§ 7.4 安培环路定理

◆ 安培环路定理

- B矢量的环流 $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = ?$

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{in}$$

- 应用安培环路定理计算磁感应强度B

对称性、合适的环流

回顾

电场

高斯定理

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i$$

电场是“有源场”

环路定理

$$\oint_l \vec{E}\cdot \mathbf{d}\vec{l} = 0$$

磁场

高斯定理

$$\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$$

磁场是“无源场”

$$\oint_l \vec{B}\cdot \mathbf{d}\vec{l} = ?$$

一、安培环路定理

1、安培环路定理的表述

表达式：$$\boxed{\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{in}}$$

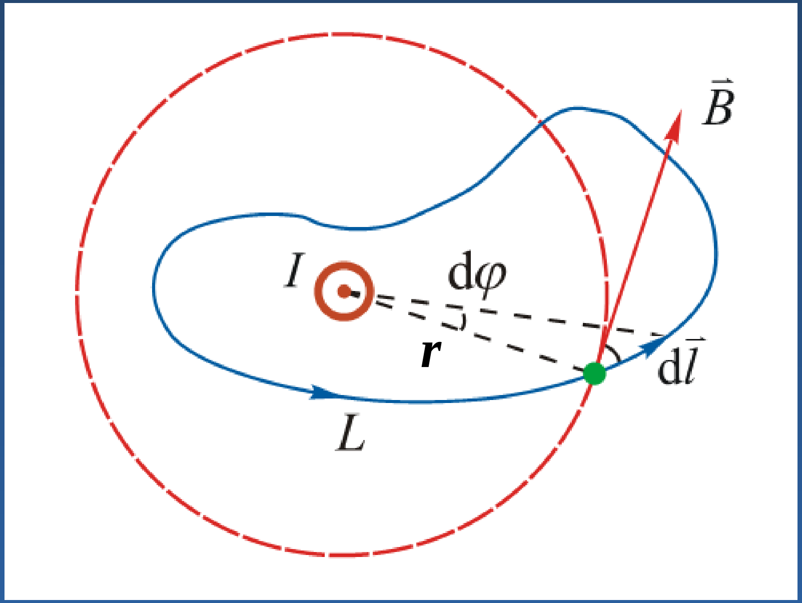
表述：在真空中稳定电流的磁场中，磁感应强度沿任意闭合路径 L 的线积分等于被此闭合路径所包围并穿过的电流的代数和的 μ_0 倍，而与路径的形状和大小无关。

一、安培环路定理

2、安培环路定理的验证

规定：电流和回路绕行方向构成右手螺旋，I>0；反之I<0

a. 长直导线电流穿过环路



$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L B\cos\theta\,\mathrm{dl}$$

$$\mathrm{d}l\cos\theta = r\mathrm{d}\varphi$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L \frac{\mu_o I}{2\pi r} \cdot r\mathrm{d}\varphi$$

$$= \frac{\mu_o I}{2\pi}\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi = \mu_o I$$

若I或者闭合回路反向？ $\oint_l \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\mu_0 I$

一、安培环路定理

2、安培环路定理的验证

b. 多根导线电流穿过环路

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \cdots + \vec{B}_n$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L \left(\vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \cdots + \vec{B}_n\right) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \oint_L \vec{B}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \oint_L \vec{B}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \cdots + \oint_L \vec{B}_n \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \mu_o I_1 + \mu_o I_2 + \cdots + \mu_o I_n = \mu_o \sum I_i$$

一、安培环路定理

2、安培环路定理的验证

c.电流在环路之外

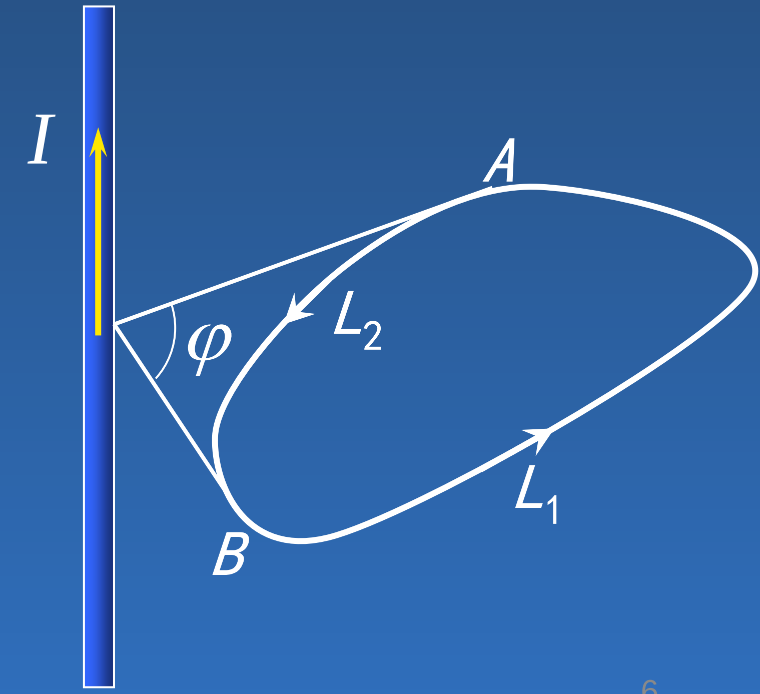
$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{L_1} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{L_2} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\int_{L_1} \mathrm{d}\varphi + \int_{L_2} \mathrm{d}\varphi\right)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left[\varphi + (-\varphi)\right]$$

$$= 0$$



一、安培环路定理

2、安培环路定理的验证

d. 一般情况（任意条、任意闭合回路）

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L \sum_i \overrightarrow{B_i}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \sum_i \oint_L \overrightarrow{B_i}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

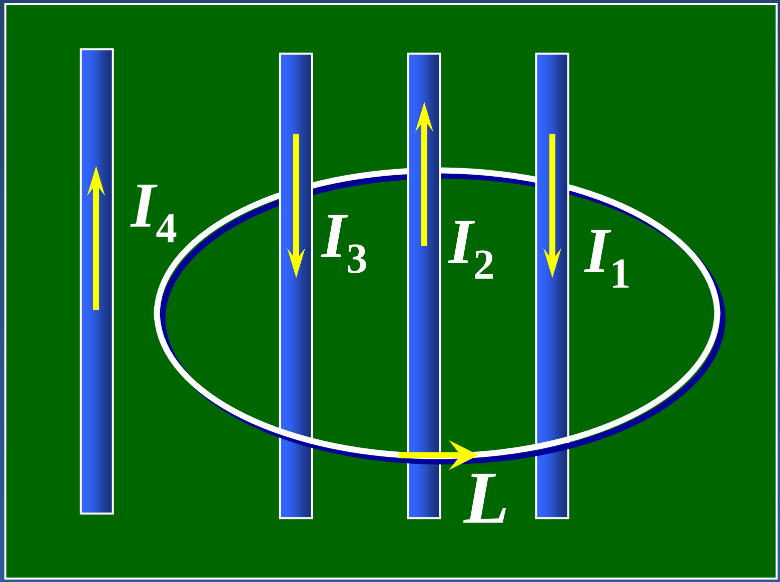
$$= \sum_i \mu_0 I_{in}$$

$$\boxed{\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{in}}$$

---------安培环路定理

注意

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{in}$$



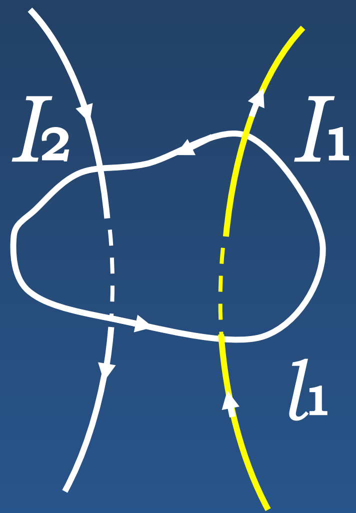
a. 安培环路定理只适用于稳恒电流。

b. I_{in}与所取环路成右手螺旋时为正,反之为负。

c. 全空间电流都对$\vec{B}$有贡献,但只有I_{in}对环流有贡献。

d. $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} \neq 0$说明磁场为非保守场，称为涡旋场。

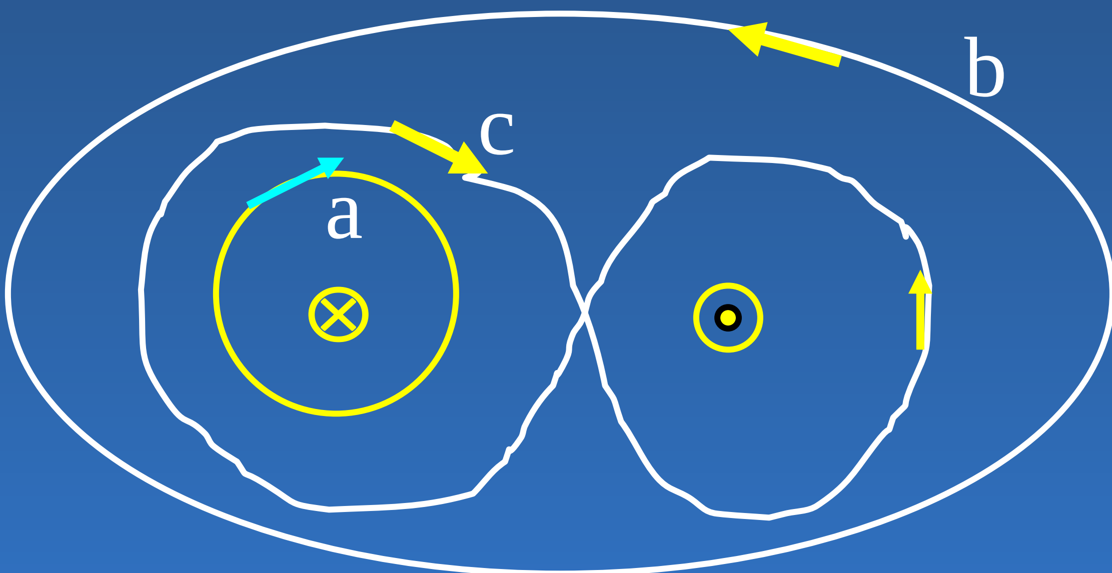
一、安培环路定理



$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = ?$$

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0(I_1 - I_2)$$

两根长直导线通有电流I，图示每种情况下$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = ?$



$\mu_0 I$ （对环路a)

0 （对环路b)

$2\mu_0 I$ （对环路c)

二、安培环路定理的应用

利用安培环路定理可求解对称性磁场的磁感应强度

解题步骤：

1、对称性分析

2、作对称性环路L

3、求解B的环路积分：$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}$

4、利用安培环路定理求解$\vec{B}$

解题关键：选取合适的回路，使得：

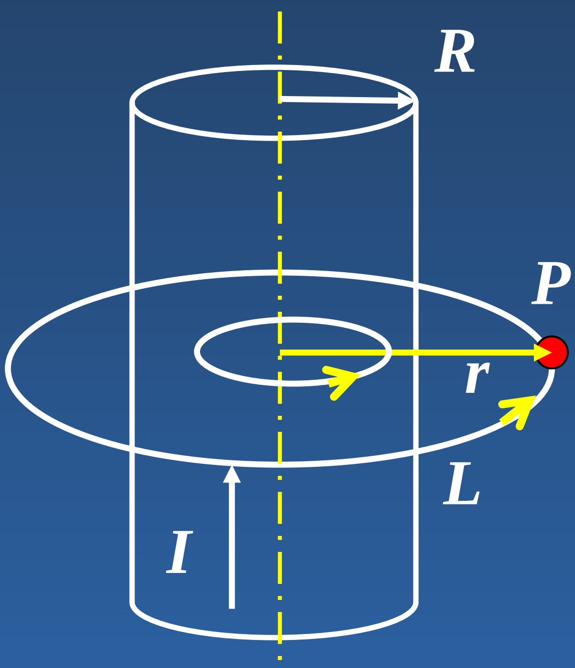
1. 积分回路L上各点B大小相等且方向与积分回路相同；

2. 积分回路的某一部分上B处处相等且方向与回路平行，另一部分上B等于0或者B方向与该回路垂直，使得$\vec{B}\cdot d\vec{l}=0$。

二、安培环路定理的应用

1. 无限长载流圆柱面导体的磁场分布

作如图安培环路L，绕向为逆时针



（1）圆柱面外的磁场：

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = B\cdot 2\pi r = \mu_o I$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

（2）圆柱面内的磁场：

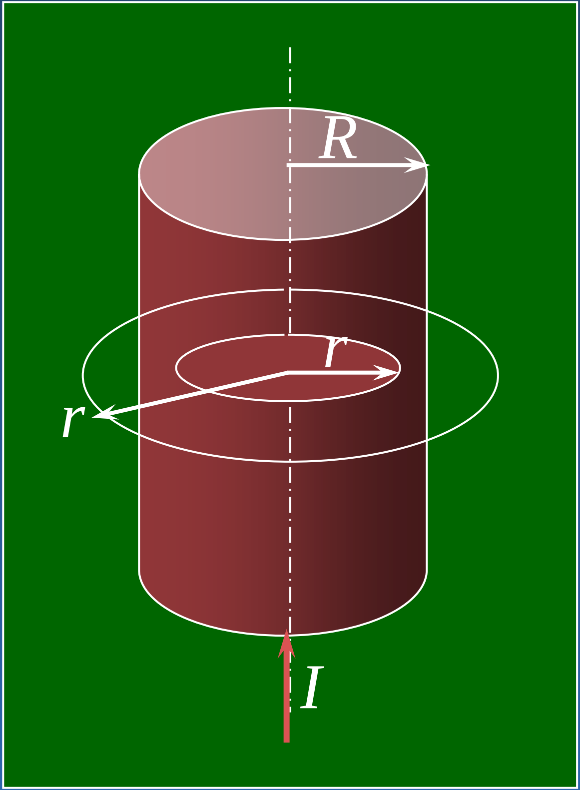
$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = B\cdot 2\pi r = 0$$

$$B=0$$

二、安培环路定理的应用

2. 无限长载流圆柱体电流的磁场分布

作如图安培环路L，绕向为逆时针



（1）圆柱外的磁场：

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = B\cdot 2\pi r = \mu_o I$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

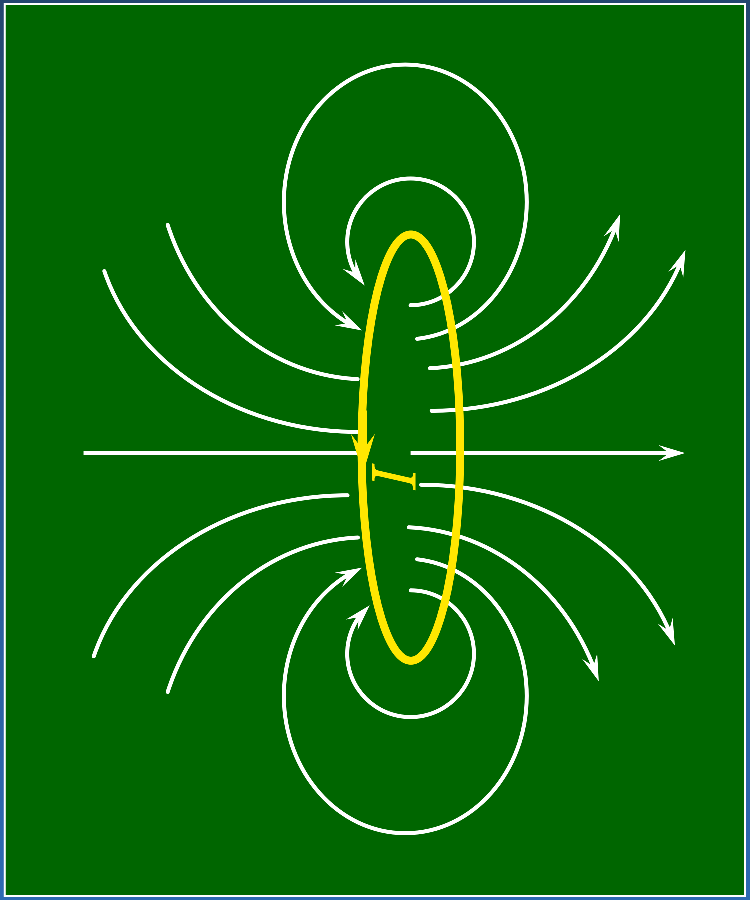
（2）圆柱内的磁场：

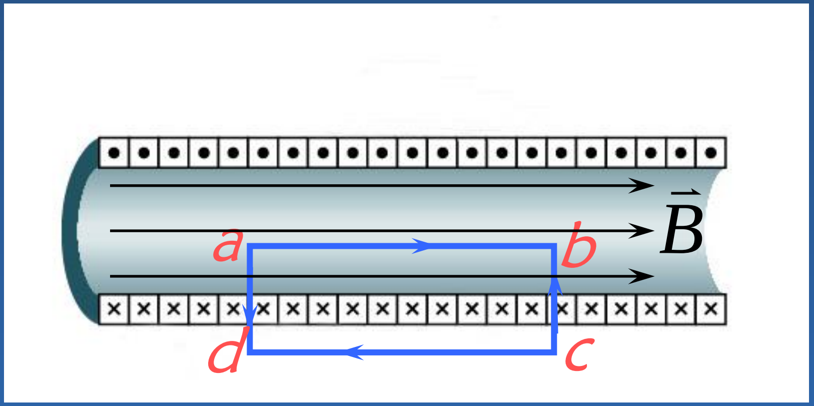
$$I' = \frac{I}{\pi R^2}\cdot \pi r^2 = \frac{r^2}{R^2} I$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = B\cdot 2\pi r = \mu_o \frac{r^2}{R^2} I \qquad B = \frac{\mu_o r I}{2\pi R^2}$$

二、安培环路定理的应用

3.长直螺线管内的磁场分布





二、安培环路定理的应用

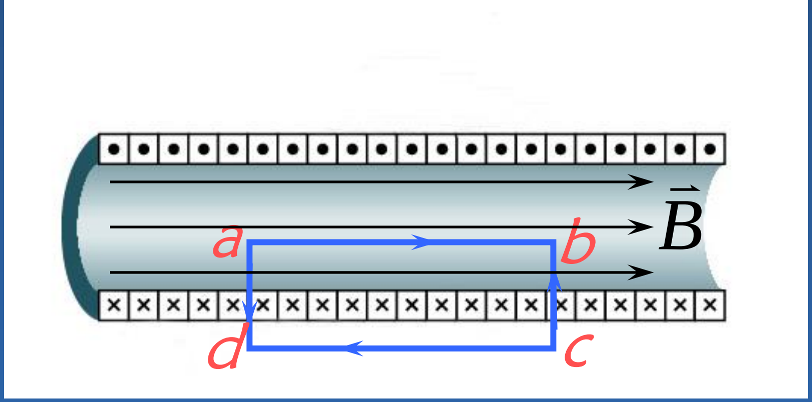
3.长直螺线管内的磁场分布

作如图安培环路L，绕向为逆时针

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_a^b \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_b^c \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_c^d \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_d^a \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\int_b^c \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_d^a \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

$$\int_c^d \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$



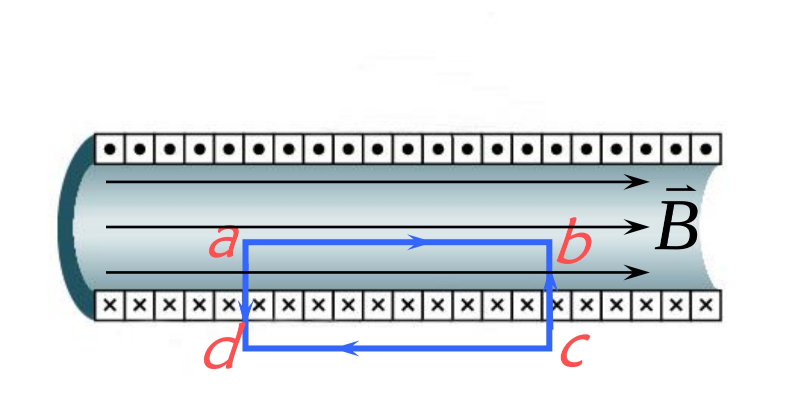
二、安培环路定理的应用

3.长直螺线管内的磁场分布

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_a^b \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = B\cdot l$$

穿过矩形环路的电流强度： $\sum I_i = I\cdot n\cdot l$

安培环路定理：



$$B\cdot l = \mu_0 I\cdot n\cdot l$$

$$B = \mu_0 nI$$

二、安培环路定理的应用

4. 螺线环内的磁场分布

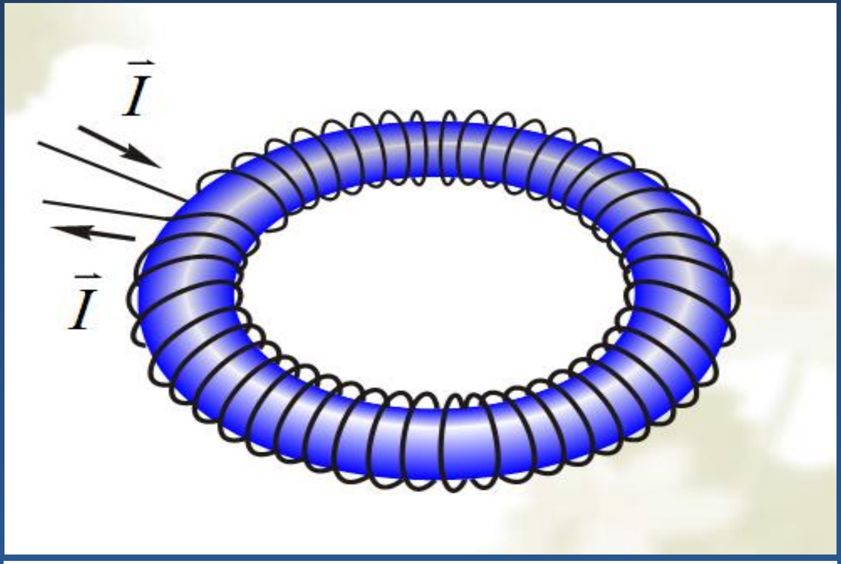
$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_o \sum I$$

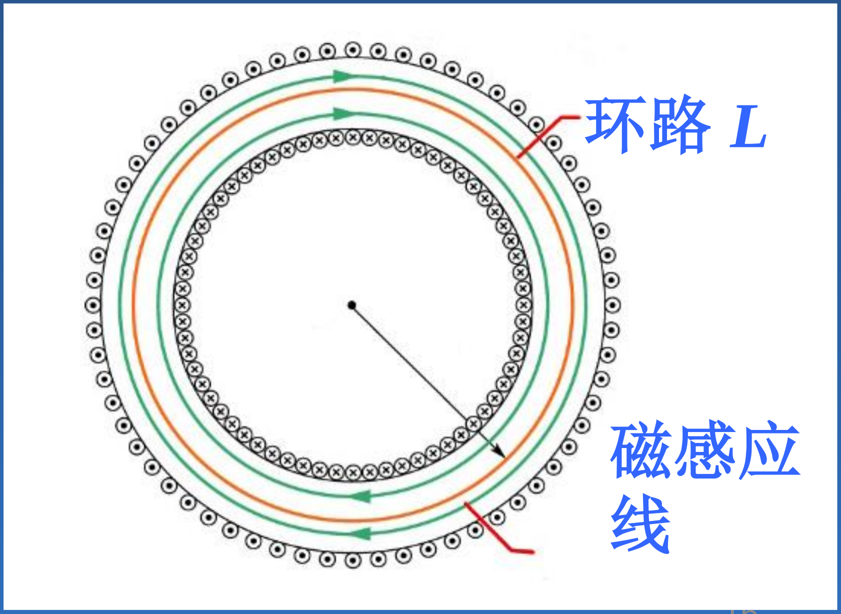
$$B\cdot 2\pi r = \mu_o NI$$

$$B = \frac{\mu_o NI}{2\pi r}$$

$$R >> d$$

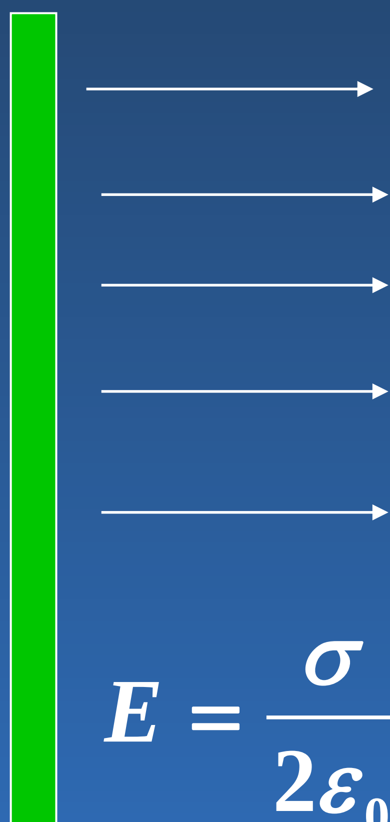
$$\boldsymbol{B} \approx \frac{\mu_o \boldsymbol{NI}}{\boldsymbol{l}} = \mu_0 \boldsymbol{nI}$$





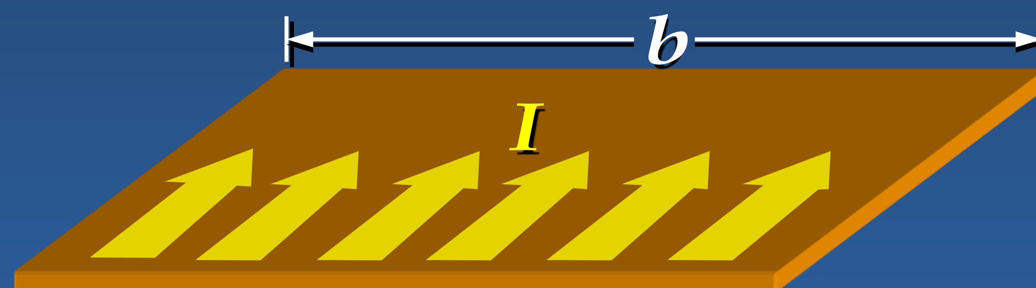
二、安培环路定理的应用

5. 无限大电流平面的磁场分布



$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

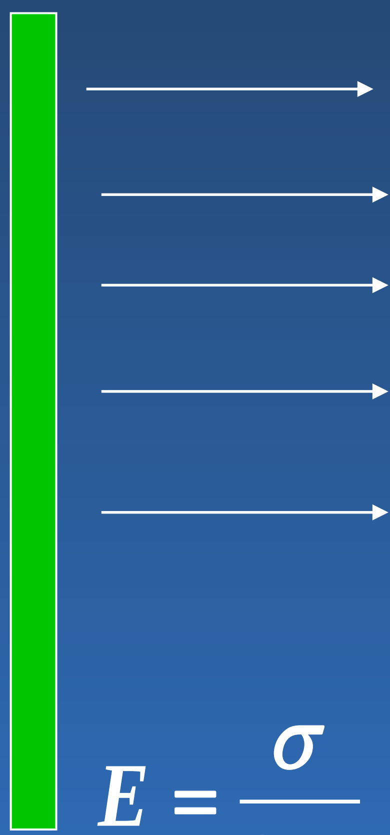
j：垂直于电流方向的单位长度上的电流



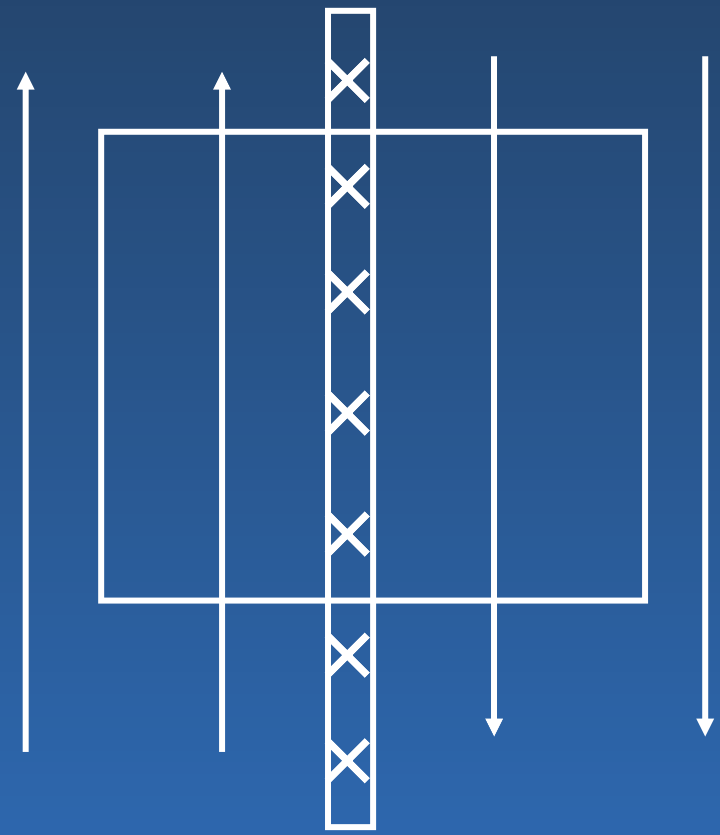
$$j=\frac{I}{b}$$

二、安培环路定理的应用

5. 无限大电流平面的磁场分布



$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

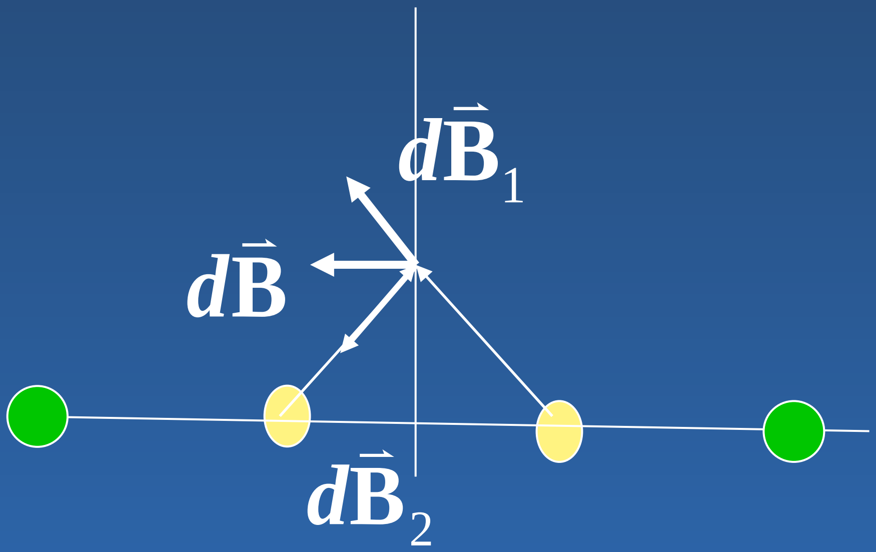


$$B = \mu_0 \frac{j}{2}$$???

二、安培环路定理的应用

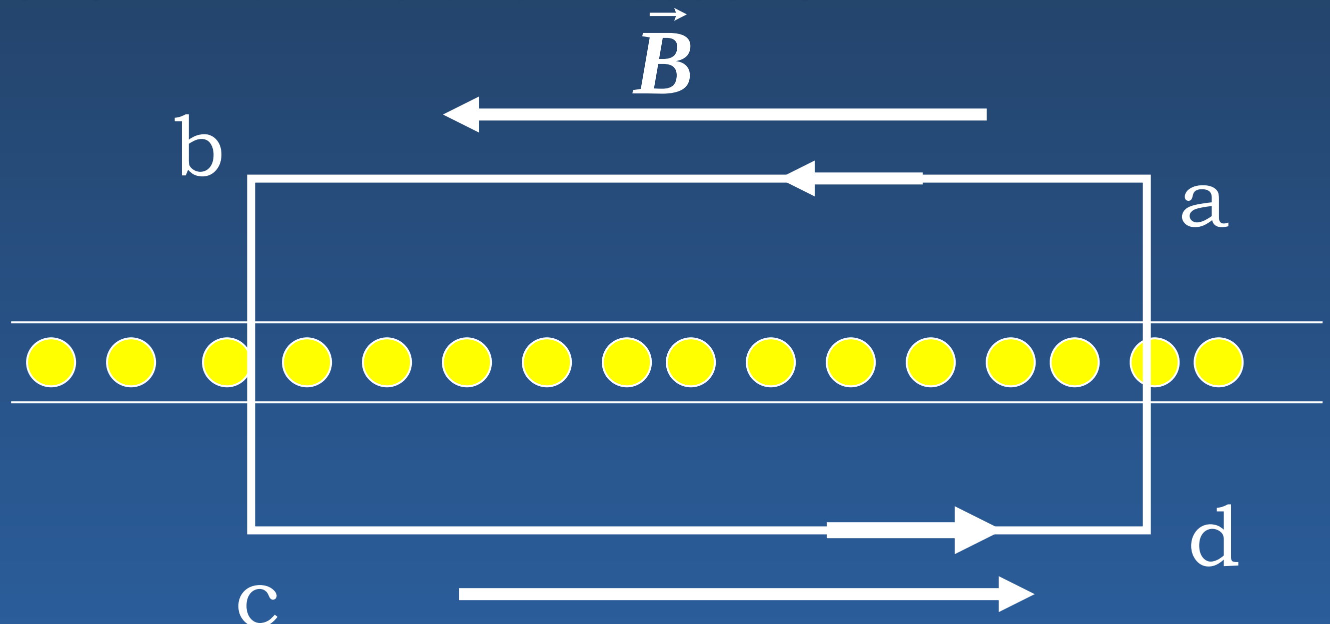
5. 无限大电流平面的磁场分布

磁场对称性分析



二、安培环路定理的应用

5. 无限大电流平面的磁场分布



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2B\overline{ab} = \mu_0 \overline{ab} j$$

$$B = \frac{1}{2}\mu_0 j$$

电场高斯定理和磁场安培环路定理应用总结

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\sum q}{\varepsilon_0}$$

1、球对称电场 $dV = 4\pi r^2 dr$

$$\rho = \frac{A}{r} \qquad \rho = Ar$$

2、轴对称的电场 $dV = 2\pi r h dr$

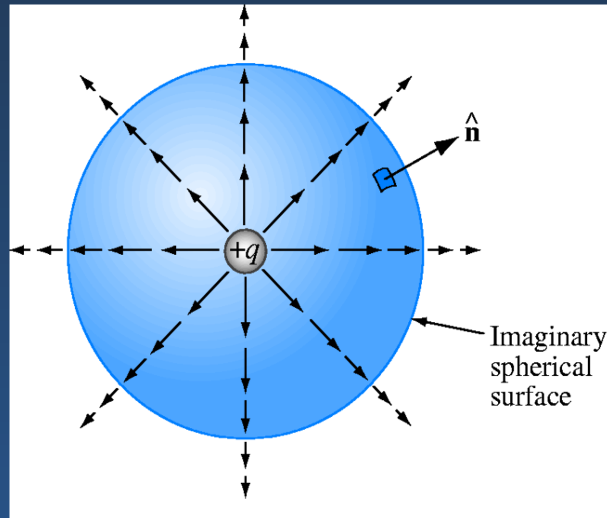
3、无限大带平面或具有一定厚度无限大平面的电场

$$\sum q = \int dq = \int \rho(r) dV$$

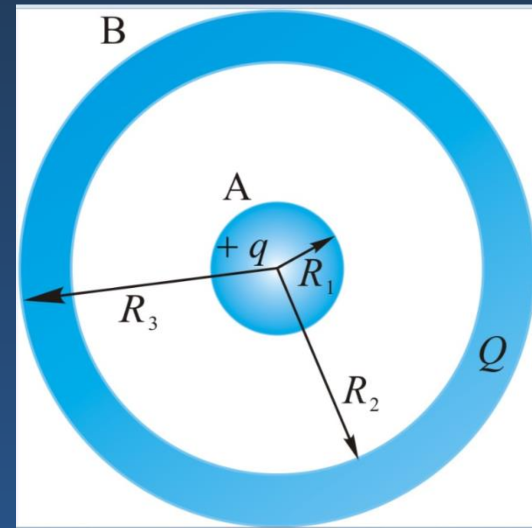
$$= \int_0^r \rho(r) dV \qquad r \le R$$

$$= \int_0^R \rho(r) dV \qquad r > R$$

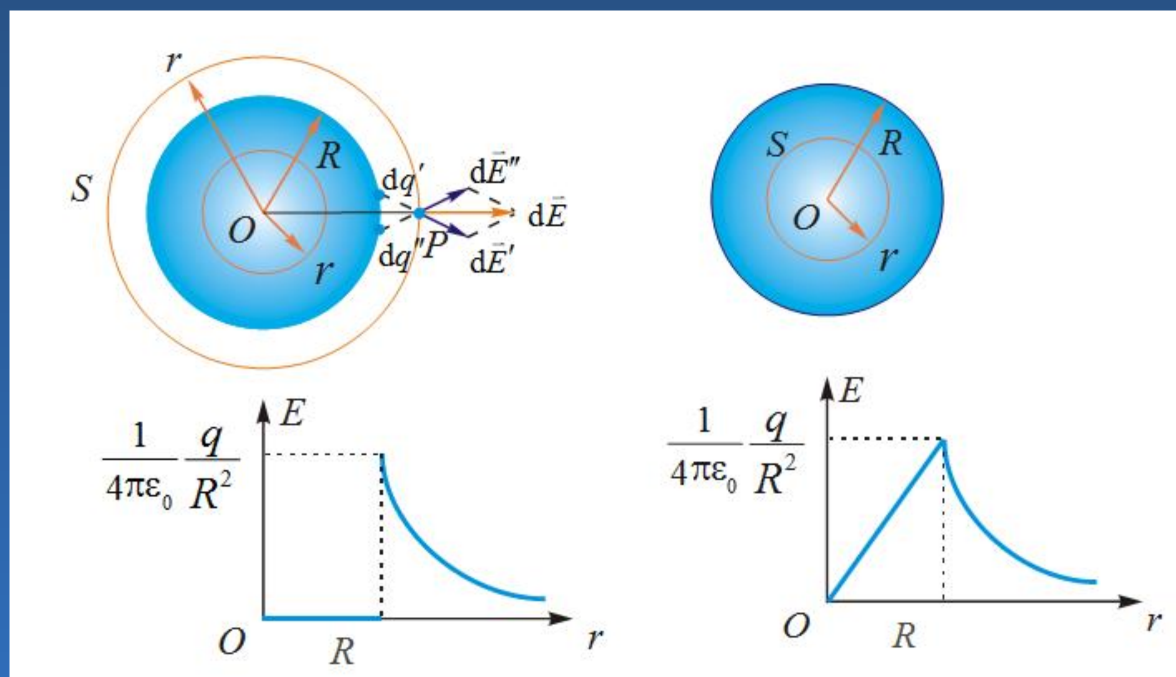
球对称



+q
n̂
Imaginary spherical surface

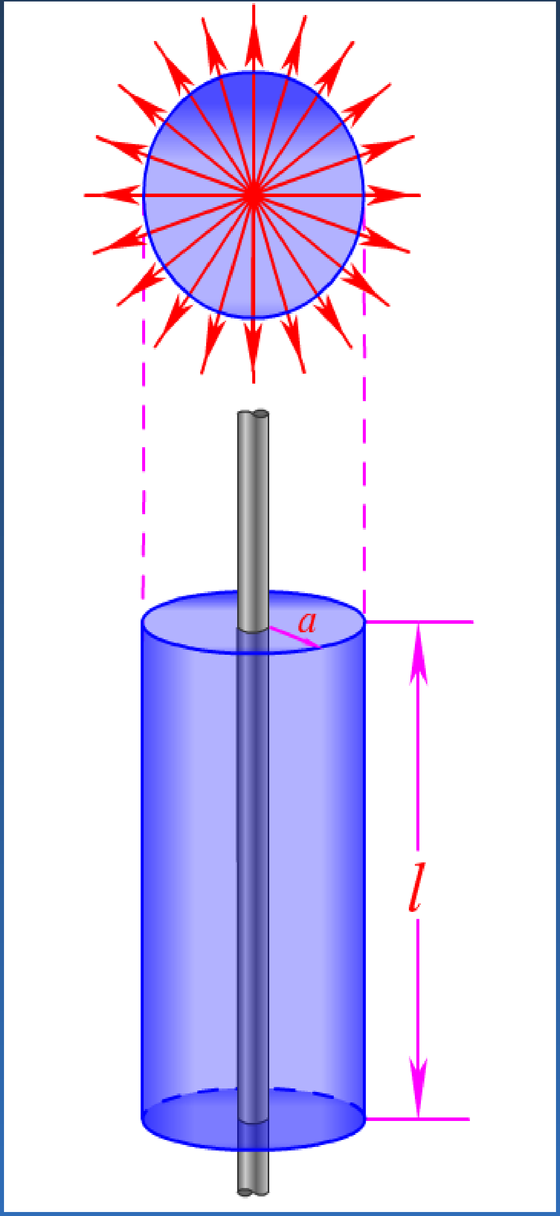


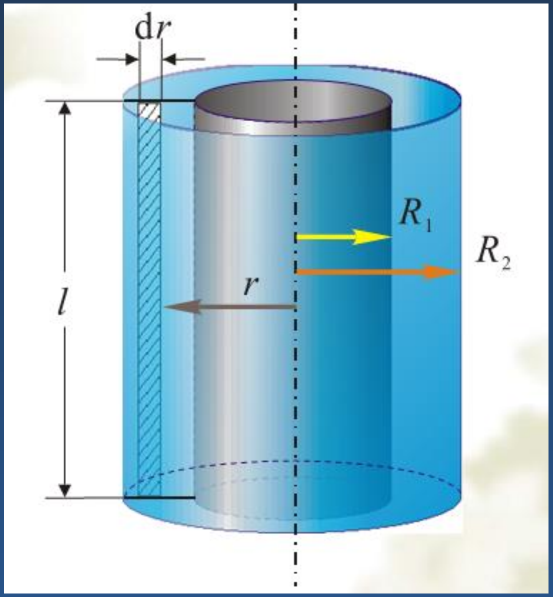
B
A
+ q
R_1
R_3
R_2
Q

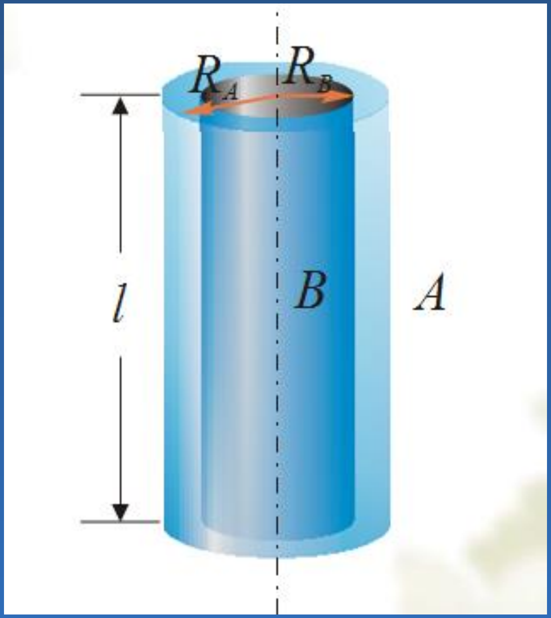


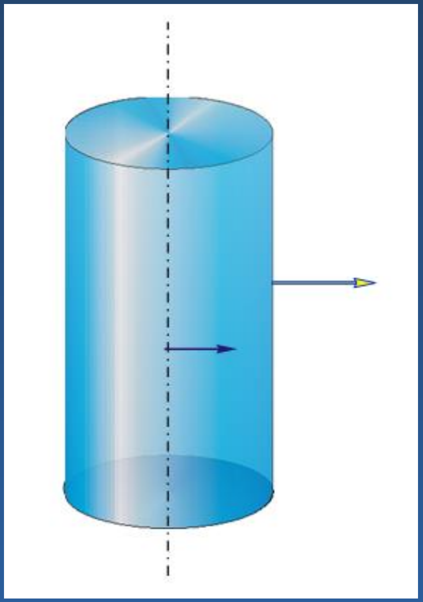
S
r
R
O
r
dq'
dq''
P
$d\vec{E}''$
$d\vec{E}$
$d\vec{E}'$
$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}$
E
O
R
r
S
R
O
r
$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}$
E
O
R
r

轴对称

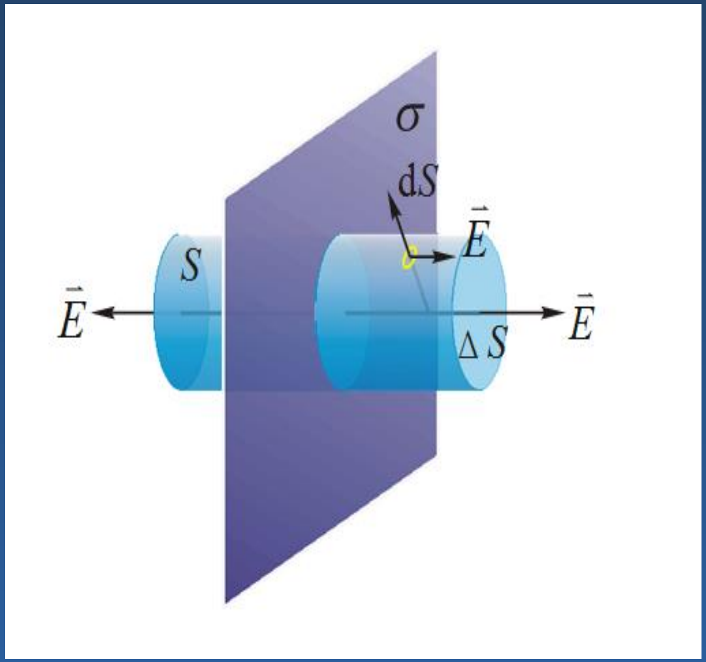


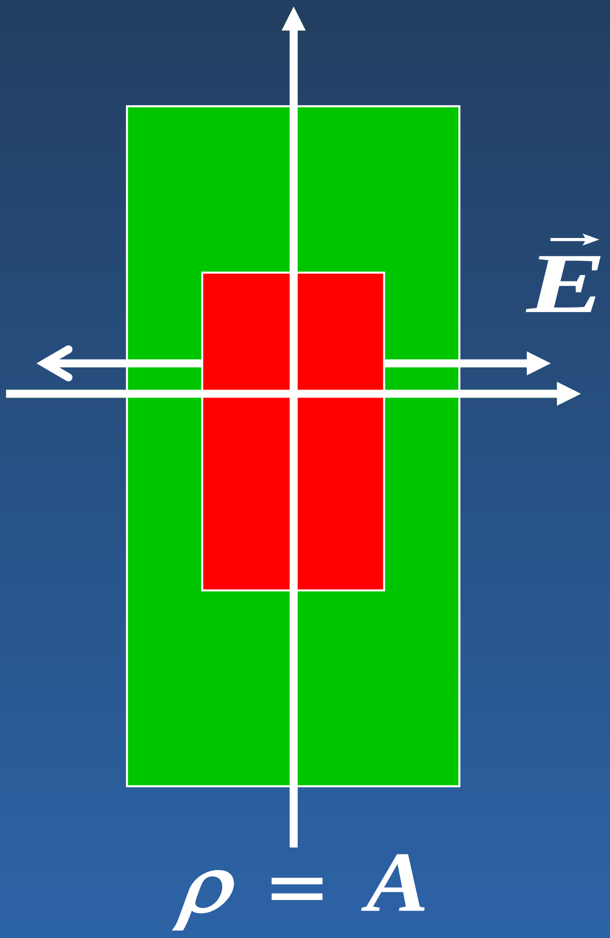




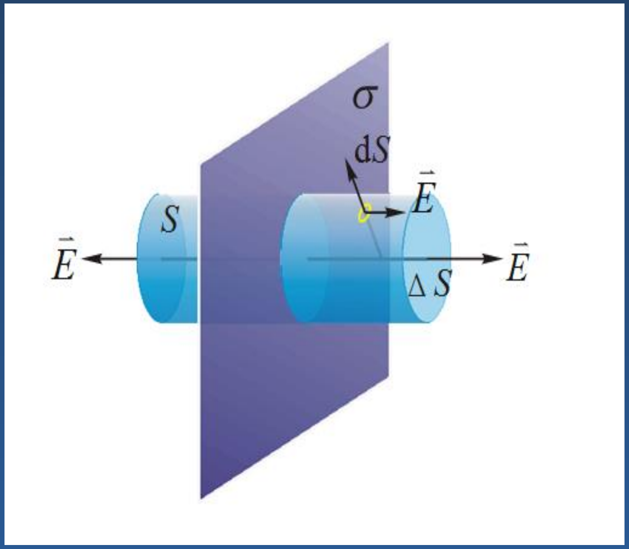


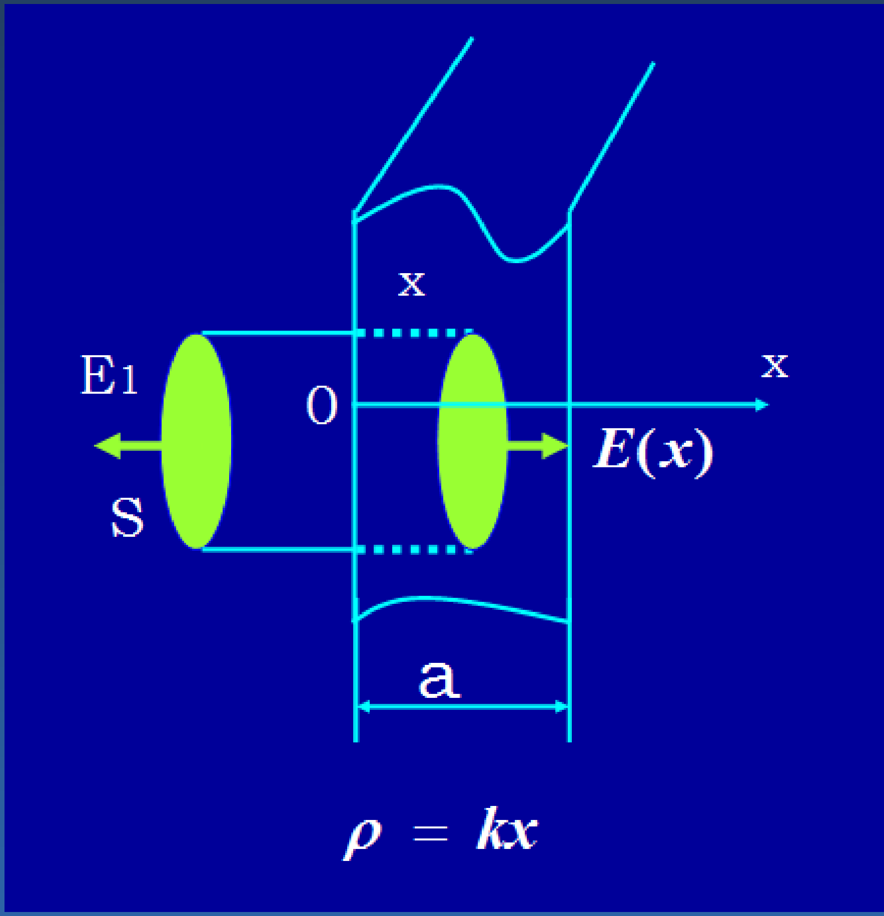
面对称



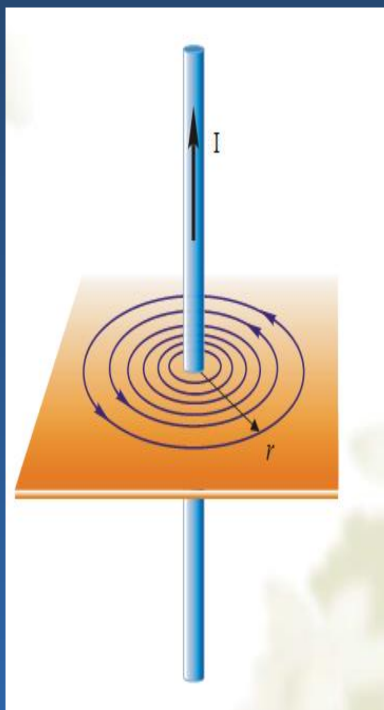


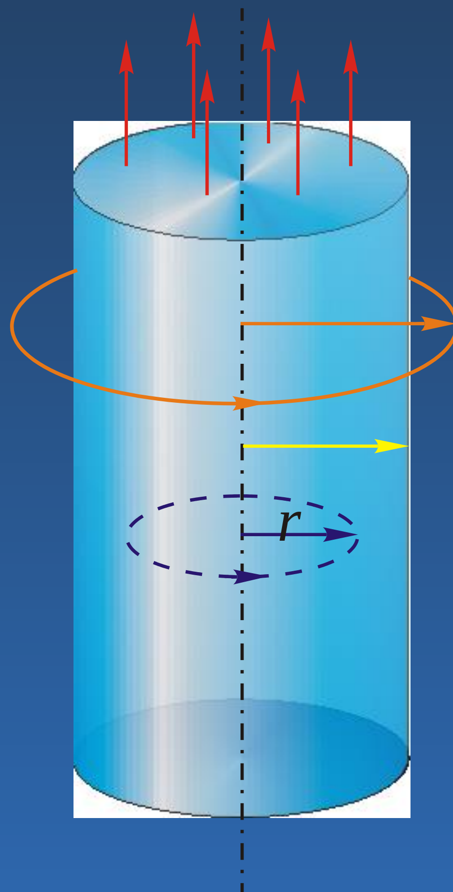
带电体内不同平面上电场不相等

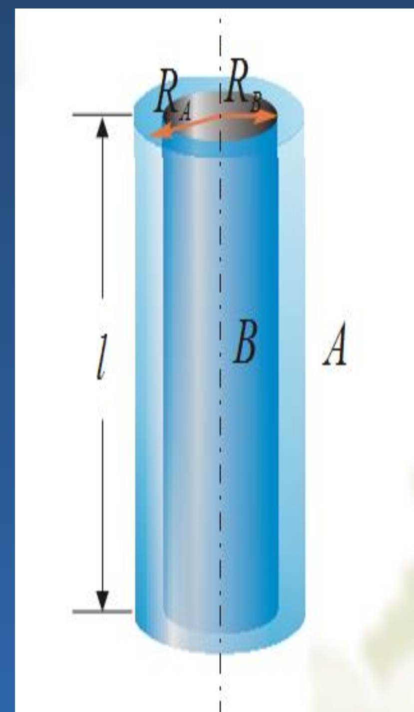


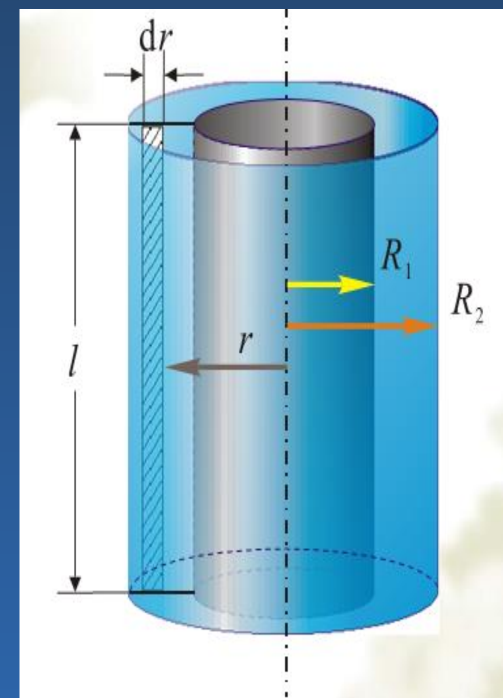


$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_o \sum I$$ **应用**

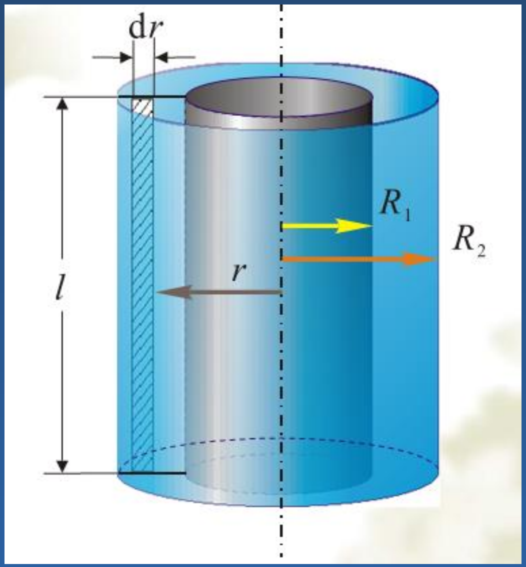


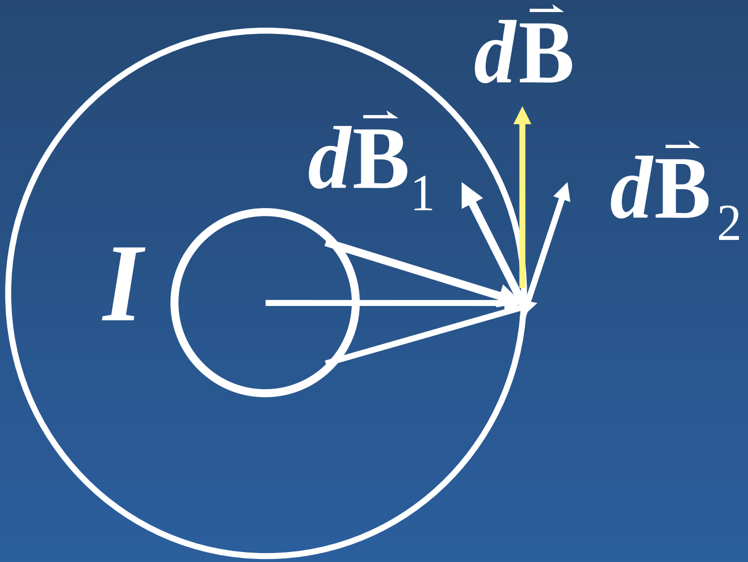




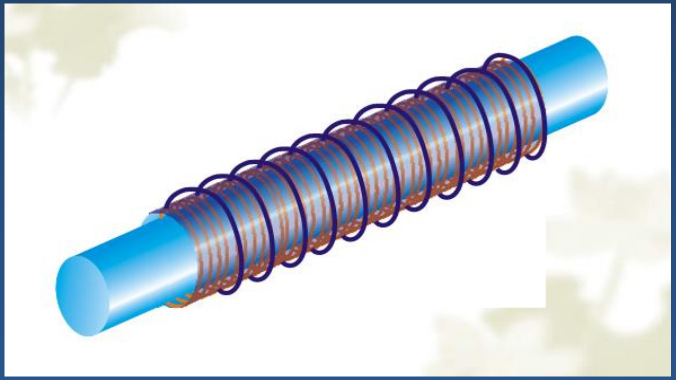


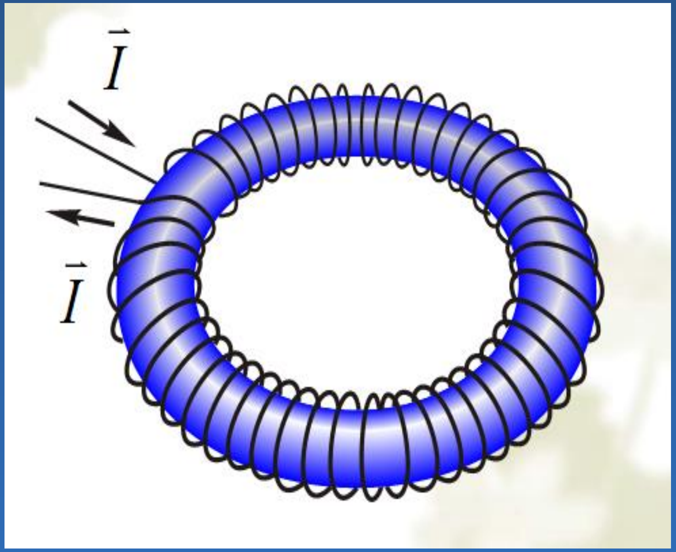
圆筒电流磁场强度对称性分析

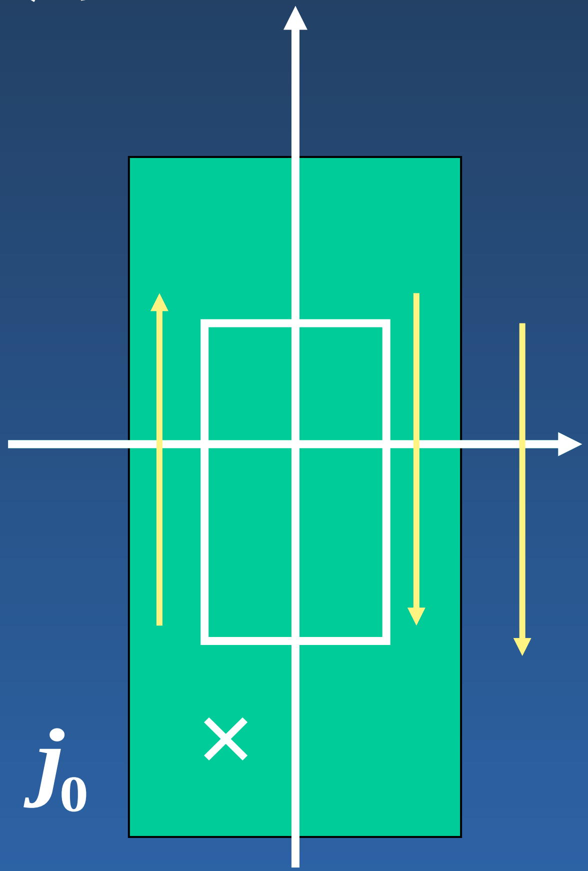




$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_o \sum I$ 应用







单位面积电流密度

归纳

1. 安培环路定理：在稳恒磁场中，磁感强度B沿任意闭合路径的积分(即环流)等于该路径所包围的电流强度代数和的μ_0倍。

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum_{(L内)} I_i$$

2. 应用安培环路定理求解对称性磁场。