

Assignment 8 due by December 25, 2023

第七組

410650229 010 林可翰

410650377 015 張哲瑋

1. (100 pt.) An engineer is studying the effect of cutting speed on the rate of metal removal in a machining operation. However, the rate of metal removal is related to the hardness of the test specimen. Five observations are taken at each cutting speed. The amount of metal removed (y) and the hardness of the specimen (x) are shown in the following table.

一位工程師正在研究機械加工中切削速度對金屬去除率的影響。然而，金屬去除率與試樣的硬度有關。在每個切削速度下進行五次觀察。去除的金屬量(y)和樣品的硬度(x)如下表所示。

Cutting Speed (rpm)					
1000		1200		1400	
y	x	y	x	y	x
68	120	112	165	118	175
90	140	94	140	82	132
98	150	65	120	73	124
77	125	74	125	92	141
88	136	85	133	80	130

(a) (70 pt.) Analyze the data using an analysis of covariance at $\alpha = 0.05$.

使用ACOVA, $\alpha = 0.05$ 進行分析。

模型假設:

$$Y_{ijk} = \mu + \beta(x_{ij} - \bar{x}) + \tau_j + \varepsilon_{ij}$$

$$i=1,2,\dots,5; j=1,2,3$$

Y_{ij} : 第j個切削速度下, 第j個金屬去除的金屬量;

x_{ij} : 第j個切削速度下, 第j個金屬的硬度;

μ : 共同效果;

β : 去除的金屬量和樣品的硬度的迴歸係數;

τ_j : 第j個切削速度下的處理效果;

\bar{x} : 樣品金屬硬度的平均值;

ε_{ij} : 第j個切削速度下, 第j個金屬去除的金屬量的誤差;

前提假設:

$$\sum_j \tau_j = 0$$

$$\varepsilon_{ij} \sim NID(0, \sigma^2)$$

斜率 $\beta \neq 0$, 說明 Y_{ij} (第 j 個切削速度下, 第 j 個金屬去除的金屬量) 和 x_{ij} (第 j 個切削速度下, 第 j 個金屬的硬度) 之間有線性關係。

各切削速度下的去除的金屬量和樣品的硬度的迴歸係數相同。

x_{ij} 第 j 個切削速度下, 第 j 個金屬的硬度不受處理效果 τ_j 影響

檢定假設:

$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 0; H_1: \text{至少有一個 } \tau_j \neq 0, j=1, 2, 3$

P值 = 0.8721 > 0.1 不拒絕 H_0 。

$H_0: \beta = 0; H_1: \beta \neq 0$.

P值 < 0.0001 拒絕 H_0 。

來源	DF	類型 III SS	均方	F 值	Pr > F
CS	2	2.404369	1.202184	0.14	0.8721
X	1	3019.348763	3019.348763	347.96	<.0001

結論:

不同的切削速度下, 去除的金屬量沒有顯著影響, 但同時金屬的硬度和金屬去除的金屬量有顯著的線性關係。

(b) (30 pt.) Find the estimate of slope and the adjusted mean for the cutting speed at 1200 revolutions per minute (rpm).

求 1200 轉/分鐘 (rpm) 時切割速度的斜率估計值和調整後平均值。

切割速度的斜率估計值:

參數	估計值		標準 誤差	t 值	Pr > t
截距	-42.17042091	B	7.15425243	-5.89	0.0001
cs A	0.99242599	B	1.88875107	0.53	0.6097
cs B	0.55019658	B	1.87274578	0.29	0.7744
cs C	0.00000000	B	.	.	.
X	0.93426226		0.05008488	18.65	<.0001

$$\hat{\beta} = 0.93426226$$

調整後平均值:

$$\bar{y}_j = \bar{y} - \hat{\beta}(\bar{x}_j - \bar{x})$$

$$\Rightarrow \bar{y}_{.2} \approx 86.4359891$$

cs	Y LSMEAN	標準 誤差	Pr > t	LSMEAN 編號
A	86.8782185	1.3251759	<.0001	1
B	86.4359891	1.3175824	<.0001	2
C	85.8857925	1.3279116	<.0001	3

程式碼

```
data dd;
input cs $ Y X @@;
cards;
A 068 120 A 90 140 A 98 150 A 77 125 A 88 136
B 112 165 B 94 140 B 65 120 B 74 125 B 85 133
C 118 175 C 82 132 C 73 124 C 92 141 C 80 130
;
proc glm;
class cs;
model Y=cs X/solution;
Lsmeans cs/stderr pdiff;
```