V64

Interferometrie

Nicole Schulte
nicole.schulte@udo.edu

Hendrik Bökenkamp
hendrik.boekenkamp@udo.edu

Durchführung: 08.11.2017 Abgabe: 25.11.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel

Es soll der Interferenzkontrast eines Sagnac-Interferometers ermittelt werden. Außerdem soll mit Hilfe des Sagnac-Interferometers der Brechungsindex von Glas bzw. Luft ermitelt werden.

2 Theorie

2.1 Sagnac-Interferometer

In Abbildung 1 wird der Versuchsaufbau des Sagnac-Interferometers dargestellt.

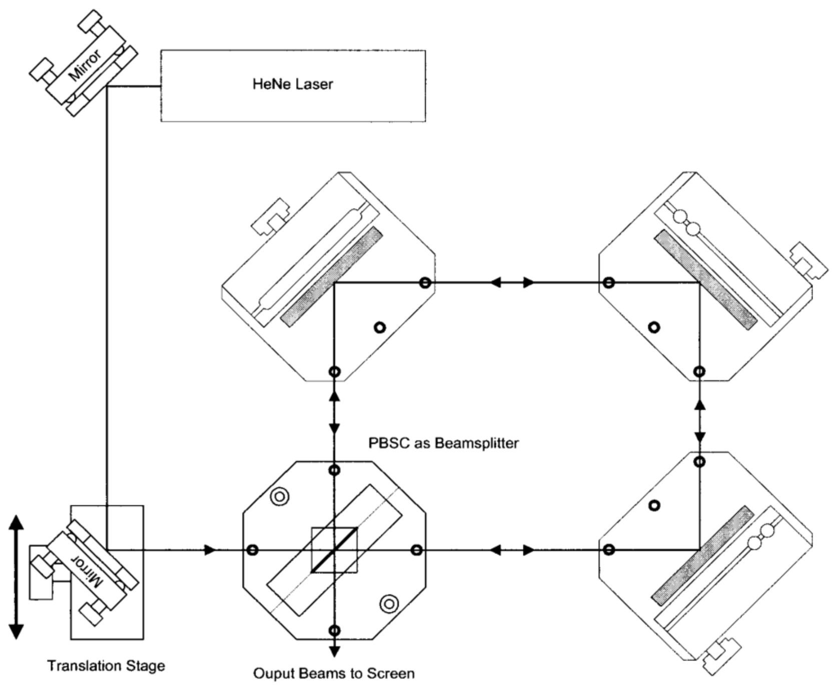

Abbildung 1: Versuchsaufbau des Sagnac-Interferometers. [1]

Es wird ein HeNe-Laser verwendet, welcher an zwei Spiegeln reflektiert wird und über ein PBSC (Polarizing Beam-Splitter Cube) in zwei Teilstrahlen aufgeteilt wird. Die Laserstrahlen werden in entgegengesetzter Richtung an drei Spiegeln im Rechteck reflektiert und treffen wieder auf den PBSC. Beide Strahlen legen einen näherungsweise gleichen Weg zurück. Dort laufen die Teilstrahlen wieder zusammen, welche miteinander interferieren sollen.
Da die zusammenlaufenden Laserstrahlen genau senkrecht aufeinander linear polarisiert sind, können keine Interferenzen stattfinden. Daher muss der Strahl erneut in seine Komponenten aufgeteilt werden, um diesen auszuwerten. Hierzu wird, wie in Abbildung 2 dargestellt, ein PBSC verwendet, der um einen 45° Winkel gekippt ist. Die beiden Teilstrahlen treffen auf jeweils eine Diode. Die Intensitäten werden als Spannungen auf einem Oszilloskop dargestellt und interpretiert.

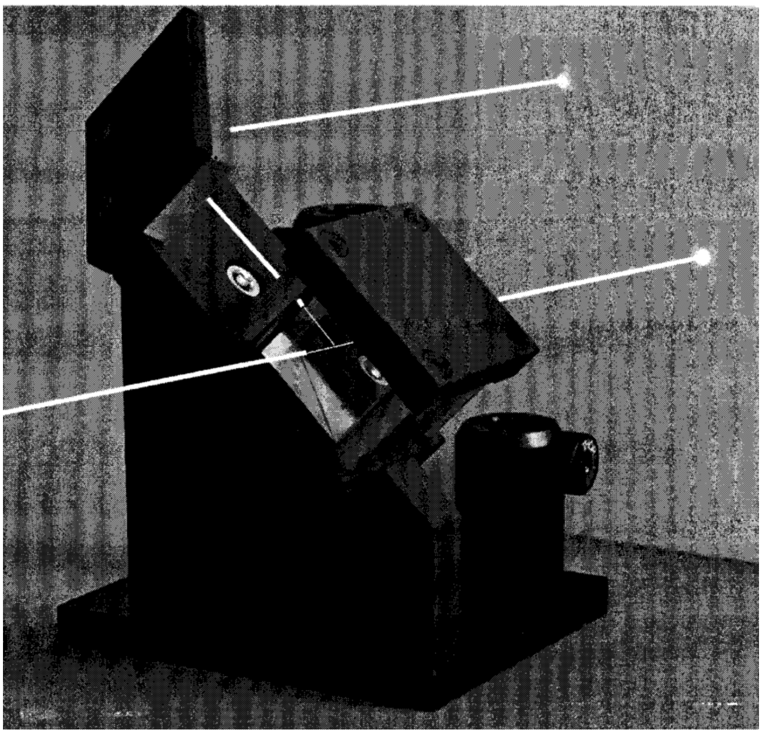

Abbildung 2: Nutzung des PBSC als Polarisationstrenner.
[1]

2.2 Der Interferenzkontrast und Lichtintensität

Der Interferenzkontrast ist abhängig von der Lichtintensität je nach Polarisationsrichtung. Der Kontrast ist definiert als

$$K := \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}. \tag{1}$$

Bei Unkenntlichkeit beträgt dieser Null ($I_{max} = I_{min}$) und im Idealfall gilt $K = 1$.
Für die Anteile des Strahls gilt

$$E_1 = E_0 \cos(\phi) \cos(\omega t) \tag{2}$$
$$E_2 = E_0 \sin(\phi) \cos(\omega t + \delta), \tag{3}$$

wobei δ die relative Phasenverschiebung der Teilwellen zueinander beschreibt. Für die Intensität der überlagerten Strahlen gilt

$$I \propto < |E_1 + E_2| > .$$

Durch Einsetzen und durch ausnutzen der Relationen

$$< \cos^2(\alpha x + y) >= \frac{1}{2}$$
$$\delta = 2\pi n,\ n \in \mathrm{N}_0, \text{ für konstriktive Interferenz und}$$
$$\delta = (2n + 2)\pi,\ n \in \mathrm{N}_0, \text{ für destruktive Interferenz}$$

folgt nach Umformung für konstruktive bzw. destruktive Interferenz

$$I_{max/min} \propto \frac{1}{2} E_0^2 (1 \pm 2\cos(\phi)\sin(\phi))$$

bzw.

$$I_{max/min} \propto I_0(1 \pm 2\cos(\phi)\sin(\phi)). \tag{4}$$

Es ergibt sich, dass

$$K \propto |\cos(\phi)\sin(\phi)|. \tag{5}$$

2.3 Brechungsindizes

Bei gutem Kontrast kann die Anzahl der Maxima durch die Phasenverschiebung eines der Strahlen abgezählt werden. Die Phasenverschiebung kann durch eine Gaszelle, in der der Druck kontinuierlich verändert werden kann, oder durch einen rotierbaren transparenten Festkörper erzeugt werden. Allgemein gilt für die Anzahl der Maxima

$$M = \frac{\delta}{2\pi},$$

wobei δ die Phasenverschiebung eines gestörten Strahls gegenüber eines ungestörten Lichtstrahls angibt. Der Brechungsindex von Luft in einer Gaszelle lässt sich mittels der Formel

$$n(p_0, T_0) = 1 + \Delta n(p_1, p_2)\frac{T}{T_0}\frac{p_0}{p_2 - p_1} \tag{6}$$

berechnen, wobei $p_0 = 1013{,}2\text{mbar}$ und $T_0 = 273{,}15\text{K}$ die Standardbedingungen darstellen. Für den Brechungsindex eines Festkörpers wird eine Halterung für zwei Glasplatten, die in einem Winkel von $\alpha = 20°$ zueinander stehen, verwendet. Der Brechungsindex des transparenten Festkörpers wird mit Hilfe der Formel

$$n = \frac{\alpha\theta D}{\alpha\theta D - M\lambda_{vac}} \tag{7}$$

berechnen, wobei D die Dicke und θ die Rotation der Glasplatten, M die Anzahl der gezählten Maxima und λ_{vac} die Wellenlänge sind.

3 Auswertung

3.1 Kontrastmessung

Zunächst muss für eine bessere Qualität der späteren Messung der Kontrast ermittelt werden. Dazu wird zunächst das Interferometer justiert und dann eine Doppel-Glasplatte in das Interferometer eingebaut. Zwei Photodioden messen dann von der Intensität abhängige Spannungen. Die Spannungen werden dann von einem Gerät in eine Differenzspannung umgewandelt und angezeigt. Dann wird der Polarisationswinkel geändert und jeweils die maximale und minimale Differenz ermittelt. Mit Hilfe von Formel (1) wird dann der Kontrast berechnet. Die gemessenen Spannungen mit den zugehörigen Winkeln werden in Tabelle 1 dargestellt.

ϕ [°]	U_{min} [V]	U_{max} [V]	K
195	1,28	2,70	0,36
180	1,52	1,82	0,09
165	0,76	2,01	0,45
150	0,24	1,70	0,75
135	0,06	1,30	0,91
120	0,10	0,95	0,81
105	0,26	0,82	0,52
90	0,67	0,81	0,09
75	0,47	1,57	0,54
60	0,15	2,66	0,89
45	0,14	3,41	0,92
30	0,54	3,13	0,71
15	1,21	2,75	0,39
0	1,64	1,90	0,07
-15	0,70	2,00	0,48

Tabelle 1: Berechneter Kontrast in Abhängigkeit der Polarisationsrichtung

Nach Auftragen der Messwerte kann auf einen Zusammenhang schließen, der der Betragsfunktion des Sinus ähnelt. Die Ausgleichsfunktion lautet somit

$$f(\phi) = a \cdot |\sin(b \cdot \phi + c)| + d \tag{8}$$

Die Messwerte und die Ausgleichsfunktion sind in Abbildung 3 dargestellt.
Für die Parameter ergeben sich die folgenden Werte

$$\begin{aligned} a &= 0.88 \pm 0.05 \\ b &= (2{,}00 \pm 0{,}02)\,\frac{1}{\text{rad}} \\ &\mathrel{\widehat{=}} (114{,}82 \pm 1{,}03)\,\frac{1}{\circ} \\ c &= -0.06 \pm 0.04 \\ d &= 0.03 \pm 0.03 \end{aligned}$$

Der Parameter a beschreibt die Amplitude, b eine Frequenz, c die Phasenverschiebung und d den Kontrastoffset. Zur Berechnung des optimalen Polarisationswinkel wird das Maximum der Ausgleichsfunktion ermittelt.

$$\phi = \frac{1}{b}\left(\frac{\pi}{2} - c\right) \tag{9}$$

Dadurch ergibt sich ein Winkel von

$$\begin{aligned} \phi &= 0{,}82\,\text{rad} \\ &\mathrel{\widehat{=}} 46{,}72° \end{aligned}$$

Der Fehler berechnet sich mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta\phi = \sqrt{\left(-\frac{1}{b^2}\left(\frac{\pi}{2} - c\right)\right)^2 \Delta b^2 + \left(-\frac{1}{b}\right)^2 \Delta c^2} \tag{10}$$

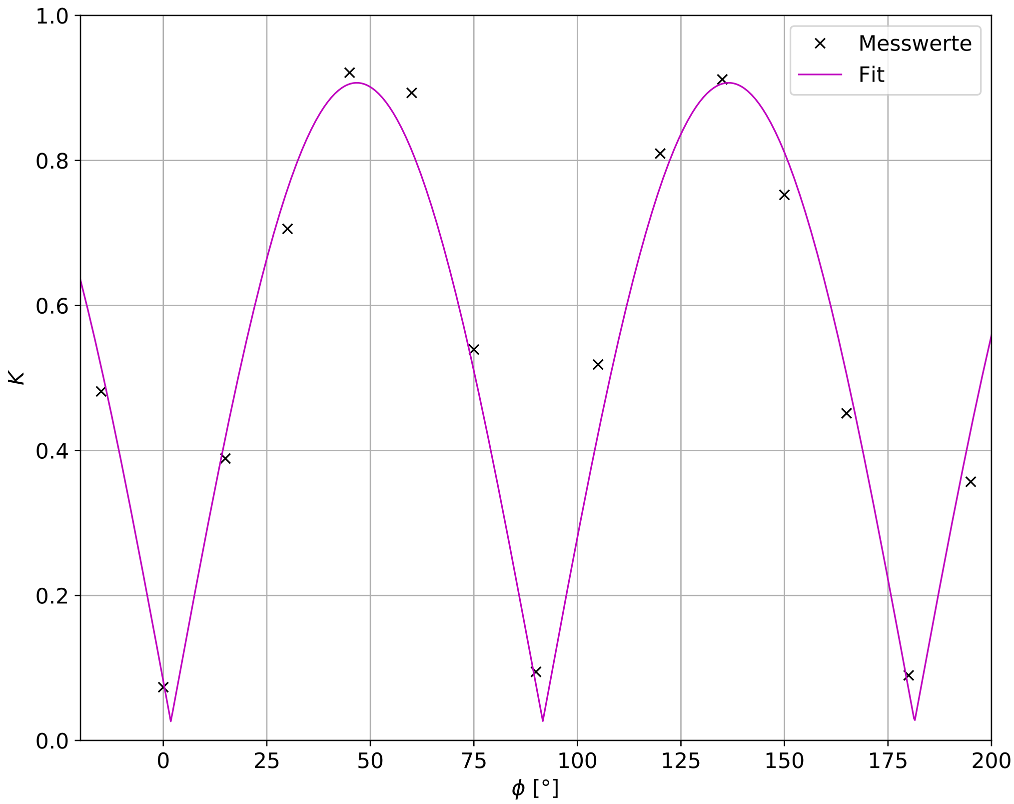

Abbildung 3: Kontrast in Abhängigkeit der Polarisationsrichtung mit Ausgleichsrechnung

3.2 Berechnung des Brechungsindex von Glas

3.3 Berechnung des Brechungsindex von Luft

Für die Messungen des Brechungsindex von Luft ergeben sich folgende Werte

$$\text{Messung } 1 = 42\text{Counts}$$
$$\text{Messung } 2 = 42\text{Counts}$$
$$\text{Messung } 3 = 42\text{Counts}\,.$$

Messung 1		Messung 2		Messung3	
ϕ [rad]	M	ϕ [rad]	M	ϕ [rad]	M
2	6	2	6	2	5
2	7	2	7	2	6
2	8	2	7	2	8
2	7	2	6	2	7
2	6	2	7	2	6

Tabelle 2: Gemessene Anzahl der Maxima pro Winkeländerung

Es muss beachtet werden, dass kein vollständiges Vakuum erreicht werden konnte und das der Wert des erreichten Normaldrucks nicht dem üblichen Wert von $p_a = 1013\,\text{mbar}$ [**druck**] entspricht. Die erreichten Druckwerte sind in diesem Versuch die Folgenden.

$$p_{\text{min}} = 1002\,\text{mbar}$$
$$p_0 = 5\,\text{mbar}$$

Zur Berechnung des Brechungsindes von Luft wird Formel **??** verwendet. Die Länge der Messzelle L und die Wellenlänge des Lasers haben dabei die folgenden Werte.

$$L = (100{,}0 \pm 0{,}1)\,\text{mm}$$
$$\lambda = 632{,}990\,\text{nm}$$

Dadurch ergeben sich für die einzelnen Messung die folgenden Brechunsindizes.

$$n_1 = 1.0001$$
$$n_2 = 1.0001$$
$$n_3 = 1.0001$$

Wird lediglich der Fehler der Messzelle berücksichtig, so ergibt sich mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung ein Wert von

$$n = 1.0001 \pm (1.3 \cdot 10^{-7})\,.$$

Dies ist jedoch ein Fehler der nicht der Messung entspricht. Beim Vakuumieren der Gaszelle ist auf dem Oszilloskop eine Sinusschwingung zu erkennen. Diese Schwingungen entsprechen dabei den durchlaufenden Interferenzmaxima. Nachdem die Zelle vollständig vakuumiert wird, ist trotzdem noch eine getreckte Sinusschwingung zu erkennen. Das Messgerät misst einen Count, wenn die Sinusschwingung die Nulllinie übertritt und fast ihr Maximum erreicht. Das Bedeutet, dass es eine Auswirkung auf die Anzahl der Counts hat, wo die Messung begonnen wird. Das ist eine Fehlerquelle die mit einberechnet werden muss. Da die Counts nur diskrete Werte annehmen können, wird dem Messwert der Counts auch ein diskreter Fehler zugeordnet

$$M = 41 \pm 1\,.$$

Der Fehler berechnet sich dann mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta n = \sqrt{\left(-\frac{ML}{2L}\right)^2 \cdot \Delta L^2 + \left(\frac{\lambda}{2L}\right)^2 \cdot \Delta M^2}$$

Literatur

(1) T. Dortmund, *Versuch Nr.64: Moderne Interferometrie*, `http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/Interferometrie.pdf` (besucht am 2017-11-14).