

Aluna: Heloiza Aparecida dos Santos
Matrícula: 2017086953

Relações Binárias

Trabalho prático de relações binárias - Matemática Discreta - UFMG

Objetivo: O objetivo desse trabalho é:

1. Ler um conjunto de pares ordenados;
2. Retornar se as propriedades (Reflexiva, Irreflexiva, Simétrica, Anti-simétrica, Assimétrica, Transitiva) são válidas ou não;
3. Caso as propriedades não sejam válidas, apresentar os pares ordenados que fariam as propriedades serem válidas;
4. Retornar se a relação é de equivalência ou ordem parcial;
5. Retornar o fecho transitivo da relação.

Entrada: A entrada deve ser introduzida no arquivo entrada.txt.

A quantidade de elementos no conjunto é representado pelo primeiro número na primeira linha. Os números subsequentes, ainda na primeira linha, são os "nomes" de cada elemento. Devem ser consecutivos.

A segunda linha em diante representa uma relação de um elemento com outro.

```
3 20 21 22
20 21
20 22
22 22
```

Saída: A saída será gravada no arquivo: saida.txt.

```
Reflexiva: F
(20,20); (21,21);
Irreflexiva: F
(22,22);
Simétrica: F
(21,20); (22,20);
Anti-simétrica: V
Assimétrica: F
Transitiva: V
Relação de equivalência: F
Relação de ordem parcial: F
Fecho transitivo da relação: (20,21); (20,22); (22,22);
```

Funcionamento: O programa funciona da seguinte maneira:

- Cria-se uma matriz de adjacência, onde o eixo das linhas representa o ponto de origem da relação, e o eixo das colunas representa o ponto de destino da relação.

Para cada propriedade, foi analisado o seguinte:

- **Reflexiva:** Se toda a diagonal principal da matriz tiver relações, é reflexiva.
- **Irreflexiva:** Se toda a diagonal principal da matriz não tiver relações, é irreflexiva.
- **Simétrica:** Se $\text{Matriz}[i][j] = \text{Matriz}[j][i]$, então é simétrica.
- **Anti-simétrica:** Se $\text{Matriz}[i][j] \neq \text{Matriz}[j][i]$, a menos que $i=j$, é anti-simétrica.
- **Assimétrica:** É assimétrica se for irreflexiva e se for anti-simétrica.
- **Transitiva:** Se $\text{Matriz}[i][j] = 1$ e $\text{Matriz}[j][z] = 1$ e $\text{Matriz}[i][z] = 1$, então é transitiva.
- **Relação de equivalência:** Se a matriz de adjacência for reflexiva, simétrica e transitiva simultaneamente, é relação de equivalência.
- **Relação de ordem parcial:** Se a matriz de adjacência for reflexiva e transitiva simultaneamente, mas não for anti-simétrica, é relação de ordem parcial.
- **Fecho transitivo da relação:** Se a matriz for transitiva, ela é seu próprio fecho transitivo direto. Se não for transitiva, a matriz juntamente com os itens que faltaram para ser transitiva será o fecho direto.

Complexidade: A parte principal do programa é retornar se as propriedades abaixo são válidas ou não. Caso não, retornar os pares ordenados necessários para que seja válida. Logo, a complexidade das partes principais do código são as seguintes:

- **Reflexiva:** Apenas um loop, com duração dependendo exclusivamente da entrada n , logo a complexidade de tempo para o pior caso é $O(n)$.
- **Irreflexiva:** Apenas um loop, com duração dependendo exclusivamente da entrada n , logo a complexidade de tempo para o pior caso é $O(n)$.
- **Simétrica:** Dois loops aninhados, cuja duração se baseia na entrada, possuindo duração $O(n^2)$.
- **Anti-simétrica:** Dois loops aninhados, cuja duração se baseia na entrada, possuindo duração $O(n^2)$.
- **Assimétrica:** Apenas um condicional.
- **Transitiva:** Três loops aninhados, cuja duração se baseia na entrada, possuindo duração $O(n^3)$.
- **Relação de equivalência:** Apenas um condicional.
- **Relação de ordem parcial:** Apenas um condicional.
- **Fecho transitivo da relação:** Dois loops aninhados, cuja duração se baseia na entrada, possuindo duração $O(n^2)$.

Análise geral da complexidade: O algoritmo contém no máximo três loops aninhados, cuja duração se baseia na entrada, possuindo duração $O(n^3)$. O algoritmo utiliza memória baseada numa matriz de adjacência quadrada de n lados, possuindo complexidade de espaço de $O(n^2)$.

Execução:

1. Adicionar a entrada no arquivo: entrada.txt
2. Compilar: gcc relacao.c -o relacao
3. Executar: ./relacao
4. Resultado será gravado no arquivo: saida.txt