Assignment 6 due by December 5, 2023

第七組

410650161 008 陳威旭

410650229 010 林可翰

410650252 011 何少鈞

410650377 015 張哲瑋

410650880 033 鄭暐瀚

1. (35 pt.) Do Problem 7.4 step by step.

p.212 7.4要按照7.3題敘述，在A為固定效果，B、C因子為隨機效果，C因子隸屬於AB因子的情況下，進行檢定統計量F的推演。

模型假設:

Y_{ijkm}=μ+A_i+B_j+$C_{k(ij)}$+AB_{ij}+$\varepsilon_{m(ijk)}$;

for i=1,2,...,5;j=1,2,3,4;k=1,2,3;for m=1,2;

Y_{ijkm} :在A因子第i個水準及B因子第j個水準之下的C因子第k個水準的第m個觀察值;

μ:共同效果;

A_i:A因子第i個水準的因子效果;

B_j:B因子第j個水準的因子效果;

$C_{k(ij)}$:在A因子第i個水準及B因子第j個水準之下的C因子第k個因子效果;

AB_{ij}:A因子和B因子之間的交互作用;

$\varepsilon_{m(ijk)}$:在A因子第i個水準及B因子第j個水準之下的C因子第k個水準的第m個觀察值的誤差。

前提假設:

$\sum_{i=1}^{5} A_i = 0; B_j \sim NID(0, \sigma_B^2); C_{k(ij)} \sim NID(0, \sigma_c^2);$

$AB_{ij} \sim NID(0, \sigma_{AB}^2);$

$\varepsilon_{m(ijk)} \sim NID(0, \sigma^2);$

B_j、$C_{k(ij)}$、AB_{ij}和 $\varepsilon_{l(ijk)}$之間彼此獨立

第一步:

將包含誤差、各個效果和它們的交互作用寫在行排頭。

A_i				
B_j				
$C_{k(ij)}$				
AB_{ij}				
$\varepsilon_{m(ijk)}$				

第二步:

將各下標所對應的個數、因子是固定還是隨機的(固定以F，隨機以R標示)和因子下標符號依序寫在列排頭。

	a=5	b=4	c=3	n=2
	F	R	R	R
	i	j	k	m
A_i				
B_j				

$C_{k(ij)}$				
AB_{ij}				
$\varepsilon_{m(ijk)}$				

第三步:

將該效果或交互作用中沒有出現的下標所對應的個數寫在對應格子中。

	a=5	b=4	c=3	n=2
	F	R	R	R
	i	j	k	m
A_i		b	c	n
B_j	a		c	n
$C_{k(ij)}$				n
AB_{ij}			c	n
$\varepsilon_{m(ijk)}$				

第四步:

將該效果或交互作用中括號內的下標所對應的格子中寫上1。

	a=5	b=4	c=3	n=2
	F	R	R	R

	i	j	k	m
A_i		b	c	n
B_j	a		c	n
$C_{k(ij)}$	1	1		n
AB_{ij}			c	n
$\varepsilon_{m(ijk)}$	1	1	1	

第五步:

剩餘的空格子要是該格直行對應的是F(固定)填入'0', 要是直行對應的是R(隨機)填入'1'。

	a=5	b=4	c=3	n=2
	F	R	R	R
	i	j	k	m
A_i	0	b	c	n
B_j	a	1	c	n
$C_{k(ij)}$	1	1	1	n
AB_{ij}	0	1	c	n
$\varepsilon_{m(ijk)}$	1	1	1	1

第六步:

將各效果或交互作用不在括號內的下標所在的列忽略，剩餘的橫列相乘作為對應變異的係數，剩下只要將有關變異相加就是對應忽略的下標的效果或交互作用的EMS。

	a=5	b=4	c=3	n=2	EMS
	F	R	R	R	
	i	j	k	m	
A_i	0	b	c	n	$\sigma^2+6\sigma_{AB}^2+2\sigma_C^2+24\phi_A$ *
B_j	a	1	c	n	$\sigma^2+2\sigma_C^2+30\sigma_B^2$
$C_{k(ij)}$	1	1	1	n	$\sigma^2+2\sigma_C^2$
AB_{ij}	0	1	c	n	$\sigma^2+6\sigma_{AB}^2$
$\varepsilon_{m(ijk)}$	1	1	1	1	σ^2

$*\phi_A=\frac{\sum_{i=1}^{z}A_i^2}{a-1}$

檢定與檢定統計量F:

H_{01} :$A_1 = A_2 = ... = A_5 = 0$;$H_{11}$:至少有一$A_i \neq 0$

因為無法找到確切的檢定統計量F，需透過線性組合的方式估計(Pseudo-F test)。

檢定統計量F=$\frac{MS_A}{MS_C + MS_{AB} - MSE}$

H_{02} :σ_B^2=0;H_{12}: $\sigma_B^2 > 0$

檢定統計量F=$\frac{MS_B}{MS_C}$

H_{03} :σ_C^2=0;H_{13} :$\sigma_C^2 > 0$

檢定統計量F=$\frac{MS_C}{MSE}$

H_{04} :σ_{AB}^2=0;H_{14} :$\sigma_{AB}^2 > 0$

檢定統計量F=$\frac{MS_{AB}}{MSE}$

2. (30 pt.) Do Problem 7.19 step by step.p215-216.

隨機三天的隨機取樣下，由固定兩個評級人員對每天的10個隨機樣本進行評分，進行檢定統計量F的推演。

模型假設:

Y_{ijk}=μ+A_i+B_j+$C_{k(i)}$+AB_{ij}+$BC_{jk(i)}$+$ε_{(jki)}$;

for i=1,2,3;j=1,2;k=1,2,...,11;

Y_{ijk} :第i天第j個評級人員對第k個樣本的評分;

μ:共同效果;

A_i:A第i天的因子效果;

B_j:第j個評級人員的因子效果;

$C_{k(ij)}$:第i天效果之下第k個樣本的效果;

AB_{ij}:第i天和第j個評級人員之間的交互作用;

$BC_{jk(i)}$:第j個評級人員和第k個樣本之間的交互作用;

$ε_{m(ijk)}$:第i天第j個評級人員對第k個樣本的的誤差。

觀察模型，發現$BC_{jk(i)}$與$\varepsilon_{(jki)}$發生交絡的情形，所以，我們假設評級人員和樣本之間的交互作用$BC_{jk(i)}$=0，使我們保留$\varepsilon_{jk(i)}$進行檢定。

Y_{ijk}=μ+A_i+B_j+$C_{k(i)}$+AB_{ij}+$\varepsilon_{(jki)}$;

前提假設:

$A_i \sim NID(0, \sigma_A^2); \sum_{i=1}^{2} B_j = 0; C_{k(i)} \sim NID(0, \sigma_c^2);$

$AB_{ij} \sim NID(0, \sigma_{AB}^2);$

$\varepsilon_{(jki)} \sim NID(0, \sigma^2);$

A_i、$C_{k(i)}$、AB_{ij} 和 $\varepsilon_{(jki)}$之間彼此獨立。

第一步:

將包含誤差、各個效果和它們的交互作用寫在行排頭。

A_i			
B_j			
$C_{k(i)}$			
AB_{ij}			
$\varepsilon_{(jki)}$			

第二步:

將各下標所對應的個數、因子是固定還是隨機的(固定以F, 隨機以R標示)和因子下標符號依序寫在列排頭。

	a=3	b=2	c=11
	R	F	R
	i	j	k
A_i			
B_j			
$C_{k(i)}$			
AB_{ij}			
$\varepsilon_{(jki)}$			

第三步:

將該效果或交互作用中沒有出現的下標所對應的個數寫在對應格子中。

	a=3	b=2	c=11
	R	F	R
	i	j	k
A_i		b	c
B_j	a		c
$C_{k(i)}$		b	
AB_{ij}			c
$\varepsilon_{(jki)}$			

第四步:

將該效果或交互作用中括號內的下標所對應的格子中寫上1。

	a=3	b=2	c=11
	R	F	R

	i	j	k
A_i		b	c
B_j	a		c
$C_{k(i)}$	1	b	
AB_{ij}			c
$\varepsilon_{(jki)}$	1	1	1

第五步:

剩餘的空格子要是該格直行對應的是F(固定)填入'0', 要是直行對應的是R(隨機)填入'1'。

	a=3	b=2	c=11
	R	F	R
	i	j	k
A_i	1	b	c
B_j	a	0	c
$C_{k(i)}$	1	b	1
AB_{ij}	1	0	c
$\varepsilon_{(jki)}$	1	1	1

第六步:

將各效果或交互作用不在括號內的下標所在的列忽略，剩餘的橫列相乘作為對應變異的係數，剩下只要將有關變異相加就是對應忽略的下標的效果或交互作用的EMS。

	a=3	b=2	c=11	EMS
	R	F	R	
	i	j	k	
A_i	1	b	c	$\sigma^2+2\sigma_C^2+22\sigma_A^2$
B_j	a	0	c	$\sigma^2+11\sigma_{AB}^2+33\phi_B$ *
$C_{k(i)}$	1	b	1	$\sigma^2+2\sigma_C^2$
AB_{ij}	1	0	c	$\sigma^2+11\sigma_{AB}^2$
$\varepsilon_{(jki)}$	1	1	1	σ^2

$$*\phi_B=\frac{\sum_{j=1}^{b}B_j^2}{b-1}$$

檢定與檢定統計量F:

$H_{01}:\sigma_{A}^{2} = 0; H_{11}:\sigma_{A}^{2} > 0$

檢定統計量F=$\frac{MS_{A}}{MS_{c}}$

$H_{02}:B_{1} = B_{2} = 0; H_{12}$: 至少有一$B_{j} \neq 0$

檢定統計量F=$\frac{MS_{B}}{MS_{AB}}$

$H_{03}:\sigma_{C}^{2}=0; H_{13}:\sigma_{C}^{2}>0$

檢定統計量F=$\frac{MS_{C}}{MSE}$

$H_{04}:\sigma_{AB}^{2}=0; H_{14}:\sigma_{AB}^{2}>0$

檢定統計量F=$\frac{MS_{AB}}{MSE}$

3. (35 pt.) Do Problem 7.20.p215-216.

承上題的模型假設、前題假設。

檢定假設:

H_{01} :σ^2_{AB}=0;H_{11} :$\sigma^2_{AB}>0$.

H_{02} :σ^2_{C}=0;H_{12} :$\sigma^2_{C}>0$.

H_{03} :$\sigma^2_{A} = 0$;H_{13} :$\sigma^2_{A}>0$.

H_{04} :$B_1 = B_2 = 0$;H_{14}: 至少有一$B_j \neq 0$.

以說明不同的樣本對評級有顯著差異。

來源	DF	Anova SS	均方	F 值	Pr > F
A	2	119.7575758	59.8787879	4.39	0.0213
B	1	203.8787879	203.8787879	14.94	0.0006
C(A)	30	942.0000000	31.4000000	2.30	$\boxed{0.0128}$
A*B	2	16.8484848	8.4242424	0.62	$\boxed{0.5460}$

使用 Anova MS (針對 C(A)) 作為誤差項的假設檢定					
來源	DF	Anova SS	均方	F 值	Pr > F
A	2	119.7575758	59.8787879	1.91	$\boxed{0.1661}$

使用 Anova MS (針對 A*B) 作為誤差項的假設檢定					
來源	DF	Anova SS	均方	F 值	Pr > F
B	1	203.8787879	203.8787879	24.20	$\boxed{0.0389}$

結論:

AB交互作用的檢定p值=0.546>0.1所以不拒絕H_{01}，說明抽測的日期和評級人員之間沒有顯著的交互作用。也因此需要進行A和B個別因子的檢定。

C因子的檢定p值=0.0128，所以當α>0.0128時才可以拒絕H_{02}，以說明不同的樣本對評級有顯著差異。

A因子的檢定p值=0.1661>0.1所以不拒絕H_{03}，說明不同抽測日期的評級沒有顯著差異

B因子的檢定p值=0.0389，所以當α>0.0389時才可以拒絕H_{04}，以說明不同的評級人員對評級有顯著差異。

程式碼:

```
data hw7_20;
do A=1 to 3;
  do B='A','B';
    do C=1 to 11;
      input sc @@;
      output;
    end;
  end;
end;
cards;
04 06 06 13 07 07 14 12 09 06 08
11 07 10 11 10 11 16 10 12 09 13
05 17 08 03 14 11 06 11 16 -1 03
11 13 15 14 20 19 11 17 04 09 14
00 -1 02 08 08 04 05 10 16 08 07
06 -2 05 02 06 10 18 13 17 15 11
;run;
proc anova data=hw7_20;
class A B C;
model sc= A B C(A) A*B;
test H=A E=C(A);
test H=B E=A*B;
run;
```