

Uniwersytet Mleczny w Gdańsku
Wydział Matematyki, fizyki i informatyki

Matematyka, mleko i Kirchhoff

Autor:
OSKAR KĄKLEWSKI

Praca wykonana pod przewodnictwem:

dr Oskyr Konkielski

12 grudnia 2014

Spis treści

1	Matematyka	2
1.1	Wprowadzenie do liczb zespolonych	2
1.2	Definicja liczby zespolonej	3
2	Mleko	3
3	Kirchhoff	6
4	Tabela	6

1 Matematyka

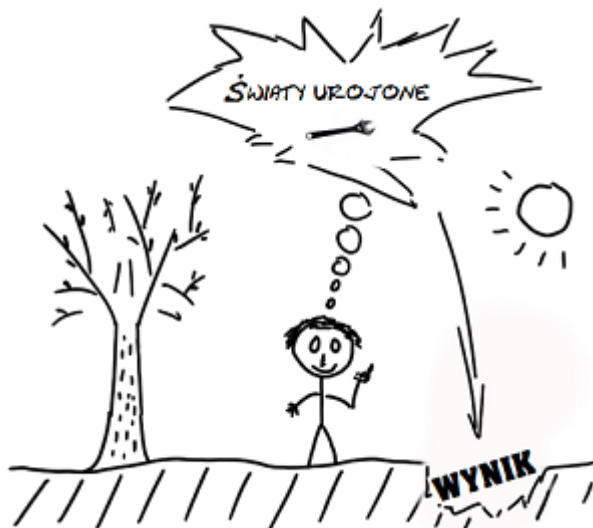
1.1 Wprowadzenie do liczb zespolonych

Liczby zespolone wprowadzono z konieczności wyciągania pierwiastków z liczb ujemnych. Przez całą szkołę średnią wmawia się uczniom, że "nie wolno wyciągać pierwiastka z liczby ujemnej!". Prawda ta zostaje całkowicie zburzona, gdy zaczynamy poznawać liczby zespolone. Dowiadujemy się wówczas, że:

$$\sqrt{-1} = i \quad (1)$$

Czy to znaczy, że przez kilkanaście lat szkolnej edukacji byliśmy oszukiwani? Nie do końca. W realnym świecie w którym żyjemy nie występują przecież żadne liczby zespolone. Każdą wielkość fizyczną, którą jesteśmy w stanie zmierzyć, możemy zawsze wyrazić za pomocy liczb rzeczywistych. W naszym normalnym, rzeczywistym świecie nie istnieją jakieś niestworzone liczby urojone...

Można więc zadać sobie pytanie, po co ludzie wymyślili coś takiego jak liczby zespolone, skoro nie istnieją one w realnym świecie. Odpowiedź jest dość prosta. Bez nich nie dałoby się wielu przydatnych rzeczy (ze świata realnego) obliczyć. Liczby zespolone są bardzo przydatnym narzędziem, które daje nam nowe możliwości obliczeniowe. Matematyk może na chwilę opuścić nasz realny świat, udać się do świata urojonego, tam wykonać różne magiczne działania, a następnie wrócić "na ziemię" z całkowicie rzeczywistym wynikiem.



Gdy już zaakceptujemy istnienie liczb zespolonych, to dobrze byłoby gdybyśmy nauczyli się po nich poruszać (tzn. wykonywać na nich obliczenia). Do

tego celu wystarczy przyjąć, że pierwiastek z -1 jest równy tzw. jednostce urojonej [2], którą umówiono się oznaczać literką i . Zapiszmy zatem jeszcze raz tę kluczową równość:

$$\sqrt{-1} = i \quad (2)$$

Zauważmy od razu, że równoważna jest jej następująca równość:

$$i^2 = -1 \quad (3)$$

Powyższe wiadomości oraz wiedza ze szkoły średniej (umiejętność wykonywania działań na wyrażeniach algebraicznych, potęgowania, pierwiastkowania, znajomość wzorów skróconego mnożenia, itp.) pozwolą na wykonywanie wszystkich podstawowych działań na liczbach zespolonych. Ale jak dokładnie wyglądają te liczby zespolone? Każdą liczbę zespoloną można przedstawić jako sumę liczby rzeczywistej i urojonej (jest to takie zespolenie świata rzeczywistego i świata czysto urojonego [2]).

1.2 Definicja liczby zespolonej

Liczbą zespoloną nazywamy liczbę postaci:

$$a + bi \quad (4)$$

gdzie a, b - to dowolne liczby rzeczywiste.

Zauważ, że jeżeli weźmiemy $b = 0$, to otrzymamy zwykłą liczbę rzeczywistą. Jeżeli natomiast weźmiemy $a = 0$, to otrzymamy liczbę zespoloną, która będzie czysto urojona (tzn. nie będzie mieć części rzeczywistej).

Przykłady:

1. liczb zespolonych z częścią rzeczywistą i urojoną: $5+i, 3+9i$
2. liczb zespolonych tylko z częścią urojoną: $2i, 5i$

2 Mleko

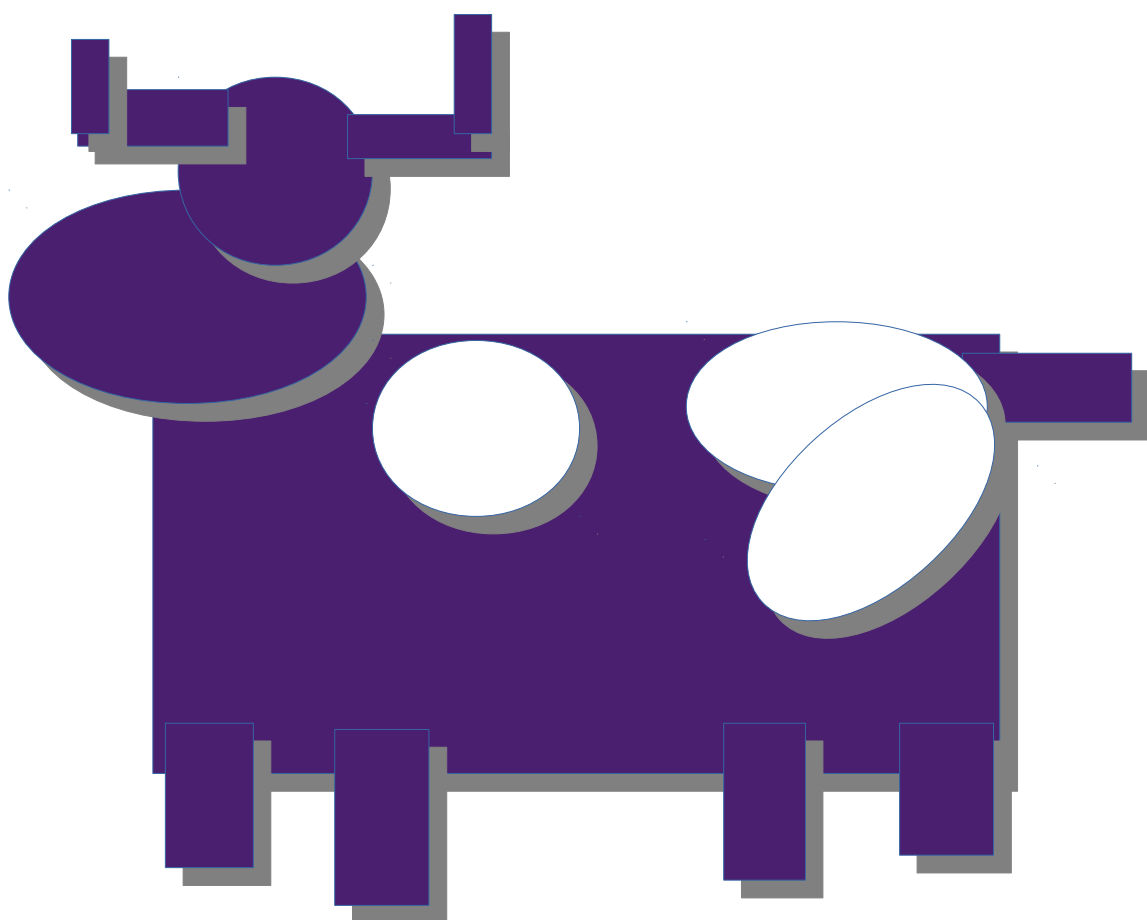
Mleko to wydzielina gruczołu mlekowego samic ssaków pojawiająca się w okresie laktacji. Jako produkt żywnościowy dla człowieka największe znaczenie ma mleko krowie. Według Międzynarodowej Federacji Mleczarskiej mleko krowie jest produktem całego, nieprzerwanego doju, od zdrowej, dobrze żywionej krowy mlecznej, otrzymany w sposób prawidłowy.

Mleko jest mieszaniną wieloskładnikową; składająca się z trzech podstawowych faz (te trzy fazy znajdują się w ścisłej zależności-interakcji):

- emulsyjnej
- koloidalnej
- molekularnej

Średni skład mleka u różnych ssaków (g/100 ml):

Gatunek	Tłuszcz	Białko
Słoń	22,1	3,2
Szympanś	3,7	1,2
Człowiek	4,0	1,3
Koń	1,6	2,7
Owca	9,0	4,7



3 Kirchhoff

Prądowe prawo Kirchhoffa:

$$\sum_{k=1} nI_k = 0 . \quad (5)$$

4 Tabela

To	tylko
inny	rodzaj
tabeli	:)

Literatura

- [1] H. Partl: *German T_EX*, TUGboat Vol. 9,nr 1 ('88)
- [2] O. Konklewski: *Polish T_EX*, Mleko, nr 1 ('78)