

V28

Elektronenspinresonanz

Nicole Schulte	Hendrik Bökenkamp
nicole.schulte@udo.edu	hendrik.boekenkamp@udo.edu

Durchführung: 13.12.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	3
2	Theorie	3
3	Prinzip der ESR	4
4	Durchführung	5
5	Auswertung	6
5.1	Skalierung	6
5.2	Berechnung des gyromagnetischen Verhältnisses	7
5.3	Bestimmung des Erdmagnetfelds am Messort	10
6	Diskussion	10
	Literatur	11

1 Ziel

Ziel des Experiments ist, das magnetische Moment freier Elektronen zu messen.

2 Theorie

Die Hüllenelektronen eines Atoms, die einen Bahndrehimpuls besitzen, erzeugen ein magnetisches Moment. Freie Elektronen erzeugen auch ein magnetisches Moment, was auf ihren Eigendrehimpuls zurückzuführen ist. Der Eigendrehimpuls wird als Spin bezeichnet. Der Zusammenhang zwischen dem Bahndrehimpuls und magnetischem Moment ist gegeben durch

$$\mu_z = -\frac{e_0}{2m_0}m\hbar := \mu_B m, \quad (1)$$

wobei μ_B das Bohrsche Magneton bezeichnet.

Die Wellenfunktion für ein Atom mit einem Außenelektron kann in einen Radialteil und Winkelteil aufgeteilt werden und lautet

$$\Psi_{n,l,m}(r, \theta, \phi) = R_{n,l}(r)\Theta_{l,m}(\theta)\Phi(\phi) = R_{n,l}\Theta_{l,m} \frac{\exp(im\phi)}{\sqrt{2\pi}}.$$

Hierbei ist n die Hauptquantenzahl, l die Bahndrehimpulsquantenzahl und m die Orientierungsquantenzahl. Ein magnetisches Moment, das in ein äußeres homogenes Magnetfeld gebracht wird, enthält die potentielle Energie

$$E_{\text{mag}}(m_l) = \mu_z \cdot B = m_l \cdot \mu_B \cdot B.$$

In einem Magnetfeld kommt es zu einer Aufspaltung der Energieniveaus. Dies wird als Zeeman-Effekt bezeichnet. Der Drehimpulsbetrag und die Richtung sind dabei gequantelt. Die z -Komponente (in Magnetfeldrichtung) des Drehimpulses kann die Werte

$$l_z = m_l \hbar$$

annehmen, wobei die Orientierung die Werte

$$m_l = -l, (-l+1), (-l+2), \dots, (l-1), l$$

also $2l+1$ Einstellmöglichkeiten annehmen kann. Für den Spin eines Elektrons mit Spinquantenzahl $s = 1/2$ und Spin-Orientierungsquantenzahl $m_s = \pm 1/2$ gibt es zwei Einstellmöglichkeiten:

$$S_z = m_s \hbar = \pm \frac{1}{2} \hbar.$$

Das zum Spin des Elektrons gehörende magnetische Moment lautet

$$\mu_{S_z} = -g m_s \mu_B. \quad (2)$$

Der Zahlenfaktor g bezeichnet das gyromagnetische Verhältnis bzw. den Landé-Faktor. Dieses lässt sich mittels Elektronenspin-Resonanz-Methode (ESR) messen.

3 Prinzip der ESR

Eine Substanz, die freie Elektronen enthält, wird in ein homogenes Magnetfeld gebracht. Dadurch kommt es, wie im vorherigen Abschnitt bereits erwähnt zu einer Aufspaltung des Energieniveaus E_0 in zwei Energieunter-niveaus

$$E_0 + \frac{1}{2}g\mu_B B, \text{ für } m_s = +\frac{1}{2},$$

$$E_0 - \frac{1}{2}g\mu_B B, \text{ für } m_s = -\frac{1}{2}.$$

Der Energieunterschied der Unterniveaus ist gegeben durch

$$\Delta E = g\mu_B B \quad (3)$$

Gemäß der Maxwell-Boltzmann-Statistik ist bei großen Zahlen von Elektronen im thermischen Gleichgewicht der obere Zustand stärker besetzt als der untere. Das Besetzungsverhältnis ist gegeben durch

$$\frac{N(m_s = -1/2)}{N(m_s = +1/2)} = \exp\left(\frac{-g\mu_B B}{kT}\right)$$

Wird dem System Energie in Form von hochfrequenten (MHz) elektromagnetischen Quanten hinzugeführt, deren Energie gleich der Energiedifferenz der Unterniveaus ist, also

$$h\nu = g\mu_B B, \quad (4)$$

dann sind Elektronen in der Lage in den höheren Zustand zu überzugehen. Der Vorgang dieses "Umklappens" wird Elektronenspin-Resonanz genannt.

Der prinzipielle Aufbau einer Elektronenspinresonanz-Apparatur kann der Abbildung 1 entnommen werden.

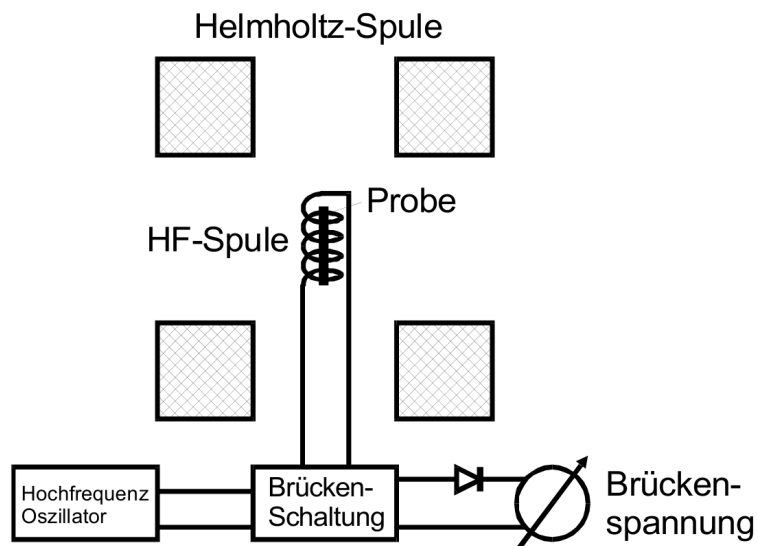


Abbildung 1: Prinzipieller Versuchsaufbau zur Elektronen-Resonanz [1].

Eine Helmholtzspule erzeugt ein homogenes Magnetfeld in dem sich die zu untersuchende Probe befindet. Das Feld einer Helmholtzspule lässt sich gemäß

$$B(I) = \frac{8}{\sqrt{125}} \mu_0 \frac{n}{r} I \quad (5)$$

berechnen. Dabei ist μ_0 die Induktionskonstante, n die Windungszahl der Spule und r der Spulenradius. Über eine Brückenschaltung, die abgeglichen wird, wird von einem HF-Generator eine weitere Spule gespeist, die um die Probe herumgewickelt ist. Diese HF-Spule induziert die Elektronenspinresonanz. Dadurch entsteht außerdem eine Änderung der Magnetisierung der Probe, was wiederum eine Änderung des komplexen Widerstands der HF-Spule bewirkt. Daraus folgt eine Verstimmung der zuvor abgeglichenen Brücke. Die entstehende Brückenspannung kann mit einem empfindlichen Voltmeter gemessen werden.

4 Durchführung

Das Schema der realen Messapparatur ist der Abbildung 2 zu entnehmen.

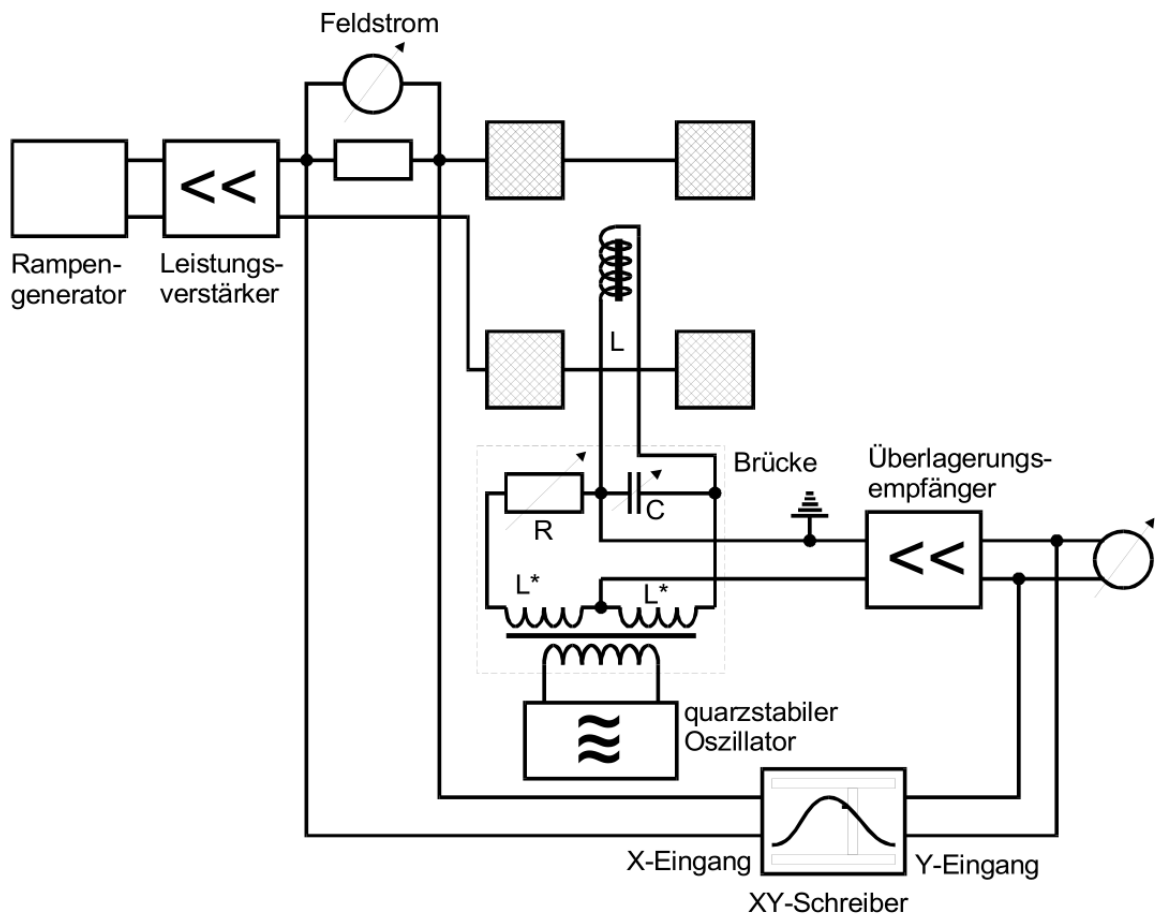


Abbildung 2: Schematische Darstellung der Messapparatur zur ESR [1].

Zunächst wird mit Hilfe eines Kompass die Apparatur so ausgerichtet, sodass das Erdmagnetfeld parallel bzw. antiparallel zu den Feldlinien der Helmholtzspule ist. Als nächstes müssen die

Brücke und der Überlagerungsempfänger auf die Frequenz des Vorverstärkers ν_e abgeglichen werden, da

$$\nu_e = \nu_{\text{Osz}} + \nu_{\text{ZF}}$$

gilt. Dabei ist ν_{ZF} die Schwebungsfrequenz von der variablen Messfrequenz ν_e und der konstant einstellbaren Frequenz des Überlagerungssoszillators ν_{Osc} . Nachdem eine Frequenz ν_{Osz} eingestellt wurde, wird eine hochfrequente Spannung variiert, bis der Maximalwert der Brückenspannung erreicht wird. Daraufhin wird die Brücke abgeglichen, indem die Kapazität C und der Widerstand R variiert werden. Der ZF-Verstärker muss schließlich auf voller Verstärkung eingestellt sein. Schließlich wird die Brücke wieder mit dem R-Stellglied verstimmt, damit die Resonanzstelle hinterher auf dem XY-Schreiber in Form von einem Maximum oder Minimum abzulesen ist. Der Vorgang wird wiederholt, indem die Pole der Helmholtzspule getauscht werden, damit hinterher der Einfluss des Erdmagnetfeldes berücksichtigt wird.

5 Auswertung

5.1 Skalierung

Die fünf Resonanzkurven wurden bei folgenden Signalfrequenzen ν_e aufgenommen:

$$\begin{aligned}\nu_{e,1} &= 10,623 \text{ MHz} \\ \nu_{e,2} &= 14,732 \text{ MHz} \\ \nu_{e,3} &= 20,555 \text{ MHz} \\ \nu_{e,4} &= 23,887 \text{ MHz} \\ \nu_{e,5} &= 29,391 \text{ MHz} .\end{aligned}$$

Zu Beginn muss die Skalierungen pro Diagramm bestimmt werden. Dafür werden die Kalibrierungspunkte, die mit Hilfe des X-Y-Schreibers aufgenommen wurden, ausgemessen und pro Abschnitt angegeben. Die gemessenen Wertepaare sind in Tabelle 1 dargestellt.

$\Delta I [\text{mA}]$	$x_1 [\text{cm}]$	$\Delta I [\text{mA}]$	$x_2 [\text{cm}]$	$\Delta I [\text{mA}]$	$x_3 [\text{cm}]$	$\Delta I [\text{mA}]$	$x_4 [\text{cm}]$	$\Delta I [\text{mA}]$	$x_5 [\text{cm}]$
174	3,45	177	3,55	165	3,35	182	3,70	139	2,75
200	3,05	183	3,60	185	3,65	185	3,65	162	3,15
184	3,15	181	3,55	157	3,10	136	2,65	121	2,35
168	2,75	185	3,65	122	2,30	144	2,80	124	2,40
/	/	217	4,30	120	2,35	185	3,65	/	/
/	/	/	/	155	3,15	174	3,50	/	/
/	/	/	/	124	2,40	/	/	/	/

Tabelle 1: Skalierung pro Abschnitt für die einzelnen Messungen

Danach wird pro Diagramm die Stromstärken pro cm, dessen Mittelwerte und die Fehler auf die Mittelwerte berechnet. Diese Werte sind in Tabelle 2 dargestellt.

	z_1 [mA/cm]	z_2 [mA/cm]	z_3 [mA/cm]	z_4 [mA/cm]	z_5 [mA/cm]
	50,43	49,86	49,25	49,19	50,54
	64,52	50,83	50,68	50,68	51,43
	58,41	50,99	50,65	51,32	51,49
	61,09	50,68	53,04	51,43	50,42
	/	50,47	51,06	50,68	/
	/	/	49,21	49,71	/
	/	/	51,60	/	/
Mittelwert	59	50,6	50,8	50,5	51,0
Fehler	3	0,2	0,5	0,4	0,3

Tabelle 2: Skalierung pro cm für die einzelnen Messungen

5.2 Berechnung des gyromagnetischen Verhältnisses

Zur Bestimmung des gyromagnetischen Verhältnisses müssen zunächst die Maxima der einzelnen Messungen lokalisiert werden. Pro Signalfrequenz sind dabei zwei Maxima zu erkennen, eins parallel und eins antiparallel zum Erdmagnetfeld. Ermittelt wird dabei der Abstand der jeweiligen Maxima zum Nullpunkt, welcher dann mit der zugehörigen Skalierung aus Tabelle 2 multipliziert wird. Die Abstände mit den zugehörigen Stromstärken sind in Tabelle 3 dargestellt.

$\nu_{e,i}$	m_a [cm]	I_a [mA]	m_p [cm]	I_p [mA]
$\nu_{e,1}$	4,35	250 ± 10	3,20	190 ± 10
$\nu_{e,2}$	8,00	405 ± 2	6,80	344 ± 1
$\nu_{e,3}$	11,00	559 ± 6	9,70	493 ± 5
$\nu_{e,4}$	12,25	619 ± 4	11,20	566 ± 4
$\nu_{e,5}$	14,90	759 ± 4	13,85	706 ± 4

Tabelle 3: Lokalisierung der Maxima mit den zugehörigen Stromstärken pro Signalfrequenz

Zur Berechnung des gyromagnetischen Verhältnisses wird die Stärken der jeweiligen Magnetfelder benötigt. Diese lassen sich mit Hilfe von Formel (5) berechnen. Die dabei verwendeten Konstanten [1] [2] lauten

$$\begin{aligned}
 n &= 156 \\
 r &= 0,1 \text{ m} \\
 \mu_0 &= 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}.
 \end{aligned}$$

Der Fehler wird mit

$$\Delta B = \frac{8}{\sqrt{125}} \mu_0 \frac{n}{r} \Delta I \quad (6)$$

berechnet.

Die parallel und antiparallel zum Erdmagnetfeld ausgerichteten Magnetfeldstärken sind mit ihrer zugehörigen Signalfrequenz in Tabelle 4 dargestellt.

$\nu_{e,i}$	B_a [μT]	B_p [μT]	\bar{B} [μT]
$\nu_{e,1}$	360 ± 20	260 ± 10	310 ± 30
$\nu_{e,2}$	567 ± 2	482 ± 2	520 ± 30
$\nu_{e,3}$	784 ± 8	691 ± 7	740 ± 30
$\nu_{e,4}$	868 ± 6	793 ± 6	830 ± 30
$\nu_{e,5}$	1065 ± 6	990 ± 5	1030 ± 30

Tabelle 4: Zu den Signalfrequenzen zugehörigen berechneten Magnetfelder

Aus Formel (4) kann der folgende Zusammenhang entnommen werden

$$B = \frac{h\nu_e}{g\mu_B}. \quad (7)$$

Um das gyromagnetische Verhältnis zu bestimmen, wird diese Formel in eine Gleichung der Form

$$f(x) = ax + b$$

umgeformt. Daraus folgt die Funktion

$$B(\nu_e) = \frac{h}{g\mu_B} \cdot \nu_e + b.$$

Aus der Steigung kann dann das gyromagnetische Verhältnis berechnet werden. Die Messwerte und die Ausgleichsfunktion sind in Abbildung 3 dargestellt.

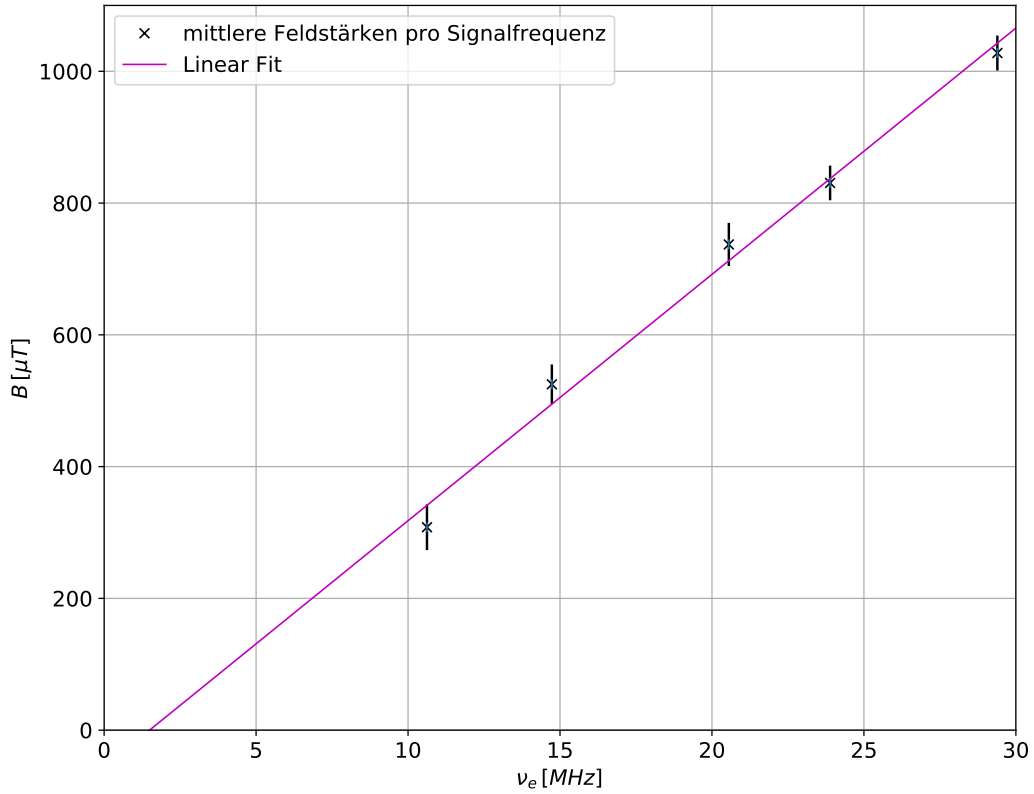


Abbildung 3: Ausgleichsfunktion zur Bestimmung des gyromagnetischen Verhältnisses

Die Parameter der Ausgleichsfunktion lauten

$$a = \frac{h}{g\mu_B} = (37 \pm 2) \frac{\mu T}{MHz}$$

$$b = (-60 \pm 40) \mu T.$$

Das gyromagnetische Verhältnis berechnet sich dann durch

$$g = \frac{h}{a\mu_B}. \quad (8)$$

Der Fehler berechnet sich mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung, also mit

$$\Delta g = -\frac{h}{a^2\mu_B} \Delta a.$$

Das gyromagnetische Verhältnis des freien Elektrons lautet demnach

$$g = 1,9 \pm 0,1.$$

5.3 Bestimmung des Erdmagnetfelds am Messort

Zur Bestimmung des Erdmagnetfeldes werden die berechneten Magnetfeldstärken aus Tabelle 4 erneut benötigt. Unter der Annahme, dass das Erdmagnetfeld eine gegensätzliche Verschiebung der Resonanzkurven für ein paralleles und antiparalleles Feld bewirkt, kann auf die Folgende Gleichung geschlossen werden

$$B_{\text{Erd}} = \frac{B_a - B_p}{2}. \quad (9)$$

Dadurch ergeben sich die in Tabelle 5 dargestellten Erdmagnetfeldstärken. Der Fehler berechnet sich durch

$$\Delta B_{\text{Erd}} = \sqrt{\Delta B_a^2 + \Delta B_p^2}.$$

$\nu_{e,i}$	$B_{\text{Erd}} [\mu\text{T}]$
$\nu_{e,1}$	100 ± 20
$\nu_{e,2}$	85 ± 3
$\nu_{e,3}$	90 ± 10
$\nu_{e,4}$	74 ± 8
$\nu_{e,5}$	75 ± 8

Tabelle 5: Pro Signalspannung und Resonanzkurve berechnete Erdmagnetfeldstärken

Die mittlere Erdmagnetfeldstärke mit dem Fehler auf dem Mittelwert betragen dann

$$B_{\text{Erd}} = (43 \pm 5) \mu\text{T}$$

6 Diskussion

Um die Messung qualitativ bewerten zu können wird zunächst eine Übersicht über die Messwerte, Theoriewerte und deren Abweichungen erstellt.

	$B_{\text{Erd}} [\mu\text{T}]$	g
Messwert	43 ± 5	$1,9 \pm 0,1$
Theoriewert	$44 [3]$	$2,002 [4]$
Sigmaumgebung	1.	2.

Tabelle 6: Vergleich der im Versuch gemessenen Werte mit Theoriewerten

Beide gemessenen Werte sind als sehr gut zu bewerten. Trotzdem gibt es einige Fehlerquellen die berücksichtigt werden müssen. Eine Fehlerquelle kann die Ausrichtung der Helmholtzspule zum Erdmagnetfeld darstellen. Das Abgleichen der Brücke stellt auch eine Fehlerquelle dar, da kein absoluter Nullpunkt erreicht werden konnte, und der Regler für den Widerstand nicht mehr fein drehbar war. Des Weiteren konnte die Signalfrequenz nur manuell eingestellt werden, wodurch

Fehler passieren können. Bei der Suche nach dem Hauptmaximum der Resonanzfrequenz kann es zudem passieren, dass ein Nebenmaximum und nicht das Hauptmaximum gefunden wurde. Zudem reagierte der X-Y-Schreiber sehr empfindlich auf äußere Einflüsse. Diese Fehlerquellen sind jedoch wahrscheinlich eher gering, da die Messung trotzdem gute Ergebnisse geliefert hat.

Literatur

- (1) T. Dortmund, *Versuch Nr.28: Elektronenspin-Resonanz*, <http://129.217.224.2/HOME PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/ESR.pdf> (besucht am 2017-12-12).
- (2) Universal-Lexikon, *magnetische Feldkonstante*, 2012, http://universal_lexikon.de/academic.com/269136/magnetische_Feldkonstante (besucht am 2017-12-14).
- (3) C.-Z. Prof. Dr. Friedrich H. Balck, *Erdmagnetfeld*, 2017, <http://www.biosensor-physik.de/biosensor/erdmagnetfeld.htm> (besucht am 2017-12-14).
- (4) R. Narve, *Magnetisches Moment des Elektronenspins*, <http://hydrogen.physik.uni-wuppertal.de/hyperphysics/hyperphysics/hbase/spin.html> (besucht am 2017-12-14).