

1. Considere dois jogos A e B. No jogo A, o agente tem probabilidade 0.5 de ganhar R\$10.000 e probabilidade 0.5 de perder R\$100. No jogo B, o agente tem probabilidade 0.1 de ganhar R\$100.000 e probabilidade 0.9 de perder R\$100.

a) Qual o valor monetário esperado de cada jogo?

b) Que jogo um agente racional deveria preferir jogar se suas utilidades monetárias forem lineares (i.e.  $U(R\$100)=100$ ,  $U(R\$10.000)=10.000$  e  $U(R\$100.000)=100.000$ )? Justifique sua resposta.

c) Que jogo um agente racional deveria preferir jogar se suas utilidades monetárias forem logarítmicas (i.e.  $U(R\$100)=2$ ,  $U(R\$10.000)=4$  e  $U(R\$100.000)=5$ )? Justifique sua resposta.

2. Um comprador de carro usado pode decidir realizar vários testes com vários custos (por exemplo, chutar os pneus, levar o carro a um mecânico qualificado, etc.) e depois, dependendo do resultado dos testes, decidir qual carro comprar. Vamos supor que o comprador está decidindo se quer comprar o carro e que há tempo para realizar no máximo um teste que custa R\$ 50 e que pode ajudar a descobrir a qualidade do carro. Um carro pode estar em boa forma (de boa qualidade  $Q = q+$ ) ou em mau estado (de má qualidade  $Q = q-$ ), e o teste pode ajudar a indicar em que condição o carro se encontra. Há apenas dois resultados para o teste T: passar (T = passa) ou falhar (T = falha). O carro custa R\$ 1.500 e seu valor de mercado é de R\$ 2.000 se estiver em boa condição. Se não, R\$ 700 em reparos serão necessários para deixá-lo em boa condição. Os compradores estimam que o carro tem 70% de chance de estar em boa condição.

a) Desenhe a rede de decisão que representa esse problema.

b) Calcule o ganho líquido esperado de efetuar a compra do carro, sem teste.

c) Os testes podem ser descritos pela probabilidade de o carro passar ou falhar no teste, dado que o carro está em boa ou má condição. Nós temos as seguintes informações:

$$P(T = \text{passar} \mid Q = q+) = 0,9$$

$$P(T = \text{passar} \mid Q = q-) = 0,2$$

Calcule a probabilidade de que o carro passe (ou falhe) em seu teste e, em seguida, a probabilidade de que ele esteja em boa (ou má) condição, dado cada possível resultado do teste.

d) Calcule as decisões ótimas considerando aprovação ou reprovação no teste e suas utilidades esperadas.

e) Calcule o Valor da Informação (perfeita) do teste. O comprador deve pagar por um teste?

f) O Valor da Informação neste problema depende muito da probabilidade a priori  $P(Q = q+)$ . O que você acha que acontece com o VPI à medida que você varia  $P(Q = q+)$ ? Tente calcular alguns VPIs para valores diferentes de  $P(Q = q+)$ . Onde estão os pontos de equilíbrio? Onde está o máximo?