Modelagem da marcha

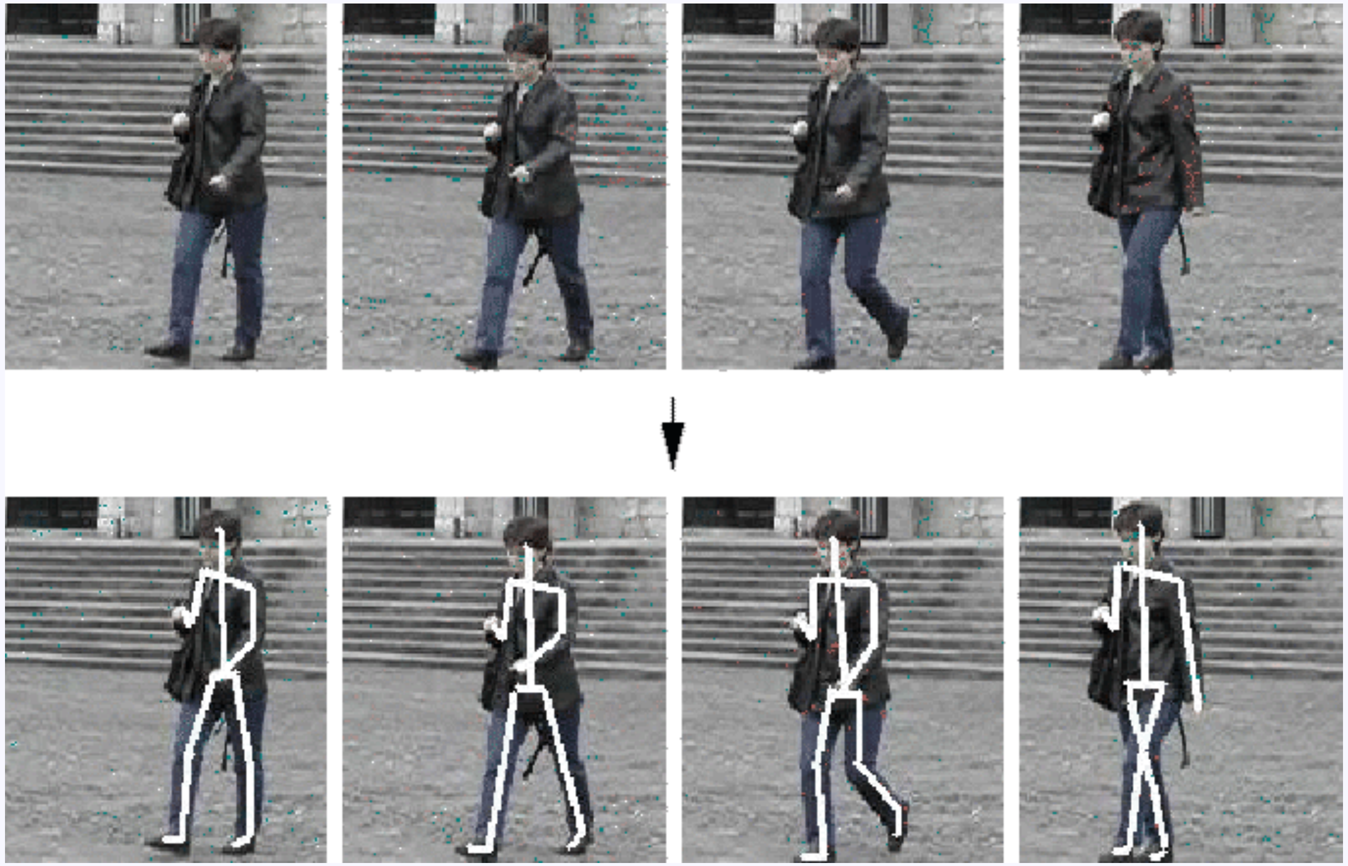
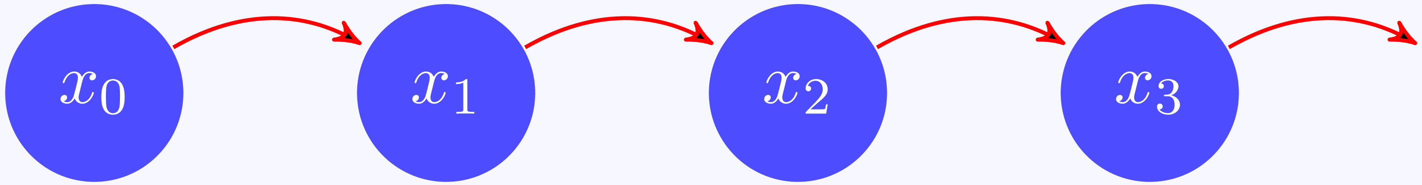
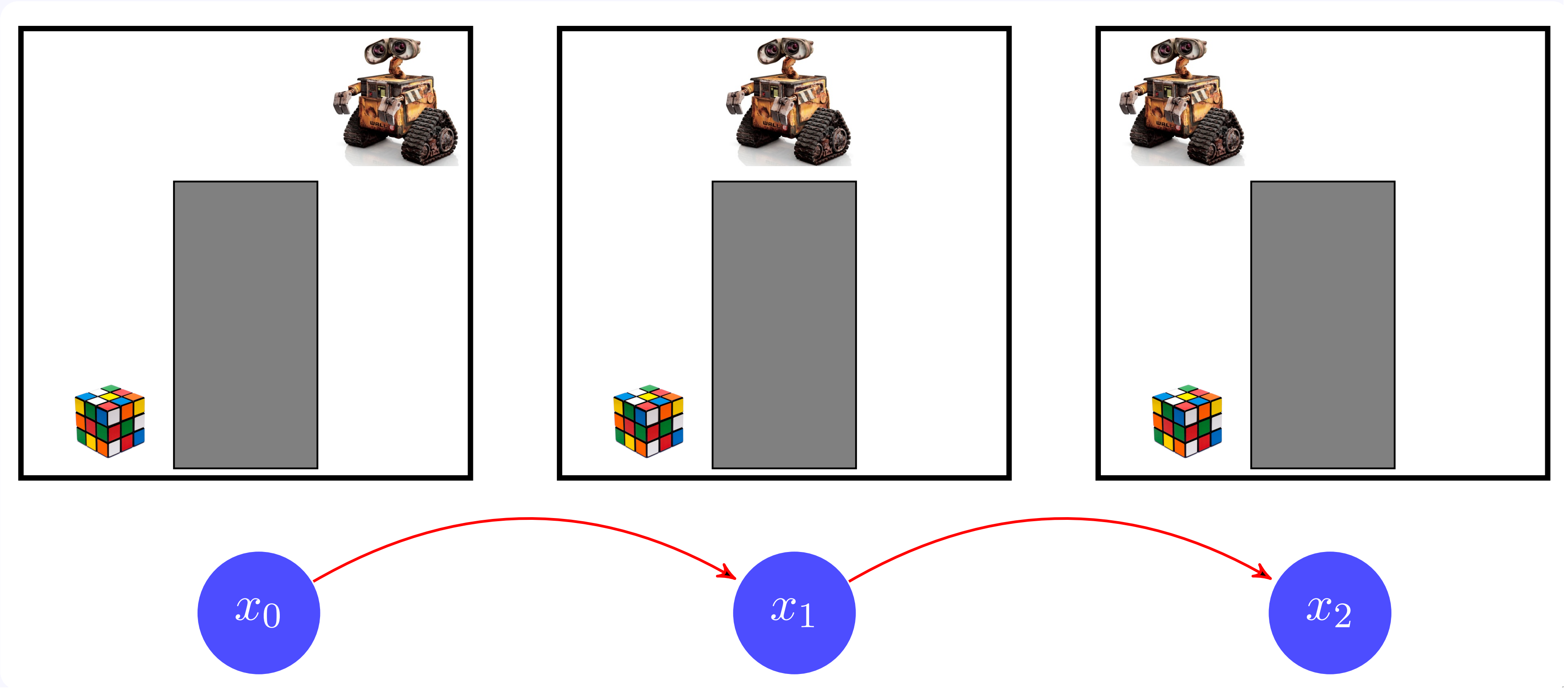


image from inf.ed.ac.uk



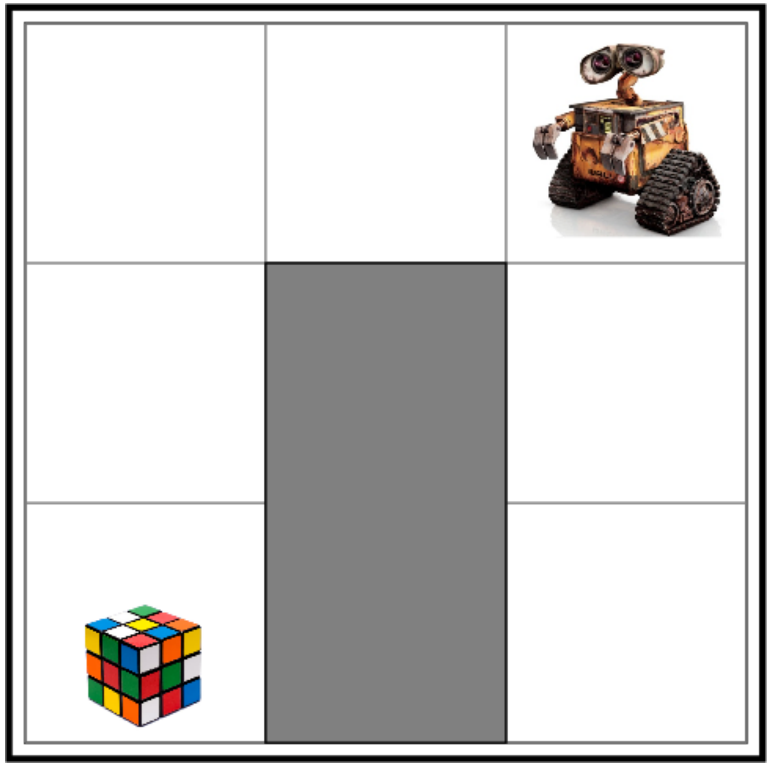
- Os ângulos das articulações de uma pessoa são variáveis aleatórias que mudam com o tempo
- Cadeias de Markov podem ser usadas para:
  - prever esses valores em uma sequência
  - Reconhecer uma pessoa pela sua marcha

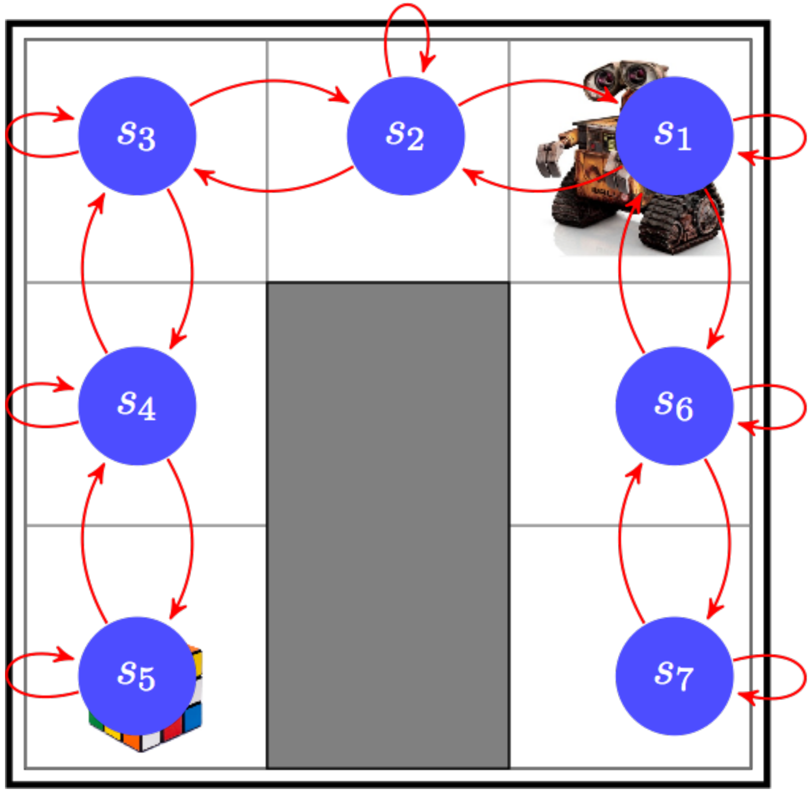
Navegação de robôs



Cadeias de Markov

- O estado é diretamente visível ao observador. Os únicos parâmetros usados são as probabilidades de transição de estado.





Cadeias de Markov

- Limitação: em muitas situações, esses estados não são visíveis e precisam ser estimados a partir de observações/evidências: atualização das crenças do agente

➔modelagem via Hidden Markov Models (HMM)

HMM

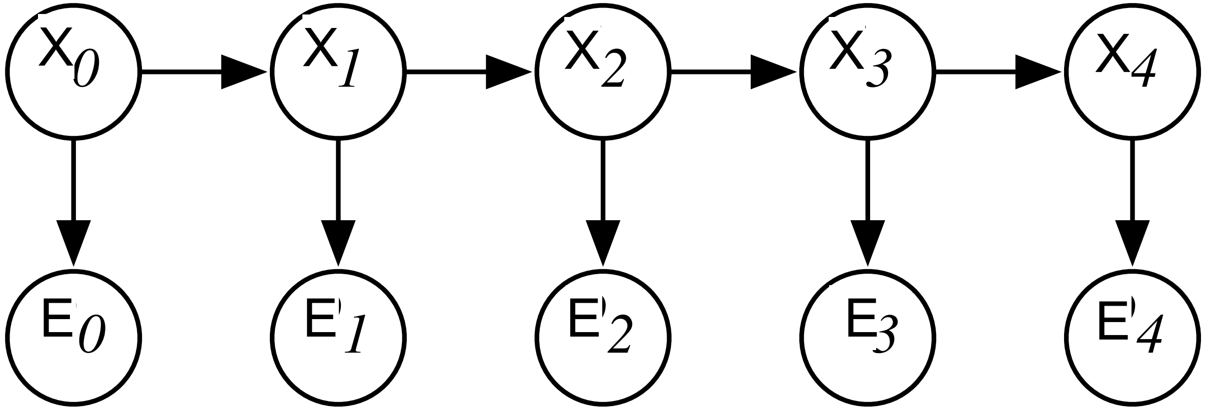
- Hidden Markov Models (HMMs)
  - Cardeia de Markov sobre estados X
  - Observações/evidências a cada passo de tempo

Modelo de transição (dinâmica)

$P(X_t \mid X_{t-1})$

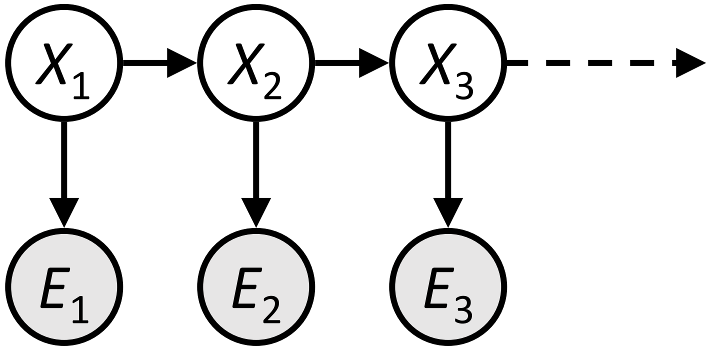
Condições iniciais

$P(X_0)$



$P(E_t \mid X_t)$ Modelo sensor

Distribuição conjunta de um HMM



$$X_2 \perp\!\!\!\perp E_1 \mid X_1$$
$$E_2 \perp\!\!\!\perp X_1, E_1 \mid X_2$$
$$X_3 \perp\!\!\!\perp X_1, E_1, E_2 \mid X_2$$
$$E_3 \perp\!\!\!\perp X_1, E_1, X_2, E_2 \mid X_3$$

- Distribuição conjunta:

$$P(X_1, E_1, X_2, E_2, X_3, E_3) = P(X_1)P(E_1|X_1)P(X_2|X_1)P(E_2|X_2)P(X_3|X_2)P(E_3|X_3)$$

- Generalização:

$$P(X_1, E_1, \ldots, X_T, E_T) = P(X_1)P(E_1|X_1)\prod_{t=2}^{T} P(X_t|X_{t-1})P(E_t|X_t)$$

- Implicação da independência condicional

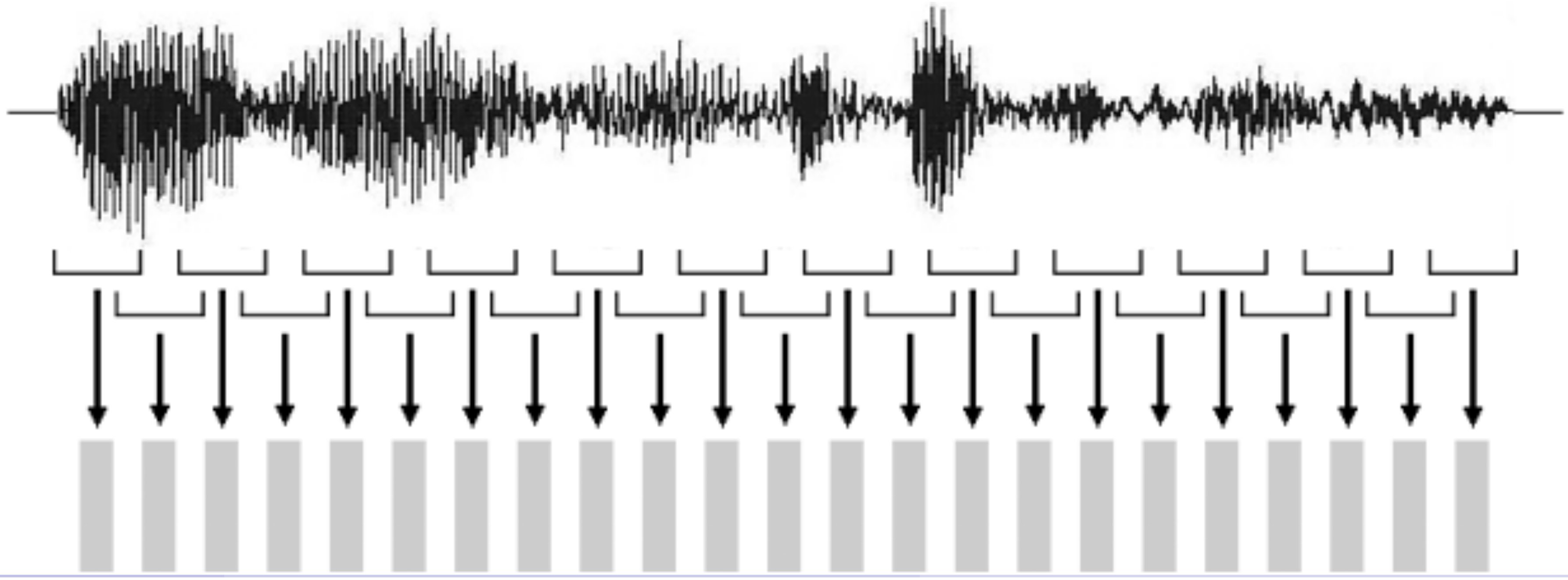
$$E_1 \perp\!\!\!\perp X_2, E_2, X_3, E_3 \mid X_1$$

Automatic Speech Recognition (ASR)

Sinal de fala

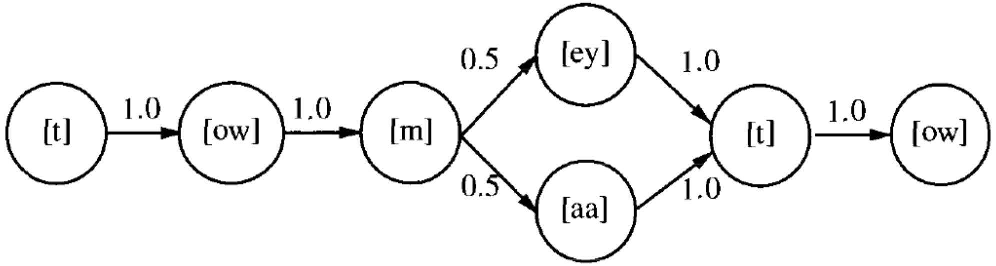
Segmentação em quadros

Características



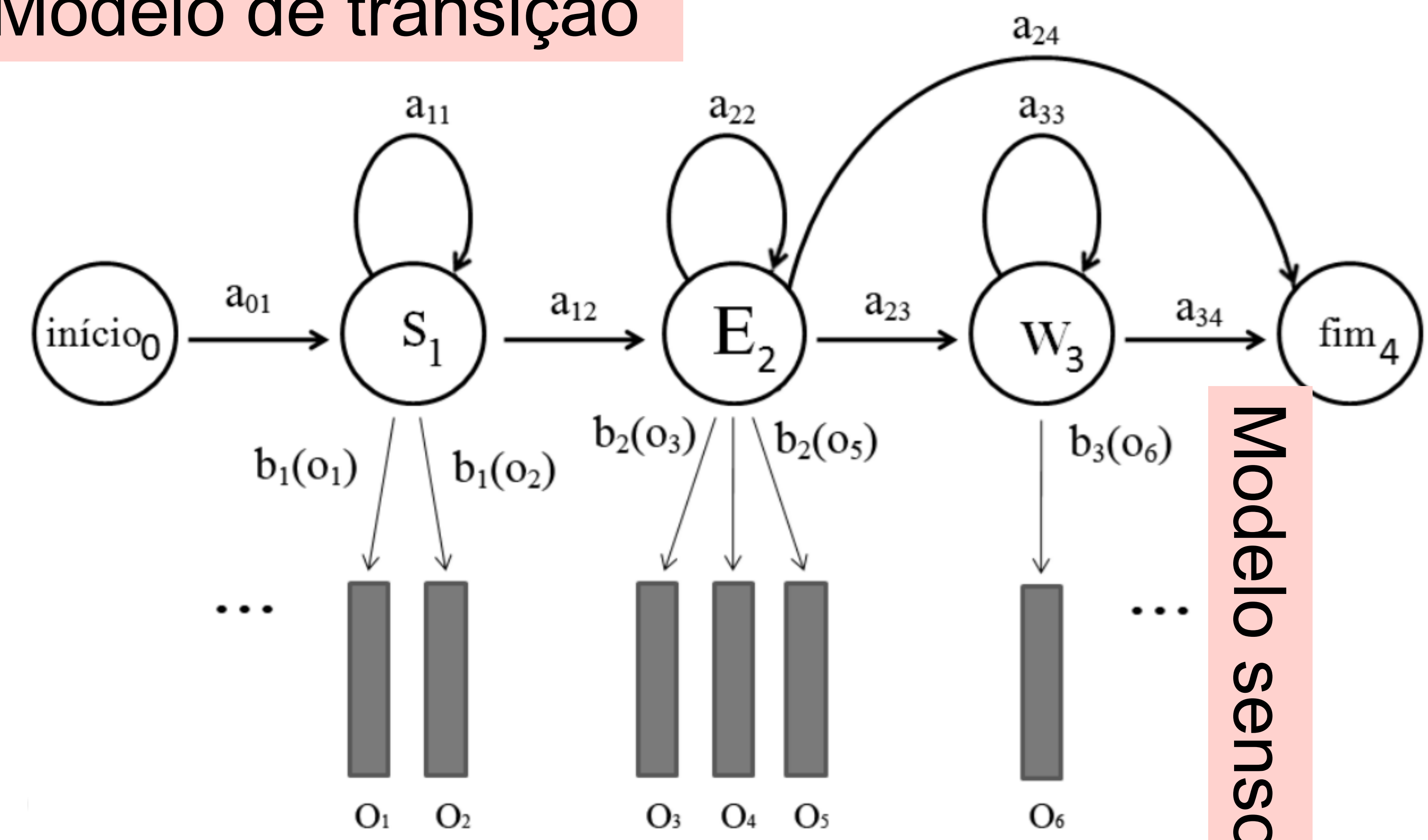
“tomato” ⇒ [t ow m ey t ow] , [t ow m aa t ow]

Modelo de transição (dinâmica)



Automatic Speech Recognition (ASR)

Modelo de transição



Modelo sensor

NER – Named Entity Recognition

Reconhecer entidades nomeadas é uma atividade da área de **Extração de Informação** que consiste em extrair informações importantes de um texto e rotulá-las adequadamente.

Em Brasília, o procurador-geral da República, Rodrigo Janot, pediu ao Supremo Tribunal Federal (STF) a prisão do ex-presidente José Sarney (PMDB-AP), do presidente do Senado, Renan Calheiros (PMDB-AL), e do senador Romero Jucá (PMDB-RR), por tentarem interferir nas investigações da Operação Lava Jato. Segundo publicou o jornal O Globo nesta terça-feira (7), o ministro do STF Teori Zavascki já teria recebido o pedido de prisão há uma semana.

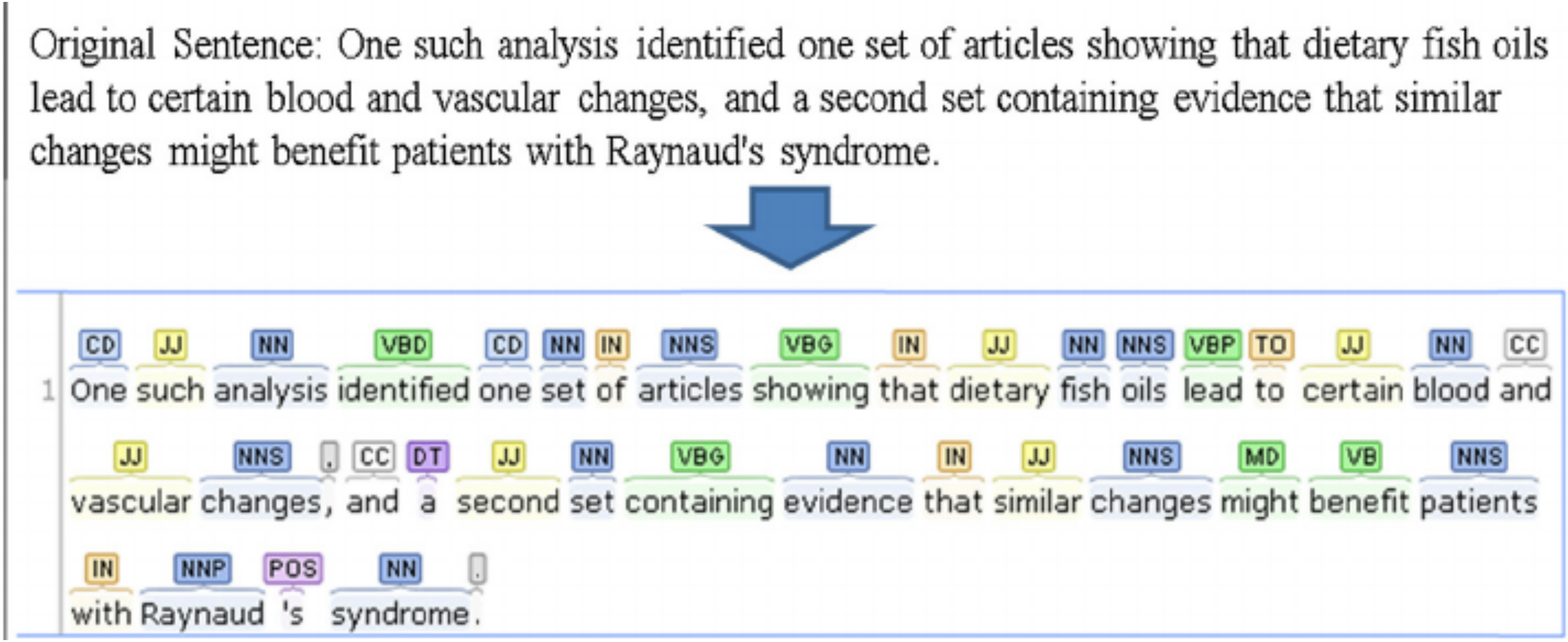
PESSOA

LOCAL

ORGANIZAÇÃO

TEMPO

POS Tagging


Original Sentence: One such analysis identified one set of articles showing that dietary fish oils lead to certain blood and vascular changes, and a second set containing evidence that similar changes might benefit patients with Raynaud's syndrome.
CD JJ NN VBD CD NN IN NNS VBG IN JJ NN NNS VBP TO JJ NN CC
1 One such analysis identified one set of articles showing that dietary fish oils lead to certain blood and
JJ NNS , CC DT JJ NN VBG NN IN JJ NNS MD VB NNS
vascular changes , and a second set containing evidence that similar changes might benefit patients
IN NNP POS NN .
with Raynaud 's syndrome .

Tarefas comuns à HMM

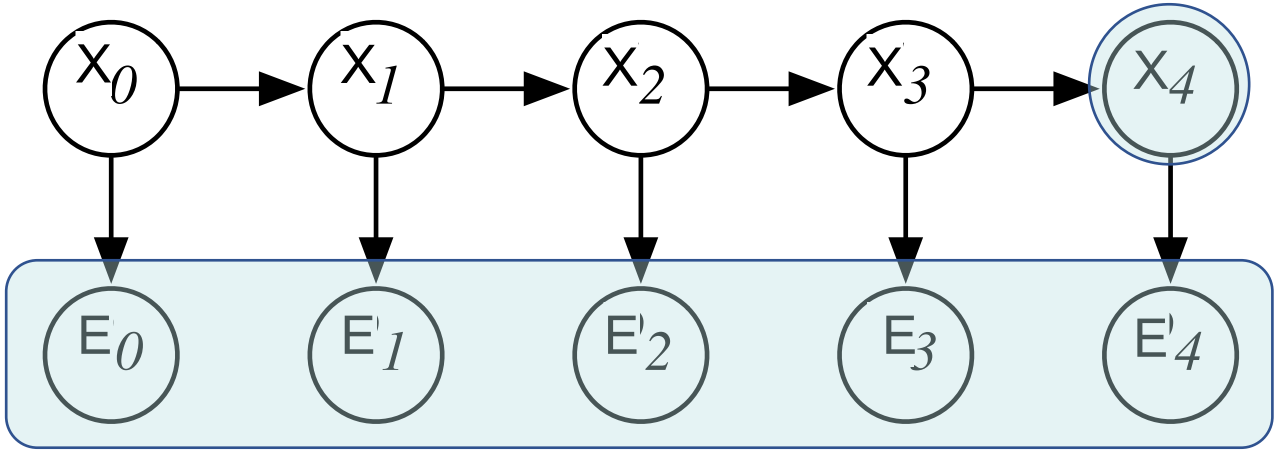
- Filtering/monitoring
- Prediction
- Smoothing
- Most likely explanation

Filtering/monitoring (estimativa de estado)

- Qual o estado de crença (belief state) atual, dado o histórico de observações/evidências ?

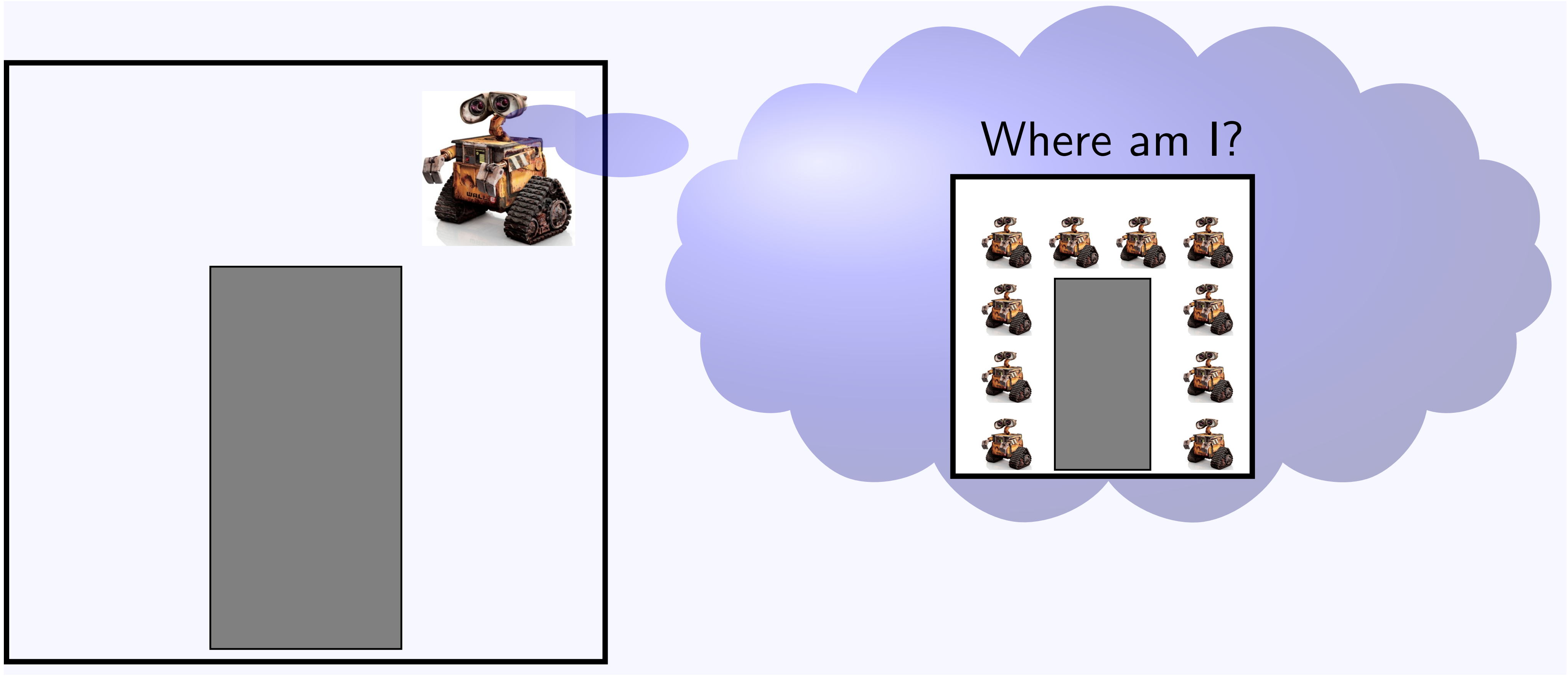
$P(X_i|E_0, E_1, \ldots, E_i)$?

$P(X_t \mid e_{1:t})$



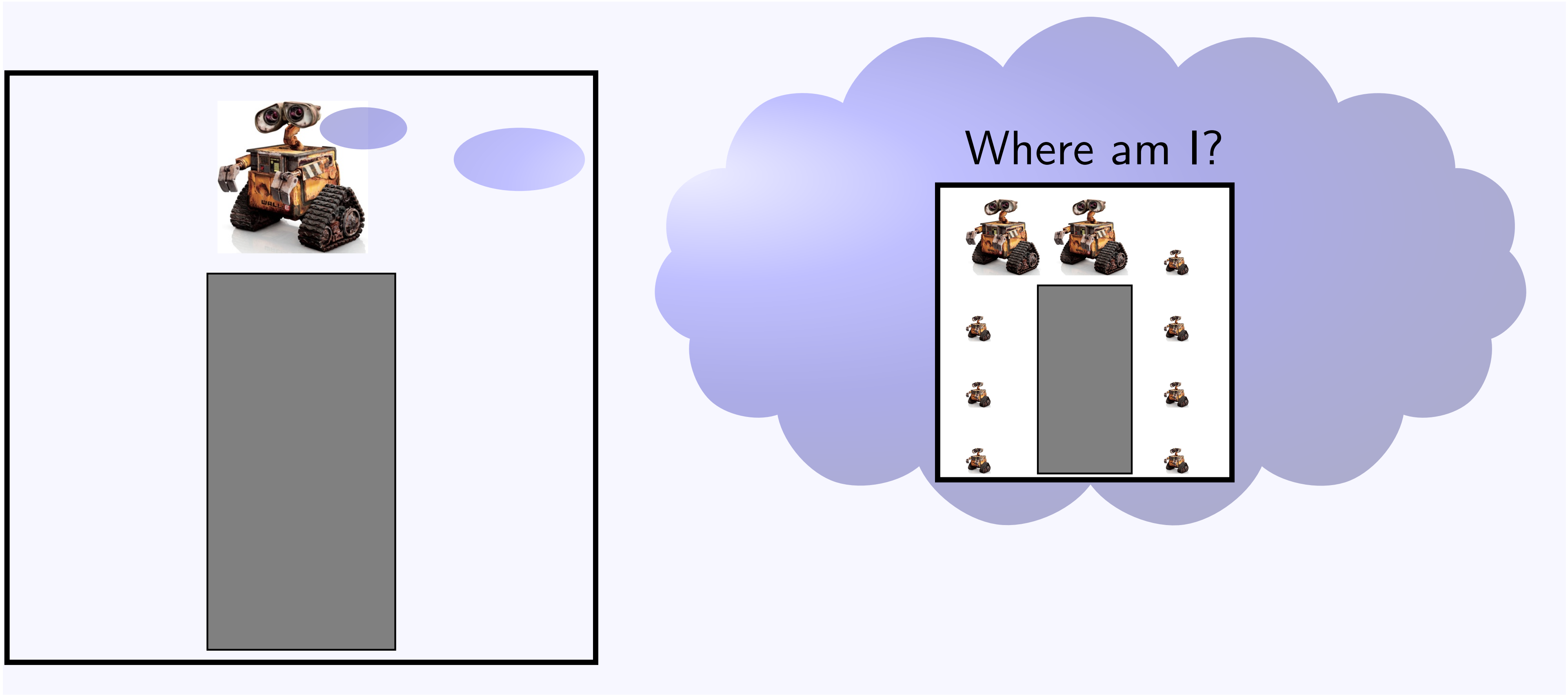
Filtering/monitoring

- Crença inicial



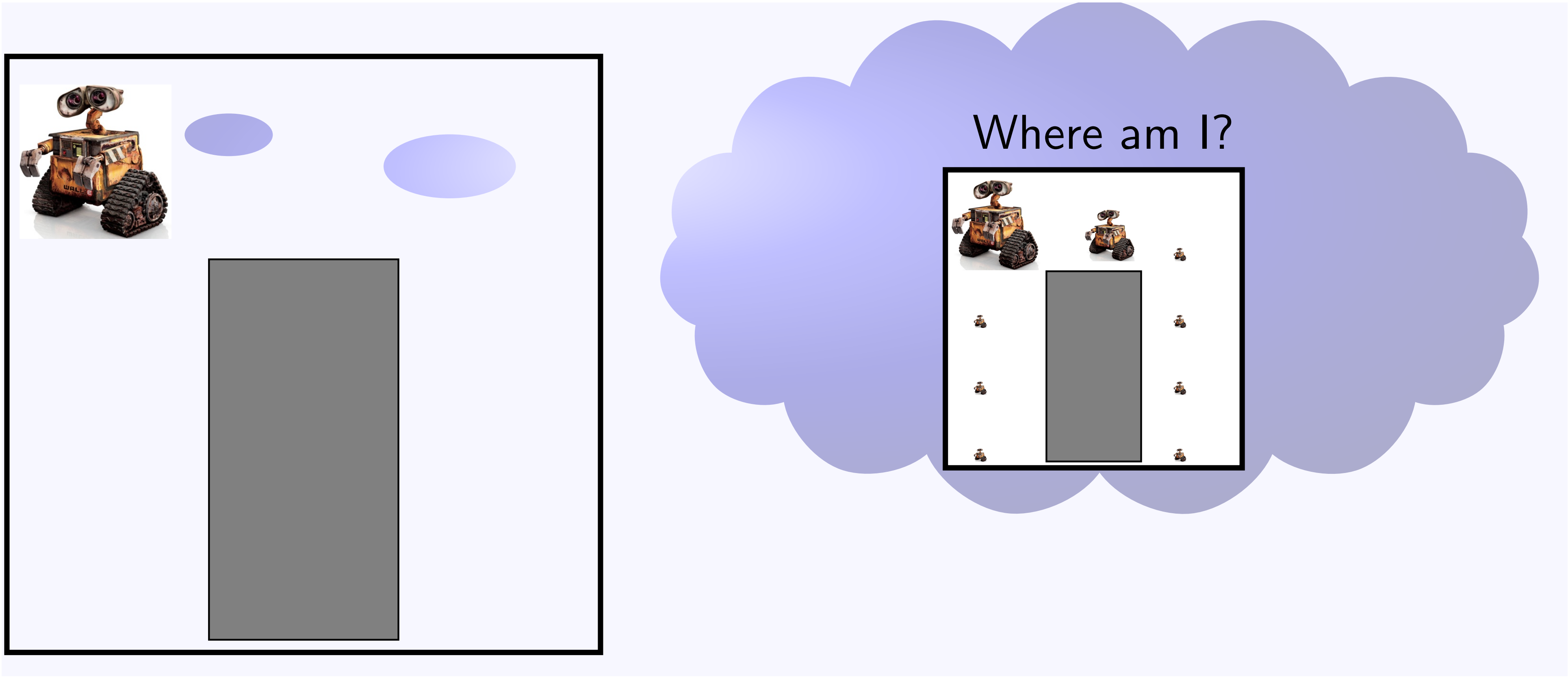
Filtering/monitoring

- Estado de crença após mover para esquerda



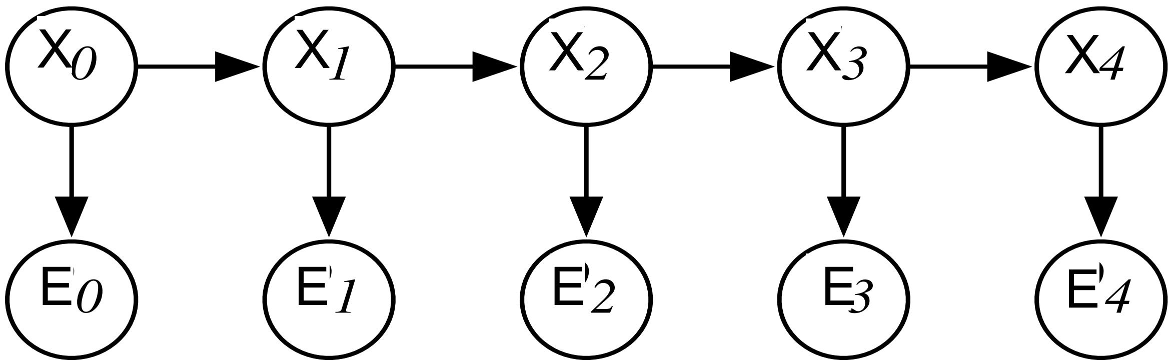
Filtering/monitoring

- Estado de crença após mover 2 vezes para esquerda



Filtering/monitoring

$$P(X_t \mid e_{1:t}) \quad = \quad P(X_t \mid e_{1:t-1}, e_t)$$



Filtering/monitoring

$$P(X_t \mid e_{1:t}) = \text{FORWARD}\Big(P(X_{t-1} \mid e_{1:t-1}), e_t\Big)$$

$$= \frac{P(e_t \mid X_t, e_{1:t-1}) P(X_t \mid e_{1:t-1})}{P(e_t|e_{1:t-1})} \quad \text{(Bayes' Rule)}$$

$$= \frac{P(e_t \mid X_t) P(X_t \mid e_{1:t-1})}{P(e_t|e_{1:t-1})}$$

$$= \frac{P(e_t \mid X_t) \sum_{x_{t-1}} P(X_t \mid x_{t-1}, e_{1:t-1}) P(x_{t-1} \mid e_{1:t-1})}{P(e_t|e_{1:t-1})}$$

$$= \frac{P(e_t \mid X_t) \sum_{x_{t-1}} P(X_t \mid x_{t-1}) P(x_{t-1} \mid e_{1:t-1})}{P(e_t|e_{1:t-1})} \quad \text{(Markov)}$$

$$= \frac{\propto \; P(e_t \mid X_t) \sum_{x_{t-1}} P(X_t \mid x_{t-1}) P(x_{t-1} \mid e_{1:t-1})}{\sum_{x_t} P(e_t \mid x_t) \sum_{x_{t-1}} P(x_t \mid x_{t-1}) P(x_{t-1} \mid e_{1:t-1})}$$

Algoritmo FORWARD

Filtering/monitoring

- Algoritmo recursivo para estimar crença atual

$$\mathbf{P}(\mathbf{X}_{t+1}|\mathbf{e}_{1:t:+1}) = f(\mathbf{e}_{t+1}, \mathbf{P}(\mathbf{X}_t|\mathbf{e}_{1:t}))$$

Crença atual é projetada *forward* de *t* → *t+1* e, então, é atualizada usando a nova evidência e_{t+1}

$$\mathbf{P}(\mathbf{X}_{t+1}|\mathbf{e}_{1:t+1}) = \mathbf{P}(\mathbf{X}_{t+1}|\mathbf{e}_{1:t}, \mathbf{e}_{t+1})$$

$$= \alpha \mathbf{P}(\mathbf{e}_{t+1}|\mathbf{X}_{1+t}, \cancel{\mathbf{e}_{1:t}})\mathbf{P}(\mathbf{X}_{t+1}|\mathbf{e}_{1:t}) \text{ (Bayes rule)}$$

Objetivo é reorganizar p/ **modelo sensor fornecido**

$$= \alpha \mathbf{P}(\mathbf{e}_{t+1}|\mathbf{X}_{1+t})\mathbf{P}(\mathbf{X}_{t+1}|\mathbf{e}_{1:t}) \text{ (Cobertura de Markov)}$$

Atualiza a previsão com nova evidência

Representa previsão do próximo estado dadas evidências anteriores

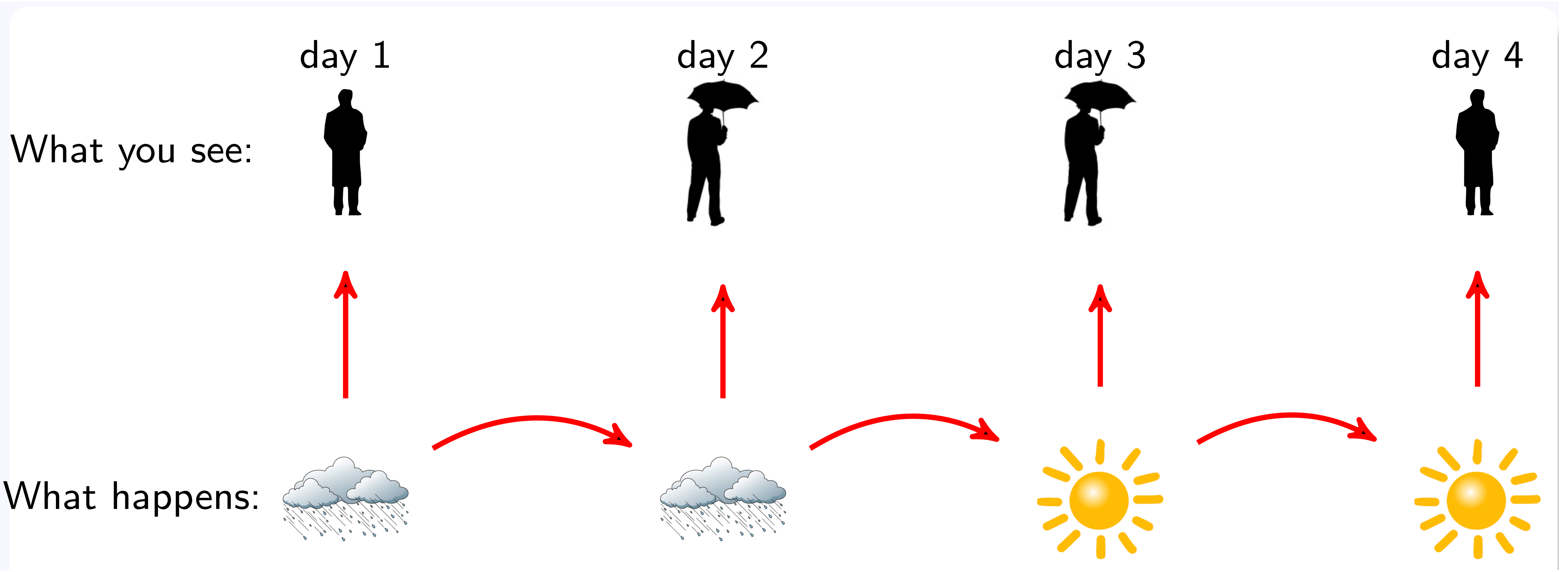
- Obtemos previsão no próximo estado condicionando ao estado corrente X_t

$$\mathbf{P}(X_{t+1}|e_{1:t+1}) = \alpha \mathbf{P}(e_{t+1}|X_{1+t}) \sum_{x_t} \mathbf{P}(X_{t+1}|x_t, e_{1:t})P(x_t|e_{1:t})$$

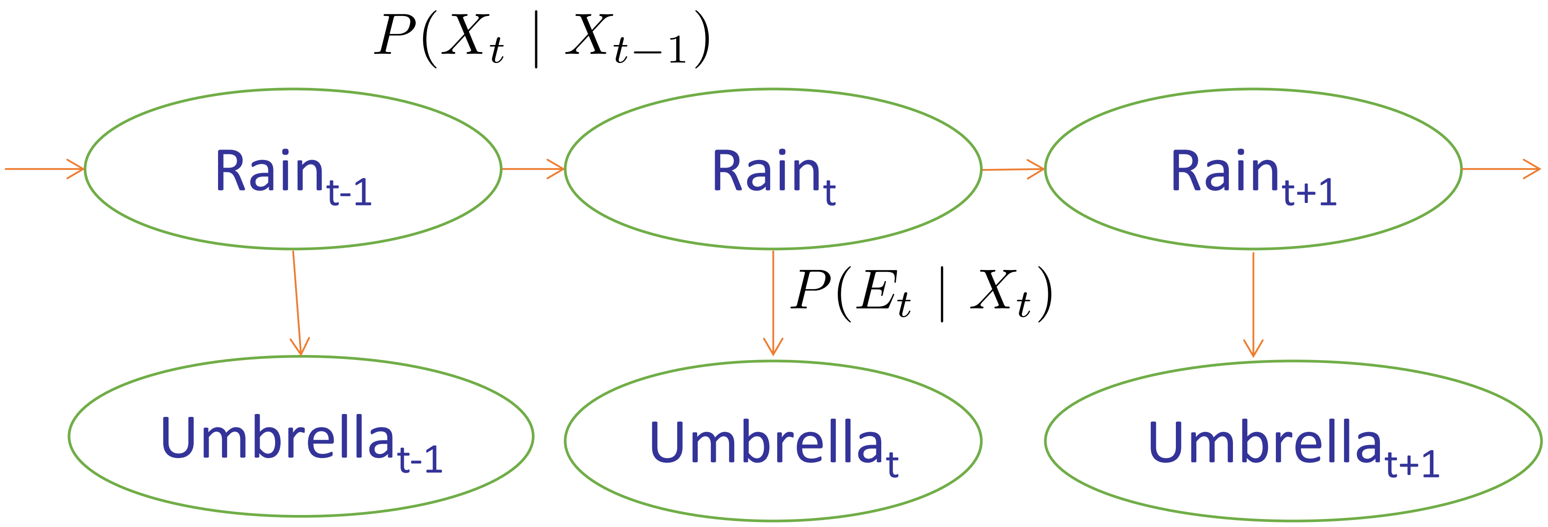
$$\boxed{\mathbf{P}(X_{t+1}|e_{1:t+1})} = \alpha \mathbf{P}(e_{t+1}|X_{1+t}) \sum_{x_t} \mathbf{P}(X_{t+1}|x_t)\boxed{P(x_t|e_{1:t})} \text{ (Markov}$$

Modelo de transição fornecido

Exemplo do guarda-chuva



Exemplo do guarda-chuva



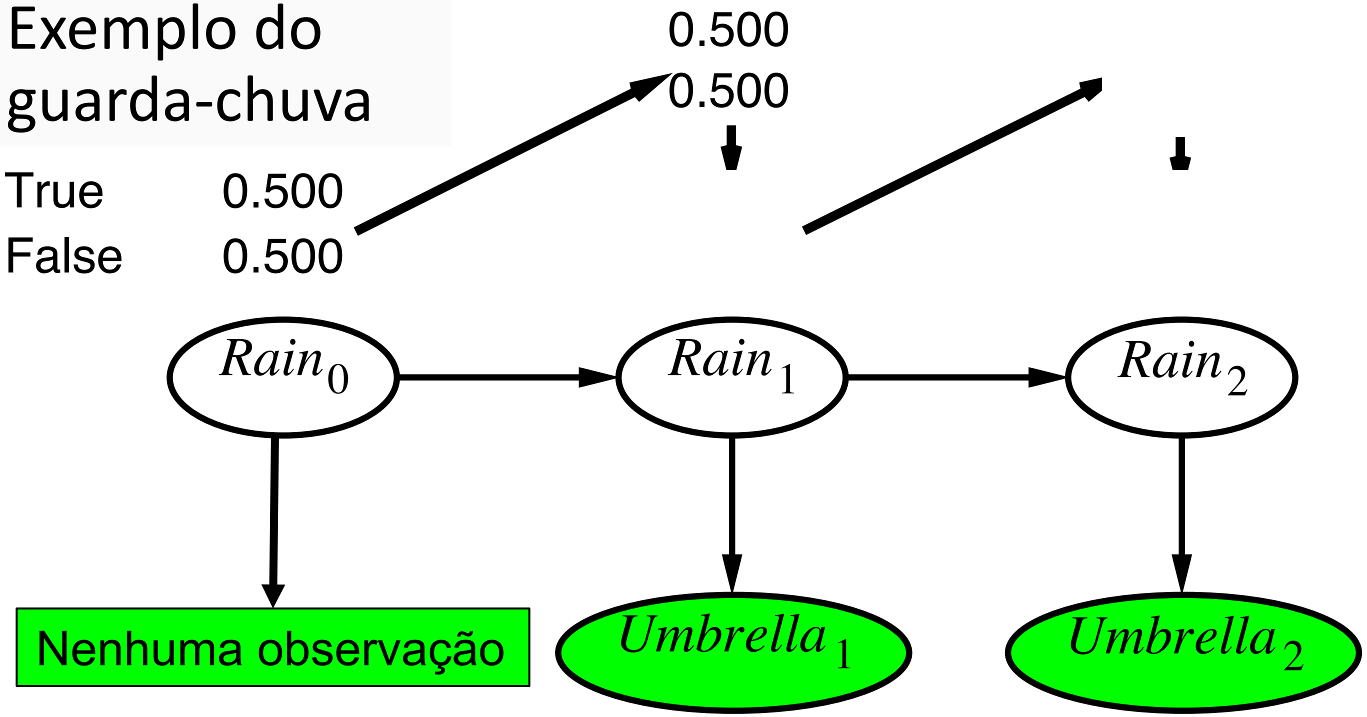
$$X_t = \{\text{rain , no rain}\}$$

$$E_t = \{\text{umbrella , no umbrella}\}$$

R_t	R_{t+1}	$P(R_{t+1} \mid R_t)$
+r	+r	0.7
+r	-r	0.3
-r	+r	0.3
-r	-r	0.7

R_t	U_t	$P(U_t \mid R_t)$
+r	+u	0.9
+r	-u	0.1
-r	+u	0.2
-r	-u	0.8

Exemplo do guarda-chuva



R_t	R_{t+1}	$P(R_{t+1} \mid R_t)$
+r	+r	0.7
+r	-r	0.3
-r	+r	0.3
-r	-r	0.7

R_t	U_t	$P(U_t \mid R_t)$
+r	+u	0.9
+r	-u	0.1
-r	+u	0.2
-r	-u	0.8

$$\langle 0.5, 0.5\rangle$$

$$\boxed{\boldsymbol{P}(R_1 \mid u_1)} = \alpha \overbrace{\boldsymbol{P}(u_1 \mid R_1)}^{\langle 0.9, 0.2\rangle} \overbrace{\sum_{r_0} \boldsymbol{P}(R_1 \mid r_0) P(r_0)}^{\langle 0.7, 0.3\rangle \times 0.5 + \langle 0.3, 0.7\rangle \times 0.5} = \langle 0.818, 0.182\rangle$$

????????????

$$\boldsymbol{P}(R_2 \mid u_1, u_2) = \alpha \overbrace{\boldsymbol{P}(u_2 \mid R_2)}^{\langle 0.9, 0.2\rangle} \overbrace{\sum_{r_1} \boldsymbol{P}(R_2 \mid r_1) \boxed{P(r_1 \mid u_1)}}^{\langle 0.7, 0.3\rangle \times ???? + \langle 0.3, 0.7\rangle \times ????} = \langle 0.883, 0.117\rangle$$

$$\boxed{\boldsymbol{P}(X_{t+1} \mid e_{1:t+1}) = \alpha \boldsymbol{P}(e_{t+1} \mid X_{1+t}) \sum_{x_t} \boldsymbol{P}(X_{t+1} \mid x_t) P(x_t \mid e_{1:t})}$$

Questão: rastreando animais

- Objetivo: rastrear a posição de um animal em um ambiente triangular através do som emitido
- Cenário: 03 microfones, cada um localizado em um vértice do ambiente. Os microfones produzem informação binária ruidosa a cada passo de tempo. O animal está perto de um dos microfones ou próximo ao meio do triângulo.
- Estados do mundo: $\{m, c_1, c_2, c_3\}$
- Efeitos (observações): $\{mic_1, mic_2, mic_3\}$
- Modelo de transição: $P(c_i|c_i)=0.8$, $P(m|c_i)=0.1$, $P(c_{j\neq i}|c_i)=0.05$, $P(m|m)=0.7$, $P(c_i|m)=0.1$
- Modelo sensor: $P(mic_i|c_i)=0.6$, $P(mic_{j\neq i}|c_i)=0.1$, $P(mic_i|m)=0.4$
- Inicialmente: $P(m)=P(c_1)=P(c_2)=P(c_2)$

Questão: rastreando animais

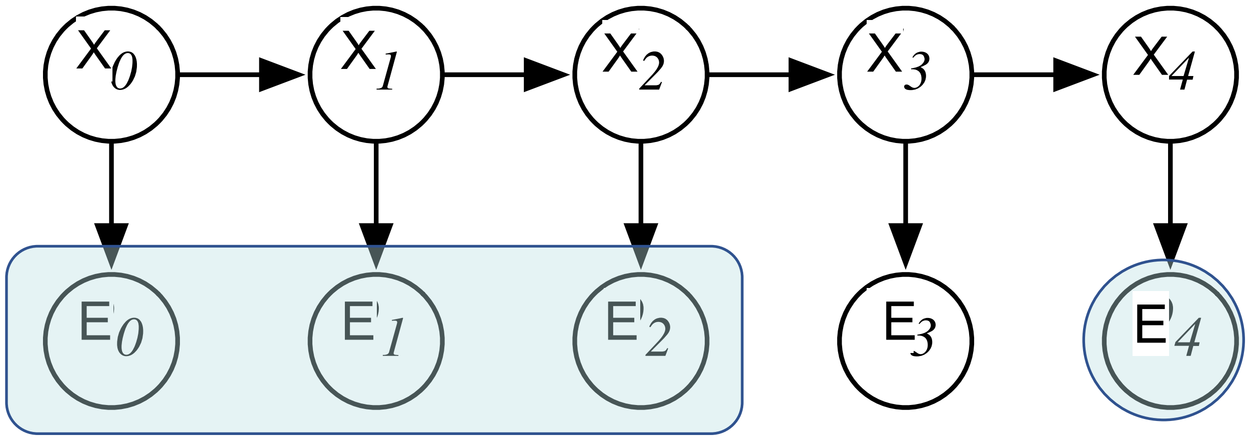
- A tabela abaixo mostra as crenças do sistema de rastreamento após as observações do tempo t=2. Mostre os cálculos para se chegar nestes valores.

Time	Observation Mic#1	Mic#2	Mic#3	Posterior State Distribution $P(m)$	$P(c_1)$	$P(c_2)$	$P(c_3)$
0	–	–	–	0.25	0.25	0.25	0.25
1	0	1	1	0.46	0.019	0.26	0.26
2	1	0	1	0.64	0.084	0.019	0.26

Prediction

- Qual a probabilidade de ocorrência de uma observação em um tempo **futuro**, dado o histórico de observações/evidências até o tempo presente?

$$P(E_{t+1:T} \mid e_{1:t})$$

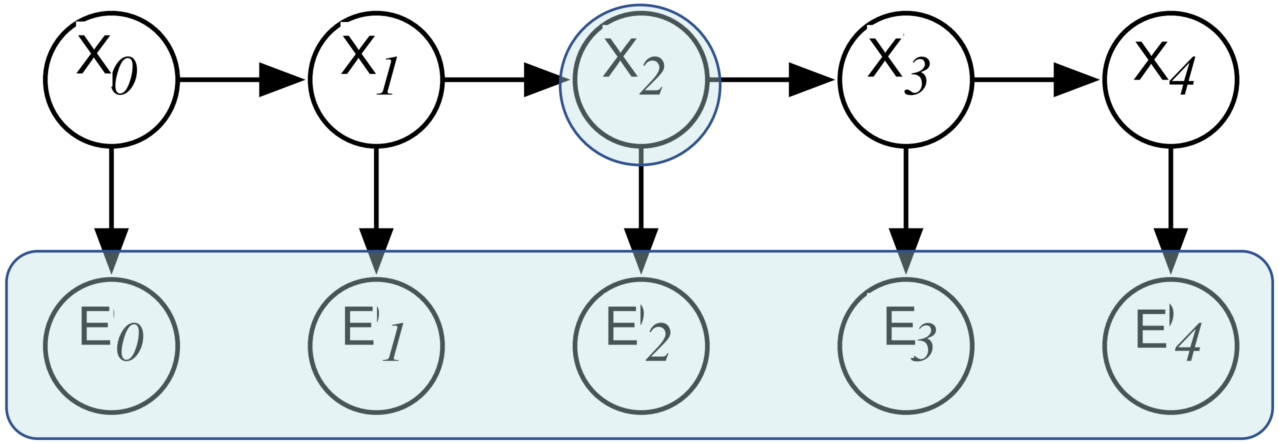


Algoritmo BACKWARD

Smoothing

- Qual o estado de crença (belief) em um tempo t=k, dado o histórico de observações (evidências) até o tempo presente?

$$P(X_k \mid e_{1:t})$$

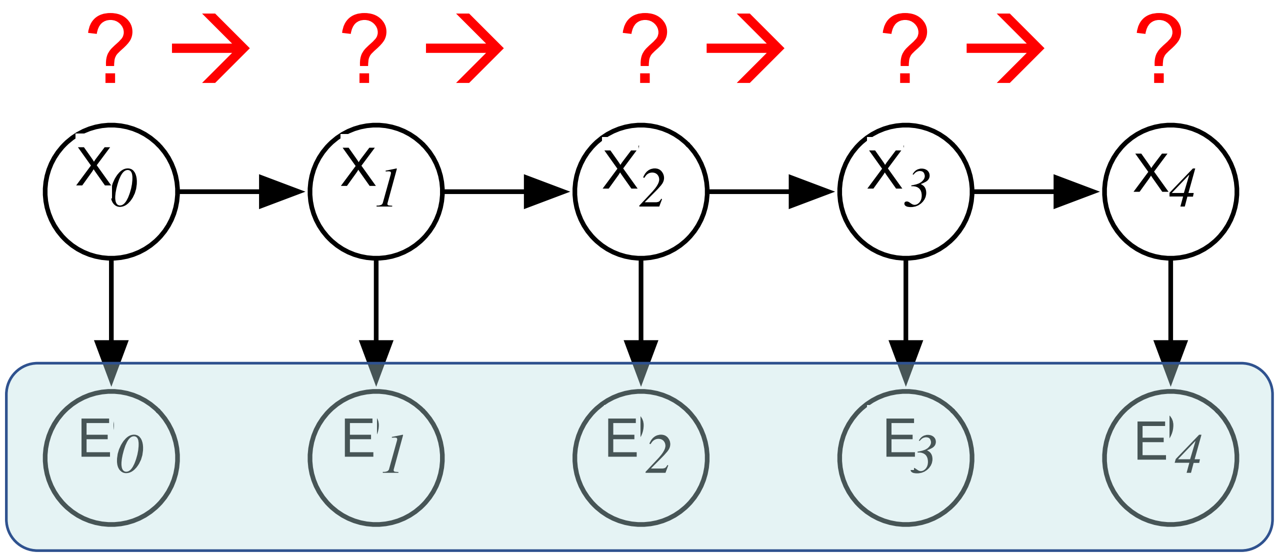


Algoritmo FORWARD-BACKWARD

Most likely explanation

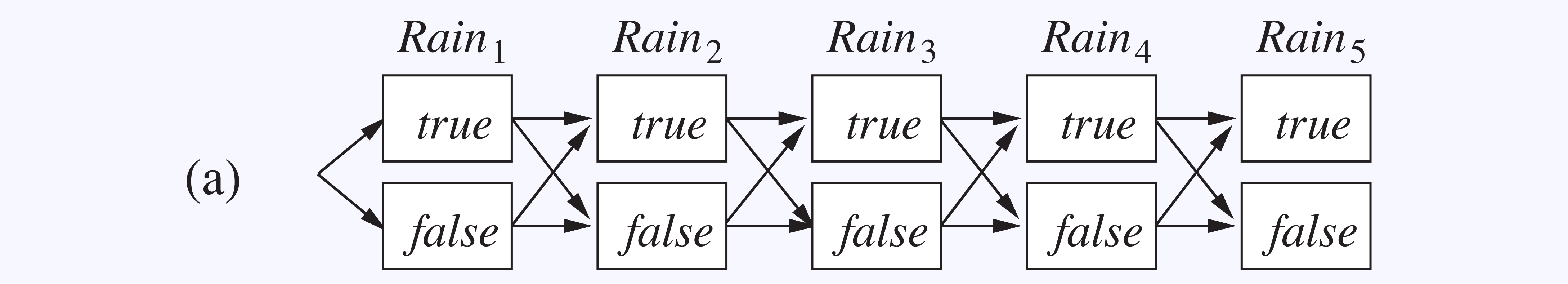
- Qual a sequência de estados escondidos que maximiza a crença conjunta considerando todas as evidências ?

$$\arg\max_{X_{0:t}} P(X_{0:t} \mid e_{1:t})$$



Most likely explanation

- Suponha que as observações são [*true*, *true*, *false*, *true*, *true*]. Qual a **sequência** de condições do tempo que melhor explica essas evidências?



Most likely explanation

$$\max_{x_1 \ldots x_t} P(x_1, \ldots, x_t, X_{t+1} \mid e_{1:t+1}) =$$

$$\frac{1}{z} P(e_{t+1} \mid X_{t+1}) \max_{x_t} \Big(P(X_{t+1} \mid x_t) max_{x_1 \ldots x_{t-1}} P(x_1, \ldots, x_{t-1}, x_t \mid e_{1:t}) \Big)$$

Algoritmo Viterbi

Um dos mais importantes conceitos matemáticos do século 20.
Mecanismo que permite separar informação relevante do ruído de background.

Contribuições relacionadas:

- Wi-Fi,
- Sinal 3G,
- Comunicação digital via satélite,
- Reconhecimento de fala,
- Sequenciamento de DNA,
- etc.

Andrew J. Viterbi