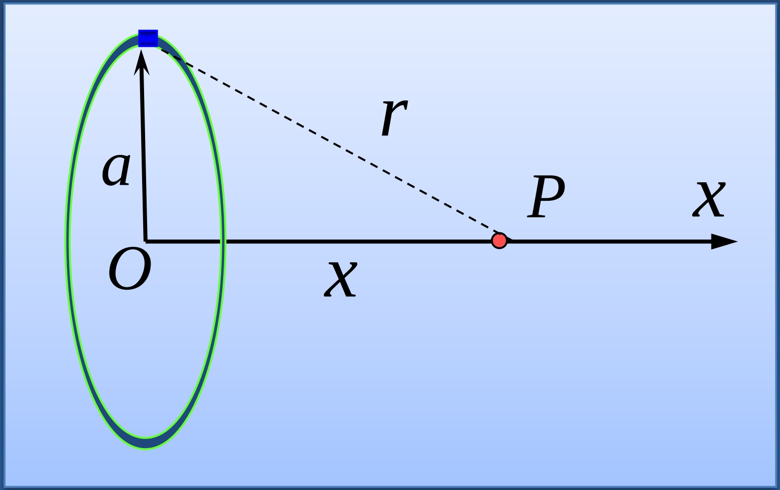
★ 计算方法：

(1) 用电势的定义： $V_a = \int_a^{\infty} \vec{E}\cdot d\vec{l}$ 或 $V_a = \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{r}$

场源分布 ⇒ 场强分布 $\xrightarrow{\text{选择积分路径}}$ V_a

(2) 用电势叠加原理： $V = \int_V dV = \int_V \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$

例1. 均匀带电圆环，带电量为q，半径为a，求轴线上任意一点的P电势。



法一：电势叠加原理

$$\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l = \frac{q}{2\pi a}\mathrm{d}l$$

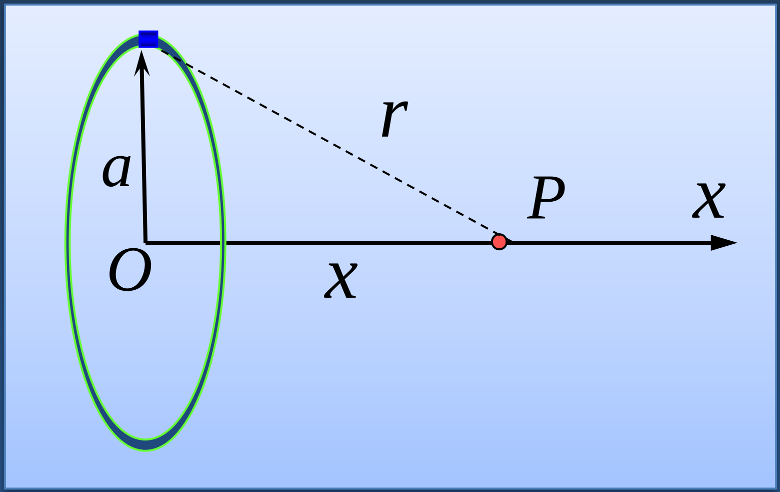
$$\mathrm{d}V = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_o r}$$

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o r}\int_L \mathrm{d}q$$

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r}$$

电势的计算

法二：电势定义法



$$V_a = \int_a^{\infty} \vec{E} \cdot \mathbf{d}\vec{l}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{qx}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

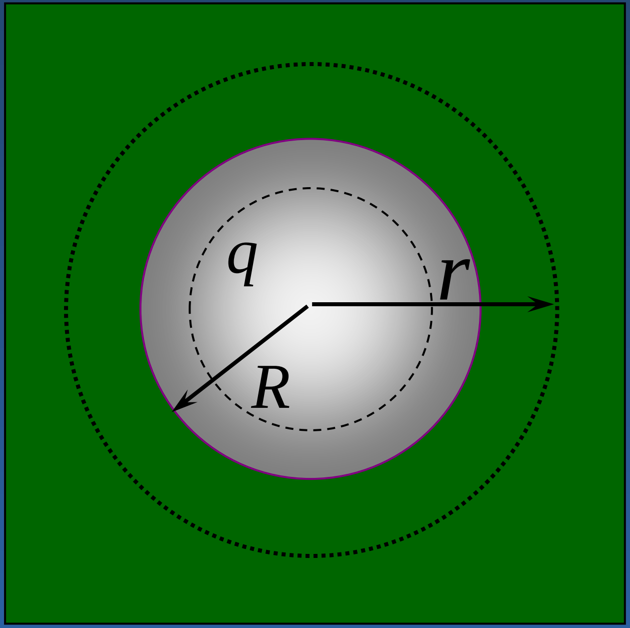
$$V = \int_x^{\infty} E dx' = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o} \int_x^{\infty} \frac{x' \mathbf{d}x'}{(x'^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o \sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r}$$

例2. 半径为R的均匀带电球体，带电量为q。求电势分布。

解:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_o}\sum q_i$$

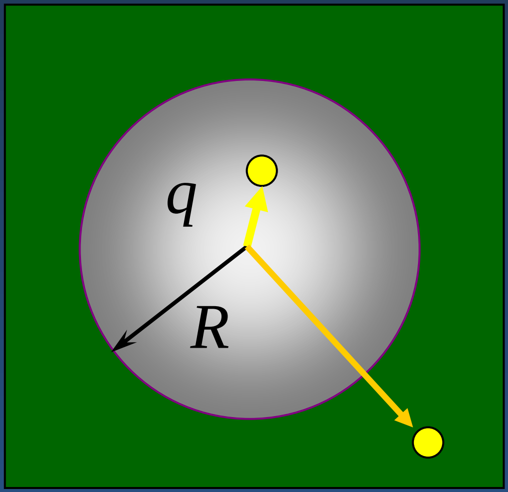


$$E_1 = \frac{qr}{4\pi\varepsilon_o R^3}, r < R$$

$$E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2}, r \geq R$$

电势的计算

(1), r <*R*



$$V_1 = \int_r^R E_1 \mathbf{d}r' + \int_R^\infty E_2 \mathbf{d}r'$$

$$= \int_r^R \frac{qr'}{4\pi\varepsilon_o R^3} \mathbf{d}r' + \int_R^\infty \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r'^2} \mathbf{d}r'$$

$$= \frac{q}{8\pi\varepsilon_o R^3}(R^2 - r^2) + \frac{q}{4\pi\varepsilon_o R} = \frac{q(3R^2 - r^2)}{8\pi\varepsilon_o R^3}$$

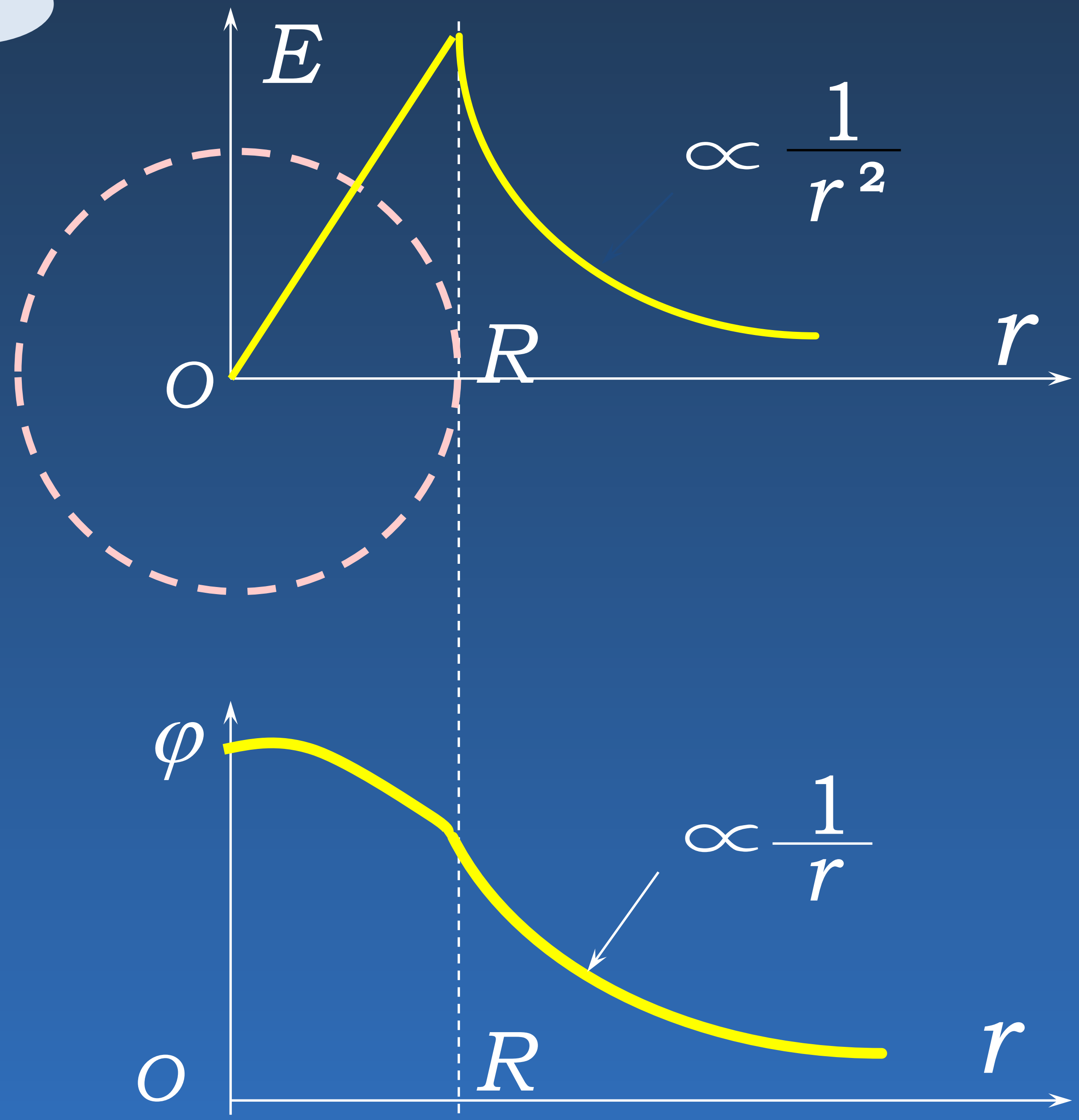
(2), r ≥*R*

$$V_2 = \int_r^\infty E_2 \mathbf{d}r' = \int_r^\infty \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r'^2} \mathbf{d}r' = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r}$$

电势的计算

场强
分布曲线

电势
分布曲线

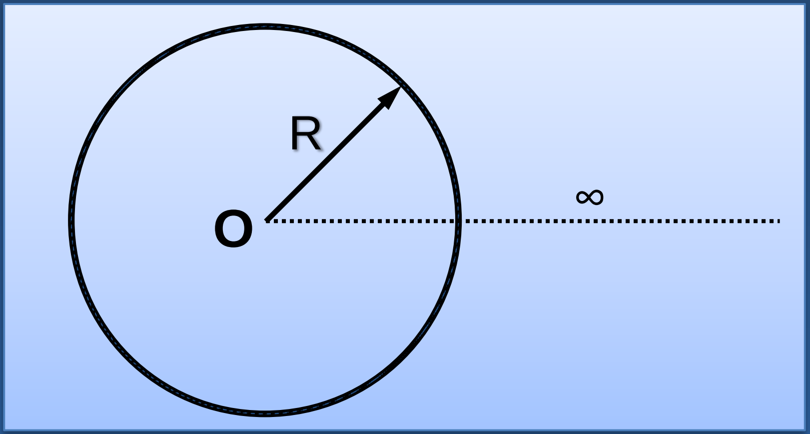


课堂练习(⁂) 求半径为R均匀带电 Q 的球面电势分布。

（已知电场分布求电势⁂）

解 选∞处为电势零点，则：

$$V(r)=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{r}\,'$$



$$E(r)=\begin{cases}0 & (r<R)\\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (r>R)\end{cases}$$

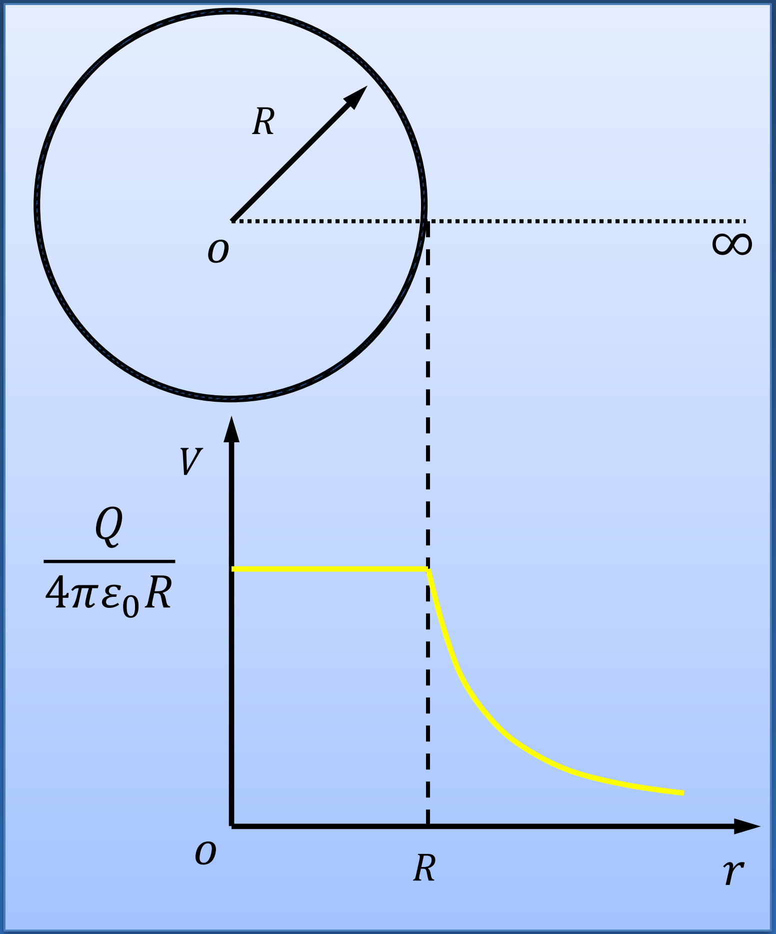
若 $r<R$，则：$V(r)=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{r}\,' \quad =\int_r^{R}\vec{E}\cdot d\vec{r}\,'+\int_R^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{r}\,'$

$$V(r)=0+\int_R^{\infty}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}\cdot dr'\cdot\cos 0^\circ=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

若 $r>R$，则：$V(r)=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{r}'=\int_r^{\infty}\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}\cdot dr'\cdot\cos 0^{\circ}$

$$\longrightarrow\quad V(r)=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$V(r)=\begin{cases}\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} & (r<R)\\[2ex] \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} & (r>R)\end{cases}$$



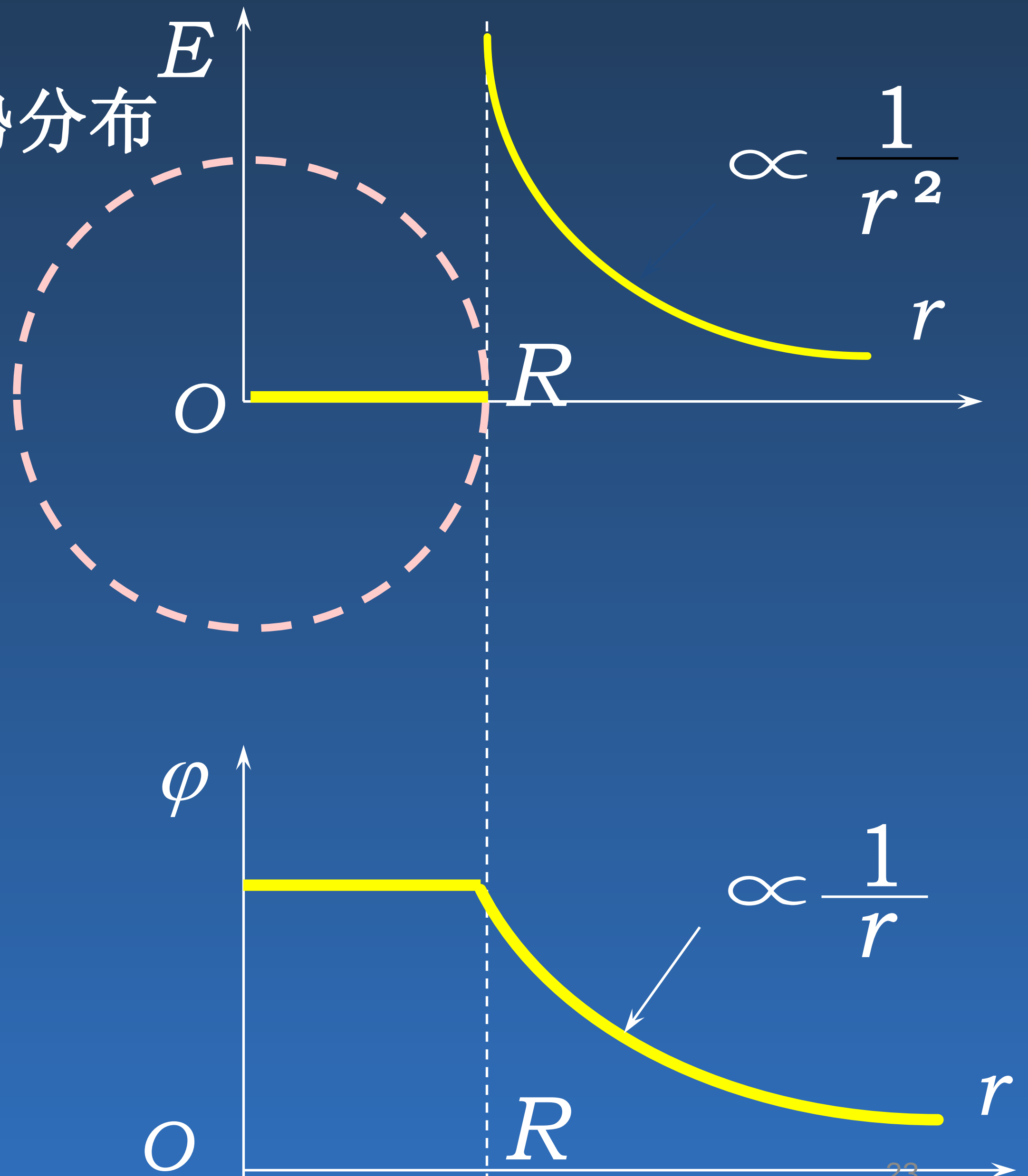
即：球面内为等势腔，球面外电势 V 球对称分布。

电势的计算

带电球壳的电场和电势分布

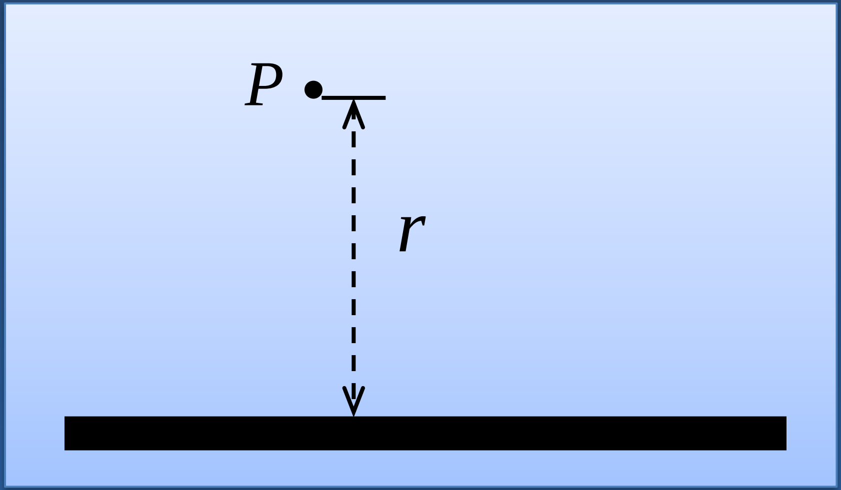
场强分布曲线

电势分布曲线



电势的计算

例3. 求无限长均匀带电直线外任一点P的电势。(电荷密度λ)



解：$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o r}$

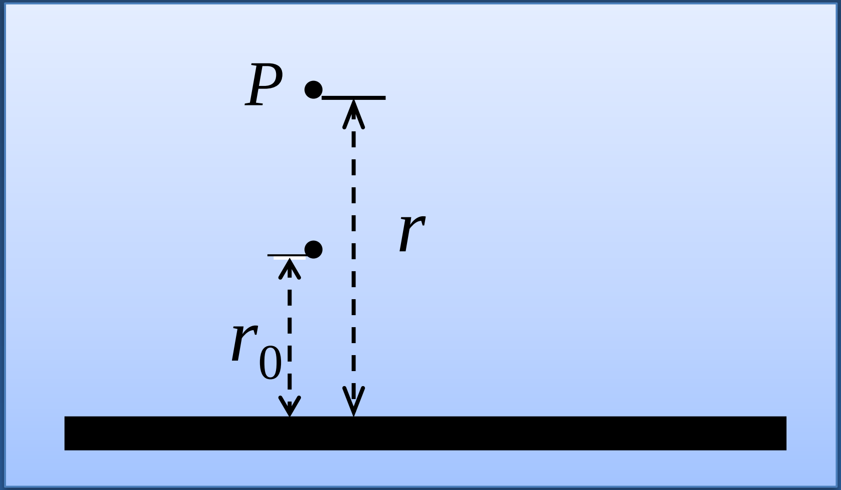
若取无穷远处为势能零点

$$V=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot\mathbf{d}\vec{l}=\int_r^{\infty}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o r'}\mathbf{d}r'$$

$$=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o}\ln r'\big|_r^{\infty}\longrightarrow\ \infty$$ 发散，无意义！

因为在∞处有电荷

例3. 求无限长均匀带电直线外任一点P的电势。(电荷密度λ)



解：若取r_0处为势能零点

$$V=\int_r^{r_o}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\int_r^{r_o}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o r'}\mathrm{d}r'$$

$$=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o}\ln r'|_r^{r_o}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o}(\ln r_o-\ln r)=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o}\ln\frac{r_o}{r}$$

如果势能零点在 r_o=1m　　$V=\dfrac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_o}\ln r$

注意:

(1) 电势 V 是标量,有正负;

(2) 电势V 是描述电场能量性质的物理量，仅与场源电荷及场点位置有关，与试验电荷无关;

(3) 电势 V是相对量，与电势零点选择有关。

★ 点电荷、有限分布带电体：选 $V_\infty = 0$

$$V_a = \int_a^\infty \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

★ 无限分布带电体系： 选适当的位置 b ， $V_b = 0$

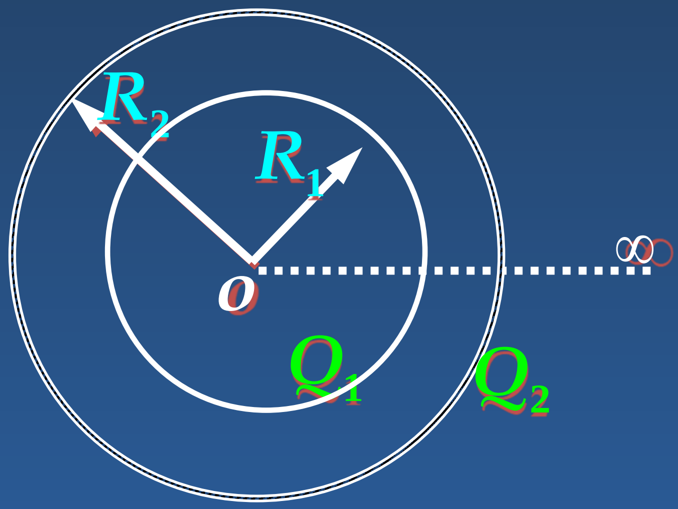
$$V_a = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

在实际问题中有时选择地球表面为零势能点。

课堂练习 求两个同心均匀带电球面的电势分布。

提示： 选∞处为电势零点。

思考：如何利用电势的定义求解？



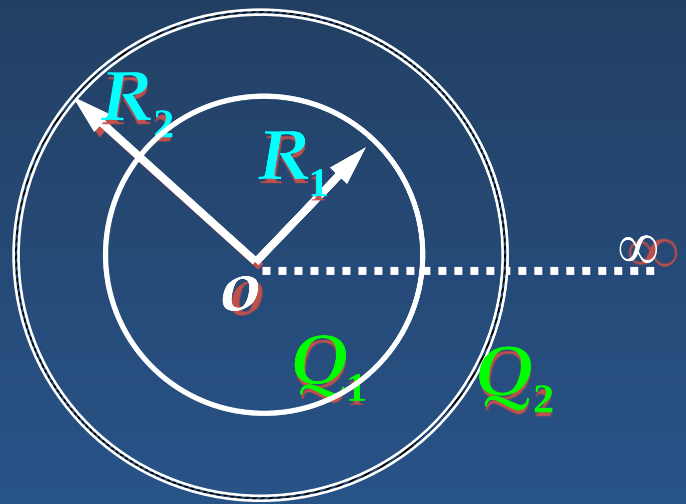
直接利用电势的标量叠加原理进行计算。

答案：

$$V(r)=\begin{cases}\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{Q_1}{R_1}+\dfrac{Q_2}{R_2}\right) & (r<R_1)\\[2ex] \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{Q_1}{r}+\dfrac{Q_2}{R_2}\right) & (R_1<r<R_2)\\[2ex] \dfrac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} & (r>R_2)\end{cases}$$

可利用高斯定理先求出场强，再用电势的定义来作。

$$\left.\begin{aligned} & r < R_1, E_3 = 0 \\ & R_1 < r < R_2, E_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \\ & \mathrm{r} > \mathrm{R}_2, E_1 = \frac{q_1+q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \end{aligned}\right\}$$



r>R_2, $V_1 = \int_r^\infty E_1 dr' = \dfrac{q_1+q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

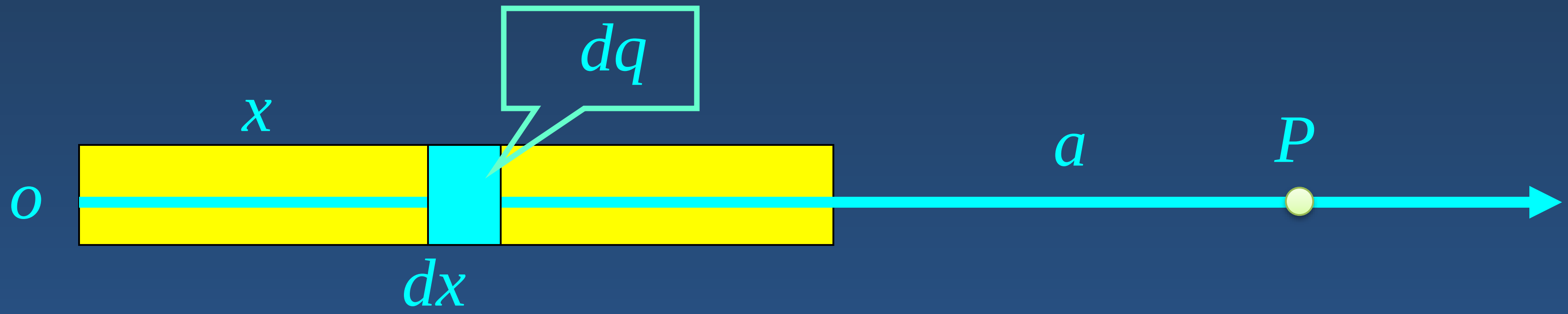
R_2>r>R_1, $V_2 = \int_r^\infty E dr' = \int_r^{R_2} E_2 dr' + \int_{R_2}^\infty E_1 dr'$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_B}\right) + \frac{q_1+q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

R_1>r, $V_3 = \int_r^\infty E dr' = \int_{R_1}^{R_2} E_2 dr' + \int_{R_2}^\infty E_1 dr'$

$$V_3 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

例4 电量q均匀分布在长为$2l$的细杆上，求在杆外延长线与杆端距离为a的P点的电势 (设无穷远处的电势为零).



解：

$$dV=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0(2l+a-x)}$$

$$V=\int_0^{2l}\frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0(2l+a-x)}$$

$$=-\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln(2l+a-x)\Big|_0^{2l}=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}\ln\frac{2l+a}{a}$$

如果线电荷密度是X的函数，电势如何求?

5.4 环路定理 电势能与电势

五、电势能差 电势差

$$\because \ W_{\mathbf{ab}} = q_o \int_{\mathbf{a}}^{\mathbf{b}} \vec{E} \cdot \mathbf{d}\vec{l} = E_{\mathbf{pa}} - E_{\mathbf{pb}}$$

$$\therefore \int_{\mathbf{a}}^{\mathbf{b}} \vec{E} \cdot \mathbf{d}\vec{l} = \frac{E_{\mathbf{pa}}}{q_o} - \frac{E_{\mathbf{pb}}}{q_o}$$

电势差：$\boxed{V_{\mathrm{ab}} = V_{\mathrm{a}} - V_{\mathrm{b}} = \int_{\mathrm{a}}^{\mathrm{b}} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$ （V_{ab}与U_{ab}均可）

结论： 静电场中*a*,*b*两点的电势差，等于将单位正电荷从*a*点移至*b*点电场力所作的功。

电势能差：$\boxed{\Delta E_p = E_{ab} = E_{pa} - E_{pb} = q_0(V_a - V_b) = q_0 V_{ab}}$

五、电势能差 电势差

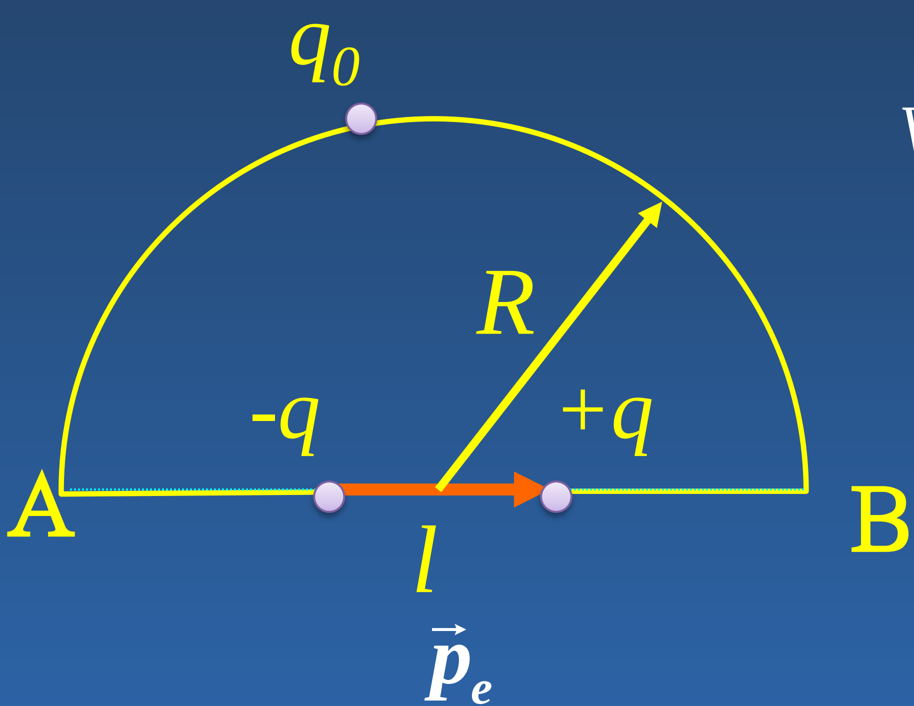
静电场力的功和电势差的关系

$$W_{ab} = E_{\mathrm{p}a} - E_{pb}$$

$$W_{ab} = q_0(V_a - V_b)$$

$\boldsymbol{E_{pa}}$和$\boldsymbol{E_{pb}}$分别为点电荷$\boldsymbol{q_0}$在外场中的电势能

例5 如图所示，在电偶极子的电场中，将一电量为q_0的点电荷从A点沿半径为R的圆弧（圆心与电偶极子中心重合，R＞＞电偶极子正负电荷之间的距离l）移到B点，求此过程中电场力作的功。



$$V_A=\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0(R-l/2)}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(R+l/2)}$$

$$\approx-\frac{ql}{4\pi\varepsilon_0R^2}=-\frac{p_e}{4\pi\varepsilon_0R^2}$$

$$V_B=\frac{p_e}{4\pi\varepsilon_0R^2}$$

$$W=q_0(V_A-V_B)=-\frac{q_0p_e}{2\pi\varepsilon_0R^2}$$

课堂练习 比较下列几种情况下A、B两点电势的高低：

（1）正电荷由A移到B时，电场力做正功；

（2）负电荷由A移到B时，外力克服电场力做正功；

（3）电荷在仅电场力作用下顺着电场线方向由A移到B；

（4）电荷在仅电场力作用下逆着电场线方向由A移动到B；

$$W_{AB} = q_0(V_A - V_B)$$

答：（1）电场力做正功，即$W_{AB}>0$，$V_A>V_B$

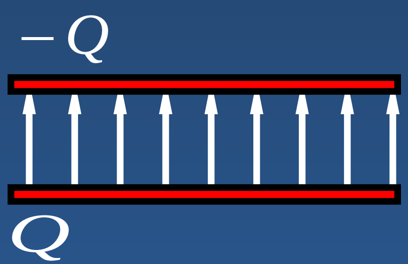
（2）$q_0<0$且电场力做负功，即$W_{AB}<0$，$V_A>V_B$

（3）电荷顺着电场线移动，说明$q_0>0$；电场力做正功，$V_A>V_B$

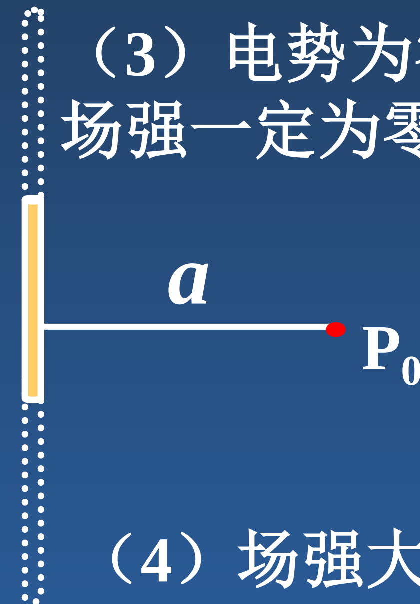
（4）电荷逆着电场线移动，说明电场力在移动负电荷做功，$q_0<0$；电场力做正功，$V_A<V_B$

思考题下例说法对否？　　　举例说明。

（1）场强相等的区域，电势处处相等？

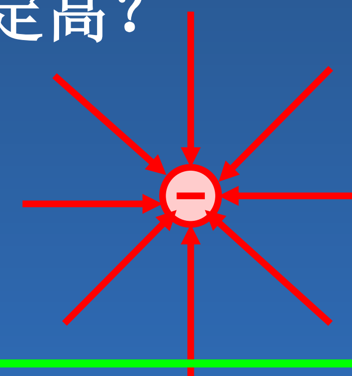


（3）电势为零处，场强一定为零？



（2）场强为零处，电势一定为零？

（4）场强大处，电势一定高？



$\vec{E}$只与 V 的空间变化率有关，与V值本身无关！

归纳

1. 静电场的保守特性：

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{r} = 0$$ （静电场的环路定理）

2. 电势与电势能：

电　势： $V_a = \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{r}$ （V_b＝0 电势零点）

电势能： $A_a = q_0 V_a$

电势差： $U_{12} = V_1 - V_2 = \int_{(1)}^{(2)} \vec{E}\cdot d\vec{r}$

常见带电体场强分布

1. 点电荷的场强 $E=\dfrac{q}{4\pi\,\varepsilon_0\,r^2}$,

2. 均匀带电圆环: $E=\dfrac{qx}{4\pi\varepsilon_o(x^2+R^2)^{3/2}}$

3. 无限长均匀带电直线: $E=\dfrac{\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0\,r}$

4. 无限长均匀带电柱面: $\boldsymbol{E}=\begin{cases}\mathbf{0} & (r<R)\\ \dfrac{\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0\,r} & (r>R)\end{cases}$

5. 无限长均匀带电柱体: $\boldsymbol{E}=\begin{cases}\dfrac{\lambda r}{2\pi\,\varepsilon_0\,R^2} & (r<R)\\ \dfrac{\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0\,r} & (r>R)\end{cases}$

6. 均匀带电球面: $E=\begin{cases}0 & (r<R)\\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (r>R)\end{cases}$

7. 均匀带电球体: $E=\begin{cases}\dfrac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3} & (r<R)\\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (r>R)\end{cases}$

8. 无限大均匀带电平面的场强 $\boldsymbol{E}=\dfrac{\boldsymbol{\sigma}}{2\boldsymbol{\varepsilon_0}}$

常见的带电体的电势分布：

1. 点电荷： $V(r)=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

2. 均匀带电细圆环轴线上： $V(x)=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+x^2}}$

3. 无限长均匀带电直线： $V(r)=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{r_0}{r}$ （r_0处为势能零点）

4. 无限长均匀带电柱面： $V(r)=\begin{cases}\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{r_0}{R} & (r<R)\\ \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{r_0}{r} & (r>R)\end{cases}$ （r_0处为势能零点）

5. 均匀带电球面： $V(r)=\begin{cases}\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} & (r<R)\\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} & (r>R)\end{cases}$

6. 均匀带电球体： $V(r)=\begin{cases}\dfrac{Q(3R^2-r^2)}{8\pi\varepsilon_0 R^3} & (r<R)\\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} & (r>R)\end{cases}$

7. 无限大均匀带电平面： $V(\mathrm{x})=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x-x_0)$ （x_0处为势能零点）