电势课外作业

一、选择题

1. 一均匀带电的球形橡皮气球, 在被吹大的过程中, 场强不断变小的点是

[C] (A) 始终在气球内部的点 (B) 始终在气球外部的点

(C) 从气球外变到气球内表面上的点 (D) 找不到这样的点

2. 下面关于某点电势正负的陈述中, 正确的是

[C] (A) 电势的正负决定于试探电荷的正负

(B) 电势的正负决定于移动试探电荷时外力对试探电荷作功的正负

(C) 空间某点电势的正负是不确定的, 可正可负, 决定于电势零点的选取

(D) 电势的正负决定于带电体的正负

3. 在下列情况中, 零电势可以选在无限远处的是

[A] (A) 孤立带电球体的电势 (B) 无限大带电平板的电势

(C) 无限长带电直导线的电势 (D) 无限长均匀带电圆柱体的电势

4. 由定义式 $\boldsymbol{\varphi_R = \int_R^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$ 可知

[D] (A) 对于有限带电体, 电势零点只能选在无穷远处

(B) 若选无限远处为电势零点, 则电场中各点的电势均为正值

(C) 已知空间 R 点的 $\boldsymbol{E}$, 就可用此式算出 R 点的电势

(D) 已知 $R\to\infty$ 积分路径上的场强分布, 便可由此计算出 R 点的电势

5. 静电场中某点电势的数值等于

[C] (A) 试验电荷 q_0 置于该点时具有的电势能

(B) 单位试验电荷置于该点时具有的电势能

(C) 单位正电荷置于该点时具有的电势能

(D) 把单位正电荷从该点移到电势零点外力所做的功

6. 根据场强和电势梯度的关系式 $\boldsymbol{E_l = -\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}l}}$ 可知, 下列叙述中正确的是

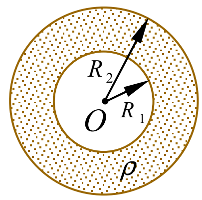
[C] (A) 场强为 0 处, 电势一定为 0

(B) 电势为 0 处, 场强一定为 0

(C) 场强处处为 0 的区域, 电势一定处处相等

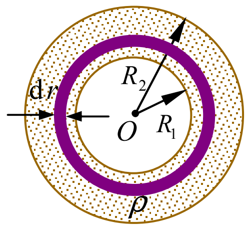
(D) 电势处处相等的区域, 场强不一定处处为 0

7. 如图所示为一个均匀带电的球壳，其电荷体密度为ρ，球壳内表面半径为R_1，外表面半径为R_2，设无穷远处为电势零点，求空腔内任一点的电势．



解： 由高斯定理可知，空腔内任一点的电场强度$\vec{E}=0$

所以，该空腔为一等势体，任一点的电势都等于球心O点处的电势．



在带电球壳内取半径为r厚度为$\mathrm{d}r$如A5-3-11图所示的薄球壳，其带电量为

$$\mathrm{d}q=\rho 4\pi r^2\,\mathrm{d}r$$

它在球心O处产生的电势为

$$\mathrm{d}\varphi_O=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r}=\frac{\rho r\,\mathrm{d}r}{\varepsilon_0}$$

根据电势叠加原理，整个带电球壳在O处产生的电势为

$$\varphi_O=\int\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\rho r\,\mathrm{d}r}{\varepsilon_0}=\frac{\rho}{2\varepsilon_0}(R_2^2-R_1^2)$$

空腔内任一点P的电势为

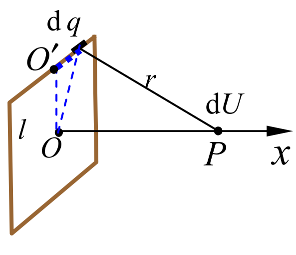
$$\varphi_P=\varphi_O=\frac{\rho}{2\varepsilon_0}(R_2^2-R_1^2)$$

注：本题也可以通过电场分布积分求解

8 边长为l的正方形带细线框均匀带电q．设无穷远处为电势零点，试求此正方形轴线上、距离中心x处电势．

解： 如如图所示，电荷元$\mathrm{d}q$在P点产生的电势为$\mathrm{d}U$

$$\mathrm{d}\kappa=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r}$$



设电荷线密度为$\lambda=\dfrac{q}{4l}$，　$\mathrm{d}q=\lambda\,\mathrm{d}l'$

如图所示，$\mathrm{d}q=\lambda\,\mathrm{d}l'$，$r=\sqrt{l'^2+l^2/4+x^2}$

代入上式，积分得

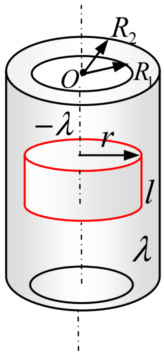
$$\varphi = \oint \mathrm{d}\varphi = 4\int_{-l/2}^{l/2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda \mathrm{d} l'}{\sqrt{l'^2 + l^2/4 + x^2}}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l} \ln \frac{\sqrt{l^2/2 + x^2} + l/2}{\sqrt{l^2/2 + x^2} - l/2}$$

9. 两个均匀带电的无限长同轴圆柱面，其半径分别为R_1和R_2 ($R_1 < R_2$)，内圆柱面上每单位长度带有$-\lambda$的负电荷，外圆柱面上带有等量的正电荷．试求(A) 离轴线r处的电势；(B) 两圆柱面间的电势差．

解： (1) 如图所示，以公共轴线为轴，选取为半径r、高为l的圆柱形高斯面，由对称性和高斯定理得

$$\oiint_S \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 2\pi r l E = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_i$$



$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 r l} \sum q_i$$

$r < R_1$处$\sum q_i = 0$，故$\boldsymbol{E} = 0$

$R_1 < r < R_2$处$\sum q_i = -\lambda l$，$\boldsymbol{E}_2 = \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \hat{\boldsymbol{r}}$

$r > R_2$处$\sum q_i = (\lambda - \lambda) l$，$\boldsymbol{E}_3 = 0$

$$\varphi_1 = \int_r^\infty \mathbf{E} \cdot \mathrm{d}\mathbf{r} = -\int_r^{R_1} \mathbf{E}_1 \, \mathrm{d}\mathbf{r} + \int_{R_r}^{R_2} \mathbf{E}_2 \cdot \mathrm{d}\mathbf{r} + \int_{R_2}^\infty \mathbf{E}_3 \cdot \mathrm{d}\mathbf{r}$$

$$= -\int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\mathrm{d}r}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{R_1}{R_2} < 0$$

$$\varphi_2 = \int_r^\infty \mathbf{E} \cdot \mathrm{d}\mathbf{r} = -\int_r^{R_2} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\mathrm{d}r}{r} + \int_{R_2}^\infty \mathbf{E}_3 \cdot \mathrm{d}\mathbf{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{R_2}{r}$$

$$\varphi_2 = \int_r^\infty \mathbf{E}_3 \cdot \mathrm{d}\mathbf{r} = 0$$

(2) 由电势差定义，两圆柱面间的电势差为

$$U = \int_{R_1}^{R_2} \mathbf{E}_2 \cdot \mathrm{d}\mathbf{r} = -\int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\mathrm{d}r}{r} = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}$$