

MOPEC-2010-001离散数学习题解析

图论(1))

魏恒峰

2011年5月16日

1 第十四章图的基本概念

Problem 1.1. 第十题

设9阶无向图 G 中每个顶点的度数不是5就是6, 证明 G 中至少有5个6度顶点或至少有6个5度顶点.

Solution 1.2. 第十题

反证法.假设 G 中至多只有4个6度顶点且至多只有5个5度顶点.因为奇度顶点个数只能为偶数, 所以 G 中至多只能有4个5度顶点, 所以, G 的阶至多为8.矛盾.

Remark 1.3. 第十题

有同学使用反证法的时候, 反设“ G 中有4个6度顶点且有5个5度顶点”, 然后根据握手定理得出矛盾.这个反设是错误的, 因为它不是结论的反面, 而只是结论反面的一种特殊情况.

Problem 1.4. 第十一题

证明3维空间中不存在有奇数个面且每个面都有奇数条棱的多面体.

Solution 1.5. 第十一题

使用图论语言建模.将面建模为顶点, 面与面之间有某条公共边则建模为边.然后根据握手定理即可得出结论.

Problem 1.6. 第十九题

已知 G 是 n 阶自补图,证明 $n = 4k$ 或 $n = 4k + 1$, 其中 k 为正整数.

Solution 1.7. 第十九题

G 与 \bar{G} 的边数相等,记为 m , 其和为 $\frac{n(n-1)}{2}$, 故

$$2m = \frac{n(n-1)}{2}.$$

$$4m = n(n-1)$$

n 与 $n-1$ 互素, 所以 $n = 4k$ 或 $n-1 = 4k$.

✍由魏恒峰(hengxin0912@gmail.com)编辑.

若发现错误或者有任何建议, 请与我联系.谢谢.

联系方式: QQ : 245552163(蚂蚁蚂蚁), Phone : 13905194610