

MOPEC-2010-001图论习题课

2010年离散数学期末测试

魏恒峰

2011年6月13日

1 2010年离散数学期末测试试题**Problem 1.1. 连通图**

P, Q 是连通图中的两条最长的路径.证明 P, Q 至少有一个公共点.

Problem 1.2. 生成树

证明: 连通图中边 e 是割边 $\iff e$ 包含在该图的所有生成树中.

Problem 1.3. 倒油问题

有3个油瓶,容量分别是10,7和3斤.开始时10斤瓶内装满油,其余两瓶为空.不用称,如何能经过尽可能少的倒油次数将油分为两个5斤?请建立图论模型,给出问题解.

Problem 1.4. 图的连通度

G 是一个有 n 个节点的图, $\delta(G) \geq \frac{n-1}{2}$.试证明: $\lambda(G) = \delta(G)$.

Problem 1.5. 布尔代数

设 B 是布尔代数, $\forall a, b, c \in B$ 若满足 $a \leq c \rightarrow a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge c$,称这个等式为模律.证明布尔代数满足模律.

Problem 1.6. 群论

设 H 是群 G 的子群, $x \in G, xHx^{-1} = \{xhx^{-1} \mid h \in H\}$. 证明: xHx^{-1} 是群 G 的子群.

Problem 1.7. 哈密顿图

设 G 是连通无向图.证明: 若 G 中有桥或者割点,则 G 不是哈密顿图.

Problem 1.8. 平面题

G 是点数不超过11的平面图.证明 G 中至少含有一个四度或四度以下节点.

Problem 1.9. 点覆盖

确定下图(图略)的点独立数 β_0 ,点覆盖数 α_0 ,边独立数 β_1 和边覆盖数 α_1 .

任给一个 n 阶无孤立点的图, $\alpha_0 + \beta_0 = n$ 一定成立吗? 证明之.
