

2019-2020 学年第一学期期末考试 A 卷参考答案

一、填空与选择题(每小题 3 分, 共 21 分)

1、【正解】 $\frac{1}{4}$

【学解】 $1 - (1 - p)^3 = \frac{37}{64} \therefore p = \frac{1}{4}$

【考点延伸】《考试宝典》第二章 2.4: 常见的一维随机变量的分布

2、【正解】 0.5

【学解】 $P(X=Y) = 0.5 \times 0.5 + 0.5 \times 0.5 = 0.5$

【考点延伸】《考试宝典》第一章 【重要题型】题型 1: 集合关系与概率计算

3、【正解】 1

【学解】 $F(1+0) = F(1-0) = 1 = k$

【考点延伸】《考试宝典》第二章 2.3 连续型随机变量及其分布

4、【正解】 6; 0.4

【学解】 $2.4 = np, np(1-p) = 1.44, \therefore p = 0.4, n = 6$

【考点延伸】《考试宝典》第二章 2.2 离散型随机变量及其分布

5、【正解】 D

【学解】 X, Y 不相关 $\iff \rho_{XY} = 0 \iff Cov(X, Y) = 0 \iff E(X)E(Y) = E(XY)$

$\iff D(X+Y) = D(X) + D(Y)$

【考点延伸】《考试宝典》第四章 4.4 协方差与相关系数

6、【正解】 $\frac{1}{4}$

【学解】 $\frac{\sum_{i=1}^4 X_i}{2} \sim N(0, 1), \frac{\sum_{i=5}^8 X_i}{2} \sim N(0, 1), \frac{\sum_{i=9}^{12} X_i}{2} \sim N(0, 1), \therefore k = \frac{1}{4}, kY \sim \chi^2(3)$

【考点延伸】《考试宝典》第六章 6.2: 三个重要的抽样分布



7. 【正解】 $\left[\bar{X} - \bar{Y} - \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} u_{1-\frac{\alpha}{2}}, \bar{X} - \bar{Y} + \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} u_{1-\frac{\alpha}{2}} \right]$

【学解】

$\mu_1 - \mu_2$ 的置信度为 $1 - \alpha$ 的置信区间为 $\left[\bar{X} - \bar{Y} - \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} u_{1-\frac{\alpha}{2}}, \bar{X} - \bar{Y} + \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} u_{1-\frac{\alpha}{2}} \right]$

【考点延伸】《考试宝典》第八章 8.2: 置信区间

二、(本题满分 10 分)

【学解】(1): $1 = \int_0^2 f(x) dx = 0.5 + A - 1.5 = A - 1, A = 2;$

(2): $P(0.2 < X < 1.2) = \frac{1-0.2^2}{2} + 0.2 \cdot 2 - \frac{1.2^2-1^2}{2} = 0;$

(3): $F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x^2}{2}, & 0 \leq x \leq 1, \\ 2x - 1 - \frac{x^2}{2}, & 1 < x < 2, \\ 1, & x \geq 2, \end{cases}$

【考点延伸】《考试宝典》第二章 2.3 连续型随机变量及其分布

三、(本题满分 9 分)

【学解】 $F_Y(y) = P(X^2 \leq y), y \leq 0$ 时, $F_Y(y) = 0, y > 0$ 时, $F_Y(y) = P(0 \leq X \leq \sqrt{y})$

$= \int_0^{\sqrt{y}} e^{-x} dx = 1 - e^{-\sqrt{y}}, \therefore F'_Y(y) = f_Y(y) = \begin{cases} \frac{e^{-\sqrt{y}}}{2\sqrt{y}}, & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$

【考点延伸】《考试宝典》第二章 2.3 连续型随机变量及其分布

四、(本题满分 14 分)

【学解】(1) $1 = \iint_{R^2} f(x, y) dx dy \Rightarrow A = \frac{1}{8}.$

(2) $EX = \int_0^2 dx \int_0^2 \frac{x}{8} (x+y) dy = \frac{7}{6}, EX^2 = \int_0^2 dx \int_0^2 \frac{x^2}{8} (x+y) dy = \frac{5}{3},$

同理 $E(Y) = \frac{7}{6}, E(Y^2) = \frac{5}{3}.$

$D(X) = EX^2 - (EX)^2 = \frac{11}{36}, D(Y) = \frac{11}{36} \therefore Cov(X, Y) = E(XY) - EXEY = -\frac{1}{36}$



扫描全能王 创建

$$\therefore D(X+Y) = DX + DY + 2Cov(X,Y) = \frac{5}{9}.$$

$$(3): f_Z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(z-y, y) dy = \begin{cases} \int_0^z \frac{z}{8} dy = \frac{z^2}{8}, & 0 < z \leq 2, \\ \int_{z-2}^2 \frac{z}{8} dy = \frac{(4-z)z}{8}, & 2 < z \leq 4, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

【考点延伸】《考试宝典》第三章 3.6: 二维随机变量函数的分布

五、(本题满分 10 分)

【学解】 $DU = 4DX + 9DY - 12Cov(X,Y) = 32, DV = 9DX + 4DY - 12Cov(X,Y) = 22.$

$$Cov(U,V) = 6DX + 6DY - 13Cov(X,Y) = 23, \rho_{UV} = \frac{Cov(U,V)}{\sqrt{DUDV}} = \frac{23}{88}\sqrt{11}$$

【考点延伸】《考试宝典》第四章 4.4 协方差与相关系数

六、(本题满分 28 分, 每小题 7 分)

【学解】(1): $EX = \bar{X}, EX = \lambda, \therefore \hat{\lambda}_M = \bar{X}, \therefore E(\hat{\lambda}_M) = E(\bar{X}) = EX = \lambda \therefore$ 无偏

【考点延伸】《考试宝典》第七章 7.1: 点估计

【学解】(2): $L(\theta) = 4\theta^6(1-\theta)^2(1-2\theta)^4, \ln L(\theta) = \ln 4 + 6\ln \theta + 2\ln(1-\theta) + 4\ln(1-2\theta)$

$$\frac{d\ln L(\theta)}{d\theta} = \frac{6}{\theta} + \frac{-2}{1-\theta} + \frac{-8}{1-2\theta} = 0, \therefore 0 < \theta < 0.5 \therefore \hat{\theta}_{MLE} = \frac{7-\sqrt{13}}{12}.$$

【考点延伸】《考试宝典》第七章 7.1: 点估计

【学解】(3): σ^2 的置信区间为 $\left[\frac{(n-1)S^2}{\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)} \right] = [55.21, 444.04]$

【考点延伸】《考试宝典》第八章 8.2: 置信区间

【学解】(4): $H_0: \mu = 1600 \text{ vs } H_1: \mu \neq 1600, \sigma = 150 \therefore U = \frac{\bar{X} - 1600}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = 1.256,$

$\therefore U \notin W = \left\{ U: |U| > u_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1.96 \right\} \therefore$ 认为 $\mu = 1600.$

【考点延伸】《考试宝典》第九章 9.3: 常用的假设检验



八、(本题满分 8 分)

【学解】 $f(x,y) = \begin{cases} 0.5, & (x,y) \in [0,2] \times [0,1] \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, P(U=0,V=0) = \iint_{x \leq y} f(x,y) dx dy = 0.25$

$P(U=0,V=1) = 0, P(U=1,V=0) = \iint_{y < x \leq 2y} f(x,y) dx dy = 0.25, P(U=1,V=1) = 0.5$

所以 U,V 的联合分布律和边缘分布律为

U \ V	0	1	$P_{i\cdot}$
	$P_{\cdot j}$	$P_{\cdot j}$	
0	1/4	0	1/4
1	1/4	1/2	3/4
$P_{i\cdot}$	1/2	1/2	1

显然易知 U,V 不相互独立

【考点延伸】《考试宝典》第三章 3.6: 二维随机变量函数的分布

《考试宝典》第四章 4.4 多元正态分布

(3) $F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{2}, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$

从而 $\mu = EX = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_0^1 x dx = \frac{1}{2}$

《考试宝典》第五章 5.1 多元正态分布

$EY = \int_{-\infty}^{\infty} y f(y) dy = \int_0^1 y dy = \frac{1}{2}$

三、(本题满分 9 分)

【学解】 $P(X \leq x, Y \leq y) = \begin{cases} 0, & x < 0 \text{ 或 } y < 0 \\ \frac{xy}{2}, & 0 \leq x < 1, 0 \leq y < 1 \\ \frac{x}{2}, & 0 \leq x < 1, y \geq 1 \\ \frac{y}{2}, & x \geq 1, 0 \leq y < 1 \\ \frac{1}{2}, & x \geq 1, y \geq 1 \end{cases}$

《考试宝典》第六章 6.1 多元正态分布

$[10.44, 15.55] = \left[\frac{(1-n)^{-1/2}}{(1-n)^{-1/2}}, \frac{(1-n)^{-1/2}}{(1-n)^{-1/2}} \right]$

【考点延伸】《考试宝典》第二章 2.3 连续型随机变量及其分布

四、(本题满分 14 分)

【学解】 (1) $1 - \frac{0.001 - \bar{Y}}{1.526} = U, \therefore 0.51 = 0.001 + U, H_0: \mu = 1600 \text{ vs } H_1: \mu \neq 1600$

(2) $EX = \int_0^1 x dx = \frac{1}{2}$

同理 $EY = \frac{1}{2}$

$D(X) = EX^2 - (EX)^2 = \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}$

发现错误怎么办
反馈有奖

扫码或联系QQ: 1152296818

本资料编者都是学长学姐, 虽然仔细核对了, 但难免有疏漏, 欢迎大家指正。



扫描全能王 创建