

离散数学习题 课

杨海滨

目录 二元点 子系知识 作及 題 東東 東京 日 本 東 東 西

离散数学习题课 ^{二元关系}

杨海滨

南京大学 计算机科学与技术系

2011 年3 月18 日

目录

离散数学习题 课

杨海滨

- 1 二元关系知识点回顾
 - 有序对与笛卡尔积
 - 二元关系
 - 关系的运算与性质
- ② 作业批改情况反馈
 - 综合情况
 - 具体问题分析
- 3 习题
- 4 结束语



离散数学习题 课

杨海滨

目录

二元关系知言 点回顾 在序对与简末介积

二元关系 关系的运算与性质 **作业批改情况**

作业批改情》 反馈

习题

结束语

• 有序对

定义

由两个元素x,y按照一定顺序排列成的二元组叫做有序对。



离散数学习题

杨海滨

• 有序对

定义

由两个元素x,y按照一定顺序排列成的二元组叫做有序对。

- 思考
- 1.两个元素:什么是元素?
- 2.按照一定顺序:什么样的顺序? 什么叫有序?



离散数学习题 课

杨海滨

目录 二元关系知识 占回顾

有序对与笛卡尔积 二元关系 关系的运算与性质 作业批及情况 反馈

习题 结束语 • 有序对

定义

由两个元素x,y按照一定顺序排列成的二元组叫做有序对。

- 思考
- 1.两个元素:什么是元素?
- 2.按照一定顺序:什么样的顺序?什么叫有序?
 - 形式描述

定义

$$\langle x, y \rangle = \langle u, v \rangle \Leftrightarrow x = u \land y = v$$



离散数学习题 课

杨海滨

7 水 二元关系知:

杰 □ //// 有序对与笛卡尔积 二元关系

作业批改情况 反馈

习题

结束证

- 集合是更原始的概念, 用集合构造一切
- \bullet $< a, b > \equiv_{def} \{ \{a\}, \{a, b\} \}$



离散数学习题 课

- 杨海滨
- 二元关系知识
- 有序对与笛卡尔积 ----
- 关系的这样与性质 作业批改情况
- 反馈
- 刘趣 结束ii
- 结束语

- 集合是更原始的概念, 用集合构造一切
- \bullet $< a, b > \equiv_{def} \{ \{a\}, \{a, b\} \}$

- - 思考
- 如何证明这些构造是合理的?

离散数学习题 课

杨海滨

二元关系知识 点回顾

有序对与笛卡尔积 二元关系 关系的运算与性质

作业批改情况 反馈

反馈 习题

结束语

- 集合是更原始的概念, 用集合构造一切

- - 思考

如何证明这些构造是合理的?

• 配对公理

公理

 $\forall x \forall y \exists A \forall z (z \in A \leftrightarrow (z = x \lor z = y))$



笛卡尔积

离散数学习题课 参海溶

目录 二元关系知识 点回顾

^{关系的运算与性质} 作业批改情况 反馈 ¬ ==

习题

• 笛卡尔积

定义

设A,B为集合,用A中的元素为第一元素,用B中的元素为第二元素构成有序对,所有这样的有序对的集合称为A和B的笛卡尔积、也成直积。

定义

$$A \times B = \{ \langle x, y \rangle | x \in A \land y \in B \}$$



笛卡尔积

离散数学习题 课 参海深

笛卡尔积

定义

设A,B为集合,用A中的元素为第一元素,用B中的元素为第二元素构成有序对,所有这样的有序对的集合称为A和B的笛卡尔积,也成直积。

定义

$$A \times B = \{ \langle x, y \rangle | x \in A \land y \in B \}$$

• 思考

设 $A = \{A, K, Q, J, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2\}, B = \{ \spadesuit, \heartsuit, \diamondsuit, \clubsuit \}, 求A \times B.$



笛卡尔

离散数学习题 杨海滨

笛卡尔



勒奈·笛卡尔 (Rene Descartes),1596年3月31日生于法国都 兰城。笛卡尔是伟大的哲学家、物理学家、数学家、生理 学家。解析几何的创始人。笛卡儿是欧洲近代资产阶级哲学 的奠基人之一, 黑格尔称他为"现代哲学之父"。他自成体 系, 熔唯物主义与唯心主义于一炉, 在哲学史上产生了深远 的影响。同时, 他又是一位勇于探索的科学家, 他所建立的 解析几何在数学史上具有划时代的意义。笛卡儿堪称17世纪 的欧洲哲学界和科学界最有影响的巨匠之一, 被誉为"近代 科学的始祖"。



离散数学习题 课

杨海滨

目录

二元关系知识 点回顾 有序对与简卡尔积 二元关系 关系的运算与性质

作业批改情》 反馈

习题

结束语

• 二元关系

定义

一个集合如果满足: (1)空集;(2)元素为有序对其中之一,则 称其为开一个二元关系



离散数学习题 课

杨海滨

二元关系知识 点回顾 有序对与简卡尔积 二元关系 关系的近算与性质

作业批改情》 反馈

结束语

• 二元关系

定义

一个集合如果满足: (1)空集;(2)元素为有序对其中之一,则称其为开一个二元关系

定义

 $R \subseteq A \times B$, 则称 $R \rightarrow A \rightarrow B$ 的一个关系.



离散数学习题 课

杨海滨

作业批改情况 反馈 习题

结束语

• 二元关系

定义

一个集合如果满足: (1)空集;(2)元素为有序对其中之一,则称其为开一个二元关系

定义

 $R \subseteq A \times B$, 则称 $R \rightarrow A \rightarrow B$ 的一个关系.

• 思考

关系是一种普遍的现象! 还记得那副扑克吧,如何描述"争上游"的游戏规则呢? A到B共有多少个关系?



离散数学习题 课

杨海滨

二元关系知识 点回顾 有序对与简卡尔积 二元关系 关系的运算与性质

作业批改情况 反馈

习题 结束语 二元关系

定义

一个集合如果满足: (1)空集;(2)元素为有序对其中之一,则称其为开一个二元关系

定义

 $R \subseteq A \times B$, 则称 $R \rightarrow A \rightarrow B$ 的一个关系.

• 思考

关系是一种普遍的现象!

还记得那副扑克吧,如何描述"争上游"的游戏规则呢? A到B共有多少个关系?

- 关系的表示
 - 集合
 - 矩阵
 - 有向图第一个绘制关系图的是谁?

关系的运算

离散数学习题 课

杨海滨

. 二元关系知; 点回顾 ^{有序对与笛卡尔系} 二元关系

个业批政情况 反馈

反馈 习题

结束语

逆关系

定义

$$R^{-1} = \{ \langle x, y \rangle \mid \langle y, x \rangle \in R \}$$

复合

定义

$$F \circ G = \{ \langle x, y \rangle | \exists t (\langle x, t \rangle \in F \land \langle t, y \rangle \in G) \}$$

• 幂

定义

R为A上的关系, n为自然数

$$R^0 = I_A R^{n+1} = R^n \circ R$$



关系的性质与闭包

离散数学习题 课

杨海滨

有序对与简卡尔积 二元关系 关系的运算与性质 作业批改情况

作业批改情况 反馈

习题

お本に

• 关系的性质

定义

- $(1) \forall x (x \in A \rightarrow < x, x > \in R)$
- $(2) \forall x \forall y (x, y \in A \land \langle x, y \rangle \in R \rightarrow \langle y, x \rangle \in R)$
- $(3)\forall x\forall y\forall z(x,y,z\in A\land < x,y>\in R\land < y,z>\in R\rightarrow < x,z>\in R)$



关系的性质与闭包

离散数学习题 课

杨海滨

二元关系知言 点回顾 有序对与笛卡尔系

二元关系 关系的运算与性质 作业批改情况 后 辦

习题

结束语

• 关系的性质

定义

- $(1) \forall x (x \in A \rightarrow < x, x > \in R)$
- $(2) \forall x \forall y (x, y \in A \land \langle x, y \rangle \in R \rightarrow \langle y, x \rangle \in R)$
- $(3)\forall x\forall y\forall z(x,y,z\in A\land < x,y>\in R\land < y,z>\in R\rightarrow < x,z>\in R)$
 - 关系的闭包
 - r(R)
 - s(R)
 - t(R)



关系的运算对性质的保持

离散数学习题 课

杨海湾

हा स

二元关系知识点回顾 有序对与笛卡尔积 二元关系

作业批改情况 反馈

习题

结束计

关系的性质 见课本P118表7.2



作业批改情况与主要问题

离散数学习题 课

杨海滨

- 作业批改情况
 - 非证明题完成的非常出色
 - ② 证明题仍然存在一些小问题
- 主要问题
 - 概念及概念之间的关系不够清晰
 - ② 集合运算与逻辑推理混用
 - 3 逻辑公式中的量词的使用比较随意
 - 4 证明没有到达结论就结束

具体问题分析

离散数学习题

杨海滨

习题七第1题(P130)

● 错误1 P(A)没有计算完全

② 错误2 只计算P(A)

习题七第3题(P130)

① 错误1 第(1)题只推到了一个方向, 事实上只得到了(A ∩ $(C \cap B) \subset (A \times C) \cap (B \times D)$

② 错误2 第(2)题第二个等式有如下证明:

任取< x, y >,

$$\langle x, y \rangle \in (A - B) \times (C - D)$$

$$\Leftrightarrow x \in (A - B) \land y \in (C - D)$$

$$\Leftrightarrow x \in A \land x \notin B \land y \in C \land y \notin D$$

$$\Leftrightarrow (x \in A \land y \in C) \land (x \notin B \land y \notin D)$$

$$\Leftrightarrow \langle x, y \rangle \in (A \times C) \land \langle x, y \rangle \notin (B \times D)$$

$$\Leftrightarrow$$
 $\langle x, y \rangle \in (A \times C) - (B \times D)$

所以有, $(A-B)\times(C-D)=(A\times C)-(B\times D)$



具体问题分析

离散数学习题 课

杨海滨

目录

元关系知识 、回顾

作业批改情况 反馈 ^{综合情况}

综合情况 具体问题分析

习题

- 习题七第6题(P130)
 - ❶ 错误1 只给出了A×B
- 习题七第7题(P130)
 - 错误1 LA只给出了小于关系
- 习题七第10题(P131)
 - 错误1 第(1)题漏了<0,0>
- 习题七第16题(P131)
 - ① 错误 $1 R_1 \circ R_2$ 的结果中< a, d >重复出现



具体问题分析

离散数学习题

杨海滨

证明题

- ■=、C是集合运算符,而⇒、⇔是逻辑推理符号,→、↔是 命题连接符,适用于不同的环境形如, $\{x|P_1(x)\}$ ⇔ $\{x|P_2(x)\}$ 等都是错误的
- ② 量词∀,∃要注意其作用域和语义
- ③ 证明要给出结论才算完成



离散数学习题 课

口水 二元关系知 点回顾

作业批改情况 反馈

及项

结束话

• 如何定义有序多元组?



离散数学习题 课

杨海湾

目录

二元关系知识 点回顾 作业批改情况 反馈 **习题**

• 参见习题七第18题, 试证明定理7.4的(2)和(4), 并思考量词分配等值式.



离散数学习题 课

杨海溪

日求二元关系分

点回顾 作业批改情况 反馈

月類

结束语

• 参见习题七第17题, 设 $A = \{1, 2, 3\}$, 求所有A上的满足 $R^2 = R$ 的关系.



离散数学习题 课

杨海湾

日录

点回顾 作业批改情况

作业批政情况 反馈

刁趣

结果1

• 运算对关系性质保持之证明.



离散数学习题 课

杨海湾

日录 一元 半系4

作业批改情况

反馈

习题

结束

• $A = \{1, 2, 3, 4\}, R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\},$ 试求R的自反对称传递闭包.



离散数学习题 课

杨海湾

日录

一元关系知识 、回顾 :业批改情况

反馈

刁趣

结果1

• 将上一题推广到一般情况.



Q&A

离散数学习题 课

杨海洋

目录

元关系知识

作业批改情况

反馈

习题

结束话

Thanks!