

河海大学 2007~2008 学年第一学期

2006 级《概率论与数理统计》试卷

(供全校工科专业使用) 2007 年 12 月

专业 _____ 姓名 _____ 学号 _____ (A 卷)

题号	一	二	三	四	五	六	七	成绩
得分								

一、(每空 3 分, 共 18 分) 填空题

1. 设 A 、 B 为随机事件, $P(A) = 0.7$, $P(A - B) = 0.3$, 则

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \underline{\hspace{2cm}};$$

2. 某实习生用一台机器接连独立地制造了 3 个同种零件, 第 i 个零件是不合格品的概率 $p_i = \frac{1}{i+1}$ ($i = 1, 2, 3$), 以 X 表示 3 个零件中合格品的个数, 则 $P\{X = 2\} = \underline{\hspace{2cm}};$

3. 已知 X 的密度函数为 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2 + 2x - 1}$, 则

$$D(X) = \underline{\hspace{2cm}};$$

4. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 且已知 $E[(X-1)(X-2)] = 1$, 则 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}};$

5. 设 X_1, X_2 是来自正态总体 $N(0, \sigma^2)$ 的样本, 则 $U = X_1 / |X_2|$ 服从 _____ 分布;

6. 设总体 X 服从 $(0-1)$ 分布 $B(1, p)$, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自 X 的样本, \bar{X} 为样本均值, 则对任意整数 k ($0 \leq k \leq n$), $P(\bar{X} = \frac{k}{n}) = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、(本题满分 12 分) 有三个箱子各装有一些红、白球。第一个箱子装有 4 个红球 4 个白球，第二个箱子装有 2 个红球 6 个白球，第三个箱子装有 6 个红球 2 个白球，现用掷骰子来决定从哪箱子里取出一只球，若出一点，则从第一个箱子取出一只球，若出 6 点，则从第三个箱子取出一只球，若出的是其他点，则从第二个箱子取出 1 只球。

1. 试求取出的是 1 只红球的概率；
2. 已知取出的是 1 只红球，求这只红球是来自第二个箱子的概率。

三、(本题满分 12 分) 设随机变量 X 密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x, & 1 < x \leq 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求：1. X 的分布函数 $F(x)$ ；

2. $E(X)$, $D(X)$.

四、(本题满分 18 分) 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 2, & 0 \leq x \leq 1, \quad 1-x \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其它} \end{cases},$$

求: 1. 关于 X 和 Y 的边缘密度分布函数 $f_X(x), f_Y(y)$;

2. X 与 Y 的协方差 $Cov(X, Y)$;

3. $Z = X + Y$ 的密度函数 $f_Z(z)$ 。

五、(本题满分 10 分) 设 $X \sim B(n_1, p)$, $Y \sim B(n_2, p)$ 且相互独立, 证明:

$$X + Y \sim B(n_1 + n_2, p)。$$

六、(本题满分 15 分) 设总体 X 服从 $(0, \theta)$ 上的均匀分布, 其中 θ 为未知参数。 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自 X 的简单随机样本。求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_M$ 和极大似然估计量 $\hat{\theta}_{MLE}$, 并说明 $\hat{\theta}_{MLE}$ 是否为 θ 的无偏估计量, 请给出理由。

七、(本题满分 15 分) 某厂生产的某种型号的电池, 其寿命 (以小时计) 服从正态分布, 现随机地抽取 26 只电池, 测出其寿命的样本方差 $s^2 = 7200$

1. 试检验假设 $H_0: \sigma^2 = 5000$, $H_1: \sigma^2 \neq 5000$ (给定显著性水平 $\alpha = 0.05$);
2. 求 σ 的置信度为 0.95 的置信区间。

附表: 部分 χ^2 分布表 $P\{\chi^2(n) > \chi_\alpha^2(n)\} = \alpha$

$\chi_\alpha^2(n)$ \ α	0.025	0.05	0.95	0.975
n				
25	40.646	37.652	14.661	13.120
26	41.923	38.885	15.379	13.844