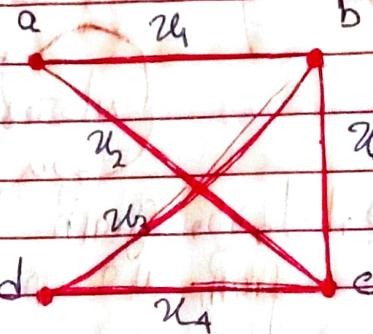


## Chapter 5

## Graphs and Trees

## ① Graph

graph 1



indirected graph

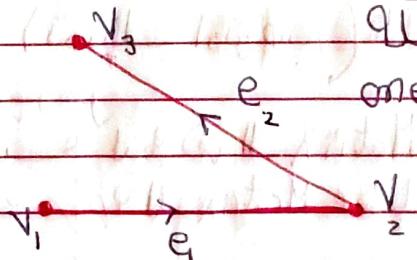
a, b, c, d : vertex

u<sub>1</sub>, u<sub>2</sub>, u<sub>3</sub>, u<sub>4</sub>, u<sub>5</sub> : edge

Length of Path : is num. of edges of the Path

عمر هو المثلث في المثلث

directed graph



one way

graph

is

\* degree of the vertex : (الرؤوس) Vertices

$$d(a) = 2 \quad d(b) = 3 \quad d(c) = 3$$

in indirected graph

Date:

Subject:

## Adjacency Matrix:

graph

المصفوفة المعاكبة لـ

Construction Adjacency Matrix 9 شبكات

ممثلة بمصفوفة

لدينا 5 معرفات ونقول أوجد 3 معرفات  
graph graph plan

1) Adjacency Matrix

المصفوفة 3 معرفات

2) Lattice Matrix

التي نرمي لها معرفة  
graph

3) Incident Matrix

المخرج :

بشكل عالي (تمثيل او توصيف) لـ graph

مصفوفة المعاكبة وتر

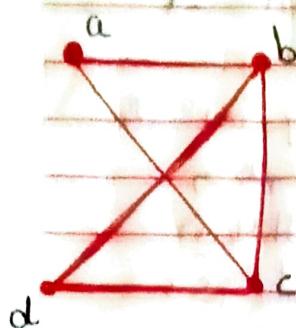
المصفوفة المعاكبة لـ graph

مصفوفة المعاكبة لـ graph

يعبر عنها

Date:

## ① Adjacency Matrix



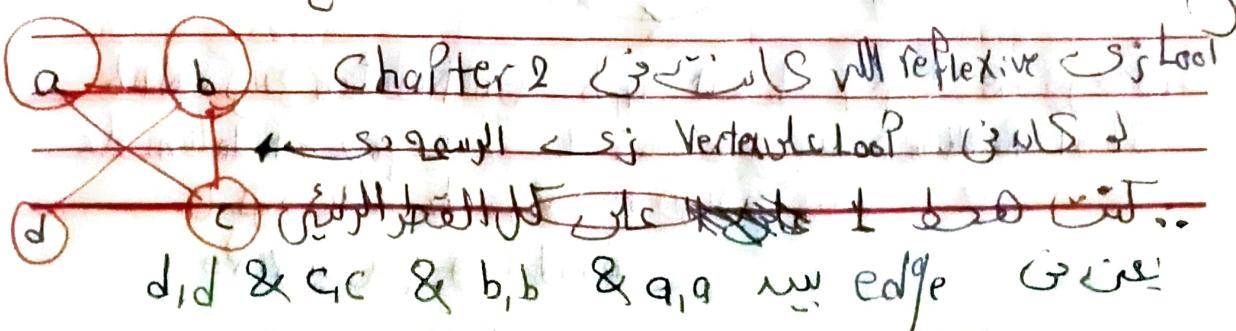
Adjacency لایکسی ماتریس  
graph ماتریس

\* بدل مصفوفه در مفہوم ارجاع بردا  
Vertex عدد =  
Vertex a, b, c, d  
4x4 مصفوفہ = المعرفہ

\* تمیز نہ کریں اس کا معنی فقط 0,1  
1: 2 vertex w/ edge  
0: 2 vertex w/o edge

	a	b	c	d
a	0	1	1	0
b	1	0	1	1
c	1	1	0	1
d	0	1	1	0

edge ہے : Vertex  $\rightarrow$  Loop میں لے لیں  
Zero ہے : نہیں اسی میں vertex میں



مميزات

1- القطر الوسيط لـ  $K_5$  له درجة مئوية

2- مatrice درجة الـ Vertex

وهو عبارة عن مجموع المكونات المدخلة للرسق  
ذات الـ Vertex

يتحقق على إيزاد درجة  
degree of vertex  $a \rightarrow d(a)$

a	0	1	1	0
---	---	---	---	---

دالة درجة المنسق في الرأس  $a$   
في المصفوفة

مجموع العناصر = 2

$\therefore$  degree of  $a = d(a) = 2$

a	0	0	2
		= 2	
1	1		
1	1	$\therefore d(a) = 2$	

معلمون

بالجواب

3- المصفوفة يوزع في تقابل حول القطر الوسيط Symmetric

0	1	1	0
1	0	1	1
1	1	0	1
0	1	1	0

كل عنصر على المسافة  
نحو قطر القطر ومتغير  
عنوان كل عنصر متغير  
نحوه

البرهان: يستقر شرط تقابل مع  
Laplace Matrix



لما يتحقق في  $a, b$  في Relations  
Relations بين  $a, b$  في Relations  
أمورها في  $a, b$  في Relations  
وكذلك بعدها في Relations

Date:

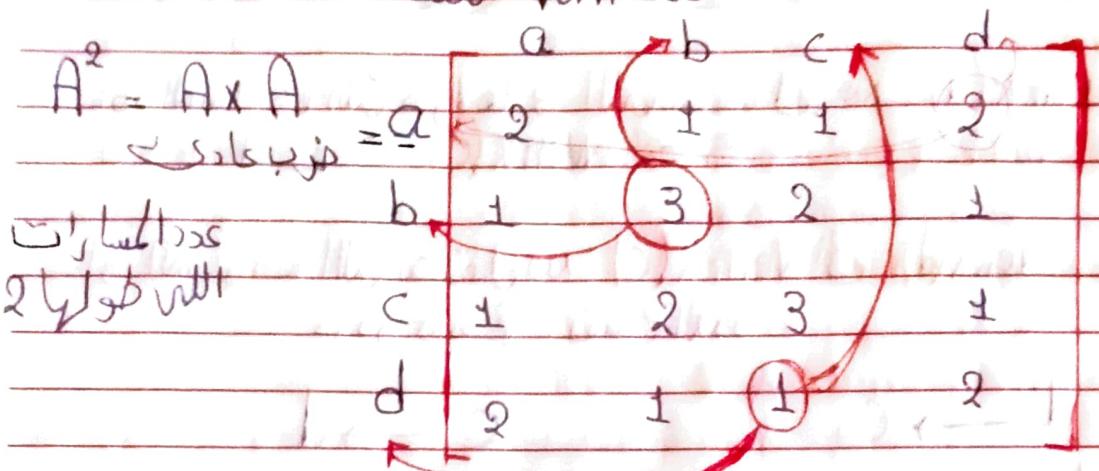
4

to Compute the number of Paths  
between two Vertices

پڑھیں

نئے مسیروں کا تعداد کیا ہے؟

two Vertices



(b & b) two Vertices نئے 3

b, a, b

b, c, b

b, d, b

3 طریقے

two Vertices d, c نئے 1

d, a, b, c, b, d

d, c, b

1 طریقہ

2 = d, a, b, c, b, d

a, b, d

a, c, d

Date:

Subject:

$$A^3 = A \times A = \begin{array}{|c|} \hline a & b & c & d \\ \hline a & 2 & 5 & 5 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline b & 5 & 4 & 5 & 5 \\ \hline c & 5 & 5 & 4 & 5 \\ \hline d & 2 & 5 & 5 & 2 \\ \hline \end{array}$$

Vertix(d) هو المترافق معه 3 المسارات  
5 = Vertix(c)

Vertix(d) أو Vertix(c) ينتمي إلى المسارات  
بروجيكتيون على المترافق

$$d \rightarrow c$$

$$c \rightarrow d$$

- |               |          |               |
|---------------|----------|---------------|
| 1) d, b, a, c | Single   | 1) c, a, b, d |
| 2) d, c, a, c | is       | 2) c, b, c, d |
| 3) d, c, b, c | graph    | 3) c, a, c, d |
| 4) d, c, d, c | directed | 4) c, d, c, d |
| 5) d, b, d, c | graph    | 5) c, d, b, d |
- يجب اختيار واحد

$$A^4:$$

4 المسارات المترافق

لذلك



## 2) Laplacian Matrix

بمتاليج دير الماتريكس

لزياده الونفاص

Vertex

1- مكونات متصفون في الماتريكس = 0.4444444444444444

2- عناصر حسابها في الماتريكس  
اللقطة الوسيط بين المكونات في الماتريكس  
يوز ابيو الـ Vertex يوز اديجسي في الماتريكس  
الحال من زراراته فساري

3- ياق عنصر الماتريكس في الماتريكس  
يوز ابيو في الماتريكس  
لوهفينت ادھال بيتزم نتني  
محدود

Zero = مجموع ادھال اي عدو

\* كل شكله اعاده هن علينا حالياً :-)

	a	b	c	d	
a	2	-1	-1	0	
b	-1	3	-1	-1	
c	-1	-1	3	-1	
d	0	-1	-1	2	

الرسومات

$L = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ b & -1 & 3 & -1 \\ c & -1 & -1 & 3 \\ d & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

الرسومات

Path (IS Vertex) :- ينتمي إلى جميع الأقواس من الأقواس

Connection :- ينتمي إلى جميع الأقواس

### 3) Incident Matrix :

	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$	
a	1	0	0	0	1	فستنقذ على edges
b	1	1	0	0	1	وليس على edges
c	0	1	1	1	0	وليس على edges
d	0	0	1	0	0	وليس على edges

Incident Matrix

edges  $\times$  edges  $= 5 \times 5 = 25$  - 1 = 24

edges  $= 5 = 1 \times 5 = 5$  - 1 = 4

فقط 0,1 كلها تحتوى على 1

3- كل الأقواس تمتلك دعامة (1) لونها

أقواس edge & vertex

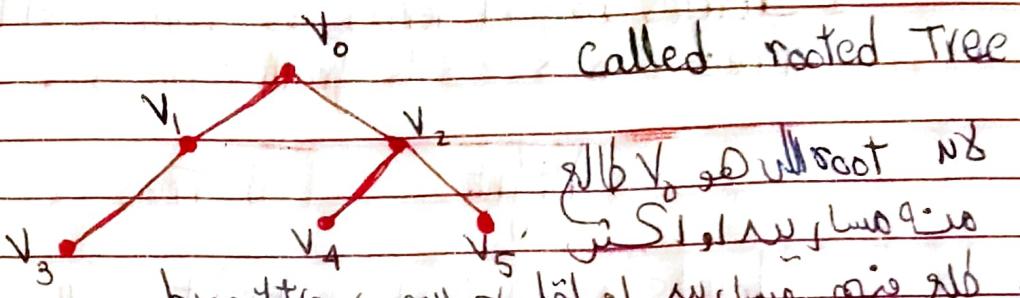
لهم يحيى العروض

edge & vertex

(2)

## Trees (Special Case of graph)

binary جرہی عبارت میں ایک جو جرہی کا نام ہے



binary tree جو ایک ایسا tree ہے جو کوئی vertex کا child نہیں رکھتا۔

Complete binary Tree:

کوئی بھی level پر ہر vertex کا child ہے۔

in Complete binary Tree:

کوئی بھی level پر ہر vertex کا child ہے۔

→ ہر vertex کا child ہے۔

∴ not binary

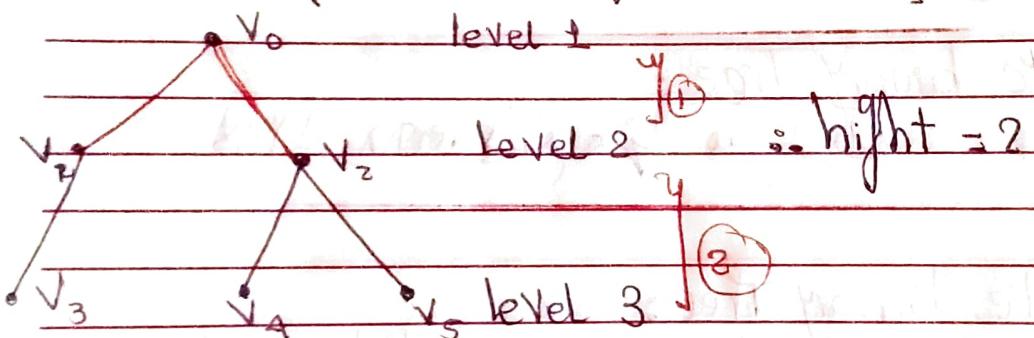
## Theorem

\* A tree with  $n$  vertices has exactly  $n-1$  edges

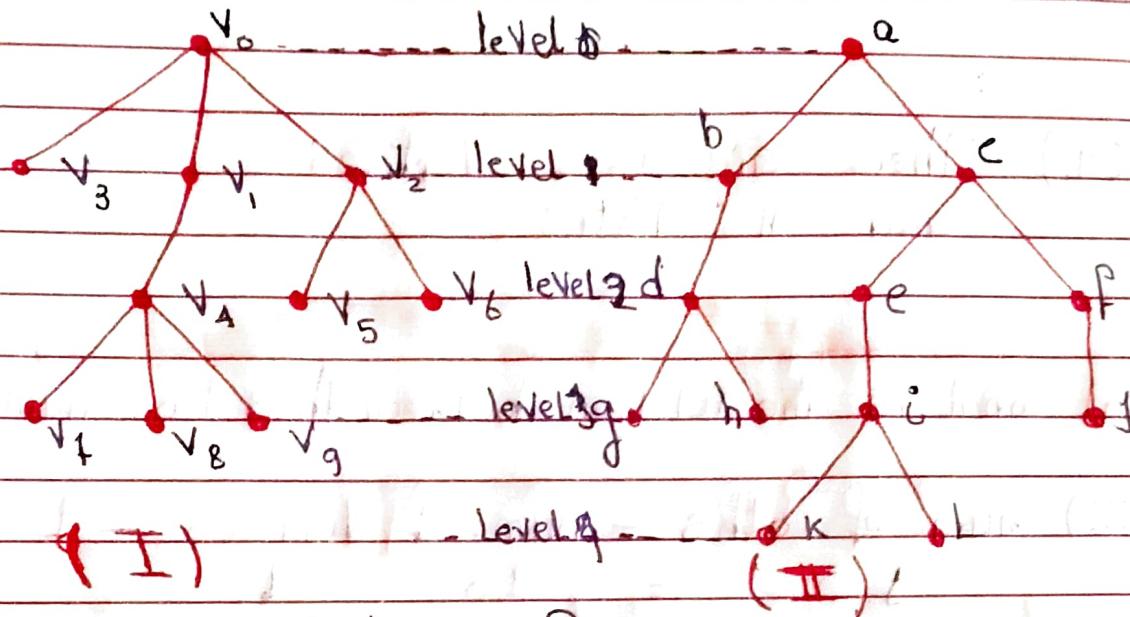
يُعَدُّ الْمَرْوِسُ مِنْ أَنْوَاعِ الْمَرْوِسِ  
لَوْ لَقِيَ اِلَيْهِ اِلْجَارْدَ وَالْجَارْدَ  
مِنْ اَنْوَاعِ الْمَرْوِسِ  
Tree  $\leftrightarrow$  graph

height Tree  $\leftarrow s_1$

Levels  $\rightarrow$  height  
 $(\text{levels} - 1) = \text{height}$



(1) For the following Trees:



1) Is it a rooted tree?

(I) : Yes,

(II) : Yes, since each vertex is specified with a label, then it is a rooted tree

2) Find the its height

(I) : the height of the tree equal 3

(II) : the height of the Tree equal 4

(3) how many Vertices? How many Paths?



(I) : there are 10 Vertices  
and 9 Paths

(II) There are 12 Vertices  
and 11 Paths

(4) what is the relation between these two numbers?

$$(I) \text{ num. of Paths} = \text{num. of Vertices} - 1 \\ 9 = 10 - 1$$

$$(II) \text{ num. of Paths} = \text{num. of Vertices} - 1 \\ 11 = 12 - 1$$

A Tree with  $n$  vertices has exactly  $n-1$  edges

(5) Find the level of each vertex and the height of the tree

(I)

level 0: has vertex  $V_0$

level 1: has vertex  $V_1, V_2, V_3$

level 2: has vertex  $V_4, V_5, V_6$

level 3: has vertex  $V_7, V_8, V_9$

(II)

level 0: has vertex a

level 1: has vertex b, c

level 2: has vertex d, e, f

level 3: has vertex g, h, i, j

level 4: has vertex k, l

(6) Find the Parent of  $V_3$  and Find the Children of  $V_2$  for first figure

(I) : The Parent of  $V_3$  is  $V_0$   
and The Children of  $V_2$  is  $V_4, V_5$

(7) Find the offspring of level 2 and level 3

(I) : the offspring of level 2 is  $V_4, V_5, V_6$   
and for level 3 is  $V_7, V_8, V_9$

(II) : the offspring of level 2 is d, e, f  
and for level 3 is g, h, i, j

(8) Is it binary?

(I) : not binary, since  $V_0$  has three children

(II) : From definition of binary tree, we have seen that each vertex has at most two children, so it is binary tree

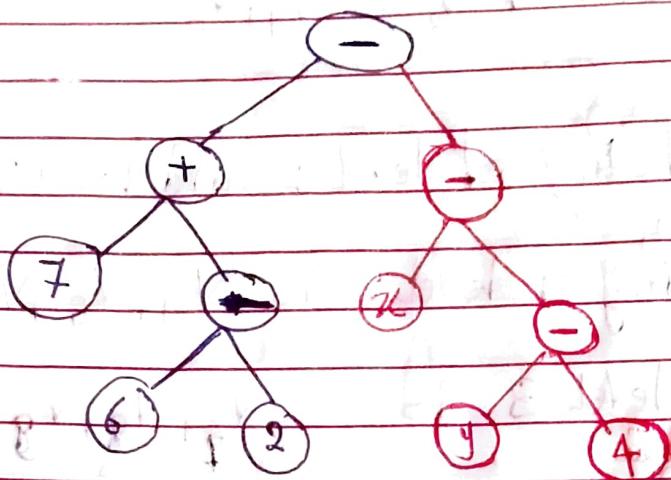
binary and incomplete binary

Date:

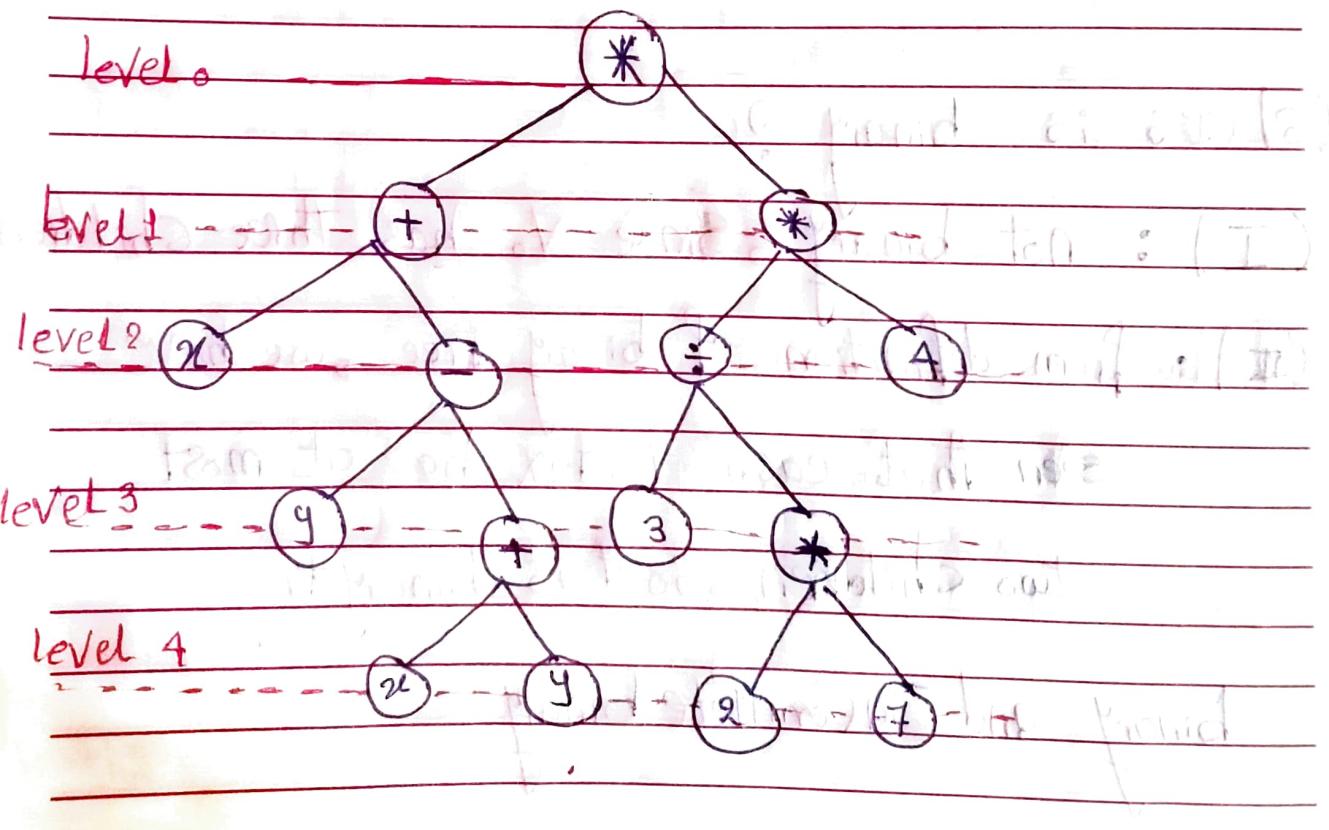
Subject:

9 - Construct the tree of the following expression

$$(1) \quad (7 + (6 - 2)) - (2 \times (4 - 1))$$



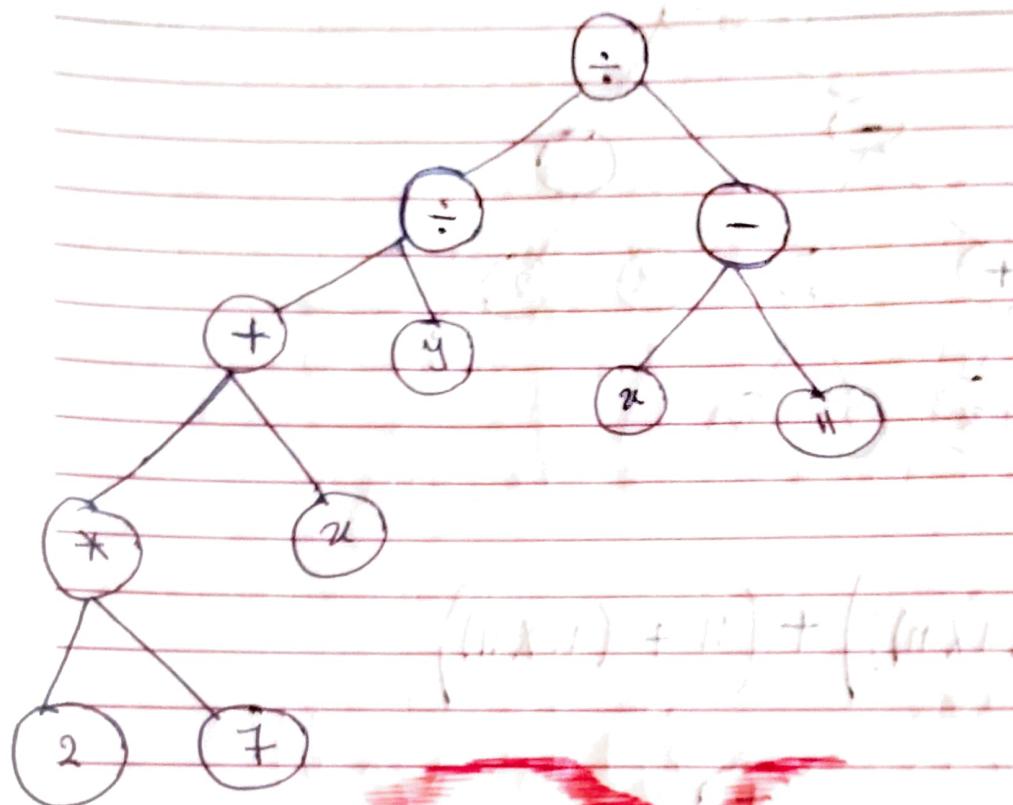
$$(2) \quad ((x + (y - (u + v))) \times ((z \div (2 \times f)) \times 4))$$



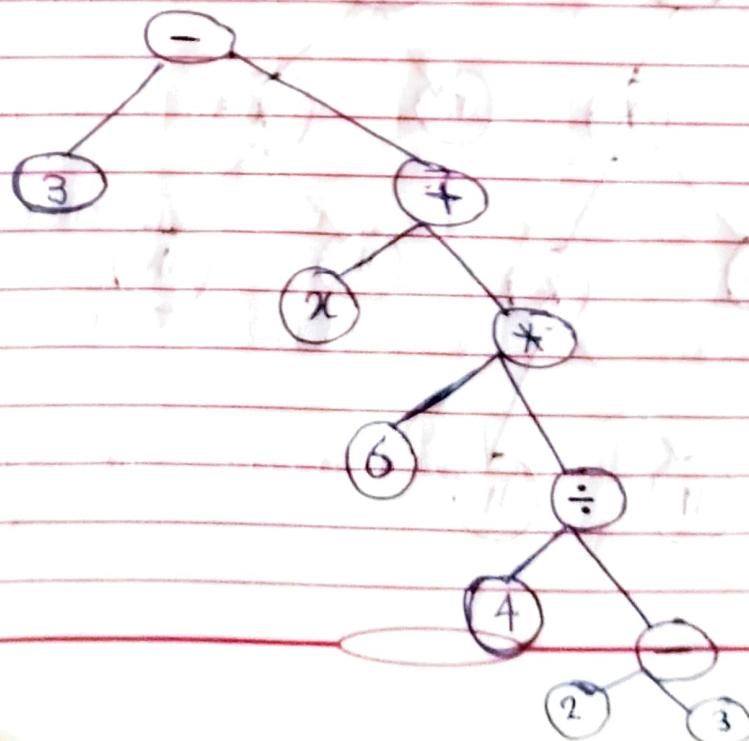
level و سطح Verteks (Vertices) در درخت

و دیگر اندیکاتورها Subject

(4)  $((2x+u)+v) \div (u-v)$



(3)  $3 - [x + (6 \times (4 \div (2-3)))]$

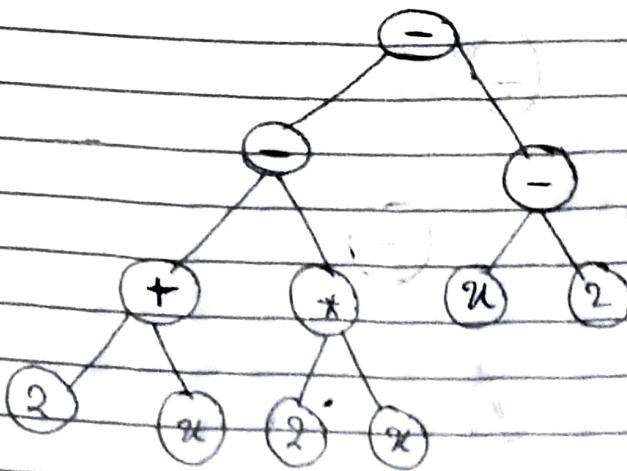


Date:

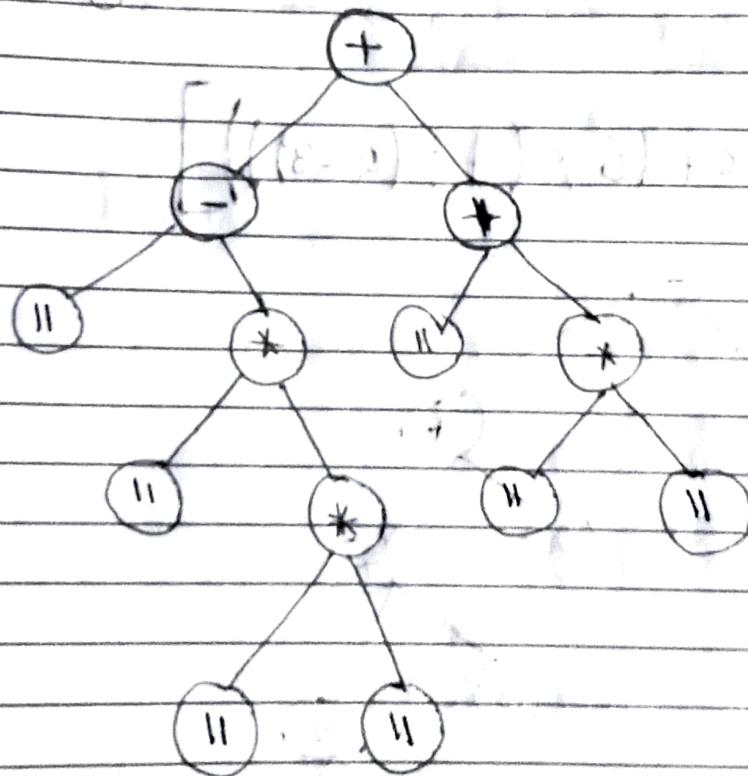
Subject:

(5)

$$(2+u) - (2 \times u) \div (u-2)$$



6)  $(11 - (11 \times (11 \times 11))) + (11 + (11 \times 11))$

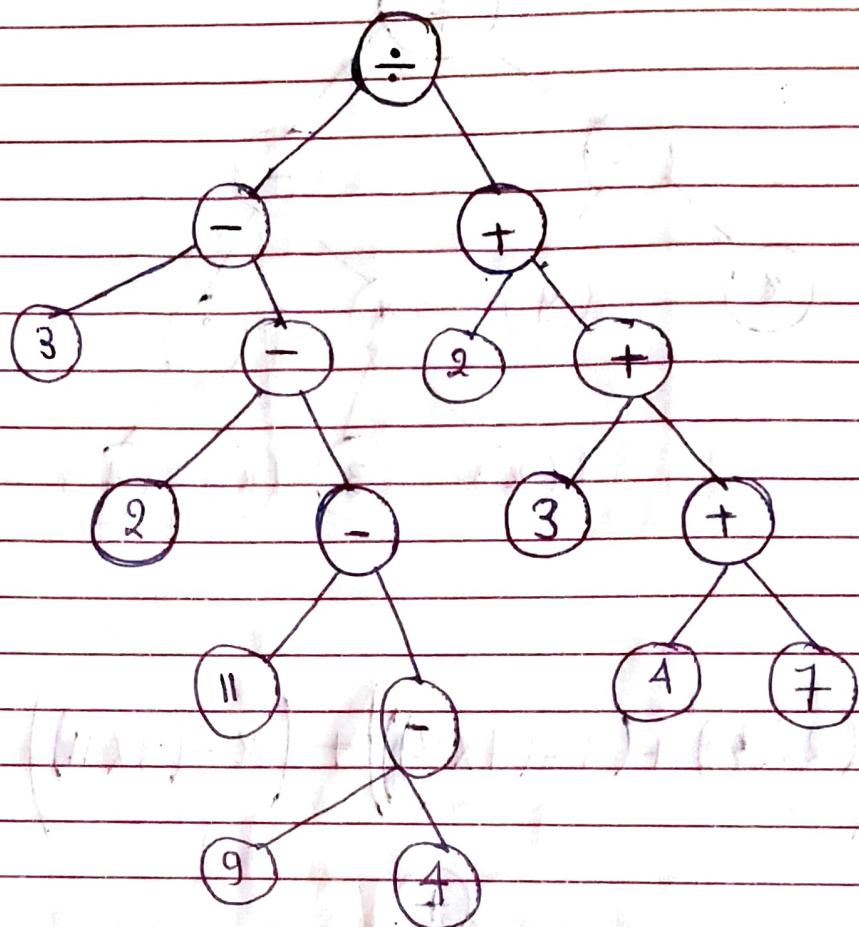


Date:

Subject:

(7)

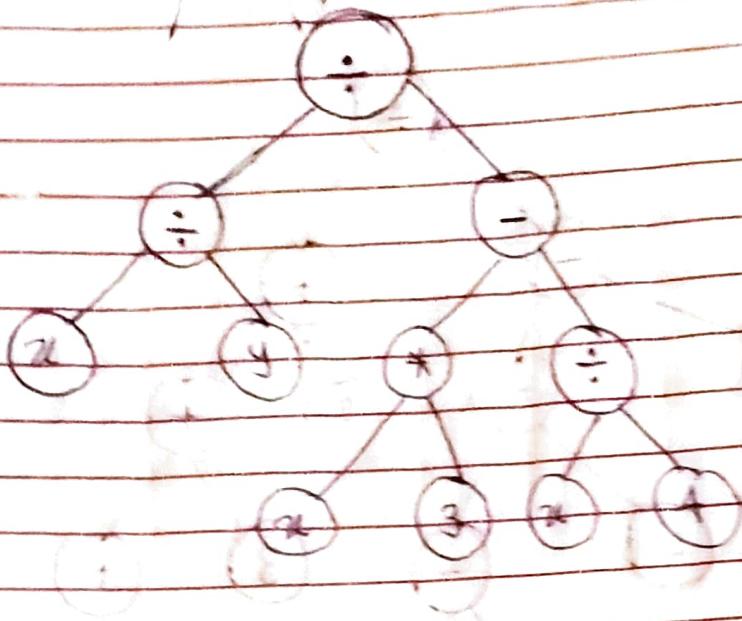
$$\left( 3 - \left( 2 - \left( 11 - \left( 9 - 4 \right) \right) \right) \right) \div \left( 2 + \left( 3 + \left( 4 + 7 \right) \right) \right)$$



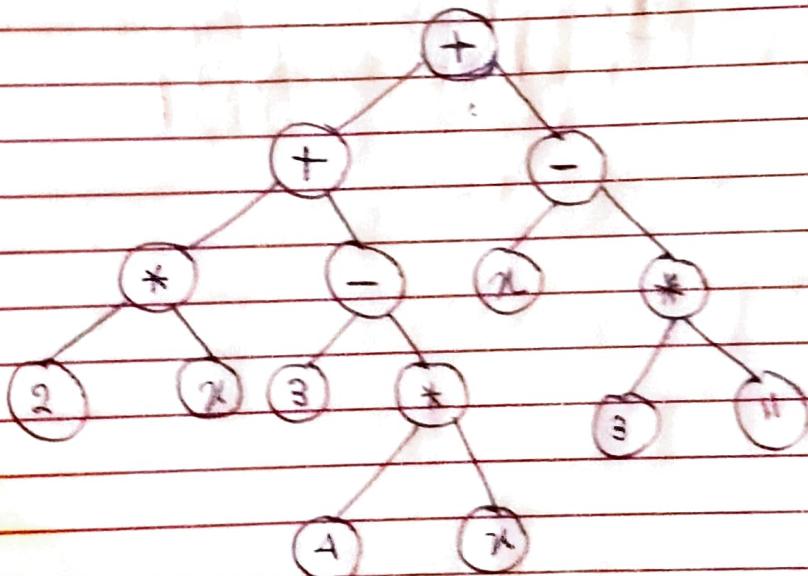
Date:

Subject:

$$(8) \frac{(u \div y)}{(2 \times 3 - (u \div 4))}$$



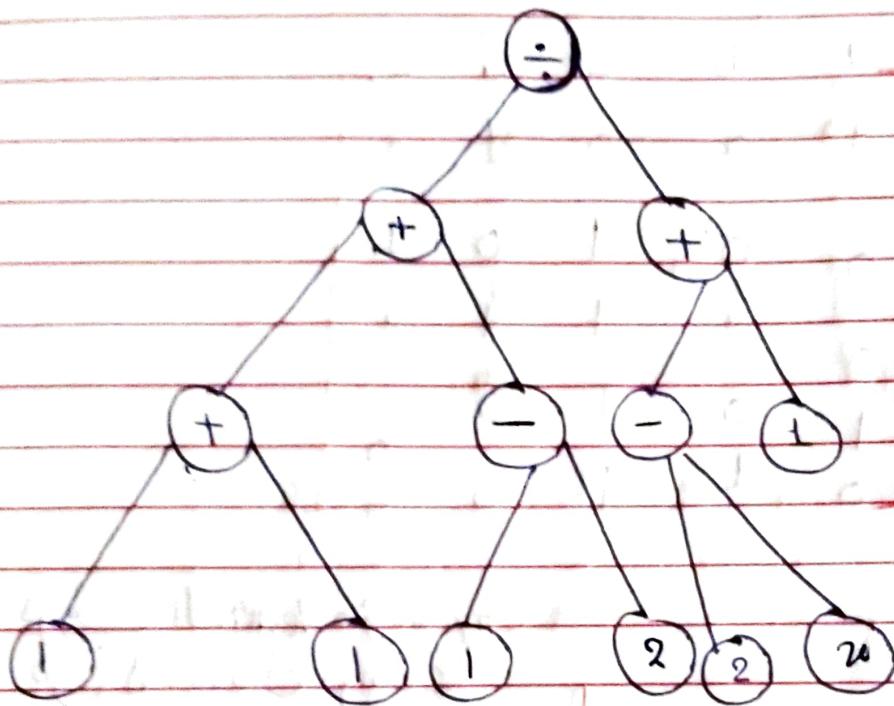
$$(9) \left( \underbrace{(2 \times u)}_{\sim} + \underbrace{(3 - (4 \times 1))}_{\sim} \right) + \left( u - (3 \times 1) \right)$$



Date:

Subject:

(10).  $\left( (1+1)+(1 \cdot 2) \right) : \left( (2+2)+1 \right)$  (8)



Date:

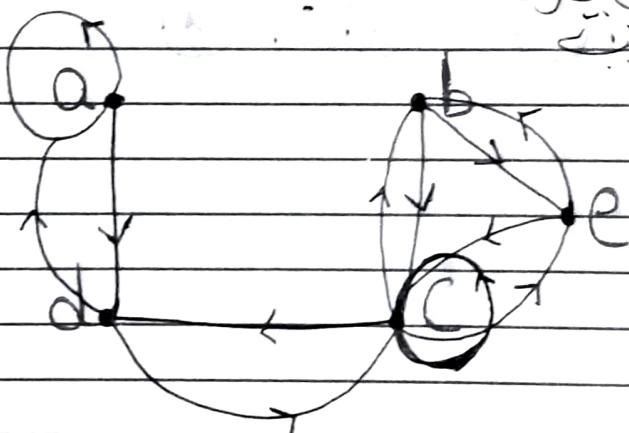
Subject:



8) Draw the graph represented by each adjacent Matrix.

	a	b	c	d	e
a	1	0	0	1	0
b	0	0	1	0	1
c	0	1	1	1	1
d	1	0	1	0	0
e	0	1	1	0	0

ترسیب الگوریتم بین معرفت  
بین لدراوندل ترسیب  
فیلستکل

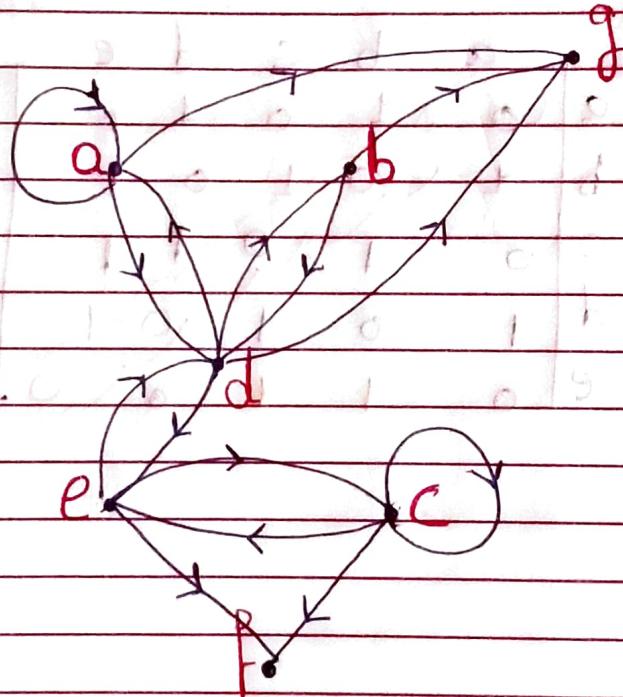


Date: 20-12-21

Subject: Discrete Mathematics



	a	b	c	d	e	f	g
a	1	1	0	1	0	0	1
b	0	1	0	1	0	0	1
c	0	0	1	0	1	1	0
d	1	1	0	0	1	0	1
e	0	0	1	1	0	1	0

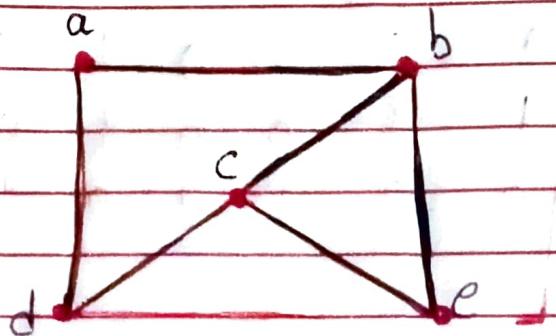


Date:

Subject:

10- Find the adjacency Matrix of

The following simple graph

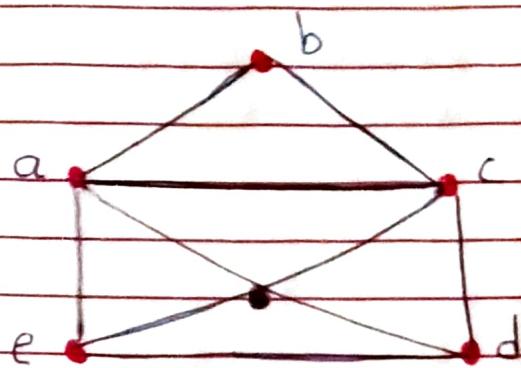


adjacency

	a	b	c	d	e
a	0	1	0	1	0
b	1	0	1	0	1
c	0	1	0	1	1
d	1	0	1	0	1
e	0	1	1	0	0

Date: 10/10/20

Subject: CS



a b c d e

a 0 + + + +

b + 0 + 0 0

c + + 0 + +

d + 0 + 0 +

e + 0 + + 0