河海大学 2019-2020 学年第一学期

《概率论与数理统计》试卷（A）

（供 2018 级理工类各专业使用，2019 年 11 月）

一、填空与选择题（每小题 3 分，本题满分 21 分）

1.在三次独立重复射击中，若至少有一次击中目标的概率为$\dfrac{37}{64}$，则每次射击击中目标的概率为________。

2.设 r.v. X 与 Y 相互独立，且 $\begin{array}{c|cc} X & -1 & 1 \\ \hline p & 0.5 & 0.5 \end{array}$，$\begin{array}{c|cc} Y & -1 & 1 \\ \hline p & 0.5 & 0.5 \end{array}$，则 $P\{X=Y\}=$（　　）。

（A）0.25　　（B）0.75　　（C）0.5　　（D）1

3.设连续型随机变量 X 的分布函数为$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0, \\ kx^2, & 0\le x\le 1, \\ 1, & x>1, \end{cases}$ 则 $k=$________。

4.设随机变量 X~$B(n, p)$，且 $E(X)$=2.4，$D(X)$=1.44，则 $n=$________，$p=$________。

5.下列结论中，**不是**随机变量 X 与 Y 不相关的充要条件的是（　　　）。

（A）$E(XY)=E(X)E(Y)$　　（B）$D(X+Y)=D(X)+D(Y)$

（C）$Cov(X,Y)=0$　　（D）X 与 Y 相互独立

6.设 $X_1,X_2,\cdots,X_{12}$ 来自正态总体 $N(0,1)$，$Y=\left(\sum\limits_{i=1}^{4}X_i\right)^2+\left(\sum\limits_{i=5}^{8}X_i\right)^2+\left(\sum\limits_{i=9}^{12}X_i\right)^2$，当常数 $k=$________时，kY 服从χ^2分布。

7. 设两独立样本 $X_1,X_2,\cdots,X_{n_1}$ 和 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_{n_2}$ 分别来自总体 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2,\sigma_2^2)$，其中 μ_1、μ_2 未知，σ_1^2、σ_2^2 已知，$\overline{X}=\dfrac{1}{n_1}\sum\limits_{i=1}^{n_1}X_i$，$\overline{Y}=\dfrac{1}{n_2}\sum\limits_{j=1}^{n_2}Y_j$，则 $\mu_1-\mu_2$ 的置信度为 $1-\alpha$的双侧置信区间为____________________________。

二、（本题满分 10 分）设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases} x, & 0\le x\le 1, \\ A-x, & 1<x<2, \\ 0, & 其他. \end{cases}$（1）求常数 A；（2）求 $P\{0.2< X<1.2\}$；（3）求 X 的分布函数。

三、（**本题满分 9 分**）设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x\ge 0, \\ 0, & x<0. \end{cases}$ 求随机变量 $Y=X^2$ 的概率密度函数 $f_Y(y)$。

四、（本题满分 14 分）设(X,Y)的概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} A(x+y), & 0\le x\le 2, 0\le y\le 2, \\ 0, & 其他, \end{cases}$

其中 A 为常数。（1）求 A；（2）求 $D(X+Y)$；（3）求 $Z=X+Y$ 的概率密度函数。

五、（本题满分 10 分）设随机变量 X 与 Y 满足：$D(X)=2$，$D(Y)=4$，$Cov(X,Y)=1$。令 $U=2X-3Y$，$V=3X-2Y$。求 U 与 V 的相关系数 ρ_{UV}。

六、试解下列各题（本题满分 28 分，每小题 7 分）

（1）若总体 $X\sim P(\lambda)$，其分布律为 $P\{X=k\}=\dfrac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$，$k=0,1,2,\cdots$，$\lambda>0$ 为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的一个简单随机样本。求参数λ的矩估计量 $\hat{\lambda}_M$，并判断 $\hat{\lambda}_M$ 是否为 λ 的无偏估计。

（2）设总体 X 的概率分布为

X	0	1	2	3
p	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	θ^2	$1-2\theta$

，其中θ（$0<\theta<\frac{1}{2}$）是未知参数，利用总体 X 的样本值 3, 1, 3, 0, 3, 1, 3, 2，求θ的极大似然估计值 $\hat{\theta}_{MLE}$。

（3）随机地选取某种炮弹 9 发做试验，测得炮口速度的样本标准差 $s=11$(m/s)。设炮口速度服从正态分布，求炮口速度的方差 σ^2 的置信度为 95%的置信区间。

【参考数值：$\chi^2_{0.025}(8)=17.534$，$\chi^2_{0.975}(8)=2.180$，$\chi^2_{0.025}(9)=19.023$，$\chi^2_{0.975}(9)=2.700$，$\chi^2_{0.05}(8)=15.507$，$\chi^2_{0.95}(8)=2.733$，$\chi^2_{0.05}(9)=16.919$，$\chi^2_{0.95}(9)=3.325$】

（4）设某种产品的某项指标服从正态分布，已知它的标准差 $\sigma=150$。现从一批产品中随机抽取 26 个，测得该项指标的平均值为 1637，问能否认为这批产品的该项指标值为 1600（$\alpha=0.05$）。【参考数值：$z_{0.025}=1.96$，$z_{0.05}=1.645$，$t_{0.025}(25)=2.060$，$t_{0.05}(25)=1.708$，$t_{0.025}(26)=2.056$，$t_{0.05}(26)=1.706$，$\sqrt{26}=5.1$】

七、（本题满分 8 分）设二维随机变量(X,Y)服从区域 $D=\{(x,y)\mid 0\le x\le 2, 0\le y\le 1\}$ 上的均匀分布。令 $U=\begin{cases} 0, & X\le Y, \\ 1, & X>Y, \end{cases}$ $V=\begin{cases} 0, & X\le 2Y, \\ 1, & X>2Y. \end{cases}$ 问 U 与 V 是否独立？为什么？