# 电磁感应习题课


贝尔和他发明的电话

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}$$

$$\varepsilon_i = \int_A^B (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

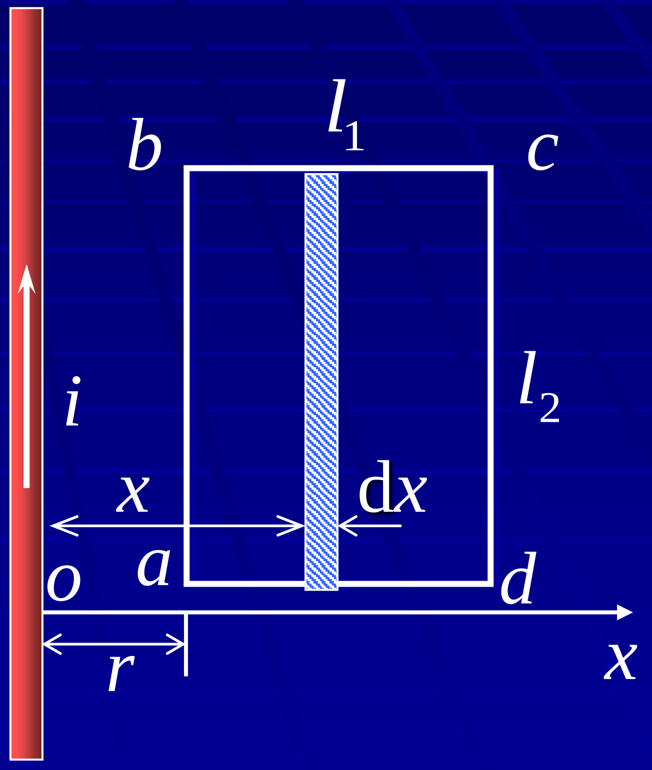
**例1. 一长直导线通以电流 $i = I_o \sin\omega t$ ，旁边有一个共面的矩形线圈*abcd*。求：线圈中的感应电动势。**

解：$\Phi_m = \int \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_r^{r+l_1} \frac{\mu_o i}{2\pi x} l_2 \mathrm{d}x$

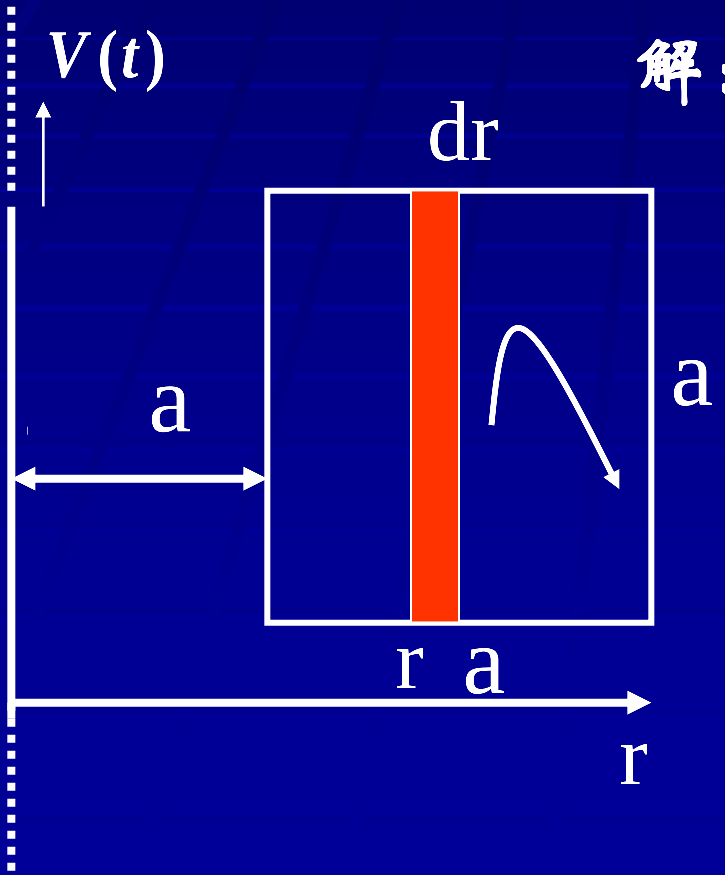
$$= \frac{\mu_o I_o l_2}{2\pi} \sin\omega t \ln\frac{r+l_1}{r}$$

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}$$

$$= -\frac{\mu_o I_o}{2\pi} l_2 \omega \cos\omega t \ln\frac{r+l_1}{r}$$



例2、如图所示，一电荷线密度为λ（λ>0）的长直带电线(与一正方形线圈共面并与其一对边平行）以变速度V＝V（t）沿着长度方向运动。正方形线圈的总电阻为R，求t 时刻正方形线圈中感应电流 I(t)（不计线圈自感）。




解： $I = V(t)\lambda$

$$\Phi_m = \int_a^{2a} \frac{\mu_0 a I}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 a I}{2\pi} \ln 2$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{\mu_0 a \lambda}{2\pi} \frac{dV}{dt} \ln 2$$

(1) $\frac{dV}{dt} < 0 \quad \varepsilon_i > 0$ 顺时针

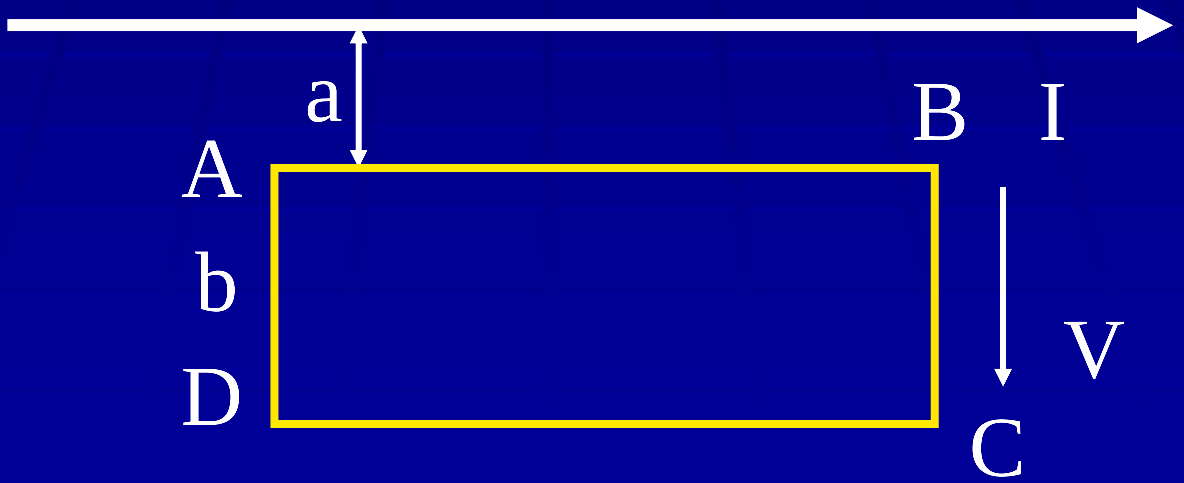
(2) $\frac{dV}{dt} > 0 \quad \varepsilon_i < 0$ 逆时针

例3、一长直电流导线与矩形回路ＡＢＣＤ共面且导线平行于ＡＢ，如图所示，求下列情况下，ＡＢＣＤ中的感应电动势：

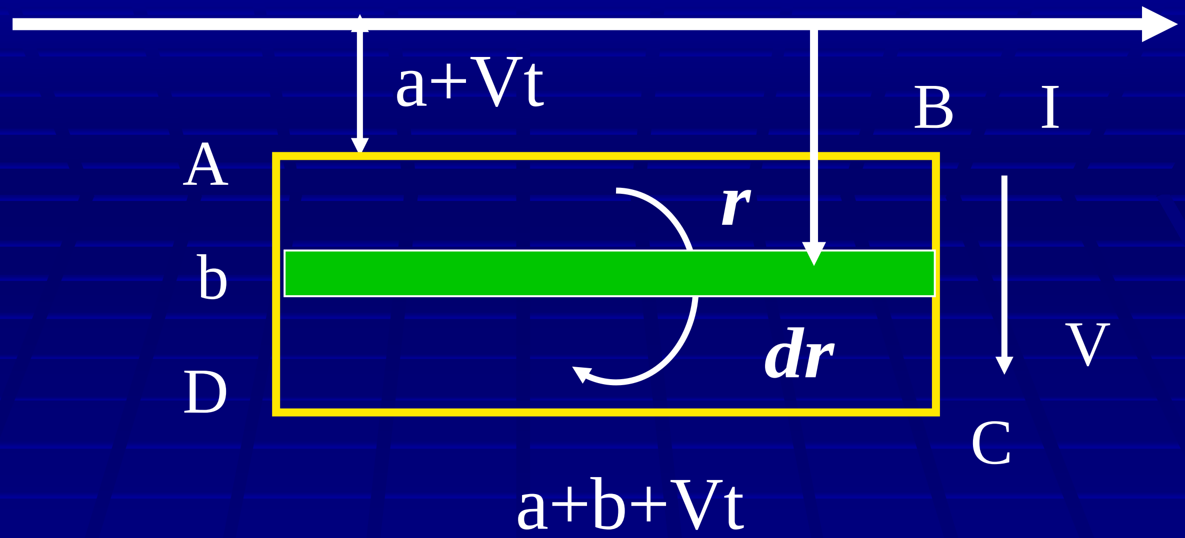
（１）长直导线中电流恒定，ＡＢＣＤ以垂直于导线的速度Ｖ从图示初始位置远离导线移到任一位置时；

（２）长直导线中电流 $I = I_0 \sin\omega t$，ABCD 不动；

（３）长直导线中电流 $I = I_0 \sin\omega t$，ABCD 以垂直于导线的速度Ｖ远离导线运动，初始位置也如图所示。



解 (1)

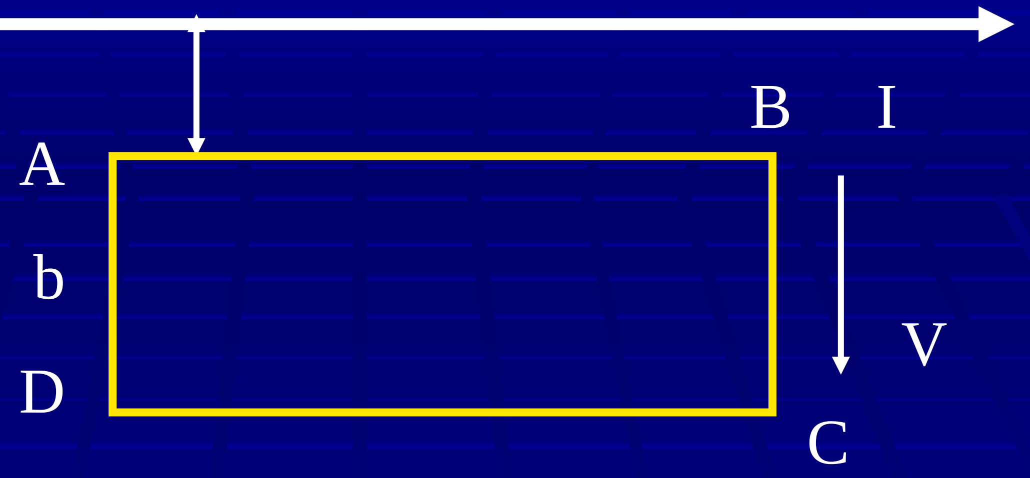



$$\Phi = \int_{a+Vt}^{a+b+Vt} Bds = \int_{a+Vt}^{a+b+Vt} \frac{\mu_0 Ildr}{2\pi r} = \frac{\mu_0 Il}{2\pi} \ln \frac{a+b+Vt}{a+Vt}$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{\mu_0 IVl}{2\pi}\left(\frac{1}{a+Vt} - \frac{1}{a+b+Vt}\right)$$

方向 A B C D

解 (2)

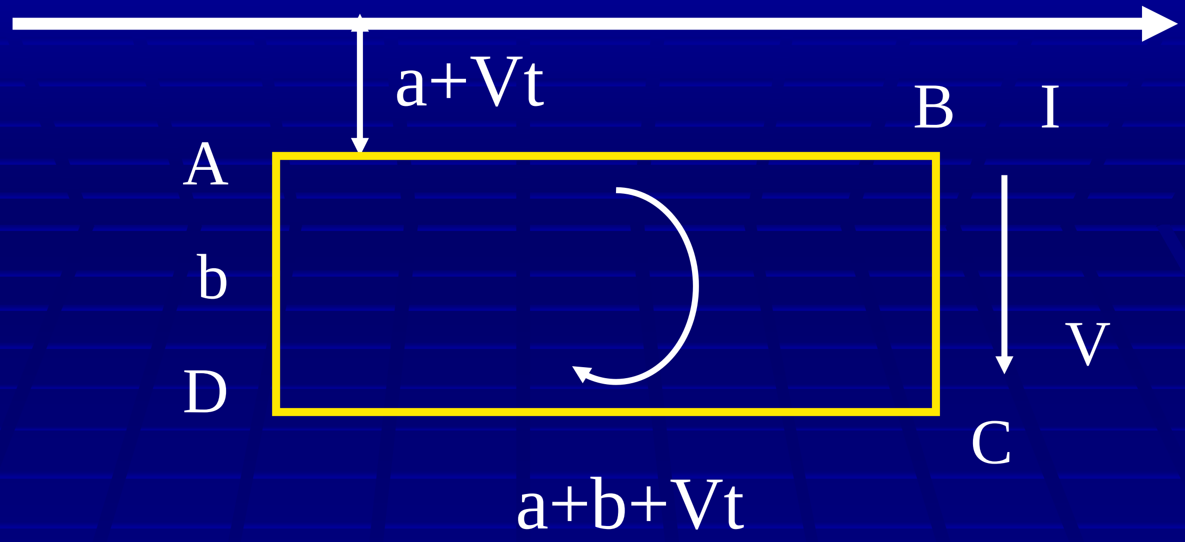



（２）长直导线中电流 Ｉ＝Ｉ0 sinωt,  ABCD 不动

$$\Phi_m = \frac{\mu_0 l I}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{\mu_0 l I_0}{2\pi} \omega \cos\omega t \ln \frac{a+b}{a}$$

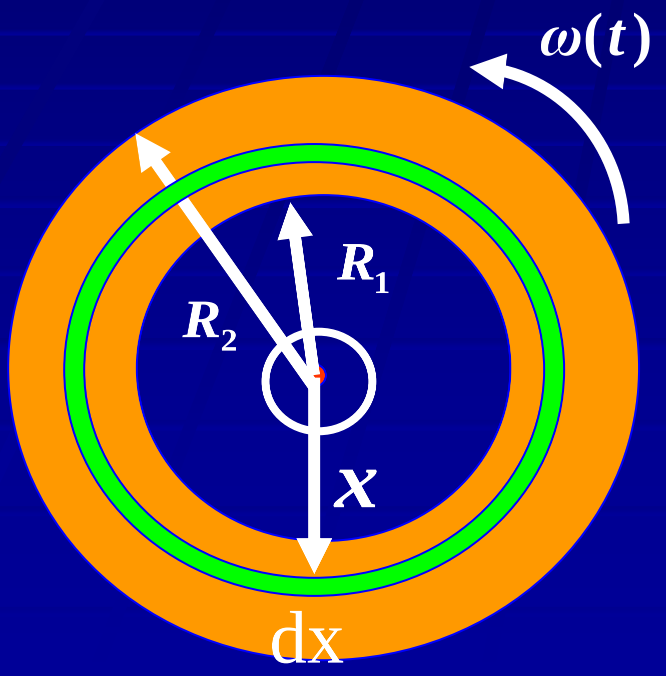
解 (3)




$$\Phi_m = \frac{\mu_0 lI}{2\pi}\ln\frac{a+b+Vt}{a+Vt} = \frac{\mu_0 lI_0 sin\omega t}{2\pi}\ln\frac{a+b+Vt}{a+Vt}$$

$$\varepsilon_i = \frac{\mu_0 IVl}{2\pi}\left(\frac{1}{a+Vt} - \frac{1}{a+b+Vt}\right) - \frac{\mu_0 lI_0}{2\pi}\omega\cos\omega t\ln\frac{a+b+Vt}{a+Vt}$$

例4、一内外半径分别为$R_1$和$R_2$的带电平面圆环，电荷面密度为σ,其中心有一半径为r的导体小环($R_1$,$R_2$ >>r)二者同心共面如图，设带电圆环以变角速度 ω（t）绕垂直于环面中心轴旋转，导体小环中的感应电流 I 等于多少？方向如何？（已知小环的电阻为$R_0$ ）



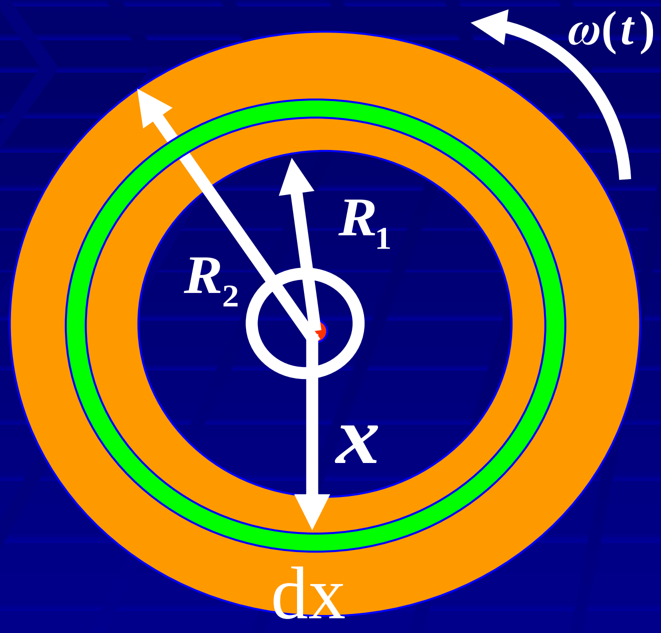

解：在$R_1$和$R_2$之间取一宽度为dx的环带，环带内有电流

$$dI=\frac{\omega}{2\pi}2\pi x dx\sigma=\omega x\sigma dx$$

dI在O 点处产生的磁场为

$$dB=\frac{\mu_0 dI}{2x}=\frac{1}{2}\omega\,\sigma\,dx\mu_0$$

$$B=\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{2}\omega\,\sigma\,dx\mu_0=\frac{1}{2}\omega\,\sigma\,(R_2-R_1)\,\mu_0$$




$$B=\frac{1}{2}\omega\sigma(R_2-R_1)\mu_0$$

选逆时针方向为小环回路的方向，则小环中的磁通量近似为

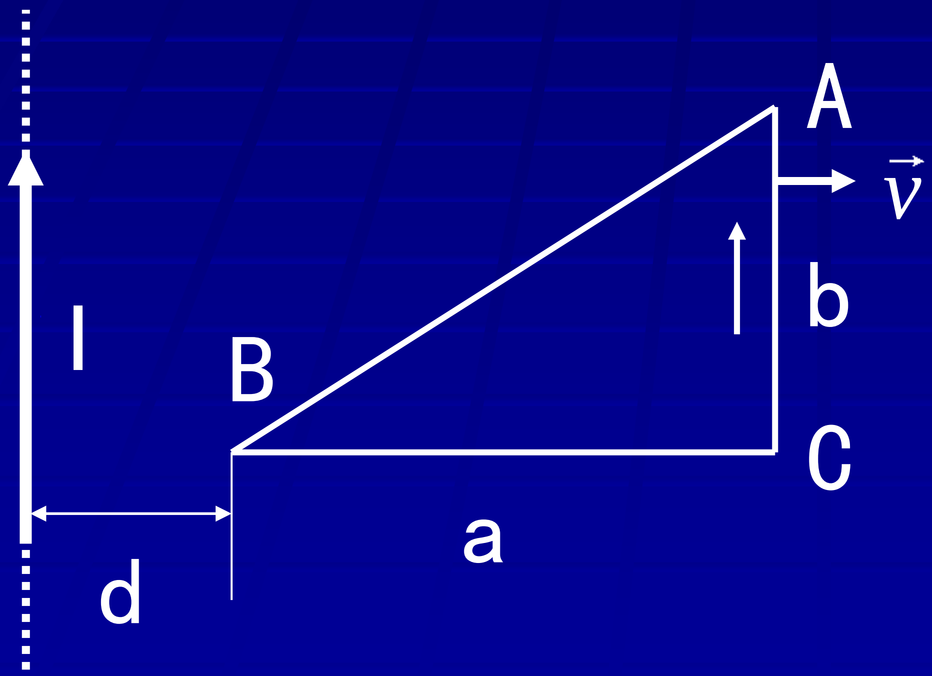
$$\Phi_m\approx\frac{1}{2}\omega\sigma(R_2-R_1)\mu_0\pi r^2$$

$$\varepsilon_i=-\frac{d\Phi_m}{dt}=-\frac{1}{2}\sigma(R_2-R_1)\mu_0\pi r^2\frac{d\omega}{dt}$$

$\dfrac{d\omega}{dt}>0$ 方向为顺时针

$\dfrac{d\omega}{dt}<0$ 方向为逆时针

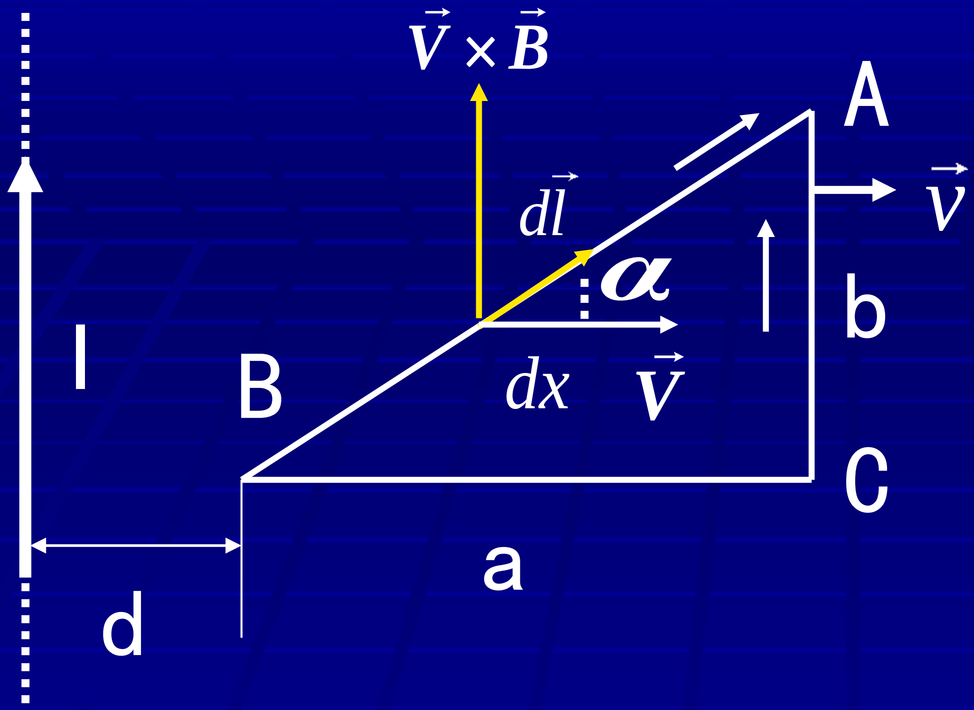
例5、无限长直导线，通以电流Ｉ，有一与之共面的直角三角形 线圈如图ＡＢＣ。已知ＡＣ边长为b,且与长直线平行。ＢＣ边长为a,若线圈以垂直导线方向的速度Ｖ向右平移，当Ｂ点与长直导线的距离为d时，求线圈ＡＢＣ内的感应电动势的大小和方向。




解： $\varepsilon_{BC} = 0$

$$\varepsilon_{AC} = \frac{\mu_0 IbV}{2\pi(d+a)}$$

$C \rightarrow A$




$$d\varepsilon_{AB} = (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$= VBdl\sin\alpha$$

$$= \frac{\mu_0 IV}{2\pi x}\frac{dx}{\cos\alpha}\sin\alpha$$

$$= \frac{\mu_0 IV}{2\pi x} tg\alpha\, dx$$

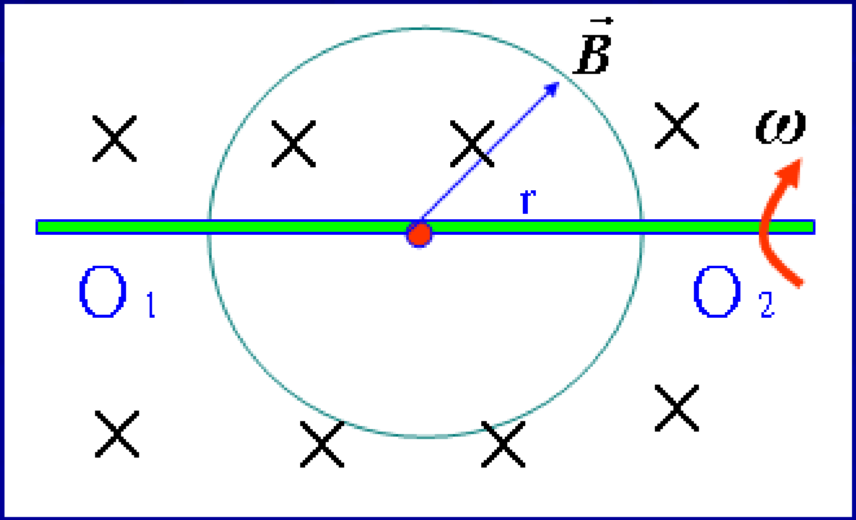
$$\varepsilon_{AB} = \int_d^{d+a} \frac{\mu_0 IV}{2\pi x}\frac{dx}{\cos\alpha}\sin\alpha = \frac{\mu_0 IVb}{2\pi a}\ln\frac{d+a}{d} \qquad B \to A$$

$$\varepsilon_{ABC} = \frac{\mu_0 IVb}{2\pi a}\ln\frac{d+a}{d} - \frac{\mu_0 IbV}{2\pi(d+a)} \qquad B \to A \to C \to B$$

例6、有一半径为 r=10cm的多匝圆形线圈，Ｎ＝１００，置于均匀磁场(Ｂ＝０.5T)中，圆形线圈可通过圆心的轴O1O2转动，转速n=600r/min,求圆线圈自图示的初始位置转过90度时：

（１）、线圈中的瞬时电流（线圈的电阻Ｒ=100Ω)，不计自感；

（２）、圆心处的磁感应强度。



解　(1) 设线圈在任一位置时圆线圈法向与磁场方向的夹角为$\theta$.

则　$\theta = \omega t = 2\pi nt$

此时通过线圈平面的磁通量为

$$\Phi_m = B\pi r^2 \cos\theta = B\pi r^2 \cos 2\pi nt$$

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi_m}{dt} = BN\pi r^2 2\pi n \sin 2\pi nt$$

$$i = \frac{\varepsilon_i}{R} = -N\frac{d\Phi_m}{Rdt} = \frac{2BN\pi^2 r^2 n}{R}\sin 2\pi nt = I_m \sin\frac{2\pi}{T}t$$

$$I_m = \frac{2BN\pi^2 r^2 n}{R} \qquad \theta = \frac{\pi}{2} \qquad t = \frac{T}{4} \qquad i = I_m = 0.99A$$

（２）、由线圈中的电流I在圆心处激发的磁场为

$$B' = \frac{\mu_0 N I_m}{2r} = 0.62 \times 10^{-3} T$$ ,方向竖直向下，此时0点处的$B_0$为

$$B = \sqrt{B_0^2 + B'^2} \approx B_0 = 0.5T$$

$\vec{B}_0$的方向与$\vec{B}$的方向基本相同。

例7　在感生电场中，电磁感应定律可写成：$\oint_l \vec{E}_K \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$

式中$E_K$　为感应电场强度，此式说明：　（D）

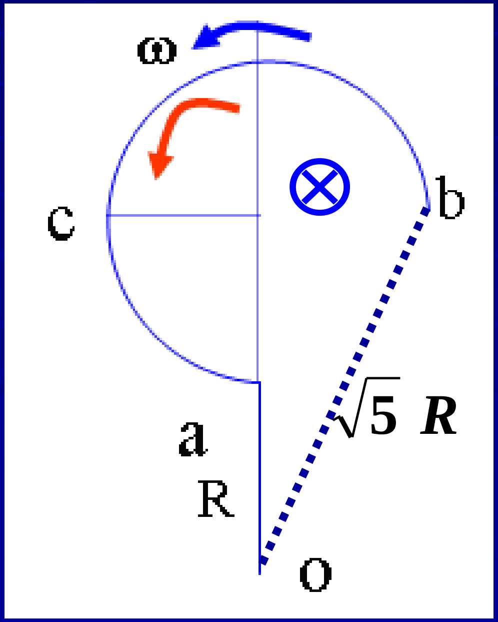
（A）、闭合曲线 $l$ 上$E_K$处处相等；

（B）、感应电场是保守力场；

（C）、感应电场的电力线不闭合；

（D）、在感应电场中不能像静电场中那样引进电势的概念。

例8、一导线被弯成如图所示的形状，acb为半径为R的3/4圆弧，直线段oa长为R，若此导线放在匀强磁场B中，磁场的方向垂直图面向内，导线以角速度ω在图面内绕O 点匀速度转动，则导线内的电动势为多少？，电势最高点是哪一点？




$$\varepsilon_{ob} = \frac{5}{2} B\omega R^2 \qquad b \to o$$

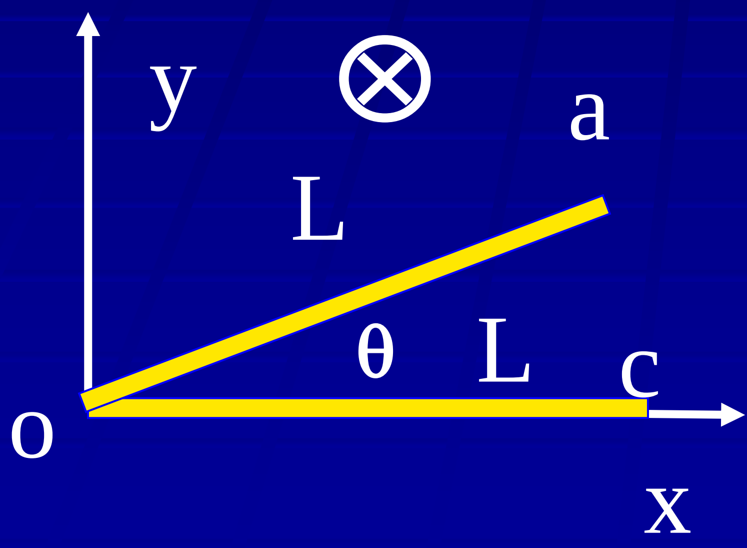
闭合回路的电动势为零

$$\varepsilon_{oacb} = \frac{5}{2} B\omega R^2 \qquad b \to c \to a \to o$$

电势最高点为O点

例9、如图，aoc为一折成∠形的金属导线，位于ＸＹ平面中，磁感应强度为Ｂ的均匀磁场垂直ＸＹ平面，当ao以速度Ｖ沿Ｘ轴正方向运动时，导线上a,c两点间的电势差Ｕac＝;___当aoc以速度Ｖ沿Ｙ轴正方向运动时，a,c两点中是 点电势高。

ＢＬＶsinθ　　a




$$\varphi_0-\varphi_c=BLV$$

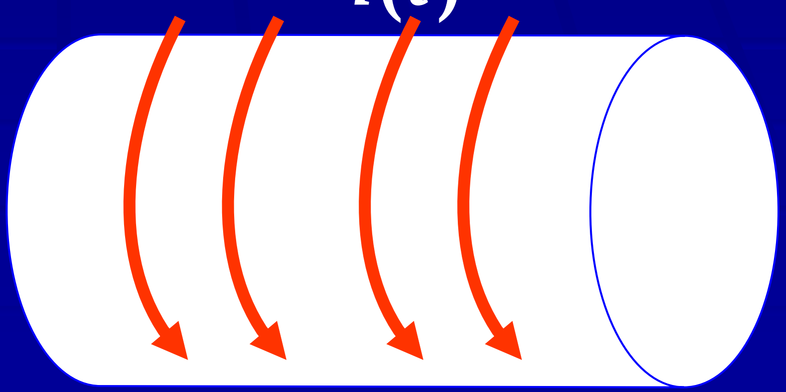
$$\varphi_0-\varphi_a=BLV\cos\theta$$

$$\varphi_a-\varphi_c=BLV(1-\cos\theta)$$

例10、在磁感应强度为B的磁场中，以速率V切割磁力线，运动的长度为L的金属棒，相当于________，它的电动势为______，产生此电动势的非静电性力是什么力？

一个电源　　BLV　　洛仑兹力

例、如图一无限长薄壁圆筒，其表面上沿圆周方向均匀流着一层随时间变化的面电流 $i(t)$，则任意时刻通过圆筒内假想的任一球面的磁通量是多少？




均为零

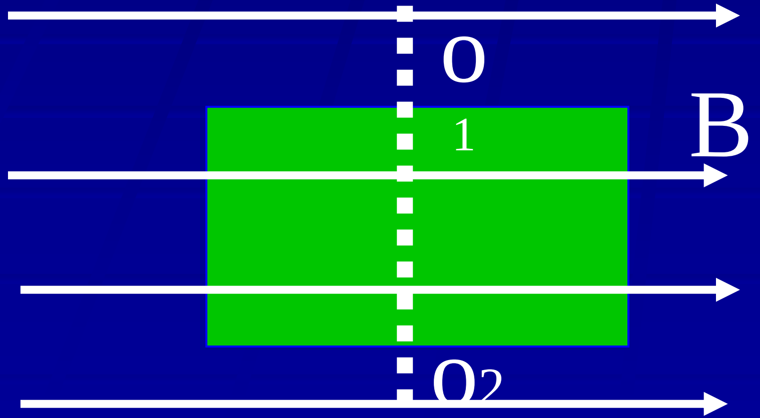
例11、一闭合正方形线圈放在均匀磁场中，绕通过其中心且与一边平行的轴Ｏ１Ｏ２转动，转动轴与磁场垂直，转动角速度为ω, 如图所示，用下述哪种方法可以使线圈中感应电流振幅增加到原来的 2倍(导线的电阻不能忽略)?

(A)把线圈的匝数增加2倍；　　　　　　　　　　( D　)

（B）把线圈的面积增加2倍，而形状不变；

（C）把线圈切割磁力线的两条边增长到原来的2倍；

（D）把线圈的角速度增大到原来的2倍；



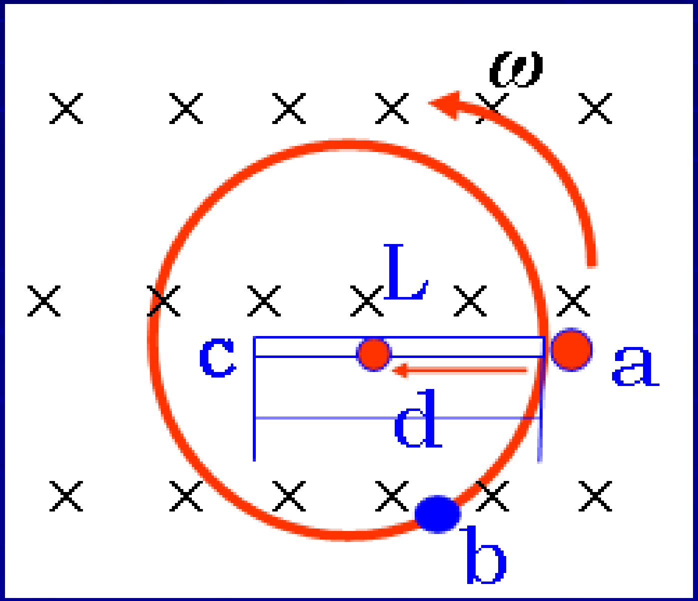

$$\varepsilon_i = NBS\omega \sin\omega t$$

$$I = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{NBS\omega \sin\omega t}{R}$$

例12、 半径为L的均匀圆盘，绕通过中心o的垂直轴转动，角速度为ω，盘面与均匀磁场垂直，如图：

（1）、在图上标出oa线段上动生电动势的方向；

（2）、填写下列电 势差的值：




$$\varphi_a - \varphi_b = 0$$

$$\varphi_a - \varphi_o = -\frac{1}{2}BL^2\omega$$

$$\varphi_C - \varphi_o = -\frac{1}{2}B(d-L)^2\omega$$

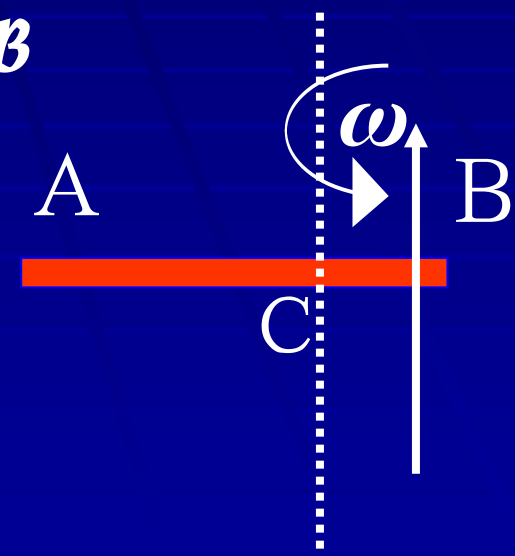
$$\varphi_a - \varphi_C = -\frac{1}{2}B\omega d(2L-d)$$

例13、如图，导体棒ＡＢ在均匀磁场中绕通过Ｃ点的垂直于棒且沿磁场方向的轴Ｏ１Ｏ２转动，ＢＣ的长度为棒长的　１／３。

(A)

$(A)\quad \varphi_A > \varphi_B \qquad (B)\quad \varphi_A = \varphi_B$

$(C)\quad \varphi_A < \varphi_B \qquad (D)$ 有稳恒电流从 $A \rightarrow B$




$$\varphi_A - \varphi_C = \frac{1}{2} B\omega \overline{AC}^2$$

$$\varphi_A > \varphi_B$$

$$\varphi_B - \varphi_C = \frac{1}{2} B\omega \overline{BC}^2$$

例14、如图所示，直角三角形金属架abc放在均匀磁场中，磁场B平行于ab边，bc的长度为l。当金属框绕ab边以匀角速度ω转动时，abc回路的感应电动势，和a,c两点间的电势差Ua-Uc为

(B)

$$(A)\quad \varepsilon = 0,\quad U_a - U_c = \frac{1}{2}B\omega l^2$$

$$(B)\quad \varepsilon = 0,\quad U_a - U_c = -\frac{1}{2}B\omega l^2$$

$$(C)\quad \varepsilon = B\omega l^2,\quad U_a - U_c = \frac{1}{2}B\omega l^2$$

$$(D)\quad \varepsilon = B\omega l^2,\quad U_a - U_c = -\frac{1}{2}B\omega l^2$$