河海大学 2020~2021 学年第二学期《概率论与数理统计》工科期中试卷
参考解答

一（每空 3 分，共 24 分）、1. 1/3；2.C；3. 3/5、6/5；4. $\frac{1}{e}$；5. $\frac{1}{9}$；6. $\frac{11}{12}$；7. $\frac{2}{\pi(4+y^2)}$，$-\infty<y<+\infty$

二 设 A——买下该箱，B_0——含 0 只残次品，B_1——含 1 只残次品，B_2——含 2 只残次品

(1) $P(A)=P(B_0)P(A|B_0)+P(B_1)P(A|B_1)+P(B_2)P(A|B_2)$

$$=0.8\times1+0.1\times\frac{C_9^4}{C_{10}^4}+0.1\times\frac{C_8^4}{C_{10}^4}=0.8\times1+0.1\times\frac{3}{5}+0.1\times\frac{1}{3}=\frac{67}{75}\approx0.8933$$

(2) $P(B_1|A)=\dfrac{P(B_1)P(A|B_1)}{P(A)}=\dfrac{0.1\times\frac{C_9^4}{C_{10}^4}}{0.8933}=\dfrac{9}{134}\approx0.0672$

三、（1）假设 X 为该汽车首次遇到红灯已通过的路口数

X	0	1	2	3
p	1/2	$1/2^2$	$1/2^3$	$1/2^3$

(2) $E\left(\dfrac{1}{1+X}\right)=\dfrac{1}{1}\cdot\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2^3}+\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{2^3}=\dfrac{67}{96}$

四 (1) $1=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\int_{-\infty}^{0}ke^xdx+\int_0^2\frac{1}{4}dx=k+\frac{1}{2}$，所以 $k=\frac{1}{2}$；

(2) $$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt=\begin{cases}\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{2}e^tdt=\frac{1}{2}e^x, & x<0,\\ \int_{-\infty}^{0}\frac{1}{2}e^tdt+\int_0^x\frac{1}{4}dt=\frac{x}{4}+\frac{1}{2}, & 0\le x<2,\\ 1, & x\ge2;\end{cases}$$

(3) $EX=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\int_{-\infty}^{0}\frac{1}{2}xe^xdx+\int_0^2\frac{1}{4}xdx=0$

五（1）由题意得 $\begin{cases}a-c=0.1\\ a+b=0.4\\ a+b+c=0.4\end{cases}\Rightarrow a=0.1,b=0.3,c=0$；

（2）$Z\sim\begin{pmatrix}-2 & -1 & 0 & 1\\ 0.1 & 0.1 & 0.5 & 0.3\end{pmatrix}$

(3) 0.4.

六（16 分）、(1) $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy=\begin{cases}\int_0^x 12y^2dy=4x^3, & 0\le x\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx=\begin{cases}\int_y^1 12y^2dx=12y^2(1-y), & 0\le y\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

（2） $P\{X+Y\le 1\}=\int_0^{\frac{1}{2}}dy\int_y^{1-y}12y^2dx=\frac{1}{8}$

(3) $\begin{cases}0\le x\le 1\\ 0\le y\le x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}0\le x\le 1\\ 0\le z-x\le x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}0\le x\le 1\\ z/2\le x\le z\end{cases}$

$f_Z(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,z-x)dx=\begin{cases}\int_{z/2}^{z}12(z-x)^2dx=\frac{z^3}{2}, & 0\le z\le 1\\ \int_{z-2}^{1}12(z-x)^2dx=\frac{z^3}{2}-4(z-1)^3=-\frac{7}{2}z^3+12z^2-12z+4, & 1<z\le 2\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

七（8 分）、$P(A|B)=P(A|\bar{B})\Rightarrow\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})}\Rightarrow P(AB)P(\bar{B})=P(A\bar{B})P(B)$

$\Rightarrow P(AB)[1-P(B)]=[P(A)-P(AB)]P(B)\Rightarrow P(AB)=P(A)P(B)$