要求：转换成 Jupyter 文档，按自己的期望有条件选做

1 内容

1. 改进幂方法
2. 反幂法
3. 原点平移反幂法
4. QR 方法 numpy.linalg.qr()
5. 函数 numpy.linalg.eig()
6. 函数 numpy.linalg.cond()

2 练习

1. 用乘幂法计算下列矩阵按模最大特征值及其对应的特征向量

   (1) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 10 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$

   (2) $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 3 \\ -4 & 6 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

   当特征值有三位小数稳定时停止迭代

2. 用 QR 方法计算下列矩阵的全部特征值

   (1) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

   (2) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

3. 考虑矩阵 $A_n = (a_{ij})_{n\times n} = (\frac{1}{i+j-1})_{n\times n}$, 计算 A_{10}, A_{50}, A_{100} 的按模最大特征值, 按模最小特征值及其条件数 $cond_2 = \frac{\lambda_max(A)}{\lambda_min(A)}$

3 作业

1. 幂方法
   实验目的：幂方法
   实验内容：用乘幂法计算下列就在下列矩阵的按模最大特征值和对应特征向量的近似向量。

$$(1)\begin{pmatrix}1&3&3\\2&1&3\\3&3&6\end{pmatrix}\ (2)\begin{pmatrix}-4&14&0\\-5&13&0\\-1&0&2\end{pmatrix}\ (3)\begin{pmatrix}8&4&3&5\\7&2&4&1\\6&2&2&2\\1&0&4&3\end{pmatrix}$$

   要求：初始向量分量全为 1，最大迭代步数为 200，精度 $\epsilon=10^{-5}$; 完成如下头文件的 *Python* 函数来实现乘幂法。
   def power(A,x0,tol,maxit)
   # 利用幂方法计算矩阵的按模最大特征值和对应的特征向量，
   # 输入变量:
   #A 线性方程组稀疏矩阵
   #$x0$ 初始向量
   #tol 迭代精度
   #$maxit$ 最大迭代部署
   # 输出变量:
   #x 特征向量，如果不收敛则返回零向量
   #$lambda$ 按模最大特征值
   return x,lambda

2. QR 方法
   实验目的：QR 方法计算矩阵特征值
   实验内容：完成 QR 方法的 Python 程序，利用此程序求实对称矩阵 A 全部特征值并且与 A 的全部特征值的真值比较，精度为 $\epsilon=10^{-4}$

$$A=\begin{pmatrix}5&2&2&1\\2&-3&1&1\\2&1&3&1\\1&1&1&2\end{pmatrix}$$

3. 矩阵条件数的计算
   实验目的：计算条件数
   实验内容：考虑 n 阶三对角阵

$$\begin{pmatrix}2&-1&0&\dots&0\\-1&2&-1&\dots&0\\0&-1&2&\dots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\0&0&0&\dots&2\end{pmatrix}$$

   分别计算 $n=100,200,300,400,\dots 1000$ 时, 矩阵 A 的条件数 $cond_2=\frac{\lambda_{max}(A)}{\lambda_{min}(A)}$