

# 《几何与线性代数》自测题 1

2020 年 4 月

专业\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_成绩\_\_\_\_\_

题 号	一	二	三	四	五	六	七	成绩
得 分								

## 一、填空题（每题 3 分，共 30 分）

1、已知向量 $\alpha$ 和 $\beta$ 的夹角 $\phi = \frac{2\pi}{3}$ ,  $\|\alpha\| = 3$ ,  $\|\beta\| = 4$ ,

$$(3\alpha - 2\beta) \cdot (\alpha + 2\beta) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2、点 $M(2, -1, 0)$ 到直线 $L: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$ 的距离是\_\_\_\_\_.

3、设 $\triangle ABC$ 的顶点为 $A(3, 0, 2)$ ,  $B(5, 3, 1)$ ,  $C(0, -1, 3)$ , 求三角形的面积是\_\_\_\_\_.

4、直线 $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-1}{1}$ 与平面 $2x + y - z + 4 = 0$ 的夹角为\_\_\_\_\_.

5、点 $(1, 1, 1)$ 在平面 $x + 2y - z + 1 = 0$ 的投影为\_\_\_\_\_.

6、直线 $\frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{-7} = \frac{z}{3}$ 与平面 $4x - 2y - 2z = 3$ 的关系为\_\_\_\_\_.

7、与向量 $\vec{a} = (2, 0, 1)$ ,  $\vec{b} = (1, -1, 2)$ 都垂直的单位向量为\_\_\_\_\_.

8、如果平面 $ax + 2ay + 10z - 2 = 0$ 与 $x + 2y + 5z = 0$ 平行, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ; 若垂直, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

9、已知:  $\|\alpha\| = 3$ ,  $\|\beta\| = 26$ ,  $\|\alpha \times \beta\| = 72$ , 则 $\alpha \cdot \beta = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10、设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $f(x) = x^2 - x - 8$ , 则 $f(A) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

二、(10 分)

一平面过点 $A(1,0,-1)$ 且平行向量 $\vec{a} = (2,1,1)$ 和 $\vec{b} = (1,-1,0)$ , 试求这平面方程.

三、(12 分)

求垂直于平面 $z = 0$ , 并通过从点 $A(1,-1,1)$ 到直线 $\begin{cases} y - z + 1 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$ 的垂线的平面方程

四、(12 分)

过点 $(-1,0,4)$ 引直线 $L$ ，使它平行于平面 $\pi: 3x - 4y + z - 10 = 0$ 且与直线 $L_1: \frac{x+3}{3} = y - 3 = \frac{z}{2}$ 相交，求该直线 $L$ 的方程。

五、(12 分)

设 $A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$ ，求 $A^3, A^4, A^k$  ( $k$ 为正整数)

六、(12 分)

已知空间两条直线  $l_1: \begin{cases} x+y=0 \\ z+1=0 \end{cases}$ ,  $l_2: \begin{cases} x-y=0 \\ z-1=0 \end{cases}$

- 1) 求这两条直线方向向量, 及其对称式方程
- 2) 求这两条异面直线之间距离

七、(12 分)

设非齐次方程组:  $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + ax_3 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + a^2x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = a - 1 \end{cases}$  有解, 求参数  $a$