



要求：转换成 Jupyter 文档，按自己的期望有条件选做

1 内容

1. Jacobi 迭代法

Python 程序 % 向量化 + $\frac{\|b - Ax_k\|}{\|b\|} < \epsilon$

Python 程序 % 未向量化 + $\frac{\|x_{k+1} - x_k\|}{\|x_{k+1}\|} < \epsilon$

2. Gauss-Seidel 迭代法

Python 程序

3. SOR 迭代法

Python 程序



2 练习

1. 分别用 Jacobi 迭代法, Gauss-Seidel 迭代法, SOR 迭代法求解线性方程

$$\begin{cases} x_1 - \frac{1}{4}x_3 - \frac{1}{4}x_4 = \frac{1}{2} \\ x_2 - \frac{1}{4}x_3 - \frac{1}{4}x_4 = \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4}x_1 - \frac{1}{4}x_2 + x_3 = \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4}x_1 - \frac{1}{4}x_2 + x_4 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

并且计算相应迭代矩阵的谱半径, 停止迭代条件为 $\frac{\|b - Ax_k\|}{\|b\|} < 1 \times 10^{-5}$

2. 分别用 Jacobi 迭代法, Gauss-Seidel 迭代法.. 求解线性方程

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & 3 \\ -3 & 9 & 1 \\ 2 & -1 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 10 \\ -3 \end{pmatrix}$$

停止迭代条件为 $\frac{\|x_{k+1} - x_k\|}{\|x_{k+1}\|} < 1 \times 10^{-5}$

3. 用如下迭代格式

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{\|A\|_2} (b - Ax_k)$$

求解线性方程组 $Ax = b$, 其中

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 10 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

停止迭代条件为 $\frac{\|x_{k+1} - x_k\|}{\|x_{k+1}\|} < 1 \times 10^{-5}$



3 作业

1. Jacobi 迭代法

实验目的: Jacobi 迭代法

实验内容: 编写一个 Jacobi 迭代法程序以求解线性代数方程组 $Ax = b$, 其中 b 为纯 1 向量。系数矩阵 $A = (a_{n,m})$ 的阶数 $N = (N_x + 1)(N_y + 1)$, 其中 N_x 和 N_y 为正整数; 其元素按如下方式确定: 对于任意正整数 $n = 1, 2, \dots, N$, 有

$$a_{n,m} = \begin{cases} 4 & m = n \\ -1 & m = n - (N_x + 1) \text{ } m > 0 \\ -1 & m = n + (N_x + 1) \text{ } m > 0 \\ -1 & m = n - 1 \text{ } m > 0 \\ -1 & m = n + 1 \text{ } m > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

要求程序以 N_x 和 N_y , 最大迭代步数 K 和控制精度 ϵ 为输入参数: 停止迭代条件为 $\frac{\|b - Ax_k\|}{\|b\|} < \epsilon$

2. Gauss-Seidel 迭代法

实验目的: Gauss-Seidel 迭代法

实验内容: 编写一个 Gauss-Seidel 迭代法程序以求解线性代数方程组 $Ax = b$, 其中右端向量 $b = (b_j)_{N \times 1}$ 和系数矩阵 $A = (a_{m,n})$ 由下式确定

$$a_{i,j} = \begin{cases} i^2 & i = j \\ \frac{1}{i+j+1} & i \neq j, b_j = j, \forall i, j = 1, 2, \dots, N \end{cases}$$

要求程序以 N , 最大迭代步数 K 和控制精度 ϵ 为输入参数: 停止迭代条件为 $\frac{\|b - Ax_k\|}{\|b\|} < \epsilon$

3. SOR 迭代法

实验目的: SOR 迭代法

实验内容: (1) 编写一个 SOR 迭代法以求解第 1 题中的线性方程组, 要求程序以 N_x 和 N_y , 最大迭代步数 K 和控制精度 ϵ 为输入参数, 停止迭代条件为 $\frac{\|b - Ax_k\|}{\|b\|} < \epsilon$

(2) 令 $N_x = N_y = 30, K = 2000, \epsilon = 1 \times 10^{-5}$, 分别取松弛因子 $w = 0, 0.1, 0.2, \dots, 1.9, 2$ 进行计算, 记录 SOR 迭代法的迭代步数, 并给出最优松弛因子