第 1 章　函数、图像和直线

不借助函数却想去做微积分, 这无疑会是你所能做的最无意义的事情之一. 如果微积分也有其营养成分表, 那么函数肯定会排在最前面, 而且是占一定优势. 因此, 本书的前两章旨在让你温习函数的主要性质. 本章包含对下列主题的回顾:

- 函数, 其定义域、上域、值域和垂线检验;
- 反函数和水平线检验;
- 函数的复合;
- 奇函数与偶函数;
- 线性函数和多项式的图像, 以及对有理函数、指数函数和对数函数图像的简单回顾;
- 如何处理绝对值.

下一章会涉及三角函数. 好啦, 就让我们开始吧, 一起来回顾一下到底什么是函数.

1.1　函　　数

函数是将一个对象转化为另一个对象的规则. 起始对象称为**输入**, 来自称为**定义域**的集合. 返回对象称为**输出**, 来自称为**上域**的集合.

来看一些函数的例子吧.

2

- 假设你写出 $f(x)=x^2$, 这就定义了一个函数 f, 它会将任何数变为自己的平方. 由于你没有说明其定义域或上域, 我们不妨假设它们都属于 $\mathbb{R}$, 即所有实数的集合. 这样, 你就可以将任何实数平方, 并得到一个实数. 例如, f 将 2 变为 4、将 $-1/2$ 变为 $1/4$, 将 1 变为 1. 最后一个变换根本没有什么变化, 但这没问题, 因为转变后的对象不需要有别于原始对象. 当你写出 $f(2)=4$ 的时候, 这实际上意味着 f 将 2 变为 4. 顺便要说的是, f 是一个变换规则, 而 $f(x)$ 是把这个变换规则应用于变量 x 后得到的结果. 因此, 说 "$f(x)$ 是一个函数" 是不正确的, 应该说 "f 是一个函数".

3

- 现在, 令 $g(x)=x^2$, 其定义域仅包含大于或等于零的数 (这样的数称为**非负的**).它看上去好像和函数 f 是一样的, 但它们实际不同, 因为各自的定义域不同. 例如, $f(-1/2)=1/4$, 但 $g(-1/2)$ 却是没有定义的. 函数 g 会拒绝非其定义域中的一切. 由于 g 和 f 有相同的规则, 但 g 的定义域小于 f 的定义域, 因而我们说 g 是由**限制** f 的定义域产生的.