

V64

## **Interferometrie**

Nicole Schulte	Hendrik Bökenkamp
<a href="mailto:nicole.schulte@udo.edu">nicole.schulte@udo.edu</a>	<a href="mailto:hendrik.boekenkamp@udo.edu">hendrik.boekenkamp@udo.edu</a>

Durchführung: 08.11.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ziel</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Sagnac-Interferometer . . . . .	3
2.2	Der Interferenzkontrast und Lichtintensität . . . . .	4
2.3	Brechungsindizes . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>6</b>
3.1	Justierung der Apparatur . . . . .	6
3.2	Messung der Intensität in Abhängigkeit des Polarisationswinkels . . . . .	6
3.3	Messung des Brechungsindex von Glas . . . . .	6
3.4	Messung des Brechungsindex von Luft . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>6</b>
4.1	Kontrastmessung . . . . .	6
4.2	Berechnung des Brechungsindex von Glas . . . . .	8
4.3	Berechnung des Brechungsindex von Luft . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>10</b>
5.1	Kontrastmessung . . . . .	11
5.2	Messung der Brechungsindizes . . . . .	11
	<b>Literatur</b>	<b>11</b>

# 1 Ziel

Es soll der Interferenzkontrast eines Sagnac-Interferometers ermittelt werden. Außerdem soll mit Hilfe des Sagnac-Interferometers der Brechungsindex von Glas bzw. Luft ermittelt werden.

## 2 Theorie

### 2.1 Sagnac-Interferometer

In Abbildung 1 wird der Versuchsaufbau des Sagnac-Interferometers dargestellt.

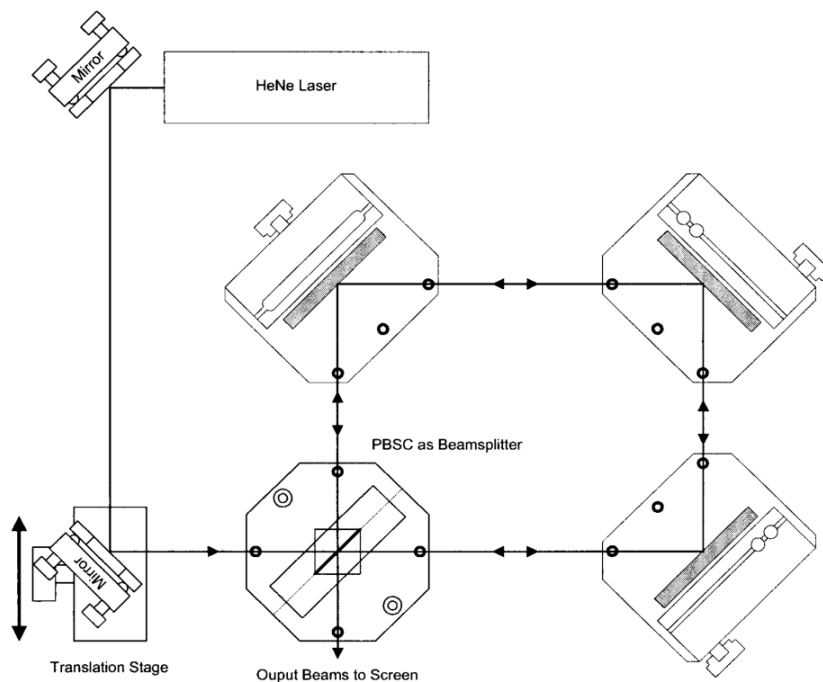


Abbildung 1: Versuchsaufbau des Sagnac-Interferometers.

[1]

Es wird ein HeNe-Laser verwendet, welcher an zwei Spiegeln reflektiert wird und über ein PBSC (Polarizing Beam-Splitter Cube) in zwei Teilstrahlen aufgeteilt wird. Die Laserstrahlen werden in entgegengesetzter Richtung an drei Spiegeln im Rechteck reflektiert und treffen wieder auf den PBSC. Beide Strahlen legen einen näherungsweise gleichen Weg zurück. Dort laufen die Teilstrahlen wieder zusammen, welche miteinander interferieren sollen.

Da die zusammenlaufenden Laserstrahlen genau senkrecht aufeinander linear polarisiert sind, können keine Interferenzen stattfinden. Daher muss der Strahl erneut in seine Komponenten aufgeteilt werden, um diesen auszuwerten. Hierzu wird, wie in Abbildung 2 dargestellt, ein PBSC verwendet, der um einen  $45^\circ$  Winkel gekippt ist. Die beiden Teilstrahlen treffen auf jeweils eine Diode. Die Intensitäten werden als Spannungen auf einem Oszilloskop dargestellt und interpretiert.



**Abbildung 2:** Nutzung des PBS als Polarisationsstreuer.  
[1]

## 2.2 Der Interferenzkontrast und Lichtintensität

Der Interferenzkontrast ist abhängig von der Lichtintensität je nach Polarisationsrichtung. Der Kontrast ist definiert als

$$K := \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}. \quad (1)$$

Bei Unkenntlichkeit beträgt dieser Null ( $I_{max} = I_{min}$ ) und im Idealfall gilt  $K = 1$ . Für die Anteile des Strahls gilt

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 \cos(\phi) \cos(\omega t) \\ E_2 &= E_0 \sin(\phi) \cos(\omega t + \delta), \end{aligned}$$

wobei  $\delta$  die relative Phasenverschiebung der Teilwellen zueinander beschreibt. Für die Intensität der überlagerten Strahlen gilt

$$I \propto \langle |E_1 + E_2|^2 \rangle.$$

Durch Einsetzen und durch ausnutzen der Relationen

$$\langle \cos^2(\alpha x + y) \rangle = \frac{1}{2}$$

$\delta = 2\pi n, n \in \mathbb{N}_0$ , für konstruktive Interferenz und

$\delta = (2n + 2)\pi, n \in \mathbb{N}_0$ , für destruktive Interferenz

folgt nach Umformung für konstruktive bzw. destruktive Interferenz

$$I_{max/min} \propto \frac{1}{2} E_0^2 (1 \pm 2 \cos(\phi) \sin(\phi))$$

bzw.

$$I_{max/min} \propto I_0(1 \pm 2 \cos(\phi) \sin(\phi)). \quad (2)$$

Es ergibt sich, dass

$$K \propto |\cos(\phi) \sin(\phi)|.$$

## 2.3 Brechungsindizes

Allgemein ist der Brechungsindex definiert als

$$n = \frac{c}{v},$$

wobei  $c$  die Vakuumlichtgeschwindigkeit und  $v$  die Phasengeschwindigkeit des Lichts im Medium ist. Bei gutem Kontrast kann die Anzahl der Maxima durch die Phasenverschiebung eines der Strahlen abgezählt werden. Die Phasenverschiebung kann durch eine Gaszelle, in der der Druck kontinuierlich verändert werden kann, oder durch einen rotierbaren transparenten Festkörper erzeugt werden. Allgemein gilt für die Anzahl der Maxima

$$M = \frac{\delta}{2\pi},$$

wobei  $\delta$  die Phasenverschiebung eines gestörten Strahls gegenüber eines ungestörten Lichtstrahls angibt. Der Brechungsindex  $n$  von Luft in einer Gaszelle lässt sich mittels der Formel

$$M = \frac{n-1}{\lambda_{\text{vac}}}(2L) \quad (3)$$

berechnen, wobei  $M$  die Anzahl der Maxima,  $\lambda$  die Wellenlänge und  $L$  die Länge der Gaszelle ist.

Für den Brechungsindex eines Festkörpers wird eine Halterung für zwei Glasplatten, die in einem Winkel von  $\alpha = 2 \cdot \theta_0 = 20^\circ$  zueinander stehen, verwendet. Allgemein ist Eine Funktion für die Anzahl der Maxima durch eine Glasplatte gegeben durch

$$M = \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{n-1}{2n} \cdot \theta^2. \quad (4)$$

Dabei ist  $T$  die Dicke der Glasplatte,  $\lambda$  die Wellenlänge des Lichts,  $n$  der Brechungsindex des Materials und  $\theta$  der Rotationswinkel. Da in diesem Versuch aber zwei Glasscheiben, die in einem relativen Winkel zueinander stehen, verwendet werden, muss die Formel (4) über die beiden Winkel  $\theta = \theta_0$  und  $\theta = -\theta_0$  Taylor-entwickelt werden. Es ergeben sich

$$\begin{aligned} (\mathcal{T}M)^{(1)}(\theta; \theta_0) &= \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{n-1}{2n} (\theta^2 + 2\theta_0(\theta - \theta_0)), \\ (\mathcal{T}M)^{(1)}(\theta; -\theta_0) &= \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{n-1}{2n} (\theta^2 - 2\theta_0(\theta + \theta_0)). \end{aligned}$$

Die Differenz der beiden Entwicklungen liefert

$$M_{\mathcal{T}}(\theta) := (\mathcal{T}M)^{(1)}(\theta; \theta_0) - (\mathcal{T}M)^{(1)}(\theta; -\theta_0) = \frac{T}{\lambda} \cdot \frac{n-1}{2n} \cdot (4\theta_0\theta)$$

Umgestellt nach dem Brechungsindex ergibt sich die Formel, mit der sich der Brechungsindex des transparenten Festkörpers berechnen lässt:

$$n = \frac{-2\theta_0\theta T}{M\lambda - 2T\theta\theta_0}. \quad (5)$$

Hierbei ist  $M = M_{\mathcal{T}}(\theta)$ .

## **3 Durchführung**

### **3.1 Justierung der Apparatur**

Zunächst muss der Strahlengang des Lasers mit Hilfe von sogenannten "Paddles" justiert werden, sodass beide am ersten PBSC gestreuten Strahlen möglichst den gleichen Weg durchlaufen.

### **3.2 Messung der Intensität in Abhängigkeit des Polarisationswinkels**

Es muss der Kontrast für eine bessere Qualität der Messung ermittelt werden. Dazu werden zunächst durch Verschieben des zweiten Spiegels die Teilstrahlen räumlich voneinander getrennt. Somit laufen die Teilstrahlen parallel aneinander vorbei. Um einen Gangunterschied zwischen den Strahlen zu erzeugen, werden zwei transparente Glasplättchen, die im Winkel von  $20^\circ$  zueinander angeordnet sind, eingebaut, welche jeweils von einem der Teilstrahlen durchlaufen werden. Vor dem ersten PBSC wird ein rotierbarer Polarisationsfilter eingebaut, mit dem der Polarisationswinkel geändert werden kann. Zwei Photodioden messen die Intensität des Lichts in Form von Spannungen. Es wird die maximale und minimale Differenz der Spannungen aufgenommen. Damit ergibt sich für die größte und kleinste Spannungsdifferenz der beiden Teilstrahlen die höchste bzw. niedrigste Intensität.

### **3.3 Messung des Brechungsindex von Glas**

Es wird der im Abschnitt 2.1 beschriebene Aufbau verwendet. Die im vorherigen Abschnitt erwähnten Glasplättchen werden für diese Messreihe in den Interferometer eingebaut. Außerdem befinden sich die Plättchen auf einer rotierbaren Vorrichtung. Durch Rotation der Glasplättchen, verändert sich die Interferenz, die auf dem Oszilloskop beobachtbar sind. Die Interferenzmaxima werden gezählt und in Abhängigkeit des Rotationswinkels der Vorrichtung dokumentiert. Dabei kann jeder aufsteigende Nulldurchgang auf dem Oszilloskop als Interferenzmaximum interpretiert werden.

### **3.4 Messung des Brechungsindex von Luft**

Für diese Messreihe wird eine Gaskammer in den Strahlengang eines Strahls eingebaut. Durch eine Vakuumpumpe wird in der Kammer möglichst ein Vakuum erzeugt. Während mit Hilfe eines Ventils nach und nach Luft in die Kammer gelassen wird, werden mittels Oszilloskop die entstehenden Interferenzmaxima gezählt.

## **4 Auswertung**

### **4.1 Kontrastmessung**

Zunächst muss für eine bessere Qualität der späteren Messung der Kontrast ermittelt werden. Mit Hilfe von Formel (1) wird dieser berechnet. Die gemessenen Spannungen mit den zugehörigen Winkeln werden in Tabelle 1 dargestellt.

$\phi$ [°]	$U_{\min}$ [V]	$U_{\max}$ [V]	$K$
195	1,28	2,70	0,36
180	1,52	1,82	0,09
165	0,76	2,01	0,45
150	0,24	1,70	0,75
135	0,06	1,30	0,91
120	0,10	0,95	0,81
105	0,26	0,82	0,52
90	0,67	0,81	0,09
75	0,47	1,57	0,54
60	0,15	2,66	0,89
45	0,14	3,41	0,92
30	0,54	3,13	0,71
15	1,21	2,75	0,39
0	1,64	1,90	0,07
-15	0,70	2,00	0,48

**Tabelle 1:** Berechneter Kontrast in Abhängigkeit der Polarisationsrichtung

Nach Auftragen der Messwerte kann auf einen Zusammenhang geschlossen werden, der der Betragsfunktion des Sinus ähnelt. Die Ausgleichsfunktion lautet somit

$$f(\phi) = a \cdot |\sin(b \cdot \phi + c)| + d \quad (6)$$

Die Messwerte und die Ausgleichsfunktion sind in Abbildung 3 dargestellt. Für die Parameter ergeben sich die folgenden Werte

$$\begin{aligned}
a &= 0,88 \pm 0,05 \\
b &= (2,00 \pm 0,02) \frac{1}{\text{rad}} \\
&\hat{=} (114,82 \pm 1,03) \frac{1}{^\circ} \\
c &= -0,06 \pm 0,04 \\
d &= 0,03 \pm 0,03
\end{aligned}$$

Der Parameter  $a$  beschreibt die Amplitude,  $b$  eine Frequenz,  $c$  die Phasenverschiebung und  $d$  den Kontrastoffset. Zur Berechnung des optimalen Polarisationswinkel wird das Maximum der Ausgleichsfunktion ermittelt.

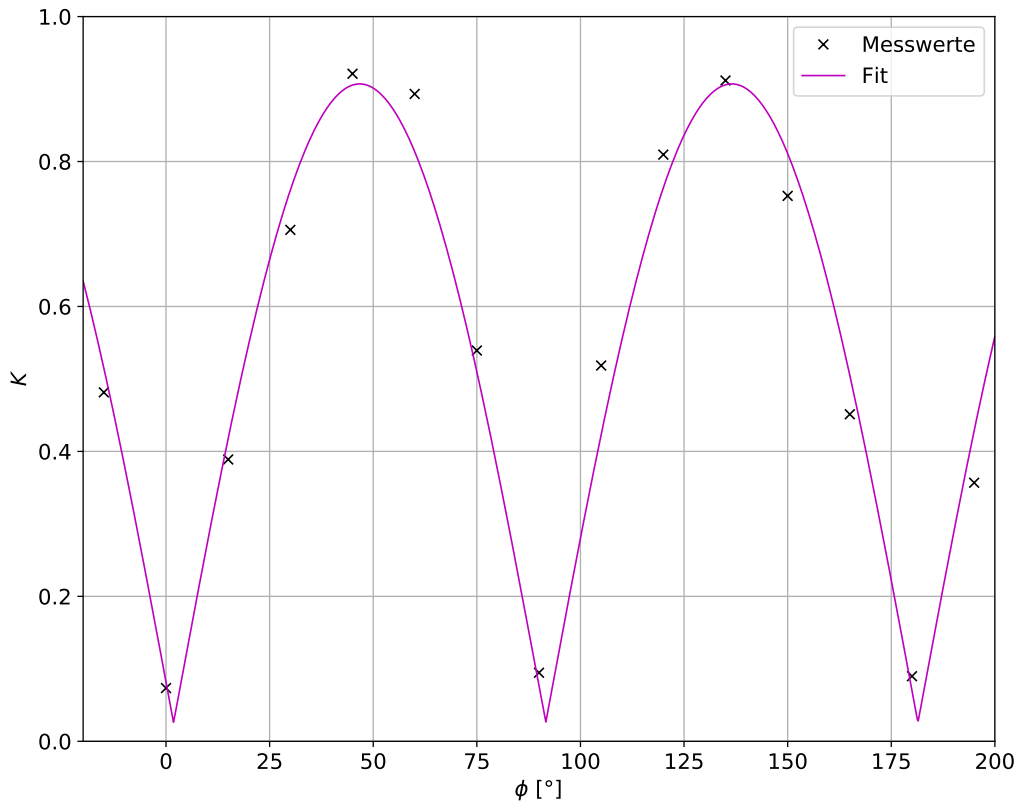
$$\phi = \frac{1}{b} \left( \frac{\pi}{2} - c \right) \quad (7)$$

Dadurch ergibt sich ein Winkel von

$$\begin{aligned}
\phi &= 0,82 \text{ rad} \\
&\hat{=} 46,72^\circ
\end{aligned}$$

Der Fehler berechnet sich mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta\phi = \sqrt{\left(-\frac{1}{b^2} \left(\frac{\pi}{2} - c\right)\right)^2 \Delta b^2 + \left(-\frac{1}{b}\right)^2 \Delta c^2} \quad (8)$$



**Abbildung 3:** Kontrast in Abhängigkeit der Polarisationsrichtung mit Ausgleichsrechnung

## 4.2 Berechnung des Brechungsindex von Glas

Die gemessenen Maxima mit den zugehörigen Winkeländerungen sind in Tabelle 2 dargestellt. Der Brechungsindex berechnet sich mit Hilfe der Formel 5. Die zugehörigen Brechungsindizes sind neben den Wertepaaren aufgelistet.



Messung 1			Messung 2			Messung3		
$\phi$ [rad]	$M$	$n$	$\phi$ [rad]	$M$	$n$	$\phi$ [rad]	$M$	$n$
2	6	1,451	2	6	1,451	2	5	1,350
2	7	1,569	2	7	1,569	2	6	1,451
2	8	1,708	2	7	1,569	2	8	1,708
2	7	1,569	2	6	1,451	2	7	1,569
2	6	1,451	2	7	1,569	2	6	1,451

**Tabelle 2:** Gemessene Anzahl der Maxima pro Winkeländerung

Es ergibt sich ein Mittelwert mit der zugehörigen Standardabweichung von

$$\bar{n} = 1,526 \pm 0,097.$$

Die Herstellerangabe [1] für den Brechungsindex lautet

$$n_H = 1,5.$$

Das entspricht einer prozentualen Abweichung von 0,017 %.

### 4.3 Berechnung des Brechungsindex von Luft

Für die Messungen des Brechungsindex von Luft ergeben sich folgende Werte

$$\text{Messung 1} = 42\text{Counts}$$

$$\text{Messung 2} = 42\text{Counts}$$

$$\text{Messung 3} = 42\text{Counts}.$$

Es muss beachtet werden, dass kein vollständiges Vakuum erreicht werden konnte und das der Wert des erreichten Normaldrucks nicht dem üblichen Wert von  $p_a = 1013 \text{ mbar}$  [2] entspricht. Die erreichten Druckwerte sind in diesem Versuch die Folgenden.

$$p_{\min} = 1002 \text{ mbar}$$

$$p_0 = 5 \text{ mbar}$$

Zur Berechnung des Brechungsindex von Luft wird Formel 3 verwendet. Die Länge der Messzelle  $L$  und die Wellenlänge des Lasers haben dabei die folgenden Werte.

$$L = (100,0 \pm 0,1) \text{ mm}$$

$$\lambda = 632,990 \text{ nm}$$

Dadurch ergeben sich für die einzelnen Messung die folgenden Brechungsindizes.

$$n_1 = 1,000\,133$$

$$n_2 = 1,000\,133$$

$$n_3 = 1,000\,133$$

Wird lediglich der Fehler der Messzelle berücksichtigt, so ergibt sich mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung ein Wert von

$$n = 1,0001 \pm (1,3 \cdot 10^{-7}) .$$

Dies ist jedoch ein Fehler der nicht der Messung entspricht. Beim Vakuumieren der Gaszelle ist auf dem Oszilloskop eine Sinusschwingung zu erkennen. Diese Schwingungen entsprechen dabei den durchlaufenden Interferenzmaxima. Nachdem die Zelle vollständig vakuumiert wird, ist trotzdem noch eine getreckte Sinusschwingung zu erkennen. Das Messgerät misst einen Count, wenn die Sinusschwingung die Nulllinie übertritt und fast ihr Maximum erreicht. Das bedeutet, dass es eine Auswirkung auf die Anzahl der Counts hat, wo die Messung begonnen wird. Das ist eine Fehlerquelle die mit einberechnet werden muss. Da die Counts nur diskrete Werte annehmen können, wird dem Messwert der Counts auch ein diskreter Fehler zugeordnet

$$M = 41 \pm 1 .$$

Der Fehler berechnet sich dann mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta n = \sqrt{\left(-\frac{ML}{2L}\right)^2 \cdot \Delta L^2 + \left(\frac{\lambda}{2L}\right)^2 \cdot \Delta M^2} .$$

Dadurch ergibt sich für den Brechungsindex von Luft ein Wert von

$$n = 1,000\,132\,9 \pm 0,000\,003\,2 .$$

Der Theoriewert für den Brechungsindex von Luft lautet

$$n = 1,000\,272 .$$

Das entspricht einer Abweichung von 0,014 %.

## 5 Diskussion

Im folgenden werden die Messergebnisse qualitativ bewertet und es wird auf mögliche Fehlerquellen verwiesen.

## 5.1 Kontrastmessung

Die Kontrastmessung kann nur schlecht bewertet werden, da keine Vergleichswerte herangezogen werden können. Die Messung diente dazu, die späteren Messungen qualitativ zu verbessern. Zur Messung des Kontrasts wird die größte und kleinste Spannungsdifferenz der Photodioden gesucht. Da dieses Verfahren manuell, also nicht automatisiert, durchgeführt wird, ist es möglich, dass nicht immer die Absolutwerte gefunden wurden. Des Weiteren können Justagefehler nicht ausgeschlossen werden. In dem kompletten Experiment sind zudem Wechselwirkungen mit fremden Lichtquellen möglich.

## 5.2 Messung der Brechungsindizes

Zur Übersichtlichkeit werden die berechneten Werte den Theoriewerten in einer Tabelle 3 gegenübergestellt.

	Glasmessung	Luftmessung
Gemessene Indizes	$1,526 \pm 0,097$	$1.0001329 \pm 0.0000032$
Theoriewert	1,5	1,000 272
Abweichung	0,017 %	0,014 %

**Tabelle 3:** Vergleich der Theoriewerte mit den aus dem Experiment ermittelten Werten

Bei der Messung des Brechungsindex von Glas ist eine hohe Übereinstimmung mit dem Theoriewert zu erkennen. Dieser Wert entspricht jedoch dem Mittelwert der einzeln berechneten Brechungsindizes. Bei den einzelnen Werten sind einige Werte, die von dem Theoriewert abweichen. Das kann zu einem daran liegen, dass die Glasplatte schon zu Beginn ungerade in den Aufbau eingebracht wurden. Des Weiteren sind Störungen durch äußere Einflüsse möglich. Zudem wird die Winkeländerung erneut manuell eingestellt, wodurch es zu Ungenauigkeiten kommen kann. Die Anzahl der Interferenzmaxima wird zudem wie bei der Luftmessung mit einem Oszilloskop gemessen. Ist bei der Justage ein Fehler aufgetreten, so ist es möglich, dass die Differenzspannung ungenau ist. Das ist hier wahrscheinlich jedoch weniger der Fall, da selbst einzelne, abweichende Brechungsindizes noch in der Nähe des Theoriewerts sind.

Die Luftmessung hängt, wie schon in der Auswertung beschrieben, von der Lage der Sinusfunktion beim Einlassen der Luft in die Gaszelle ab. Des Weiteren ist eine statistische Bewertung der Messwerte erst nach mehrfachen Messreihen möglich. Der ermittelte Wert weicht zwar nur um wenige Prozent von dem Theoriewert ab, jedoch ist der Fehler so gering, dass der experimentell ermittelte Wert weit außerhalb der annehmbaren Sigmaumgebung liegt. In die Berechnung des Fehlers könnten aber auch die Fehler der einzelnen Apparaturen und Bauteile einberechnet werden, sodass dieser größer werden würde.

## Literatur

- (1) T. Dortmund, *Versuch Nr.64: Moderne Interferometrie*, <http://129.217.224.2/HOME/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/Interferometrie.pdf> (besucht am 2017-11-14).
- (2) S. A. Verlag, *Normaldruck*, <http://www.spektrum.de/lexikon/physik/normaldruck/10415> (besucht am 2017-11-17).

- (3) S. A. Verlag, *Brechzahl*, <http://www.spektrum.de/lexikon/physik/brechzahl/1958> (besucht am 2017-11-17).