

第2章 文法与语言

主要内容

- 程序设计语言
- 语言概述
- 形式语言
- 符号和符号串
- 文法
- 语言（推导）
- 语法树与句型分析
- 文法二义性
- 文法与语言分类

主要内容

- 程序设计语言
- 语言概述
- 形式语言
- 符号和符号串
- 文法
- 语言（推导）
- 语法树与句型分析
- 文法二义性
- 文法与语言分类

程序设计语言范型

- 命令式语言
- 函数式语言
- 基于规则的语言

LISP:

Define (function1) (paras) (statements)
(function2) (paras) (statements)
(function3) (paras) (statements)
...
(functionnn) (paras) (statements)

PROLOG

Hanoi(N):-move(N,left,centre,right)

Move(0,-,-):-!

Move(N,A,B,C):-M is N-1,
move(M,A,C,B),move(M,C,B,A)

?-Hanoi(3)

(functioni actual-paras)
(functioni actual-paras)
(functioni actual-paras)
...

主要内容

- 程序设计语言
- 语言概述
- 形式语言
- 符号和符号串
- 文法
- 语言（推导）
- 语法树与句型分析
- 文法二义性
- 文法与语言分类

语言与文法

- 当表述一种语言时，无非是说明这种语言的句子，如果语言只含有穷多个句子，则只需**列出句子的有穷集**就行了；但对于含有无穷句子的语言，就出现**如何给出它的有穷表示**的问题
- 以自然语言为例，人们无法列出全部句子，但是人们可以给出一些规则，**用这些规则来说明（或者定义）句子的组成结构**。比如，汉语句子可以由主语后随谓语而成，构成谓语的是动词和直接宾语，可以采用**EBNF**来表示这种句子的构成规则

“我是大学生”是汉语的一个句子

〈句子〉 ::= 〈主语〉 〈谓语〉

〈主语〉 ::= 〈代词〉 | 〈名词〉

〈代词〉 ::= 我 | 你 | 他

〈名词〉 ::= 王明 | 大学生 | 工人 | 英语

〈谓语〉 ::= 〈动词〉 〈直接宾语〉

〈动词〉 ::= 是 | 学习

〈直接宾语〉 ::= 〈代词〉 | 〈名词〉

有了一组规则以后，按照如下方式用它们导出句子：

开始去找 $::=$ 左端的带有〈句子〉的规则并把它由 $::=$ 右端的符号串代替，这个动作表示成：

〈句子〉 \Rightarrow 〈主语〉 〈谓语〉，

然后，在得到串〈主语〉 〈谓语〉中，选取〈主语〉或〈谓语〉，再用相应规则的 $::=$ 右端代替之。比如，选取了〈主语〉，并采用规则〈主语〉 $::=$ 〈代词〉，

那么得到：〈主语〉 〈谓语〉 \Rightarrow 〈代词〉 〈谓语〉，

重复做下去，

句子：“我是大学生”的全部动作过程是：

〈句子〉 \Rightarrow 〈主语〉 〈谓语〉 \Rightarrow 〈代词〉 〈谓语〉

\Rightarrow 我 〈谓语〉 \Rightarrow 我 〈动词〉 〈直接宾语〉

\Rightarrow 我是 〈直接宾语〉 \Rightarrow 我是 〈名词〉 \Rightarrow 我是大学生

“我是大学生”的构成符合上述规则，是句子
“我大学生是”不符合上述规则，不是句子

这些规则成为判别句子结构合法与否的依据，
换句话说，这些规则可以看成是一种**元语言**，
用它描述汉语

这里仅仅涉及汉语句子的结构描述，其中一种
描述元语言称为**文法**

英语句子

sentence → <subject> <verb-phrase> <object>

subject → This | Computers | I

verb-phrase → <adverb> <verb> | <verb>

adverb → never

verb → is | run | am | tell

object → the <noun> | a <noun> | <noun>

noun → university | world | cheese | lies

This is a university.

Computers run the world.

I am the cheese.

I never tell lies.

语言概述

语言是其句子的集合

汉语--所有符合汉语语法的句子的全体

英语--所有符合英语语法的句子的全体

程序设计语言--所有该语言的程序的全体

研究语言 { 每个句子构成的规律
 每个句子的含义
 每个句子和使用者的关系

研究**程序设计语言**

- 每个程序构成的规律
- 每个程序的含义
- 每个程序和使用者的关系

语言研究的三个方面

- 语法 Syntax
- 语义 Semantics
- 语用 Pragmatics

语法 -- 表示构成语言句子的各个记号之间的组合规律

语义 -- 表示各个记号及其组合的特定含义（各个记号和记号所表示对象之间的关系）

语用 -- 表示在各个记号所出现的行为中，它们的来源、使用和影响 ([Merriam-Webster](#): A branch of linguistics that is concerned with the relationship of sentences to the environment in which they occur; [Stanford Encyclopedia](#): Pragmatics deals with utterances, by which we will mean specific events, the intentional acts of speakers at times and places, typically involving language)

每种语言具有两个可识别的特性：语言的形式和与该形式相关联的意义

语言的实例若在语法上是正确的，与其相关联的意义可以从两个观点来看：其一是该句子的创立者所想要表示的意义，另一是接收者所检验到的意义。这两个意义并非总是一样的，前者称为语言的语义，后者是其语用意义。幽默、双关语和谜语就是利用这两方面意义间的差异。

讨论：语义和语用不一致，如果出现在高级程序设计语言中呢？

如果不考虑语义和语用，即只从语法这一侧面来看语言，这种意义下的语言称作**形式语言**

形式语言抽象地定义为一个数学系统，“**形式**”是指这样的事实：语言的所有规则只以什么符号串能出现的方式来陈述

主要内容

- 程序设计语言
- 语言概述
- 形式语言
- 符号和符号串
- 文法
- 语言（推导）
- 语法树与句型分析
- 文法二义性
- 文法与语言分类

形式语言

- 如语言学中语言一样，形式语言一般有两个方面：语法和语义。专门研究语言语法的数学和计算机科学分支叫做**形式语言理论**，它只研究语言的语法而不是它的语义。
- 在形式语言理论中，**形式语言**是一个字母表上的某些有限长字符串的集合。一个形式语言可以包含无限多个字符串。
- 形式语言理论是对符号串集合的**表示法**、**结构**及其**特性**的研究，是程序设计语言语法分析研究的基础

Formal language

- In automata theory, a *formal language* is a set of strings of symbols drawn from a finite *alphabet*. A formal language can be specified either by a set of rules (such as regular expressions or a context-free grammar) that generates the language, or by a *formal machine* that *accepts*(*recognizes*) the language. A formal machine takes strings of symbols as input and outputs either “yes” or “no”. A machine is said to accept a language if it says “yes” to all and only those strings that are in the language. Alternatively, a language can be defined as the set of strings for which a particular machine says “yes” .

Definition of formal language

Basic definitions:

- A ***symbol*** is our basic building block, typically a character or a digit.
- An ***alphabet*** is a finite set of symbols.
- A ***string*** is a finite sequence of alphabet symbols.
- A *formal language* is a set of strings (possibly infinite), all over the same alphabet.

主要内容

- 程序设计语言
- 语言概述
- 形式语言
- 符号和符号串
- 文法
- 语言（推导）
- 语法树与句型分析
- 文法二义性
- 文法与语言分类

符号和符号串

- 任何一种语言都是由该语言的基本符号组成的符号串集合

符号和符号串简介

一些基本概念：

字母表

符号

符号串（空符号串）

符号串集合

- **符号** 一个抽象实体,我们不再形式地定义它(就象几何中的”点”一样).例如字母是符号,数字也是符号。
- **字母表** 字母表是元素的非空有穷集合，我们把字母表中的元素称为符号，因此字母表也称为**符号集**。不同的语言可以有不同的字母表，例如：汉语的字母表中包括汉字、数字及标点符号等，PASCAL语言的字母表是由字母、数字、若干专用符号及BEGIN、IF之类的保留字组成。

符号串 由字母表中的符号组成的任何有穷序列称为符号串。

例如，00 11 10 是字母表 $\Sigma = \{0, 1\}$ 上的符号串。
字母表 $A = \{a, b, c\}$ 上的一些符号串有：a, b, c, ab, aaca。

在符号串中，符号的顺序是很重要的，符号串ab就不同于ba，abca和aabc也不同。

可以使用字母表示符号串，如 $x = STR$ 表示“x是由符号S、T和R，并按此顺序组成的符号串”。

符号串的长度 如果某符号串x中有m个符号，则称其长度为m，表示为 $|x| = m$ ，如001110的长度是6。

空符号串 即不包含任何符号的符号串，用 ε 表示，其长度为0，即 $|\varepsilon| = 0$ 。

符号串的头、尾，固有头和固有尾： 如果 $z=xy$ 是一符号串，那么 x 是 z 的头， y 是 z 的尾，如果 x 是非空的，那么 y 是固有尾；如果 y 非空，那么 x 是固有头。

例如： 设 $z=abc$ ，那么 z 的头是 ϵ, a, ab, abc ，除 abc 外，其它都是固有头； z 的尾是 ϵ, c, bc, abc ， z 的固有尾是 ϵ, c, bc 。

当对符号串 $z=xy$ 的头感兴趣而对其余部分不感兴趣时，采用**省略写法**： $z=x\dots$ ；

如果**为了强调 x 在符号串 z 中的某处出现**，则可表示为： $z=\dots x\dots$ ；符号 t 是符号串 z 的第一个符号，则表示为 $z=t\dots$ 。

符号串的连接： 设 x 和 y 是符号串，它们的连接 xy 是把 y 的符号写在 x 的符号之后得到的符号串.

由于 ϵ 的含义，显然有 $\epsilon x = x$ ， $x \epsilon = x$

例如： $x=ST$ ， $y=abu$ ，则它们的连接 $xy=STabu$ ，看出
 $|x|=2$ ， $|y|=3$ ， $|xy|=5$

符号串的方幂： 符号串自身连接 n 次得到的符号串， a^n 定义为 $aa...aa$ n 个 a ， $a^1=a$ ， $a^2=aa$ 且 $a^0=\epsilon$
例如：若 $x=AB$ ，则：

$$x^0 = \epsilon$$

$$x^1 = AB$$

$$x^2 = ABAB$$

$$x^3 = ABABAB$$

$$x^n = xx^{n-1} = x^{n-1}x \quad (n>0)$$

符号串集合：若集合A中所有元素都是某字母表 Σ 上的符号串，则称A为字母表 Σ 上的符号串集合。

两个符号串集合A和B的乘积：

定义为 $AB = \{xy | x \in A \text{ 且 } y \in B\}$

若集合 $A = \{ab, cde\}$ 集合 $B = \{0, 1\}$ ，则

$$AB = \{ab1, ab0, cde0, cde1\}$$

使用 Σ^* 表示 Σ 上的一切符号串（包括 ε ）组成的集合。 **Σ^* 称为 Σ 的闭包。**

Σ 上的除 ε 外的所有符号串组成的集合记为 Σ^+ 。 **Σ^+ 称为 Σ 的正闭包。**

主要内容

- 程序设计语言
- 语言概述
- 形式语言
- 符号和符号串
- 文法
- 语言（推导）
- 语法树与句型分析
- 文法二义性
- 文法与语言分类

文法

- 符号→符号串→句子→语言
- 并非所有符号串都能形成句子

如何描述一种语言？

如果语言是有穷的（只含有有穷多个句子），
可以将句子逐一列出来表示

如果语言是无穷的，找出语言的有穷表示。语言的有穷表示有两个途经：

生成方式（**文法**）：语言中的每个句子可以用严格定义的规则来构造。

识别方式（**自动机**）：用一个过程，当输入的一任意串属于语言时，该过程经有限次计算后就会停止并回答“是”，若不属于，要么能停止并回答“不是”，要么永远继续下去。

- 文法即是生成方式描述语言的：语言中的每个句子可以用一组严格定义的规则来构造。
- 以下将给出文法的定义，进而在文法的定义的基础上，给出推导的概念，句型、句子和语言的定义。

文法定义

- 文法是对语言结构的形式化定义和描述。
- 文法由规则（产生式）构成。
- 规则： $U ::= x$ 或 $U \rightarrow x$
- 文法 $G[S]$ ，开始符号，字汇表/字母表，终结符号，非终结符

回顾EBNF引入的符号(元符号):

- $\langle \rangle$ 用左右尖括号括起来的语法成分为**非终结符**
- $::=$ (\rightarrow) ‘定义为’ $::=(\rightarrow)$ 的左部由右部定义
- $|$ ‘或’
- $\{ \}$ 表示花括号内的语法成分可重复任意次或限定次数
- $[]$ 表示方括号内的语法成分为任选项
- $()$ 表示圆括号内的成分优先

例：用**EBNF**描述<整数>的定义：

$$\langle \text{整数} \rangle ::= [+|-] \langle \text{数字} \rangle \{ \langle \text{数字} \rangle \}$$
$$\langle \text{数字} \rangle ::= 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9$$

或更好的写法：

$$\langle \text{整数} \rangle ::= [+|-] \langle \text{非零数字} \rangle \{ \langle \text{数字} \rangle \} | 0$$
$$\langle \text{非零数字} \rangle ::= 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9$$
$$\langle \text{数字} \rangle ::= 0 | \langle \text{非零数字} \rangle$$

文法G定义为一个**四元组** (V_N, V_T, P, S) ，其中：

V_N 为非终结符号(或语法实体，或变量)集；

V_T 为终结符号集；

P 为产生式(也称规则)的集合； V_N ， V_T 和 P 是非空有穷集。

S 称作识别符号或开始符号，它是一个非终结符，至少要在一条产生式中作为左部出现。

V_N 和 V_T 不含公共的元素，即 $V_N \cap V_T = \phi$

用 V 表示 $V_N \cup V_T$ ，称为文法G的字母表或字汇表

规则，也称重写规则、产生式或生成式，是形如 $\alpha \rightarrow \beta$ 或 $\alpha ::= \beta$ 的 (α, β) 有序对，其中 α 是字母表 V 的正闭包 V^+ 中的一个符号， β 是 V^* 中的一个符号。 α 称为规则的左部， β 称作规则的右部。

文法举例

- 例: $G[E]$:

$E ::= E + T$

$E ::= T$

$T ::= T * F$

$T ::= F$

$F ::= (E)$

$F ::= i$

$V_N = ? \quad V_T = ? \quad V = ?$

- $V_N = \{E, T, F\}$
- $V_T = \{+, (,), *, i\}$
- $V = \{E, T, F, +, (,), *, i\}$

Define a Grammar

A grammar **G** is defined as a 4-tuple (V_N, V_T, P, S)

V_N is a set of *nonterminals*

V_T is a set of *terminals*

P is a set of *productions*, each production consists of a *left side*, an arrow(or ‘ $::=$ ’), and a *right side*

S is a designation of one of the nonterminals
as the *start symbol*

$V = V_N \cup V_T$ is the alphabet of **G**

文法的定义

例 文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$

$V_N = \{ S \}, V_T = \{ 0, 1 \}$

$P = \{ S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 01 \}$

S为开始符号

例 文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$

$V_N = \{\text{标识符}, \text{字母}, \text{数字}\}$

$V_T = \{a, b, c, \dots, x, y, z, 0, 1, \dots, 9\}$

$P = \{ \langle \text{标识符} \rangle \rightarrow \langle \text{字母} \rangle$

$\langle \text{标识符} \rangle \rightarrow \langle \text{标识符} \rangle \langle \text{字母} \rangle$

$\langle \text{标识符} \rangle \rightarrow \langle \text{标识符} \rangle \langle \text{数字} \rangle$

$\langle \text{字母} \rangle \rightarrow a, \dots, \langle \text{字母} \rangle \rightarrow z$

$\langle \text{数字} \rangle \rightarrow 0, \dots, \langle \text{数字} \rangle \rightarrow 9 \}$

$S = \langle \text{标识符} \rangle$

文法的写法

1 G: $S \rightarrow aAb$

$A \rightarrow ab$

$A \rightarrow aAb$

$A \rightarrow \varepsilon$

2 G[S]: $A \rightarrow ab \quad A \rightarrow aAb \quad A \rightarrow \varepsilon \quad S \rightarrow aAb$

3 G[S]: $A \rightarrow ab \mid aAb \mid \varepsilon \quad S \rightarrow aAb$

元符号： \rightarrow
 $::=$
 $|$
 $\langle \rangle$

习惯表示：

大写字母：非终结符

小写字母：终结符

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow Ax \mid y$

$B \rightarrow z$

递归

- 递归
- 递归规则，递归文法
- 左递归，右递归，直接递归，间接递归

主要内容

- 程序设计语言
- 语言概述
- 形式语言
- 符号和符号串
- 文法
- 语言（推导）
- 语法树与句型分析
- 文法二义性
- 文法与语言分类

推导的定义

直接推导 “ \Rightarrow ”

$\alpha \rightarrow \beta$ 是文法 G 的产生式，若有 δ_1, δ_2 满足： $\delta_1 = \gamma_1 \alpha \gamma_2$,
 $\delta_2 = \gamma_1 \beta \gamma_2$, 其中 $\gamma_1, \gamma_2 \in V^*$

则称 δ_1 直接 **推导** 到 δ_2 , 记作 $\delta_1 \Rightarrow \delta_2$

也称 δ_2 直接 **归约** 到 δ_1

例： G : $S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 01$

$0S1 \Rightarrow 00S11$

$00S11 \Rightarrow 000S111$

$000S111 \Rightarrow 00001111$

$S \Rightarrow 0S1$

2021/9/13

$\langle \text{程序} \rangle \Rightarrow \langle \text{分程序} \rangle.$

$\langle \text{分程序} \rangle. \Rightarrow \langle \text{变量说明部分} \rangle \langle \text{语句} \rangle.$

VAR<标识符>;BEGIN READ(<标识符>) END.

\Rightarrow

VAR A;BEGIN READ(<标识符>) END.

推导的定义

若存在 $\delta = \gamma_0 \Rightarrow \gamma_1 \Rightarrow \dots \Rightarrow \gamma_n = \gamma, (n > 0)$

则记为 $\delta \Rightarrow^+ \gamma$, δ 推导出 γ , 或 γ 归约到 δ

若有 $\delta \Rightarrow^+ \gamma$, 或 $\delta = \gamma$, 则记为 $\delta \Rightarrow^* \gamma$

例: $G: S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 01$

$0S1 \Rightarrow 00S11$

$00S11 \Rightarrow 000S111$

$000S111 \Rightarrow 00001111$

$S \Rightarrow 0S1 \Rightarrow 00S11 \Rightarrow 000S111 \Rightarrow 00001111$

$S \Rightarrow^+ 00001111$

$S \Rightarrow^* S \quad 00S11 \Rightarrow^* 00S11$

What are Derivations

Derivation is a way that a grammar defines a language. In the process of derivation a production is treated as a rewriting rule in which the nonterminal on the left side is replaced by the string on the right side of the production.

A production $u \rightarrow v$ is used by replacing an occurrence of u by v . Formally, if we apply a production p of \mathbf{P} to a string of symbols w in V to yield a new string of symbols z in V , we say that z derived from w using p , written as follows: $w \Rightarrow^p z$. We also use:

$w \Rightarrow z$ z derives from w (production unspecified)

$w \Rightarrow^* z$ z derives from w using zero or more productions

$w \Rightarrow^+ z$ z derives from w using one or more productions

在上下文无关文法中： $\mathbf{A} \rightarrow \beta$ ($\alpha \in V_N$)

- 最左推导： $x\mathbf{A}\delta \Rightarrow x\alpha\delta, x \in V_t^*$
- 最右推导： $\gamma\mathbf{A}y \Rightarrow \gamma\alpha y, y \in V_t^*$
- 规范推导：最右推导
- 规范归约：最左归约

- 例: $G[E]$:

$$E ::= E + T$$

$$E ::= T$$

$$T ::= F$$

$$T ::= T * F$$

$$F ::= (E)$$

$$F ::= a$$

- $a + a * a$ 的推导:

句型、句子的定义

句型:

有文法 G , 若 $S \Rightarrow^* x$, 则称 x 是文法 G 的句型。

句子:

有文法 G , 若 $S \Rightarrow^* x$, 且 $x \in V_T^*$, 则称 x 是文法 G 的句子。

例: $G: S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 01$

$S \Rightarrow 0S1 \Rightarrow 00S11 \Rightarrow 000S111 \Rightarrow 00001111$

G 的句型 $S, 0S1, 00S11, 000S111, 00001111$

G 的句子 $00001111, 01$

右句型

- 由最右推导（规范推导）所得的句型称为右句型（规范句型）

例: $G[E]:$

$$\begin{aligned} E &\rightarrow E+T \mid T \\ T &\rightarrow T * F \mid F \\ F &\rightarrow (E) \mid a \end{aligned}$$

$E \Rightarrow \dots a + a * a$

句子: 用符号 a , $+$, $*$, $($, 和 $)$ 构成的算术表达式

$$\begin{aligned}
 E &\Rightarrow E+T \Rightarrow T+T \Rightarrow F+T \Rightarrow a+T \Rightarrow a+T^*F \\
 &\Rightarrow a+F^*F \Rightarrow a+a^*F \Rightarrow a+a^*a
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E &\Rightarrow E+T \Rightarrow E+T^*F \Rightarrow E+T^*a \Rightarrow E+F^*a \Rightarrow E+a^*a \\
 &\Rightarrow T+a^*a \Rightarrow F+a^*a \Rightarrow a+a^*a
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E &\Rightarrow E+T \Rightarrow T+T \Rightarrow T+T^*F \Rightarrow F+T^*F \Rightarrow F+F^*F \\
 &\Rightarrow a+F^*F \Rightarrow a+F^*a \Rightarrow a+a^*a
 \end{aligned}$$

语言的定义

由文法G生成的语言记为 $L(G)$,它是文法G的一切句子的集合:

$L(G)=\{x|S \Rightarrow^* x, \text{ 其中 } S \text{ 为文法的开始符号, 且 } x \in V_T^*\}$

例: $G: S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 01$

$L(G)=\{0^n 1^n | n \geq 1\}$

例： 文法G[S]:

(1) $S \rightarrow aSBE$

(2) $S \rightarrow aBE$

(3) $EB \rightarrow BE$

(4) $aB \rightarrow ab$

(5) $bB \rightarrow bb$

(6) $bE \rightarrow be$

(7) $eE \rightarrow ee$

$$L(G) = \{ a^n b^n e^n \mid n \geq 1 \}$$

$S \Rightarrow a S B E$	$(S \rightarrow a S B E)$
$\Rightarrow a a B E B E$	$(S \rightarrow a B E)$
$\Rightarrow a a b E B E$	$(a B \rightarrow a b)$
$\Rightarrow a a b B E E$	$(E B \rightarrow B E)$
$\Rightarrow a a b b E E$	$(b B \rightarrow b b)$
$\Rightarrow a a b b e E$	$(b E \rightarrow b e)$
$\Rightarrow a a b b e e$	$(e E \rightarrow e e)$

G生成的每个串都在L(G)中

L(G)中的每个串确实能被G生成

使用产生式(1) $n-1$ 次，得到推导序列：

$S \Rightarrow^* a^{n-1}S(BE)^{n-1}$ ，然后使用产生式(2)一次，得到：

$S \Rightarrow^* a^{n-1}S(BE)^{n-1} \Rightarrow a^n(BE)^n$ 。然后从 $a^n(BE)^n$ 继续推导，总是对EB使用产生式(3)的右部进行替换，而最终在得到的串中，所有的B都先于所有的E。例如，若 $n=3$ ，

$aaaBEBEBE \Rightarrow aaaBBEEBE \Rightarrow aaaBBEBEE \Rightarrow$
 $aaaBBBEEE$ 。

即有： $S \Rightarrow^* a^nB^nE^n$

接着，使用产生式(4)一次，得到 $S \Rightarrow^* a^nbB^{n-1}E^n$ ，然后使用产生式(5) $n-1$ 次得到：

$S \Rightarrow^* a^nb^nE^n$ ，最后使用产生式(6)一次，使用产生式(7) $n-1$ 次，得到： $S \Rightarrow^* a^nb^ne^n$

也能证明，

对于 $n \geq 1$ ，串 $a^nb^ne^n$ 是唯一形式的终结符号串

文法等价

若 $L(G_1)=L(G_2)$, 则称文法 G_1 和 G_2 是等价的。

如文法 $G_1[A]$: $A \rightarrow 0R$ 与 $G_2[S]$: $S \rightarrow 0S1$ 等价

$A \rightarrow 01$

$S \rightarrow 01$

$R \rightarrow A1$

主要内容

- 程序设计语言
- 语言概述
- 形式语言
- 符号和符号串
- 文法
- 语言（推导）
- 语法树与句型分析
- 文法二义性
- 文法与语言分类

语法树

文法 $G[Z]$ 的语法树:

- 每个结点都是 G 的符号
- 树根是文法的开始符号
- 若某个结点至少有一个从它出来的分支, 则该结点一定是非终结符
- 若某个结点 A 有 n 个分支, 假设其分支结点为 B_1, B_2, \dots, B_n , 则
$$A ::= B_1 B_2 B_3 \dots B_n$$
一定是文法的一条规则

语法树

- 语法树可以从推导过程产生
- 凡使用一条规则推导，则可以从规则左部符号结点长出若干分支

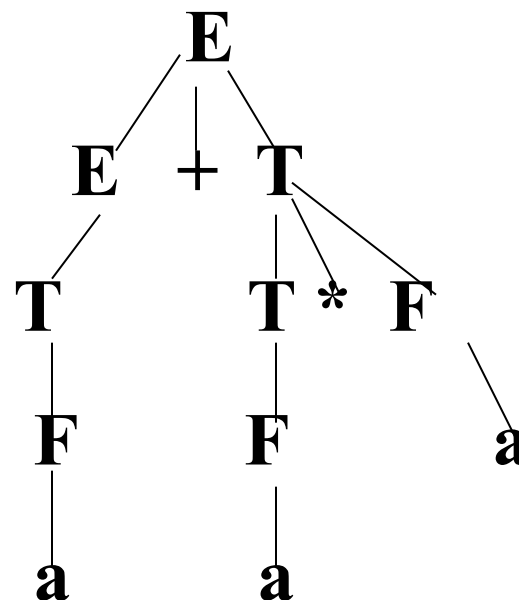
构造语法树

G[E]: $E \rightarrow E+T | T$
 $T \rightarrow T * F | F$
 $F \rightarrow (E) | a$

$E \Rightarrow E+T \Rightarrow T+T$
 $\Rightarrow F+T \Rightarrow a+T$
 $\Rightarrow a+T * F$
 $\Rightarrow a+F * F \Rightarrow a+a * F$
 $\Rightarrow a+a * a$

$$\begin{aligned}
 E &\Rightarrow E+T \Rightarrow T+T \Rightarrow F+T \\
 &\Rightarrow a+T \Rightarrow a+T^*F \\
 &\Rightarrow a+F^*F \Rightarrow a+a^*F \\
 &\Rightarrow a+a^*a
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E &\Rightarrow E+T \Rightarrow E+T^*F \Rightarrow E+T^*a \\
 &\Rightarrow E+F^*a \Rightarrow E+a^*a \\
 &\Rightarrow T+a^*a \Rightarrow F+a^*a \\
 &\Rightarrow a+a^*a
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E &\Rightarrow E+T \Rightarrow T+T \Rightarrow T+T^*F \\
 &\Rightarrow F+T^*F \Rightarrow F+F^*F \\
 &\Rightarrow a+F^*F \Rightarrow a+F^*a \\
 &\Rightarrow a+a^*a
 \end{aligned}$$


看不出句型中的符号被替代的顺序

句型分析

句型分析就是识别一个符号串是否为某文法的句型，是某个推导的构造过程

在语言的编译实现中，把完成句型分析的程序称为分析程序或识别程序，分析算法又称识别算法

从左到右的分析算法，即总是从左到右地识别输入符号串，首先识别符号串中的最左符号，进而依次识别右边的一个符号，直到分析结束

句型分析算法分类

分析算法可分为：

自上而下分析法：

从文法的开始符号出发，反复使用文法的产生式，寻找与输入符号串匹配的推导。

自下而上分析法：

从输入符号串开始，逐步进行归约，直至归约到文法的开始符号。

两种方法反映了两种语法树的构造过程

自上而下方法是从文法符号开始，将它做为语法树的根，向下逐步建立语法树，使语法树的结果正好是输入符号串

自下而上方法则是从输入符号串开始，以它做为语法树的结果，自底向上地构造语法树

自上而下的语法分析

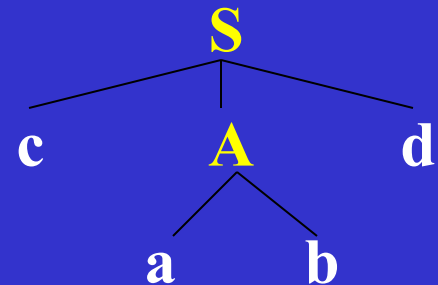
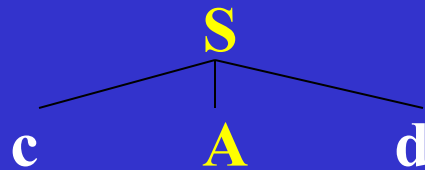
例：文法G: $S \rightarrow cAd$

$A \rightarrow ab$

$A \rightarrow a$

识别输入串 $w=cabd$ 是否为该文法的句子

S



推导过程: $S \Rightarrow cAd$ $cAd \Rightarrow cabd$

自下而上的语法分析

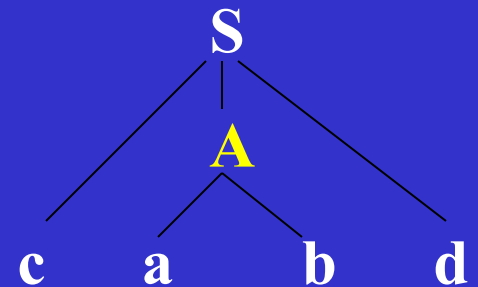
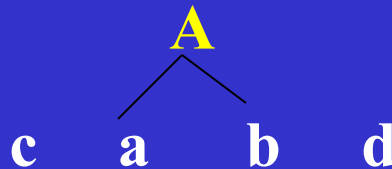
例：文法G: $S \rightarrow cAd$

$A \rightarrow ab$

$A \rightarrow a$

识别输入串 $w=cabd$ 是否该文法的句子

c a b d



归约过程构造的推导: $cAd \Rightarrow cabd$ $S \Rightarrow cAd$

(1) $S \rightarrow cAd$ (2) $A \rightarrow ab$ (3) $A \rightarrow a$

识别输入串 $w=cabd$ 是否为该文法的句子

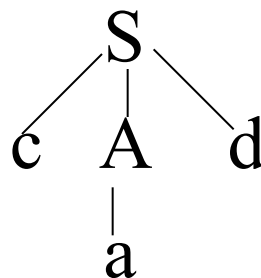
自上而下的语法分析

若 $S \Rightarrow cAd$ 后选择(3)扩展A,

$S \Rightarrow cAd \Rightarrow cad$

那将会?

w的第二个符号可以与叶子
结点a得以匹配, 但第三
个符号却不能与下一叶子
结点d匹配?



宣告分析失败 (其意味着,
识别程序不能为串cad构
造语法树, 即cad不是句
子)

-显然是错误的结论。

导致失败的原因是在分析中
对A的选择不是正确的。

(1) $S \rightarrow cAd$ (2) $A \rightarrow ab$ (3) $A \rightarrow a$

识别输入串 $w=cabd$ 是否为该文法的句子

自下而上的语法分析

对串 $cabd$ 的分析中，
如果不是选择 ab 用
产生式(2)，而是选
择 a 用产生式(3)将 a
归约到了 A ，那么
最终就达不到归约
到 S 的结果，因而
也无从知道 $cabd$ 是
一个句子

c a b d

c A b d
|
a

句型分析的有关问题

1) 在自上而下的分析方法中如何选择使用哪个产生式进行推导？

假定要被代换的最左非终结符号是A，且有n条规则： $A \rightarrow B_1 | B_2 | \dots | B_n$ ，那么如何确定用哪个右部去替代A？

2) 在自下而上的分析方法中如何识别可归约的串？

在分析程序工作的每一步，都是从当前串中选择一个子串，将它归约到某个非终结符号，该子串称为“可归约串”

刻画“可归约串”

文法 $G[S]$

句型的短语

$S \Rightarrow^* \alpha A \delta$ 且 $A \Rightarrow^+ \beta$ ，则称 β 是句型 $\alpha \beta \delta$ 相对于非终结符 A 的短语

句型的直接短语

若有 $A \Rightarrow \beta$ ，则称 β 是句型 $\alpha \beta \delta$ 相对于非终结符 A 的直接短语

句型的句柄

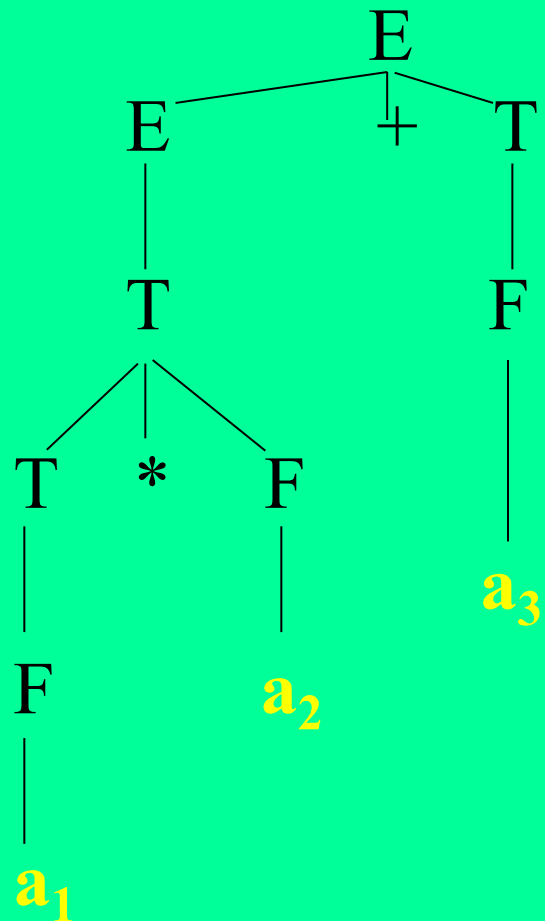
一个右句型的最左直接短语称为该句型的句柄

(一个句型的最左直接短语称为该句型的句柄)

(一个右句型的直接短语称为该句型的句柄)

- **短语**是句型中某非终结符号通过若干步**推导**出的子串
- **归约**：如果每次都从当前句型的**句柄**进行归约，则可以归约到文法的开始符号

例： $a*a+a$ 的短语、直接短语和句柄



$G[E]: E \rightarrow E+T | T$

$T \rightarrow T*F | F$

$F \rightarrow (E) | a$

句型: $a*a+a$

短语: $a_1 * a_2 + a_3$, $a_1 * a_2$,
 a_1 , a_2 , a_3

直接短语: a_1 , a_2 , a_3
句柄: a_1

从语法树判断句型的短语、直接短语和句柄

- 子树
- 简单子树
- 短语
- 直接短语
- 句柄

主要内容

- 程序设计语言
- 语言概述
- 形式语言
- 符号和符号串
- 文法
- 语言（推导）
- 语法树与句型分析
- 文法二义性
- 文法与语言分类

文法二义性

- **文法二义性**：两棵语法树对应同一句子
- 根据语法树，可以发现文法的二义性

二义文法

若一个文法存在某个句子对应两棵不同的语法树，
则称这个**文法是二义**的
或者，若一个文法存在某个句子有两个不同的
最左（右）推导，则称这个**文法是二义**的

判定任给的一个上下文无关文法是否二义，或它
是否产生一个先天二义的上下文无关语言，这
两个问题是递归**不可解**的，但可以为无二义性
寻找一组**充分条件**

文法的二义性和语言的二义性是两个不同的概念：可能有两个不同的文法 G 和 G' ，其中 G 是二义的，但是却有 $L(G)=L(G')$ ，即，这两个文法所产生的语言是相同的。

二义文法改造为无二义文法：

$G[E]: E \rightarrow i$

$G[E]: E \rightarrow T|E+T$

$E \rightarrow E+E$

$T \rightarrow F|T*F$

$E \rightarrow E*E$

$F \rightarrow (E)|i$

$E \rightarrow (E)$

规定优先顺序和结合律

如果产生上下文无关语言的每一个文法都是二义的，**则说此语言是先天二义的**。对于一个程序设计语言来说，常常希望它的文法是无二义的，因为希望对它每个语句的分析是唯一的。

主要内容

- 程序设计语言
- 语言概述
- 形式语言
- 符号和符号串
- 文法
- 语言（推导）
- 语法树与句型分析
- 文法二义性
- 文法与语言分类

文法和语言

- 文法 \rightarrow 语言
- 语言 \rightarrow 文法

文法的类型

通过对产生式施加不同的限制，Chomsky将文法分为四种类型：

0型文法：对任一产生式 $\alpha \rightarrow \beta$ ，都有 $\alpha \in (V_N \cup V_T)^+$ ，
 $\beta \in (V_N \cup V_T)^*$

1型文法：对任一产生式 $\alpha \rightarrow \beta$ ，都有 $|\beta| \geq |\alpha|$ ，仅 $S \rightarrow \varepsilon$ 除外， S 为文法初始符号且不出现在任何产生式右边

2型文法：对任一产生式 $\alpha \rightarrow \beta$ ，都有 $\alpha \in V_N$ ，
 $\beta \in (V_N \cup V_T)^*$

3型文法：任一产生式 $\alpha \rightarrow \beta$ 的形式都为 $A \rightarrow aB$ 或 $A \rightarrow a$ ，
其中 $A \in V_N$ ， $B \in V_N$ ， $a \in V_T$

A hierarchy of grammars

Type 0: free or unrestricted grammars

These are the most general. Productions are of the form $u \rightarrow v$ where both u and v are arbitrary strings of symbols in V , with u non-null. There are no restrictions on what appears on the left or right-hand side other than the left-hand side must be **non-empty**.

Type 1: context-sensitive grammars

Productions are of the form $uXw \rightarrow uvw$ where u , v and w are arbitrary strings of symbols in V , with v **non-null**, and X a single nonterminal. In other words, X may be replaced by v but only when it is surrounded by u and w . (i.e. in a particular context).

Type 2: context-free grammars

Productions are of the form $X \rightarrow v$ where v is an arbitrary string of symbols in V , and X is a single nonterminal. Wherever you find X , you can replace with v (**regardless of context**).

Type 3: regular grammars

Productions are of the form $X \rightarrow a$ or $X \rightarrow aY$ where X and Y are nonterminals and a is a terminal. That is the left-hand side must be a single nonterminal and the right-hand side can be either a single terminal by itself or with a single nonterminal. These grammars are **the most limited** in terms of expressive power.

文法的类型

例：1型（上下文有关）文法

文法 $G[S]$:

$S \rightarrow CD$	$Ab \rightarrow bA$
$C \rightarrow aCA$	$Ba \rightarrow aB$
$C \rightarrow bCB$	$Bb \rightarrow bB$
$AD \rightarrow aD$	$S \rightarrow \varepsilon$
$BD \rightarrow bD$	$C \rightarrow \varepsilon$
$Aa \rightarrow bD$	

文法的类型

例：2型（上下文无关）文法

文法G[S]:

$$S \rightarrow AB$$
$$A \rightarrow BS|0$$
$$B \rightarrow SA|1$$

3型文法示例

G[S]:

$S \rightarrow 0A | 1B | 0$

$A \rightarrow 0A | 1B | 0S$

$B \rightarrow 1B | 1 | 0$

G[I]:

$I \rightarrow IT$

$I \rightarrow I$

$T \rightarrow IT$

$T \rightarrow dT$

$T \rightarrow I$

$T \rightarrow d$

文法的实用限制

G[S]:

$S \rightarrow Be$

$B \rightarrow Ce \mid Af$

$A \rightarrow Ae \mid e$

$C \rightarrow Cf$

$D \rightarrow f$

非终结符:

1. 不可到达的
2. 不可终止的

ϵ 规则

- $A \rightarrow \epsilon$ 形式的规则的出现，使文法结论的证明变得复杂
- 但 $A \rightarrow \epsilon$ 形式的规则的引入，可让文法变得更简洁、易读
- 若 L 是 1、2、或 3 型语言，则 $L \cup \{\epsilon\}$ 和 $L \setminus \{\epsilon\}$ 也分别是 1、2、3 型语言

小结

- 程序设计语言
- 语言概述
- 形式语言
- 符号和符号串
- 文法
- 语言(推导)
- 语法树与句型分析
- 文法二义性
- 文法与语言分类

作业

- 2;
 - 5;
 - 9;
 - 10;
-
- $12(1)(3)(6)$;
 - $15(2)$;
 - 18;