

5.5 电势与 电场强度的关系

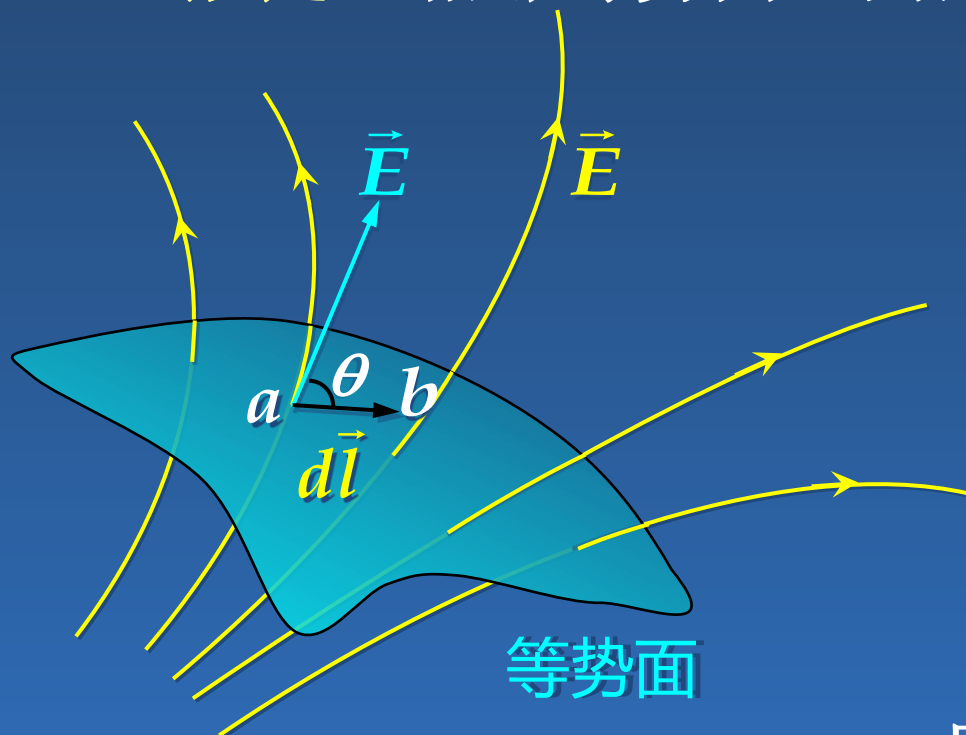


5.5 电势与电场强度的关系

一、等势面

等势面：由电势相同的点构成的面。

规定：相邻等势面之间的电势差相等。



$$U_{ab} = V_a - V_b = 0$$

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\therefore \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\vec{E} \perp d\vec{l}$$

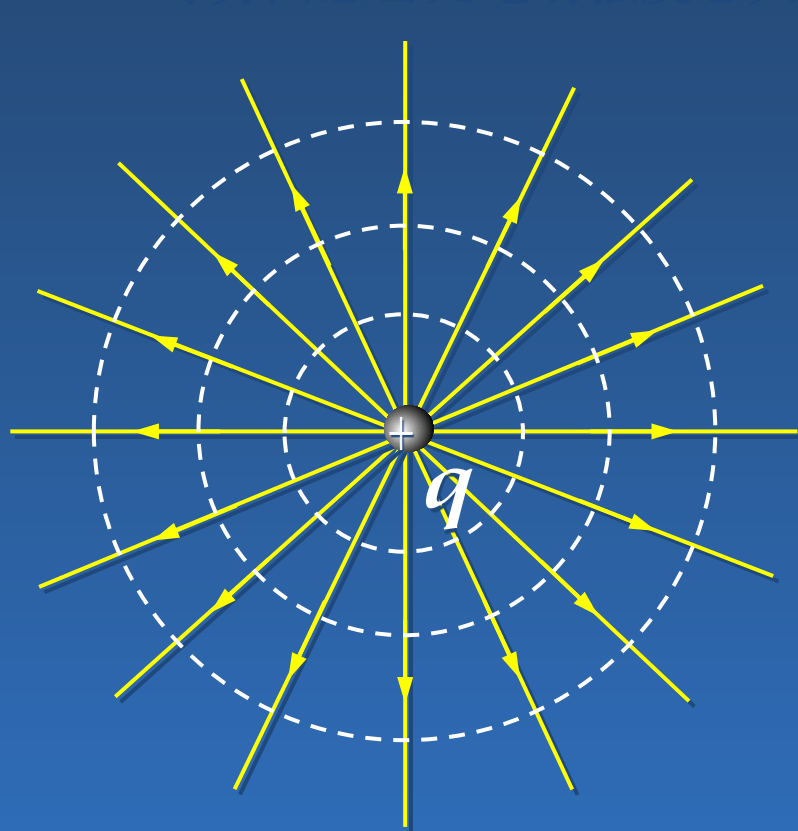
即： \vec{E} 垂直于等势面！

5.5 电势与电场强度的关系

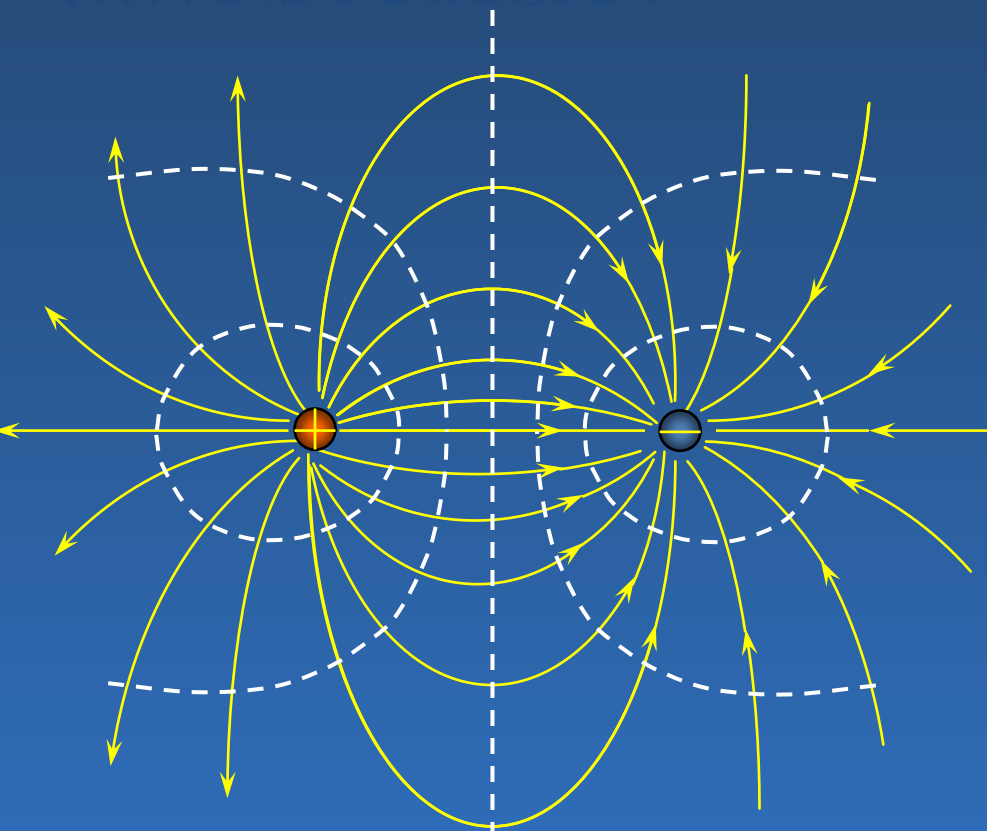
一、等势面

电场强度与等势面处处垂直！

等势面愈密处电场强度愈大，等势面愈疏处电场强度愈小



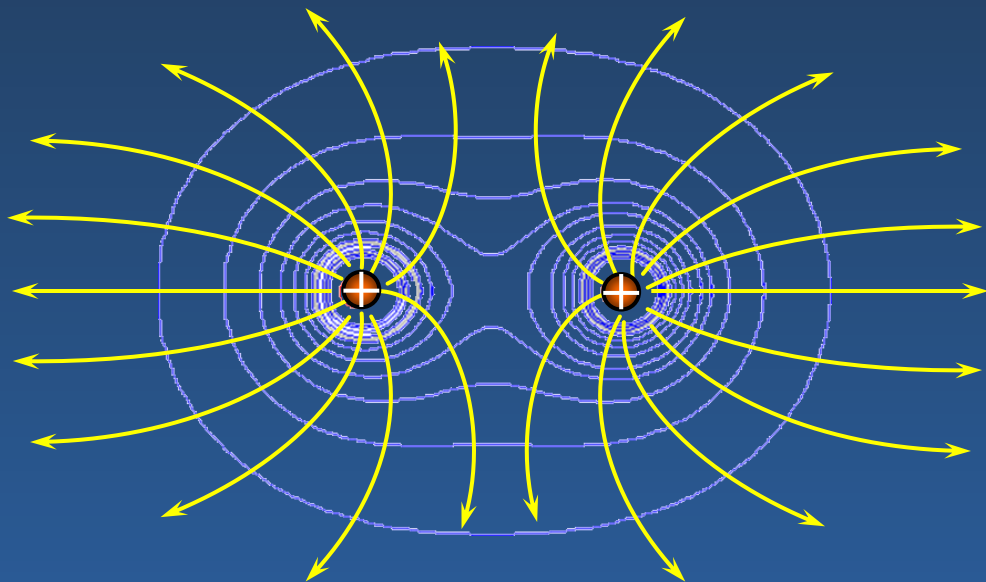
点电荷



等量异号点电荷

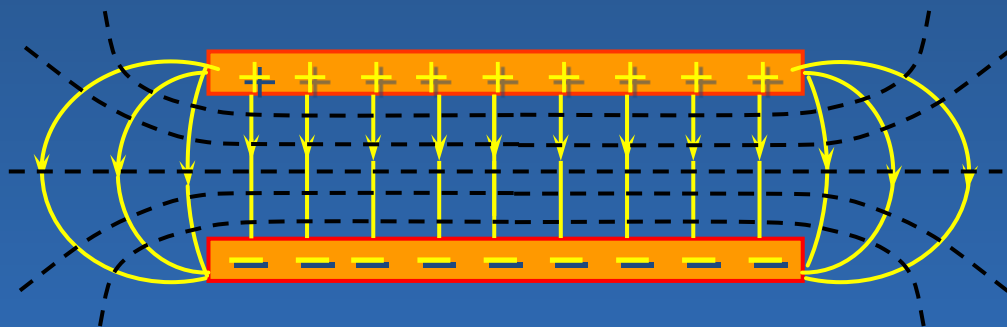
5.5 电势与电场强度的关系

一、等势面



等量同号点电荷

平行板电容器



5.5 电势与电场强度的关系

将单位正电荷沿等势面法线方向移动。

$$\left| V_A - V_B \right| = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = E_1 \int_A^B dl = E_1 \Delta n_1$$

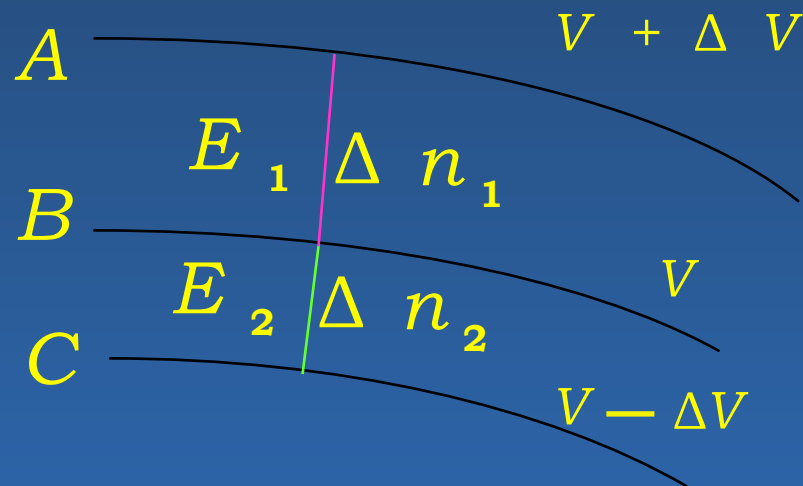
$$\left| V_B - V_C \right| = E_2 \Delta n_2$$

$$\text{因为 } \left| V_A - V_B \right| = \left| V_B - V_C \right|$$

$$\text{所以 } E_1 \Delta n_1 = E_2 \Delta n_2$$

$$\text{若 } \Delta n_1 > \Delta n_2, \text{ 则 } E_1 < E_2$$

即：等势面越密的地方电场强度越大。



5.5 电势与电场强度的关系

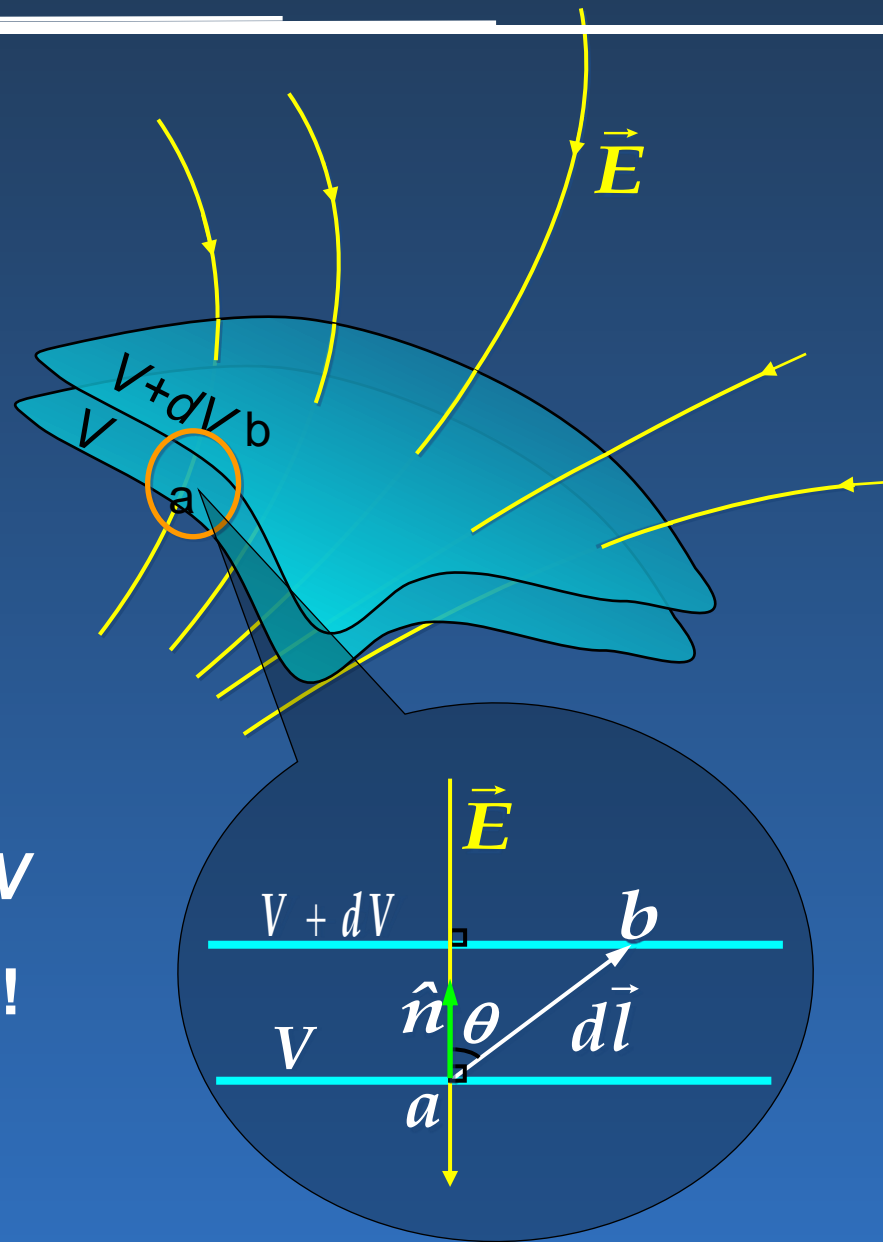
二、 \vec{E} 、 V 间的微分关系

$$V_a - V_b = V - (V + dV) = -dV$$

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \approx \vec{E} \cdot d\vec{l}$$
$$= E \cdot \cos \theta \cdot dl$$

$$\therefore E \cdot \cos \theta = -\frac{dV}{dl}$$

即： \vec{E} 沿 $d\vec{l}$ 方向的分量等于 V 沿该方向的空间变化率的负值！



5.5 电势与电场强度的关系

当 $\theta=0$ 时，即沿等势面的法向方向 V 的空间变化率的取最大值：

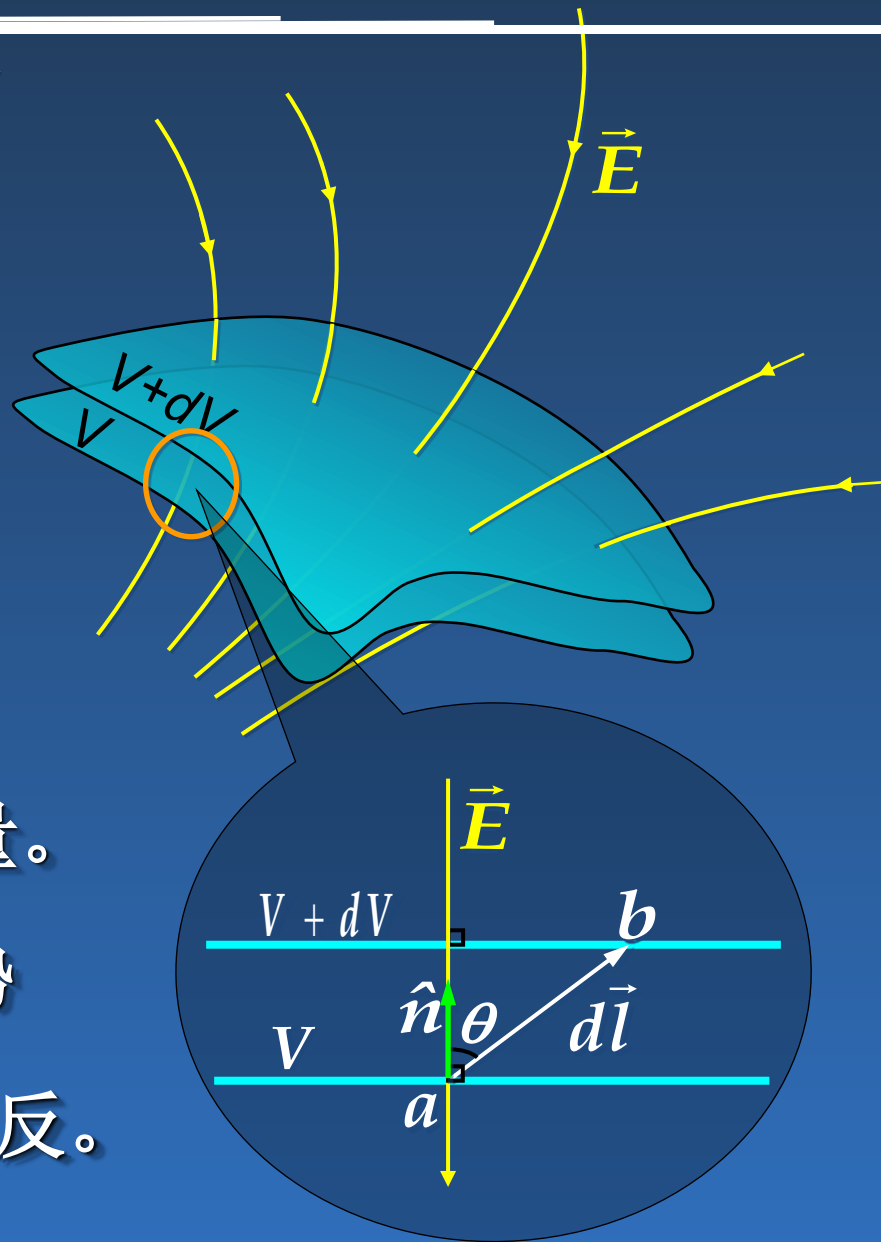
$$\left(\frac{dV}{dl}\right)_{\max} = \frac{dV}{dn} = -E \cdot \cos 0^\circ$$

定义：电势梯度 ∇V 或 $\text{grad} V$

$$\nabla V = \frac{dV}{dn} \hat{n}$$

□ \hat{n} 为等势面的法向单位矢量。

□ 梯度 ∇V 为矢量，指向电势升高的方向，与 \vec{E} 方向相反。

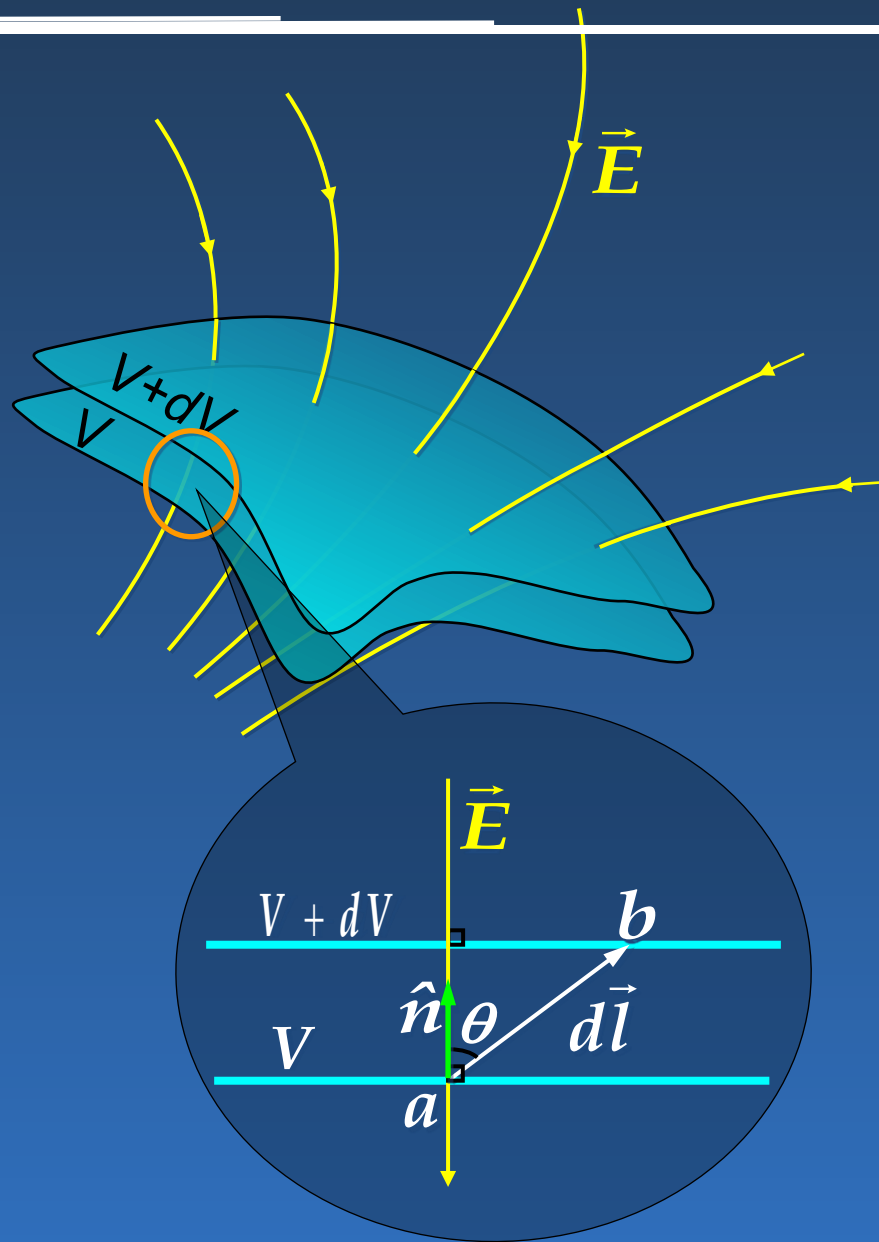


5.5 电势与电场强度的关系

$$\vec{E} = -\nabla V = -\frac{dV}{dn}\hat{n}$$

说明

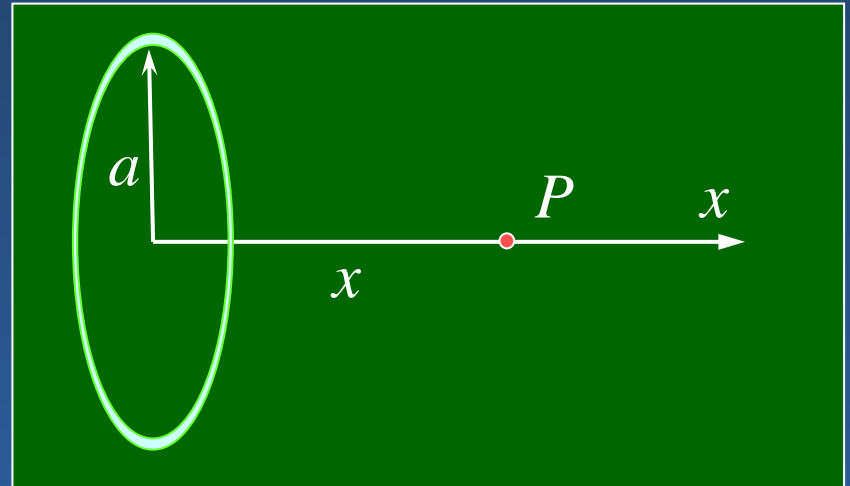
- “-” 表示电场总是指向 V 降低的方向！
- $\nabla V = \frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}$
- 对于 \vec{E} 分布复杂的情形，可先求 V ，再求梯度办法求 \vec{E} 。



例1. 均匀带电圆环，带电量为 q ，半径为 a 。求轴线上任一点 P 的场强。

解：

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\sqrt{x^2+a^2}}$$
$$E = E_x = -\frac{d\varphi}{dx}$$
$$= \frac{qx}{4\pi\epsilon_0(x^2+a^2)^{3/2}}$$



归纳:

1. 电场线与等势面处处垂直。
2. 电场强度与电势之间的微分关系:

$$\vec{E} = -\nabla V$$

电势梯度指向电势升高的方向;

电场强度指向电势降低的方向。

小

结

计算电势的方法

1、点电荷场的电势叠加原理

$$V = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i} \quad (\text{分立})$$

$$V = \int_Q \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (\text{连续})$$

2、根据电势的定义 $\vec{E} \Rightarrow V$

$$V_p = \int_p^{\text{0势}} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

3、电势差:

$$V_{ab} = V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

计算场强的方法

1、点电荷场的场强叠加原理

$$\vec{E} = \sum_i \frac{q_i \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r_i^3} \quad (\text{分立})$$

$$\vec{E} = \int_Q \frac{\vec{r} dq}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (\text{连续})$$

2、可有（电势梯度） $U \Rightarrow \vec{E}$

$$-\nabla V = \vec{E}$$

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = E_x$$

3、高斯定理

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i$$