

NJUCS 2010年05月05日期中测试试卷

## 离散数学习题解析

魏恒峰

2011年4月27日

## 1 2010年05月05日期中测试试卷

1. 试证明:  $P(\cap_{i \in N} A_i) = \cap_{i \in N} P(A_i)$ . ( $P$ 为幂集符号.)
2. 证明: 实数集不可数.
3. 求欧拉函数的值. 具体题目与解答参见新版教材  $P_{91}$  例题6.6.
4. 证明:  $st(R) \subseteq ts(R)$  ( $s$ 表示对称闭包,  $t$ 表示传递闭包.)
5. 设  $A$  是  $n$  元集合, 试求: (1)  $A$  的自反且对称关系有多少个? (2)  $A$  上的反对称关系有多少个? (3)  $A$  上的既不对称又不反对称的关系有多少个?
6. 证明: (1) 任何置换总是可以表示为若干对换的复合. (2) 请将以下置换表示成对换的复合. (该置换第一行为1,2,3,4,5,6,7,8; 第二行对应为4,3,8,7,6,1,5,2.)
7. 证明: 群的中心一定是该群的正规子群.
8. 证明: 代数系统  $G$  和  $G'$  满同态. 证明, 若  $G$  是群, 则  $G'$  也是群. 若  $G'$  是群,  $G$  也是群吗? 请证明.

下面两道题目是2010年的期末测试试卷中相关题目.

1. 设  $B$  是布尔代数,  $\forall a, b, c \in B$ , 若  $a \leq c$ , 则有  $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge c$ , 称这个等式为模律. 证明布尔代数适合模律.
2. 设  $H$  是  $G$  的子群,  $x \in G$ , 令  $xHx^{-1} = \{xhx^{-1} \mid h \in H\}$ . 证明,  $xHx^{-1}$  是群  $G$  的子群.