

河海大学 2020~2021 学年第二学期  
 《概率论与数理统计(A,B)》期中试卷

(供 2019 级工科各专业使用) 2020 年 11 月

专业、班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 成绩 \_\_\_\_\_

一、填空选择题 (每空 3 分, 本题满分 24 分)

1. 已知  $P(A) = \frac{1}{4}$ ,  $P(B|A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(A|B) = \frac{1}{2}$ , 则  $P(A \cup B) =$  \_\_\_\_\_;

2.  $X \sim N(1, 1)$ , 概率密度为  $f(x)$ , 则下列结论正确的是 ( )

(A)  $p(X \leq 0) = P(X \geq 0) = 0.5$

(B)  $f(x) = f(-x)$ ,  $x \in (-\infty, +\infty)$

(C)  $p(X \leq 1) = P(X \geq 1) = 0.5$

(D)  $F(x) = 1 - F(-x)$ ,  $x \in (-\infty, +\infty)$

3. 随机变量  $X$  的密度函数为  $f(x) = \begin{cases} a + bx^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$  且已知  $E(X) = \frac{3}{5}$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_;

4. 设随机变量  $X$  概率分布分布为  $P\{X = k\} = \frac{c}{k!}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , 则  $c =$  \_\_\_\_\_;

5. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立, 且均服从区间  $[0, 3]$  上的均匀分布, 则  $P\{\max(X, Y) \leq 1\} =$  \_\_\_\_\_;

6. 已知随机变量  $X$  和  $Y$  的概率分布为:

$X$	-1	0	1
$P$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

$Y$	0	1
$P$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

而且  $P\{XY = 0\} = 1$ ; 则  $P\{X \neq Y\} =$  \_\_\_\_\_;

7. 设  $X$  的密度函数为  $f(x)$ , 而  $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$ ,  $-\infty < x < +\infty$ , 则  $Y = 2X$  的概率密度是

\_\_\_\_\_。

二、(本题满分 14 分) 设玻璃杯整箱出售, 每箱 10 只, 各箱含 0, 1, 2 只残次品的概率分别为 0.8, 0.1, 0.1, 一顾客欲购买一箱玻璃杯, 由售货员任取一箱, 经顾客随机察看 4 只, 若无残次品, 则买此箱玻璃杯, 否则不买。求:

(1) 顾客买此箱玻璃杯的概率;

(2) 在顾客买的此箱玻璃杯中, 有 1 只残次品的概率。

三、(本题满分 10 分) 一汽车沿一街道行驶需要通过三个设有红绿信号灯路口, 每个信号灯为红或绿与其它信号灯为红或绿相互独立, 且红绿两种信号显示的时间相等, 以  $X$  表示该汽车首次遇到红灯前已通过的路口的个数,

求: (1)  $X$  的概率分布, (2)  $E\left(\frac{1}{1+X}\right)$

四、(本题满分 14 分) 随机变量  $X$  具有概率密度:

$$f(x) = \begin{cases} ke^x, & x < 0 \\ \frac{1}{4}, & 0 \leq x < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求 (1) 常数  $k$ ; (2) 分布函数  $F(x)$ ; (3)  $EX$ 。

五、(本题满分 14 分) 设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率分布为

		$Y$		
		-1	0	1
$X$	-1	$a$	0	0.2
	0	0.1	$b$	0.2
	1	0	0.1	$c$

其中  $a, b, c$  为常数, 且  $X$  的数学期望  $EX = -0.2$ ,  $P\{x \leq 0, y \leq 0\} = 0.5$ , 记  $Z = X + Y$

求: (1)  $a, b, c$  的值; (2)  $Z$  的概率分布; (3)  $P\{X = Z\}$ ;

六、(本题满分 16 分) 设二维连续型随机变量  $(X, Y)$  的联合概率密度函数为:

$$f(x, y) = \begin{cases} 12y^2, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求:

(1) 关于  $X$  和  $Y$  的边缘密度函数  $f_X(x)$  和  $f_Y(y)$ ;

(2)  $P\{X+Y \leq 1\}$ ;

(3)  $Z = X+Y$  的概率密度函数  $f_Z(z)$ ;

七、(本题满分8分) 已知事件  $A, B$  满足  $P(A|B) = P(A|\bar{B})$ , 证明:  $A$  与  $B$  相互独立。