

SCILAB: Библиотеки

Глава 3. Интегрирование

Содержание главы:

- Как вычислить определенный интеграл?
 - Команда `intsplin`: метод сплайн-интерполяций
 - Команда `intrtrap`: метод трапеций
 - Команда `integrate`: метод квадратуры
 - Команда `intg`: интегрирование подинтегральной функции, заданной извне
 - Как вычислить интеграл Коши?
-

Как вычислить определенный интеграл?

Способ 1.

С помощью команды **intsplin**. Это интегрирование экспериментальных данных с помощью сплайн-интерполяции. Известно значение интегрируемой точки в дискретных точках (узлах).

Синтаксис

v = intsplin([x,] s)

Параметры

x : вектор **x** координат данных, упорядоченных по возрастанию. Значение по умолчанию **1:size(y,'*')**

s : вектор **y** координат данных.

v : значение интеграла

Вычисляется численное значение определенного интеграла от функции **f(x)** в пределах от **x0** от **x1**.

$$v = \int_{x0}^{x1} f(x) dx$$

При вычислении функция **f** описывается экспериментальными значениями так, что **s(i)=f(x(i))** и **x0=x(1)**, **x1=x(n)**.

Между узловыми точками функция интерполируется с использованием сплайна.

Пример.

Это численное интегрирование дискретно заданной функции $y(x) = x^2$ в интервале $[1, 6]$. Аналитически вычисленное значение его $= 6^3/3 - 1^3/3 = 71.666667$.

```
x=[1.,2.,3.,4.,5.,6.];  
y=[1,4,9,16,25,36];
```

```
v=intsplin(x,y)
Результат:
v =
71.666667
```

Способ 2.

С помощью команды **inttrap**. Интегрирование экспериментальных данных с помощью трапецидальной интерполяции (метод трапеций).

Синтаксис

v = inttrap(x,s)

Параметры

x : вектор координат **x**, упорядоченный по возрастанию. По умолчанию принимает значение **1:size(y,'*')**

s : вектор **y** координат данных (значения интегрируемой функции). **si=f(xi)**

v : значение интеграла

Вычисляется

$$v = \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx$$

где функция **f** описана набором экспериментальных значений в узлах:

s(i)=f(x(i)) и **x0=x(1), x1=x(n)**

При вычислении интеграла между соседними узлами функция интерполируется линейно. Этот метод вычислений называется методом трапеций.

Пример.

```
t=0:0.1:%pi;
inttrap(t,sin(t))
```

Результат:

```
ans =
1.9974689
```

Способ 3.

С помощью команды **integrate**. Это интегрирование по квадратуре. Может задаваться требуемая точность вычислений.

Синтаксис

[x]=integrate(expr,v,x0,x1 [,ea [,er]])

Параметры

expr : внешний объект Scilab

v : строка (переменная интегрирования)

x0, x1 : действительные числа (пределы интегрирования)

ea, er : действительные числа (предельная абсолютная ошибка). По умолчанию принимает значение **0**.

er : действительное число, (предельная относительная ошибка). По умолчанию принимает значение **1.d-8**.

Вычисляется

$$x = \int_{x_0}^{x_1} f(v) dv$$

Функция **f** задана в виде аналитической зависимости от **v**.

Оценка надежности вычисления удовлетворяет следующему требованию точности:
abs(I-x) <= max(ea, er*abs(I)), где **I** означает истинное значение интеграла.

Пример.

```
integrate('sin(x)', 'x', 0, %pi)
integrate(['if x==0 then 1, ';
'else sin(x)/x, end'], 'x', 0, %pi)
```

Способ 4.

С помощью команды **intg**. Интегрируемая функция задана извне: либо в виде набора дискретных точек, либо вычисляется с помощью внешней подпрограммы. Может задаваться требуемая точность вычислений.

Синтаксис

[v,err]=intg(a,b,f [,ea [,er]])

Параметры

a, b : действительные числа

f : внешняя (функция или список строк)

ea, er : действительные числа

ea : требуемая абсолютная ошибка точности вычисления. По умолчанию принимает значение **0**.

er : относительная ошибка точности вычисления. Принимает значение по умолчанию **1.d-8**

err : оценка абсолютной ошибки результата.

Вычисляется определенный интеграл от **a** до **b** от **f(t)dt**.

Оценка точности вычислений: **abs(I-v) <= max(ea, er*abs(I))**, где **I** - точное значение интеграла.

Функция **f** может быть:

- 1) задана в дискретных узловых точках
- 2) именем внешней процедурой, написанной на языке, например, fortran.
- 3) записанной в виде строки как `list(f, x1, x2, ...)`

Метод вычислений в описании не указан.

Пример.

```
deff(' [y]=f(x) ', 'y=x*sin(30*x)/sqrt(1-((x/(2*pi))^2)) ')
exact=-2.5432596188;
abs(exact-intg(0,2*pi,f))
```

Как вычислить интеграл Коши?

Вспомним: Интегралом Коши (Cauchy) называется комплексный или криволинейный интеграл.

Способ 1.

С помощью команды **intc**. Вычисляется интеграл от **a** до **b** от **f(z)dz** вдоль прямой линии комплексной плоскости.

Синтаксис

[y]=intc(a,b,f)

Параметры

a, b : два комплексных числа

f : "внешняя" функция, принимающая комплексные значения

Способ 2.

С помощью команды **intl**.

Синтаксис

[y]=intl(a,b,z0,r,f)

Параметры

z0 : комплексное число

a, b : два действительных комплексных числа

r : положительное действительное число

f : "внешняя" функция, принимающая комплексные значения

Вычисляется интеграл функции **f(z)dz** вдоль кривой в комплексной плоскости, определенной **z0+ r.exp(%i*t)** для **a<=t<=b**. Это часть круга с центром **z0** и радиусом **r** с фазой между **a** и **b**.