

《几何与线性代数》自测题 2

2020 年 4 月

专业_____姓名_____学号_____成绩_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	成绩
得分								

一、填空题（每题 3 分，共 27 分）

1、已知 $\begin{pmatrix} 2 & 1 & a \\ -1 & b & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & 5 \\ -1 & c_{22} \end{pmatrix} = C$ ，则 $C =$ _____

2、设 A 为 3 阶方阵，且 $|A| = 4$ ， $\left| \left(\frac{1}{2} A \right)^2 \right| =$ _____

3、设 A 为 3 阶方阵， B 为 4 阶方阵，且 $|A| = 1$ ， $|B| = -2$ ，则：

$| |B| A | =$ _____

4、设 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 1$ ，则 $\begin{vmatrix} 3a_{31} & 3a_{32} & 3a_{33} \\ 2a_{21} - a_{11} & 2a_{22} - a_{12} & 2a_{23} - a_{13} \\ -a_{11} & -a_{12} & -a_{13} \end{vmatrix} =$ _____

5、设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ ，则 $(A^*)^{-1} =$ _____.

6、已知 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ，则 $A^{-1} =$ _____.

7、设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ 则行列式 $\det(AA^T)$ 的值为 _____

8、设 n 阶方阵 A 满足 $A^2 + 2A + 3E = 0$ ，其中 E 是 n 阶单位矩阵，则有 A^{-1} 为 _____

9、 $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ ，则代数余子式 $A_{21} + 2A_{22} + 3A_{23} =$ _____

二、(12 分)

计算行列式:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2^2 & 2^3 & 2^4 \\ 3 & 3^2 & 3^3 & 3^4 \\ 4 & 4^2 & 4^3 & 4^4 \end{vmatrix}$$

三、(12 分)

解方程:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 2-x & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & (n-1)-x \end{vmatrix} = 0$$

四、(12 分)

利用增广矩阵的初等行变换计算方程组的解, 要求将增广矩阵化为行简化阶梯型。

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 7x_3 = -8 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 4 \\ -3x_1 - 7x_2 - 2x_3 = -3 \\ x_1 + 4x_2 - 12x_3 = -15 \end{cases}$$

五、(12 分)

设 A 为 n 阶可逆矩阵, 证明 (1) $|A^*| = |A|^{n-1}$, (2) $(A^*)^* = |A|^{n-2} A$

六、(13 分)

已知矩阵 A 满足关系式 $A^2 + 2A - 3E = 0$, 求 $(A - 4E)^{-1}$

七、(12 分)

设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, 且满足 $A^2 - AB = E$, 求三阶方阵 B .