



---

要求：转换成 Jupyter 文档，按自己的期望有条件选做

## 1 内容

写出一下算法的函数实现：

1. 二分法
2. 牛顿法
3. 割线法



## 2 练习

1. 用以上函数求解如下非线性方程

(1)  $x^3 - 2x - 5 = 0 (x_0 \approx 2)$

(2)  $\sin x - 0.25x^2 = 0 (x_0 \approx 2)$

(3)  $x - e^{-x} = 0 (x_0 \approx 0.5)$

(4)  $x^3 - 5\sin x + 2 = 0 (x_0 \approx -2)$

2. 分别用二分法牛顿法割线法求解如下非线性方程

(1)  $x^3 - x - 1 = 0$  在区间  $[1, 2]$  内的根;

(2)  $x - \cos x = 0$  在区间  $(0, \frac{\pi}{2})$  内的根

(3)  $x - \ln x = 2$  在区间  $(2, +\infty)$  的根

3. 计算方程

$$\sum_{k=1}^{10} k e^{-\cos kx} \sin kx = 2$$

在区间  $[-10, 10]$  中的所有根.



### 3 作业

#### 1. 不动点迭代

实验目的：掌握循环语句和迭代算法编程

实验内容：绘制函数  $x - 4 + 2^x = 0$  在区间  $[-4, 4]$  内的图形，然后用如下迭代格式

$$x_{k+1} = \frac{\ln(4 - x_k)}{\ln 2}$$

，近似求解该非线性方程在  $x_0 = 1.5$  附近的根。

#### 2. 不动点迭代

实验目的：理解重根对牛顿法收敛速度的影响。

实验内容：考虑方程  $x^4 - 4x^2 + 4 = 0, \sqrt{2}$  为其二重根。用如下三种迭代格式求解，为使数值解具有 10 位有效数字，迭代法所需迭代次数

$$\begin{aligned} (1) x_{k+1} &= x_k - \frac{x_k^2 - 2}{4x_k} \\ (2) x_{k+1} &= x_k - \frac{x_k^2 - 2}{2x_k} \\ (3) x_{k+1} &= x_k - \frac{x_k(x_k^2 - 2)}{x_k^2 + 2} \end{aligned}$$

#### 3. 不动点迭代

实验目的：对比分析不同的不动点迭代的收敛速度

实验内容：分别用牛顿，单点割线法和双点割线法求解非线性方程  $11x^{11} - 1 = 0$  在  $x_0 = 1$  附近的根。要求精确到小数点后三位有效数字。

#### 4. 不动点迭代

实验目的：非线性方程不动点迭代的局部收敛性。

实验内容：考虑方程  $(x^2 - 0.2)e^{-0.5x} = 0$ ,

(1) 分别取初值  $x_0 = -0.01$  和  $x_0 = -0.03$ ，用牛顿法求解该方程。

(2) 分别取初值  $x_0 = -0.01$  和  $x_0 = -0.03$ ，用牛顿下山法求解该方程。