河海大学 2008-2009 学年第一学期

《概率论与数理统计》试卷(A 卷)

（供 **2007** 级工科类各专业使用）**2008** 年 **12** 月

专业____________ 姓名____________ 学号____________ 成绩____________

题 号	一	二	三	四	五	六	七	成绩
得 分								

一、（每空 **2** 分，本题满分 **18** 分）填空题

1．设某人射击的命中率为0.5，则他射击10次至少命中2次的概率为____________；

2．设X为一随机变量，其分布律为

X	-1	0	1
P	0.36	$1-2q$	q^2

，则$q=$____________；

X的分布函数为__________________________。

3．已知A、B两个事件满足条件$P(AB)=P(\overline{A}\,\overline{B})$，且$P(A)=0.3$，则$P(B)=$____________。

4．设随机变量X服从参数为1的泊松（Poisson）分布，则$P\{X=E^2(X)\}=$_________。

5．设总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，X_1,X_2,Λ,X_n是取自X的一个简单随机样本，$\overline{X}$与S^2分别为样本均值与样本方差，检验假设$H_0:\mu=\mu_0$，$H_1:\mu>\mu_0$，其中μ_0为已知常数，则检验统计量为____________，在显著性检验水平为α时的拒绝域为____________。

6．设X_1,Λ,X_{10}是来自正态总体$N(\mu,\sigma^2)$的一个简单随机样本，且

$Y_1=\frac{1}{6}(X_1+X_2+\Lambda+X_6)$，$Y_2=\frac{1}{4}(X_7+X_8+X_9+X_{10})$，$S^2=\frac{1}{3}\sum_{i=7}^{10}(X_i-Y_2)^2$

令 $Z=k\frac{Y_1-Y_2}{S}$，则当 $k=$ ________ 时，Z 服从 t 分布，自由度为 ________ 。

二、（**本题满分 12 分**）某种仪器由三个部件组装而成，假设各部件质量互不影响且它们的优质品率分别为 0.8，0.7 和 0.9。已知：如果三个部件都是优质品，则组装后的仪器一定合格；如果有一个部件不是优质品，则组装后的仪器不合格率为 0.2；如果有两个部件不是优质品，则仪器的不合格率为 0.6；如果三件都不是优质品，则仪器的不合格率为 0.9。

（1）求仪器的不合格率；

（2）如果已发现一台仪器不合格，问它有几个部件不是优质品的概率最大。

三、**（本题满分 12 分）**已知随机变量X的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} c(4x^2-4x+1), & 0<x<1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求（1）常数c；（2）X的分布函数$F(x)$；（3）$P\{X\le 0.2\,|\,0.1<X\le 0.5\}$。

四、（本题满分 10 分）设$E(X)=2$，$E(Y)=4$，$D(X)=4$，$D(Y)=9$，$\rho_{XY}=0.5$，求

（1）$U=3X^2-2XY+Y^2-3$的数学期望；

（2）$V=3X-Y+5$的方差。

五、（本题满分 18 分）设二维连续型随机变量(X,Y)的联合概率密度函数为：

$$f(x,y)=\begin{cases}1, & 0<x<1, 0<y<2(1-x)\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

求：

（1）关于X和Y的边缘密度函数$f_X(x)$和$f_Y(y)$；

（2）$E(X)$和$D(X)$；

（3）条件概率密度函数$f_{X|Y}(x|y)$；

（4）$Z=X+Y$的概率密度函数$f_Z(z)$。

六、（**本题满分 16 分**）设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1\\ 0\ , & 其它\end{cases}$$

其中 $\theta>-1$ 为未知参数，$X_1,X_2,\Lambda\ ,X_n$ 为来自该总体的一个简单随机样本。

（1）求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_M$；

（2）求 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}_{MLE}$；

（3）若给出来自该总体的一个样本 $e^{-1},e^{-2},e^{-2},e^{-1},e^{-3},e^{-3},e^{-2},e^{-2}$，求概率 $P\{X<0.2\}$ 的极大似然估计值。

七、（本题满分 14 分）水泥厂用自动包装机包装水泥，每袋额定重量为 50 公斤，某日开工后随机抽查了 9 袋，称得重量如下（单位：公斤）：

49.6　49.3　50.1　50.0　49.2　49.9　49.8　51.0　50.2

设每袋重量服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$。

（1）试问该包装机工作是否正常? $(\alpha=0.05)$

（2）若已知该天包装机包装的水泥重量的方差为 $\sigma^2=0.3$，求水泥平均重量 μ 的置信度为 95%的置信区间。

（已知：$\bar{x}=49.9,\ s=0.5362;$　$z_{0.1}=1.283$，$z_{0.05}=1.645$，$z_{0.025}=1.960$；$t_{0.1}(8)=1.3968$，$t_{0.1}(9)=1.3830$，$t_{0.1}(10)=1.3722$，$t_{0.05}(8)=1.8695$，$t_{0.05}(9)=1.8331$，$t_{0.05}(10)=1.8125$，$t_{0.025}(8)=2.3060$，$t_{0.025}(9)=2.2622$，$t_{0.05}(10)=2.2280$）