

“La ciencia de programar” abridged

1. Una _____ es una asignación de valores de verdad a cada una de las letras proposicionales en una fórmula proposicional. Por ejemplo, dada la fórmula proposicional $\theta = p \vee q \wedge r \rightarrow r$, una _____ de θ es:

$$\{\xi(p) = \perp, \xi(q) = \perp, \xi(r) = \top\}$$

Con los valores de verdad que nos da una _____ podemos hallar el valor de verdad de nuestra fórmula proposicional, en nuestro ejemplo:

$$\perp \vee \perp \wedge \top \rightarrow \top \Rightarrow \perp \wedge \top \rightarrow \top \Rightarrow \perp \rightarrow \top \Rightarrow \top$$

(Nota: recuerda que \top es verdadero y \perp falso)

¿Cuál de las siguientes interpretaciones hace falsa a la fórmula proposicional $(p \wedge r) \vee q \leftrightarrow p \wedge (r \vee q)$?:

$$\{\xi(p) = \top, \xi(q) = \perp, \xi(r) = \perp\}$$

$$\{\xi(p) = \perp, \xi(q) = \top, \xi(r) = \top\}$$

$$\{\xi(p) = \perp, \xi(q) = \perp, \xi(r) = \perp\}$$

$$\{\xi(p) = \top, \xi(q) = \top, \xi(r) = \perp\}$$

2. Una fórmula bien formada (*fbf*) es una formula proposicional que se puede construir a partir de las siguientes reglas:
- si p es una variable proposicional, entonces p es una fbf
 - si \spadesuit y \clubsuit son fbf, y \otimes es un _____, entonces $(\spadesuit \otimes \clubsuit)$ es un fbf
 - si \boxtimes es una fbf, entonces $\neg(\boxtimes)$ es una fbf
3. La _____ de los operadores nos dice en que orden debemos realizar las operaciones. A continuación las _____ de algunos de los operadores más comunes en C++ (de mayor a menor precedencia):
- $(,)$ (No son en realidad operadores en C++, pero nos indican que sentencia¹ evaluar primero)
 - $!, \text{ (int) } (\text{ó (double)}), \text{ ó cualquier otro casting}$
 - $*, /, \%$
 - $+, -$
 - $<, >, <=, >=$
 - $==, !=$
 - $\&\&$
 - $||$
4. La _____ de los conectivos lógicos nos dice en que orden debemos realizar las operaciones en una fórmula proposicional para obtener su valor de verdad. La _____ de los operadores lógicos es, en orden, de mayor a menor:
- $(,)$ (No realmente un conectivo lógico, pero nos indican la expresión que debe ser evaluada antes del resto)
 - \neg
 - \wedge, \vee
 - $\rightarrow, \leftrightarrow$
- Fijate en cómo \wedge y \vee tienen la misma precedencia como conectivos lógicos, pero esto no sucede en C++ donde $\&\&$ tiene mayor precedencia que $||$
5. ¿Cuál de las siguientes sentencias en C++ es la mejor traducción de la fórmula lógica $p \vee q \wedge r \wedge r$ a C++?
- $p \ \&\& \ q \ || \ r \ || \ r$
 - $((p \ || \ q) \ \&\& \ r) \ \&\& \ r$
 - $p \ || \ (q \ \&\& \ (r \ \&\& \ r))$
 - $(p \ || \ q) \ \&\& \ (r \ \&\& \ r)$

¹no pude encontrar una mejor traducción para “sentence” :S

6. Dos fórmulas proposicionales son equivalentes si tienen las mismas tablas de verdad, es decir, si θ_1 y θ_2 son fórmulas proposicionales, ambas son equivalentes si y sólo si sus tablas de verdad son las mismas.

Determine cuál de las siguientes fórmulas proposicionales es equivalente a $p \rightarrow q \wedge p$, para esto escriba las tablas de verdad de cada una de las proposiciones:

p	q	$p \rightarrow q \wedge p$	$p \leftrightarrow q \wedge p$	$\neg p \wedge q \vee p$	$(\neg p \vee q) \wedge p$	$\neg p \vee (q \wedge p)$
\top	\top					
\top	\perp					
\perp	\top					
\perp	\perp					

Otra forma de determinar si dos fórmulas lógicas son equivalentes es mostrando una serie de equivalencias conocidas entre ellas, por ejemplo, la fórmula lógica $p \vee \neg(p \vee r)$ es equivalente a $p \vee \neg r$ porque:

$$\begin{aligned}
 p \vee \neg(p \vee r) &\equiv p \vee (\neg p \wedge \neg r) && \text{Por ley de De Morgan } \neg(\Delta \vee \square) \equiv \neg \Delta \wedge \neg \square \\
 &\equiv (p \vee \neg p) \wedge (p \vee \neg r) && \text{Propiedad distributiva de } \vee \text{ en } \wedge \\
 &\equiv \top \wedge (p \vee \neg r) && \Delta \vee \neg \Delta \equiv \top \\
 &\equiv p \vee \neg r && \text{Dominancia en } \wedge \quad \top \wedge \Delta \equiv \Delta
 \end{aligned}$$

Donde cada una de las equivalencias mencionadas a la izquierda son bien conocidas y poseen nombre propio (aunque no es necesario aprenderse el nombre, es siempre buena idea saberse algunas equivalencias de memoria).

7. Algunas equivalencias son:

Equivalencia	Nombre
$\Delta \rightarrow \square \equiv \neg \Delta \vee \square$	
$\Delta \vee \perp \equiv \Delta$ $\Delta \wedge \top \equiv \Delta$	Dominancia
$\neg(\Delta \vee \square) \equiv \neg \Delta \wedge \neg \square$ $\neg(\Delta \wedge \square) \equiv \neg \Delta \vee \neg \square$	Leyes de De Morgan
$\Delta \vee (\square \wedge \diamond) \equiv (\Delta \vee \square) \wedge (\Delta \vee \diamond)$	Propiedad distributiva de \vee en \wedge
$\Delta \wedge (\square \vee \diamond) \equiv (\Delta \wedge \square) \vee (\Delta \wedge \diamond)$	Propiedad distributiva de \wedge en \vee
$\Delta \wedge \neg \Delta \equiv \perp$	Contradicción
$\Delta \vee \neg \Delta \equiv \top$	Tercio excluido
$\neg \neg \Delta \equiv \Delta$	Doble negación
$\Delta \vee \square \equiv \square \vee \Delta$ $\Delta \wedge \square \equiv \square \wedge \Delta$ $\Delta \leftrightarrow \square \equiv \square \leftrightarrow \Delta$	Commutatividad(es)
$\square \leftrightarrow \Delta \equiv (\square \rightarrow \Delta) \wedge (\Delta \rightarrow \square)$	Material

¿Qué equivalencia se puede utilizar para transformar la fórmula lógica $p \rightarrow q \wedge p$ (punto anterior) para hallar otra fórmula lógica equivalente a esta?

8. Los _____ que uno usualmente usa para modelar un problema son \mathbb{N} , \mathbb{R} y \mathbb{B} . Estos _____ no se encuentran disponibles en C++, pero nos aproximamos a estos con los tipos de datos: `int`, `double` y `bool`, respectivamente.

Podemos definir un conjunto más, el conjunto `ASCII`, el cual corresponde al tipo de datos `char` disponible en C++.

En la siguiente tabla se encuentran todos los tipos de datos de C++ que nos interesan, por el momento, y sus símiles con conjuntos matemáticos:

Conjunto	Tipo de datos
$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$	<code>_____</code>
\mathbb{R}	<code>double</code>
$\mathbb{B} = \{\top, \perp\}$	<code>_____</code>
<code>_____</code> = <code>{'A', 'a', 'B', 'b', ..., '!', '#', '/', '\n', ...}</code>	<code>char</code>

