

一、(本题共 15 小题, 每小题 1 分, 满分 15 分) 判断题。

- (1) 存在集合  $A$ , 使得  $A \subseteq A \times A$ 。
- (2) 不能确定真值的陈述句一定不是命题。
- (3) 平凡图是连通图。
- (4)  $\{\neg, \vee\}$  是联结词完备集。
- (5) 一个关系不是自反的, 那么一定是反自反的。
- (6) 任意顶点的度数之和均小于顶点数的无向图一定不是哈密顿图。
- (7) 命题公式  $A$  是永假式当且仅当  $A$  的主合取范式含有全部  $2^n$  个极大项。
- (8) 设  $A$ 、 $B$  和  $C$  为集合且  $A=B=C$ , 则  $A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$ 。
- (9) 一个合取范式是永假式当且仅当它的每个简单析取式都是永假式。
- (10) 设  $A, B, C$  都是命题公式, 若  $A \vee C \Leftrightarrow B \vee C$ , 则有  $A \Leftrightarrow B$ 。
- (11) 若  $p$  和  $q$  是命题变项, 则  $p \leftrightarrow q$  一定不是命题。
- (12) 设  $G$  是  $n$  阶  $m$  条边的简单无向连通图, 则  $n-1 \leq m \leq n(n-1)/2$ 。
- (13) 命题公式  $p \vee \neg q \vee r$  既是析取范式, 又是合取范式。
- (14) 两个无向图同构的充分必要条件是它们的顶点数、边数以及度数列分别相等。
- (15) 命题公式  $A \wedge B$  是永假式当且仅当  $A$  和  $B$  都是永假式。

二、(本题共 5 小题, 每小题 1 分, 满分 5 分) 填空题。

- (1) 集合表达式  $((A \cup B) \cap B) - (A \cup B)$  的化简结果为\_\_\_\_\_。
- (2) 已知  $p, q, r, s$  的赋值分别为 0、0、1、1, 则  $(\neg r \wedge s) \leftrightarrow (p \wedge \neg q)$  的真值为\_\_\_\_\_。
- (3) 已知命题公式  $A$  有 3 个命题变项且其主析取范式为  $m_1 \vee m_2$ , 则  $\neg A$  的主析取范式为\_\_\_\_\_。
- (4) 已知无向树有 8 片树叶, 2 个 3 度顶点, 其余都是 4 度顶点, 则该树有\_\_\_\_\_个 4 度顶点。
- (5) 设  $A = \{\emptyset, \{2\}\}$ ,  $C = \{\{\emptyset\}\}$ , 则  $P(A) \times C =$ \_\_\_\_\_。

三、(本题共 5 小题, 每小题 1 分, 满分 5 分) 在命题逻辑中符号化下列命题。

- (1) 只有天不下雨, 他才步行上班。
- (2) 小张或生于山东或生于江苏。

(3) 张辉和张丽不是姊妹。

(4)  $a$  是偶数仅当  $a$  能被 2 整除。

(5) 若  $2+2 \neq 4$ , 则  $3+3 \neq 6$ ; 反之亦然。

四、(本题共 5 小题, 每题 1 分, 满分 5 分)在一阶逻辑中符号化下列命题。

(1) 没有不能表示成分数的有理数。

(2) 2 或 3 是素数。

(3) 说火车比汽车跑的快不对是不对的。

(4)  $4 > 2$  与  $3 \geq 1$  互为充要条件。

(5) 人长得都不一样。

五、(本题满分 5 分)设  $F$ 、 $G$ 、 $H$  为任意的关系, 证明  $F \cdot (GUH) = F \cdot GUF \cdot H$ , 其中 “ $\cdot$ ” 为关系的复合运算。

六、(本题满分 5 分) 已知有 5 个非负整数  $(5, 4, 3, 3, 2, 2)$ 、 $(4, 3, 2, 2, 2, 2, 1)$ 、 $(6, 6, 5, 5, 3, 3, 2)$ 、 $(4, 2, 2, 2)$ 、 $(4, 4, 3, 2, 2)$ 。判断这 5 个数列中哪些是可图化的? 哪些是可简单图化的? 请说明理由。对于可简单图化的非负整数列, 画出 3 个不同构的图, 其中至少有两个是简单图。

七、(本题满分 5 分) 某班 60 名学生中, 有 25 人会打网球, 有 26 人会打羽毛球, 有 26 人会打乒乓球, 并且有 9 人会打网球和羽毛球, 有 11 人会打网球和乒乓球, 有 8 人会打羽毛球和乒乓球。此外, 还有 8 人三种球都不会打。求该班三种球都会打的学生有多少人?

八、(本题满分 5 分) 在一阶逻辑中证明下面的推理: 所有的节目主持人都很有风度。李明是个学生并且是个节目主持人。因此有些学生很有风度。(个体域 D: 所有人的集合)

九、(本题满分 8 分)求公式 $(p \vee q) \rightarrow r$ 的主析取范式和主合取范式，并分别给出公式的成真赋值和成假赋值。

十、(本题满分 8 分)在命题逻辑中符号化下列推理的形式结构并判断该推理是否正确：如果 a 和 b 之积是负数，则 a 和 b 中恰有一个是负数。a 和 b 之积不是负数。所以，a 和 b 都不是负数。

十一、(本题满分 8 分)假设一个通信系统所传输信息有 7 个符号 {a, b, c, d, e, f, g} 构成，且这 7 个符号的概率分布  $P = \{0.35, 0.2, 0.15, 0.1, 0.1, 0.05, 0.05\}$ 。求：(1) 传输这 7 个符号的最佳前缀码及平均编码长度(要求画出最优 2 叉树)；(2) 若要传输  $10^n$  ( $n \geq 2$ ) 个符号，则平均需要传输多少比特的二进制数据？

十二、(本题满分 8 分) 设集合  $A$  为正整数集的某个子集,  $R$  是  $A$  上的整除关系,  $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in A \wedge x \text{ 整除 } y \}$ 。(1) 证明  $R$  是偏序关系; (2) 若  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ , 画出  $\langle A, R \rangle$  的哈斯图, 并求  $\langle A, R \rangle$  的最小元、极小元、最大元和极大元; (3) 求  $B = \{2, 3, 4\}$  的最小上界和最大下界。

十三、(本题满分 8 分) 设集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , 定义  $A$  上的二元关系  $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x \text{ 是 } y \text{ 的倍数} \vee y \text{ 是素数} \}$ 。(1) 列出关系  $R$ ; (2) 求  $R$  的关系图和关系矩阵; (3) 判断  $R$  的性质; (4) 求  $R^2$ 。

十四、(本题满分 10 分) 已知有向图  $D = \langle V, E \rangle$ , 其中  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ ,  $E = \{ \langle v_1, v_2 \rangle, \langle v_1, v_3 \rangle, \langle v_1, v_4 \rangle, \langle v_2, v_3 \rangle, \langle v_2, v_4 \rangle, \langle v_3, v_4 \rangle, \langle v_4, v_3 \rangle, \langle v_4, v_4 \rangle \}$ 。(1) 画出有向图  $D$ ; (2) 写出有向图  $D$  的邻接矩阵; (3) 求顶点  $v_3$  到  $v_4$  长度为 1, 2, 3, 4 的通路各有多少条? (4) 求顶点  $v_4$  到自身长度为 1, 2, 3, 4 的通路各有多少条? (5) 求出长度为小于等于 4 的非回路的通路和回路各有多少条?