

Assignment 5 due by November 28, 2023

第七組

410650161 008 陳威旭

410650229 010 林可翰

410650252 011 何少鈞

410650377 015 張哲瑋

410650880 033 鄭暉瀚

1. (100 pt.) Do Problem 6.3 step by step, and include the pseudo-Ftest if necessary.

6.3要按照6.2題敘述，在A、B因子為隨機效果，C因子為固定效果進行檢定統計量F的推演。

模型假設：

$$Y_{mijk} = \mu + A_i + B_j + C_k + AB_{ij} + AC_{ik} + BC_{jk} + ABC_{ijk} + \varepsilon_{m(ijk)}$$

$i=1,2,\dots,a; j=1,2,\dots,b; k=1,2,\dots,c; m=1,2,\dots,n$.

$$A_i \sim \text{NID}(0, \sigma_A^2); B_j \sim \text{NID}(0, \sigma_B^2); \sum_{k=1}^c C_k = 0;$$

$$AB_{ij} \sim \text{NID}(0, \sigma_{AB}^2); AC_{ik} \sim \text{NID}(0, \sigma_{AC}^2); BC_{jk} \sim \text{NID}(0, \sigma_{BC}^2);$$

$$ABC_{ijk} \sim \text{NID}(0, \sigma_{ABC}^2);$$

$$\varepsilon_{m(ijk)} \sim \text{NID}(0, \sigma^2) .$$

$$\sum_{k=1}^c AC_{ik} = 0; \sum_{i=1}^a AC_{ik} \neq 0, \sum_{k=1}^c BC_{jk} = 0; \sum_{j=1}^b BC_{jk} \neq 0,$$

$$\sum_{k=1}^a ABC_{ijk} \neq 0; \sum_{i=1}^b ABC_{ijk} \neq 0; \sum_{k=1}^c ABC_{ijk} = 0.$$

$$A_i, B_j, AB_{ij}, AC_{ik}, BC_{jk}, ABC_{ijk}, \varepsilon_{m(ijk)} \text{ 相互獨立。}$$

第一步：

將包含誤差、各個效果和它們的交互作用寫在行排頭。

A_i				
B_j				
C_k				
AB_{ij}				
AC_{ik}				
BC_{jk}				
ABC_{ijk}				
$\epsilon_{m(ijk)}$				

第二步：

將各下標所對應的個數、因子是固定還是隨機的(固定以F，隨機以R標示)和因子下標符號依序寫在列排頭。

	a	b	c	n
	R	R	F	R
	i	j	k	m
A_i				
B_j				
C_k				
AB_{ij}				
AC_{ik}				
BC_{jk}				
ABC_{ijk}				
$\epsilon_{m(ijk)}$				

第三步：

將該效果或交互作用中沒有出現的下標所對應的個數寫在對應格子中。

	a	b	c	n
	R	R	F	R
	i	j	k	m
A_i		b	c	n
B_j	a		c	n
C_k	a	b		n
AB_{ij}			c	n
AC_{ik}		b		n
BC_{jk}	a			n
ABC_{ijk}				n
$\epsilon_{m(ijk)}$				

第四步：

將該效果或交互作用中括號內的下標所對應的格子中寫上1。

	a	b	c	n
	R	R	F	R
	i	j	k	m
A_i		b	c	n
B_j	a		c	n
C_k	a	b		n
AB_{ij}			c	n
AC_{ik}		b		n
BC_{jk}	a			n
ABC_{ijk}				n
$\varepsilon_{m(ijk)}$	1	1	1	

第五步：

剩餘的空格子要是該格直行對應的是F(固定)填入'0', 要是直行對應的是R(隨機)填入'1'。

	a	b	c	n
	R	R	F	R
	i	j	k	m
A_i	1	b	c	n
B_j	a	1	c	n
C_k	a	b	0	n
AB_{ij}	1	1	c	n
AC_{ik}	1	b	0	n
BC_{jk}	a	1	0	n
ABC_{ijk}	1	1	0	n
$\varepsilon_{m(ijk)}$	1	1	1	1

第六步：

將各效果或交互作用不在括號內的下標所在的列忽略，剩餘的橫列相乘作為對應變異的係數，剩下只要將有關變異相加就是對應忽略的下標的效果或交互作用的EMS。

	a	b	c	n	EMS
	R	R	F	R	
	i	j	k	m	
A_i	1	b	c	n	$\sigma^2 + nc\sigma_{AB}^2 + nbc\sigma_A^2$
B_j	a	1	c	n	$\sigma^2 + nc\sigma_{AB}^2 + nac\sigma_B^2$
C_k	a	b	0	n	$\sigma^2 + n\sigma_{ABC}^2 + nb\sigma_{AC}^2 + na\sigma_{BC}^2 + nab\phi_C^*$
AB_{ij}	1	1	c	n	$\sigma^2 + nc\sigma_{AB}^2$
AC_{ik}	1	b	0	n	$\sigma^2 + n\sigma_{ABC}^2 + nb\sigma_{AC}^2$
BC_{jk}	a	1	0	n	$\sigma^2 + n\sigma_{ABC}^2 + na\sigma_{BC}^2$
ABC_{ijk}	1	1	0	n	$\sigma^2 + n\sigma_{ABC}^2$
$\varepsilon_{m(ijk)}$	1	1	1	1	σ^2

$$*\phi_C = \frac{\sum_{k=1}^c C_k^2}{c-1}$$

檢定與檢定統計量F:

$$H_{01} : \sigma_A^2 = 0; H_{11} : \sigma_A^2 > 0$$

$$\text{檢定統計量 } F = \frac{MS_A}{MS_{AB}}$$

$$H_{02} : \sigma_B^2 = 0; H_{12} : \sigma_B^2 > 0$$

$$\text{檢定統計量 } F = \frac{MS_B}{MS_{AB}}$$

$$H_{03} : C_1 = C_2 = \dots = C_c = 0; H_{13} : \text{至少有一 } C_k \neq 0$$

因為無法找到確切的檢定統計量F，需透過線性組合的方式估計 (Pseudo-F test)。

$$\text{檢定統計量 } F = \frac{MS_C}{MS_{AC} + MS_{BC} - MS_{ABC}}$$

$$H_{04} : \sigma_{AB}^2 = 0; H_{14} : \sigma_{AB}^2 > 0$$

$$\text{檢定統計量 } F = \frac{MS_{AB}}{MSE}$$

$$H_{05} : \sigma_{AC}^2 = 0; H_{15} : \sigma_{AC}^2 > 0$$

$$\text{檢定統計量 } F = \frac{MS_{AC}}{MS_{ABC}}$$

$$H_{06} : \sigma_{BC}^2 = 0; H_{16} : \sigma_{BC}^2 > 0$$

$$\text{檢定統計量 } F = \frac{MS_{BC}}{MS_{ABC}}$$

$$H_{07} : \sigma_{ABC}^2 = 0; H_{17} : \sigma_{ABC}^2 > 0$$

$$\text{檢定統計量 } F = \frac{MS_{ABC}}{MSE}$$