

《数值计算方法》试卷模板

(考试对象: 计算机科学与技术专业)

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 成绩 _____

1. 填空 (每空 2 分, 共 30 分)

(1) 已知真值 $x^*=0.4256$, 则近似值 $x=0.42$ 有 _____ 位有效数字, $x^*=0.43$ 有 _____ 有效数字。

(2) 方程 $e^x - 2 = 0$ 根的隔离区间为 _____ (区间长度不超过 2); 若用二分法求方程的根, 则第一次二分后根所在区间为 _____, 且二分 _____ 次后能使根的误差不超过 $\frac{1}{2} \times 10^{-4}$ 。

(3) 已知 $f(x) = 6x^4 + 2x^2 + 4$, 则差商 $f[2^0, 2^1] =$ _____, $f[2^0, 2^1, \dots, 2^4] =$ _____, $f[2^0, 2^1, \dots, 2^5] =$ _____。

(4) 插值型求积公式是重要的求积分近似值的方法, 其中梯形公式和辛卜生公式分别具有 _____ 次和 _____ 次代数精度。

(5)

(10) 若用三次牛顿插值多项式 $L_3(x)$ 求函数 $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$ 的函数值 $f(8.3)$, 则误差 $L_3(8.3) - f(8.3) =$ _____。

2. (8 分) 用牛顿迭代法求 $\sqrt{15}$ 的近似值 (结果精确到小数点后四位有效数字)。

3. (8 分) 给定数据表:

x	-3	-1	1	2
$f(x)$	1	1.5	2	2

(1) 给出 $f(x)$ 的三次插值多项式;

(2) 计算 $f(-2)$ 的近似值, 并给出其误差表达式。

4. (10 分) 对于方程组
$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 10x_3 = 12 \\ 10x_1 - 4x_2 - x_3 = 5 \\ 2x_1 + 10x_2 - 4x_3 = 8 \end{cases}$$
, 通过调整参数, 建立收敛的雅克

比迭代法和高斯—赛德尔迭代法, 并解释为什么。

5. (10 分) 给定数据 $\begin{array}{c} x \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \\ y \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \end{array}$, 求一代数多项式曲线, 使其最好地拟合这组给定数据。

6. (8 分) 已知 $\int_{-2h}^{2h} f(x)dx \approx A_{-1}f(-h) + A_0f(0) + A_1f(h)$, 其中 $-h, 0, h$ 为已知节点, 试确定求积系数, 使其具有尽可能高的代数精度, 并给出所求公式的代数精度。

7. (10 分) 用龙贝格算法 R_1 计算积分 $I = \int_0^1 \frac{1}{x+2} dx$ 。

8. (8 分) 设 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上具有二阶连续导数.

(1) 写出以 $x_0 = -1, x_1 = 0, x_2 = 1$ 为插值节点 $f(x)$ 的二次插值多项式 $L_2(x)$;

(2) 设想要计算积分 $\int_{-1}^1 f(x)dx$, 现以 $L_2(x)$ 代替 $f(x)$ 导出求积公式。

9. (8 分) 用改进欧拉公式法解初值问题
$$\begin{cases} y' = x^2 + y^2, & (0 \leq x \leq 0.4), \\ y|_{x=0} = 0 \end{cases}$$
, 取步长

$h = 0.2$ 。