

V47

# **Temperaturabhängigkeit der Molwärme von Festkörpern**

Nicole Schulte  
nicole.schulte@udo.edu

Hendrik Bökenkamp  
hendrik.boekenkamp@udo.edu

Durchführung: 29.11.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Das klassische Modell . . . . .	3
2.2	Das Einstein-Modell . . . . .	3
2.3	Das Debye-Modell . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>6</b>
4.1	Molwärme bei konstantem Druck . . . . .	6
4.2	Molwärme bei konstantem Volumen . . . . .	7
4.3	Debye-Temperatur . . . . .	9
4.3.1	Empirisch . . . . .	9
4.3.2	Theoretisch . . . . .	11
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>11</b>
	<b>Literatur</b>	<b>12</b>

## 1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist es, die Temperaturabhängigkeit der Molwärme von Kupfer zu messen und die Debye-Temperatur zu bestimmen.

## 2 Theorie

Die Molwärme beschreibt die Wärmemenge, die benötigt wird um ein Mol eines Stoffes um einen Kelvin zu erwärmen. Für die Beschreibung der Temperaturabhängigkeit der Molwärme für kristalline Festkörper werden drei Modelle herangezogen.

### 2.1 Das klassische Modell

Das Äquipartitionsprinzip aus der klassischen Mechanik besagt, dass sich die Wärmeenergie, die einem Körper zugeführt wird, gleichmäßig auf alle Bewegungsfreiheitsgrade der Atome verteilt. Für die mittlere kinetische Energie gilt dann

$$\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{f}{2} kT. \quad (1)$$

Die verwendeten Parameter beschreiben dabei die Boltzmannsche Konstante  $k$ , die Anzahl der Freiheitsgrade  $f$  und die Temperatur  $T$ . Bei harmonisch schwingenden Atomen gilt, dass die mittlere potentielle Energie der mittleren kinetischen Energie entspricht. Ein Atom kann sich in einem Atom in drei senkrecht aufeinander stehende Bewegungsrichtungen bewegen. Es besitzt somit drei Freiheitsgrade. Dadurch folgt für die mittlere Energie

$$\begin{aligned} \langle E \rangle &= 2 \cdot \frac{3}{2} kT \\ &= 3kT. \end{aligned}$$

Nach der Umrechnung für ein Mol in einem Kristall gilt dann für die Energie

$$E = 3RT. \quad (2)$$

Für die spezifische Molwärme bei konstantem Volumen gilt dann

$$\left( \frac{\partial E}{\partial T} \right)_V = 3R. \quad (3)$$

Dem klassischen Modell nach gibt es bei der Molwärme somit keine materialabhängigen Eigenschaften. Auch die Temperatur wird vernachlässigt. Es zeigt sich jedoch, dass der Wert  $3R$  nur asymptotisch bei ausreichend hohen Temperaturen erreicht werden kann.

### 2.2 Das Einstein-Modell

Das klassische Modell vernachlässigt, dass die Atome auf den Gitterplätzen mit verschiedenen Kreisfrequenzen oszillieren. Das Einstein-Modell nähert, dass alle Atome mit der gleichen Kreisfrequenz  $\omega$  schwingen. Die Atome können nur diskrete Energien mit den Werten  $n\hbar\omega$  aufnehmen und abgeben. Zur Berechnung der mittleren Energie pro Oszillator wird die

Boltzmann-Verteilung der Energieniveaus  $n$  benötigt. Dadurch ergibt sich für die mittlere Energie

$$\langle E \rangle = \frac{\hbar\omega}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1} \quad (4)$$

Erneut wird der Term nach der Temperatur abgeleitet, wodurch sich eine Molwärme von

$$C_V = \frac{3R\hbar^2\omega^2}{k^2T^2} \frac{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)}{\left(\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1\right)^2} \quad (5)$$

Bei hohen Temperaturen nähert sich die Einstein-Funktion dem Wert  $3R$ . Zwar beschreibt das Einstein-Modell eine Abnahme der Molwärme bei niedrigeren Temperaturen, jedoch gibt es durch die grobe Näherung der Kreisfrequenz eine Abweichung zu den experimentell ermittelten Werten im Tieftemperaturbereich.

## 2.3 Das Debye-Modell

Das Debye-Modell geht nicht wie das Einstein-Modell von einer einheitlichen Kreisfrequenz  $\omega$  aus, sondern ordnet den oszillatorischen Bewegungen der Atome auf den Gitterplätzen eine spektrale Frequenzverteilung  $Z(\omega)$  zu. Da die Funktion  $Z(\omega)$  auf Grund des stark elastischen Verhaltens von Kristallen sehr kompliziert werden kann, wird genähert, dass die Frequenz und die Ausbreitungsrichtung einer Welle im Kristall keinen Einfluss auf ihre Phasengeschwindigkeit hat. Dadurch ergibt sich für die Funktion  $Z(\omega)$  unter der Voraussetzung, dass Longitudinal- und Transversalwellen verschiedene Phasengeschwindigkeiten haben:

$$Z(\omega)d\omega = \frac{L^3\omega^2}{2\pi} \left( \frac{1}{v_l^3} + \frac{2}{v_{tr}^3} \right) d\omega$$

Die Debye-Frequenz  $\omega_D$ , also die obere Grenzfrequenz, existiert, da ein Kristall mit endlichen Dimensionen, endlich viele Eigenschwingungen besitzt. Die Debye-Frequenz berechnet sich durch

$$\int_0^{\omega_D} Z(\omega)d\omega = 3N_L.$$

Die Grenzfrequenz berechnet sich somit mit der Formel

$$\omega_D^3 = \frac{18\pi^2 N_L}{L^3 \left( \frac{1}{v_l^3} + \frac{2}{v_{tr}^3} \right)}. \quad (6)$$

Die Molwärme im Debye-Modell berechnet sich dann durch

$$C_V = \frac{9RT^3}{\theta_D^3} \int_0^{\frac{\theta_D}{T}} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx. \quad (7)$$

Die Abkürzungen stehen dabei für

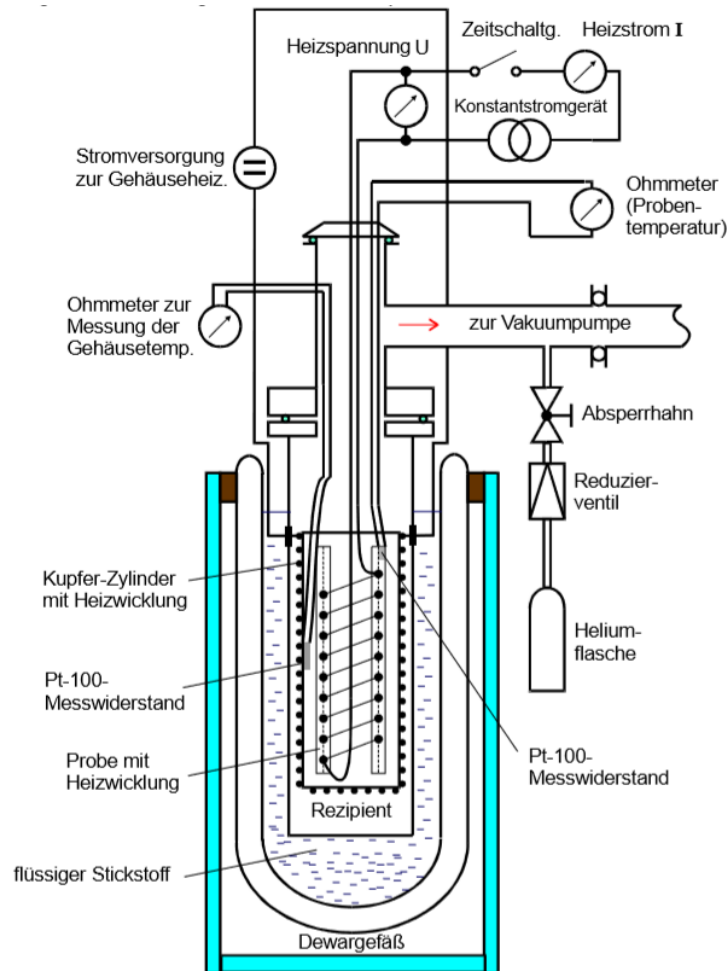
$$x = \frac{\hbar\omega}{kT}$$

$$\frac{\theta_D}{T} = \frac{\hbar\omega_D}{kT}.$$

Die Debye-Temperatur  $\theta_D$  ist eine materialspezifische Eigenschaft und durch die Kristalleigenschaften gegeben. Auch die Debye-Funktion nähert sich bei hohen Temperaturen dem Wert  $3R$  an. Im Tieftemperaturbereich weist die Funktion jedoch eine  $T^3$ -Abhängigkeit auf, wohingegen die Einstein-Funktion einen exponentiellen Zusammenhang beinhaltet. Die Debye-Funktion ist dort eher zutreffend als die Einstein-Funktion. Eine bessere Lösung ist gegeben, wenn die Dispersionsrelation und der Beitrag der Leitungselektronen berücksichtigt wird.

### 3 Durchführung

In dem Experiment wird der in Abbildung 1 dargestellte Aufbau verwendet.



**Abbildung 1:** In dem Experiment verwendeter Aufbau [1]

Zu Beginn der Messung wird der Rezipient evakuiert und dann mit Helium gefüllt. Das Dewar-Gefäß, das den Rezipienten umgibt, wird dann mit flüssigem Stickstoff gefüllt, damit der Rezipient die Temperatur von dem Stickstoff, also ungefähr 80 K, annimmt. Es dauert ungefähr eine Stunde, bis die Probe ungefähr auf diese Temperatur abgekühlt ist. Danach wird der Rezipient erneut evakuiert, um Wärmeverlust durch Konvektion zu vermeiden. Die kalte

Probe im Rezipienten wird dann mit Hilfe einer Heizwicklung erwärmt, ihr wird also elektrische Energie zugeführt. Zur Messung der Temperatur wird ein Thermowiderstand verwendet. Energieverluste können in diesem Versuch nicht nur durch Konvektion, also den Wärmeverlust durch Teilchenströme, entstehen. Ein weiterer Energieverlust ist durch Wärmestrahlung gegeben. Wird die Probe erhitzt, so strahlt sie Wärme ab. Um diese Verluste zu minimieren, wird der Kupfer-Zylinder mit Heizwicklung auf die Temperatur der Probe geregelt. Dadurch strahlt auch die Heizwicklung Wärme ab, welche von der Probe wieder aufgenommen wird. Dadurch sollte bei optimaler Abstimmung der Wärmeverlust durch Wärmestrahlung verringert werden.

## 4 Auswertung

### 4.1 Molwärme bei konstantem Druck

Mit Hilfe der Formel

$$C_p = \frac{E \cdot M}{\Delta T \cdot m} \quad (8)$$

lässt sich die Molwärme unter konstantem Druck berechnen. Es ist  $E$  die zugeführte Energie,  $M$  die molare Masse,  $\Delta T$  die Temperaturänderung und  $m$  die Masse der Probe. Da die Größen  $E$  und  $\Delta T$  Messgrößen sind, die Messunsicherheiten besitzen, lässt sich der Fehler für die Molwärme bei konstantem Druck mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung durch

$$\Gamma_{C_p} = \sqrt{\left(\frac{M}{\Delta T \cdot m}\right)^2 \cdot (\Gamma_E)^2 + \left(\frac{E \cdot M}{(\Delta T)^2 \cdot m}\right)^2 \cdot (\Gamma_{\Delta T})^2} \quad (9)$$

berechnen.

Bei dem zu untersuchenden Material handelt es sich um Kupfer. Die entsprechenden Werte für die molare Masse  $M$  [2] und die Masse  $m$  der Kupferprobe [1] sind

$$M_{\text{Cu}} = 63,546 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$m_{\text{Cu}} = 342 \text{ g.}$$

Die Energie lässt sich durch

$$E = U \cdot I \cdot \Delta t \quad (10)$$

berechnen, wobei  $U$  die aufgenommene Spannung,  $I$  der gemessene Strom und  $\Delta t$  das Intervall ist. Da  $U$ ,  $I$  und  $\Delta t$  Messunsicherheiten beinhalten, lässt sich mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung der Fehler von  $E$  mit der Formel

$$\Gamma_E = \sqrt{(I \cdot \Delta t)^2 \cdot (\Gamma_U)^2 + (U \cdot \Delta t)^2 \cdot (\Gamma_I)^2 + (U \cdot I)^2 \cdot (\Gamma_{\Delta t})^2} \quad (11)$$

berechnen.

Aus der Formel

$$T = 0,00134R^2 + 2,296R - 243,02 \text{ °C} \quad (12)$$

folgt nach der pq-Formel für die Widerstände die Formel

$$R_+ = -\frac{2,296}{2 \cdot 0,00134} + \sqrt{\left(\frac{2,296}{2 \cdot 0,00134}\right)^2 + \frac{243,02 + T}{0,00134}}, \quad (13)$$

mit der sich die Widerstände des Pt-100-Widerstands zur entsprechenden Temperatur berechnen lassen. Der Tabelle 1 können die gemessenen Widerstände, Temperaturänderungen, Zeiten, Ströme, Spannungen, Energien und Molwärmen entnommen werden.

$R$ [ $\Omega$ ]	$\Delta T \pm \Gamma_{\Delta T}$ [ $^{\circ}$ ]	$t \pm \Gamma_t$ [s]	$I \pm \Gamma_I$ [mA]	$U \pm \Gamma_U$ [V]	$E \pm \Gamma_E$ [J]	$C_p \pm \Gamma_{C_p}$ [J/mol K]
21,1	—	—	0	0	—	—
25,7	$10,82 \pm 0,1$	$523 \pm 5$	$133,8 \pm 0,1$	$13,80 \pm 0,01$	$966 \pm 9$	$16,59 \pm 0,22$
29,9	$10,00 \pm 0,1$	$572 \pm 5$	$143,7 \pm 0,1$	$13,88 \pm 0,01$	$1141 \pm 10$	$21,20 \pm 0,28$
34,1	$10,00 \pm 0,1$	$610 \pm 5$	$145,8 \pm 0,1$	$13,88 \pm 0,01$	$1234 \pm 10$	$22,93 \pm 0,30$
38,3	$10,00 \pm 0,1$	$577 \pm 5$	$153,7 \pm 0,1$	$16,20 \pm 0,01$	$1437 \pm 13$	$26,70 \pm 0,40$
42,4	$10,00 \pm 0,1$	$378 \pm 5$	$178,0 \pm 0,1$	$18,75 \pm 0,01$	$1262 \pm 17$	$23,40 \pm 0,40$
46,6	$10,00 \pm 0,1$	$365 \pm 5$	$178,0 \pm 0,1$	$18,75 \pm 0,01$	$1218 \pm 17$	$22,60 \pm 0,40$
50,7	$10,00 \pm 0,1$	$327 \pm 5$	$180,3 \pm 0,1$	$19,03 \pm 0,01$	$1122 \pm 17$	$20,80 \pm 0,40$
54,8	$10,00 \pm 0,1$	$315 \pm 5$	$180,5 \pm 0,1$	$19,60 \pm 0,01$	$1114 \pm 18$	$20,70 \pm 0,40$
58,9	$10,00 \pm 0,1$	$375 \pm 5$	$180,7 \pm 0,1$	$19,08 \pm 0,01$	$1293 \pm 17$	$24,00 \pm 0,40$
63,0	$10,00 \pm 0,1$	$376 \pm 5$	$180,8 \pm 0,1$	$19,10 \pm 0,01$	$1298 \pm 17$	$24,10 \pm 0,40$
67,0	$10,00 \pm 0,1$	$384 \pm 5$	$180,9 \pm 0,1$	$19,12 \pm 0,01$	$1328 \pm 17$	$24,70 \pm 0,40$
71,0	$10,00 \pm 0,1$	$406 \pm 5$	$181,0 \pm 0,1$	$19,13 \pm 0,01$	$1406 \pm 17$	$26,10 \pm 0,40$
75,1	$10,00 \pm 0,1$	$397 \pm 5$	$181,1 \pm 0,1$	$19,10 \pm 0,01$	$1373 \pm 17$	$25,50 \pm 0,40$
79,0	$10,00 \pm 0,1$	$361 \pm 5$	$181,2 \pm 0,1$	$19,14 \pm 0,01$	$1252 \pm 17$	$23,30 \pm 0,40$
83,0	$10,00 \pm 0,1$	$346 \pm 5$	$181,2 \pm 0,1$	$19,14 \pm 0,01$	$1200 \pm 17$	$22,30 \pm 0,40$
87,0	$10,00 \pm 0,1$	$299 \pm 5$	$181,2 \pm 0,1$	$19,14 \pm 0,01$	$1037 \pm 17$	$19,30 \pm 0,40$
90,9	$10,00 \pm 0,1$	$275 \pm 5$	$181,3 \pm 0,1$	$19,15 \pm 0,01$	$955 \pm 17$	$17,70 \pm 0,40$
94,9	$10,00 \pm 0,1$	$328 \pm 5$	$181,3 \pm 0,1$	$19,14 \pm 0,01$	$1138 \pm 17$	$21,10 \pm 0,40$
98,8	$10,00 \pm 0,1$	$383 \pm 5$	$181,4 \pm 0,1$	$19,14 \pm 0,01$	$1330 \pm 17$	$24,70 \pm 0,40$
102,7	$10,00 \pm 0,1$	$411 \pm 5$	$181,4 \pm 0,1$	$19,13 \pm 0,01$	$1426 \pm 17$	$26,50 \pm 0,40$
106,6	$10,00 \pm 0,1$	$358 \pm 5$	$181,4 \pm 0,1$	$19,13 \pm 0,01$	$1242 \pm 17$	$23,10 \pm 0,40$
110,4	$10,00 \pm 0,1$	$361 \pm 5$	$181,5 \pm 0,1$	$19,12 \pm 0,01$	$1253 \pm 17$	$23,30 \pm 0,40$

**Tabelle 1:** Überblick über die gemessenen und berechneten Daten.

## 4.2 Molwärme bei konstantem Volumen

Mit Hilfe der Formel

$$C_V = C_p - 9\alpha^2 \kappa V_0 T \quad (14)$$

lässt sich die Molwärme bei konstantem Volumen berechnen. Dabei ist  $\alpha$  der lineare Ausdehnungskoeffizient,  $\kappa = 140$  GPa der Kompressionsmodul [3],  $V_0 = 7,10 \frac{\text{cm}^3}{\text{mol}}$  das Molvolumen [2] und  $T$  die Temperatur. Der Fehler ist

$$\Gamma_{C_V} = \Gamma_{C_p}. \quad (15)$$

Der lineare Ausdehnungskoeffizient lässt sich der Tabelle in Abbildung 2 entnehmen.

<b>T [K]</b>	70	80	90	100	110	120	130	140
<b><math>\alpha</math> [<math>10^{-6}</math> grd<math>^{-1}</math>]</b>	7,00	8,50	9,75	10,70	11,50	12,10	12,65	13,15
<b>T [K]</b>	150	160	170	180	190	200	210	220
<b><math>\alpha</math> [<math>10^{-6}</math> grd<math>^{-1}</math>]</b>	13,60	13,90	14,25	14,50	14,75	14,95	15,20	15,40
<b>T [K]</b>	230	240	250	260	270	280	290	300
<b><math>\alpha</math> [<math>10^{-6}</math> grd<math>^{-1}</math>]</b>	15,60	15,75	15,90	16,10	16,25	16,35	16,50	16,65

**Abbildung 2:** Linearer Ausdehnungskoeffizient  $\alpha$  von Kupfer in Abhängigkeit von der Temperatur [1].

Zur Berechnung der theoretischen Molwärme wird Formel (7) verwendet. Dabei beträgt die Debye-Temperatur  $\theta_D = 345$  K [4]. Die allgemeine Gaskonstante beträgt  $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$  [5, S. 587]. In der folgenden Tabelle 2 können die empirischen und theoretischen Molwärmen entnommen werden.

$T$ [K]	$C_p \pm \Gamma_{C_p}$ [J/mol K]	$C_V \pm \Gamma_{C_V}$ [J/mol K]	$C_V^{\text{Theorie}}$ [J/mol K]
90	16,59 $\pm$ 0,22	16,51 $\pm$ 0,22	13,18
100	21,20 $\pm$ 0,28	21,10 $\pm$ 0,28	14,68
110	22,93 $\pm$ 0,30	22,80 $\pm$ 0,30	15,96
120	26,70 $\pm$ 0,40	26,54 $\pm$ 0,40	17,05
130	23,40 $\pm$ 0,40	23,21 $\pm$ 0,40	17,97
140	22,60 $\pm$ 0,40	22,38 $\pm$ 0,40	18,67
150	20,80 $\pm$ 0,40	20,55 $\pm$ 0,40	19,42
160	20,70 $\pm$ 0,40	20,42 $\pm$ 0,40	19,98
170	24,00 $\pm$ 0,40	23,69 $\pm$ 0,40	20,46
180	24,10 $\pm$ 0,40	23,76 $\pm$ 0,40	20,92
190	24,70 $\pm$ 0,40	24,33 $\pm$ 0,40	21,27
200	26,10 $\pm$ 0,40	25,70 $\pm$ 0,40	21,59
210	25,50 $\pm$ 0,40	25,07 $\pm$ 0,40	21,89
220	23,30 $\pm$ 0,40	22,83 $\pm$ 0,40	22,12
230	22,30 $\pm$ 0,40	21,80 $\pm$ 0,40	22,35
240	19,30 $\pm$ 0,40	18,77 $\pm$ 0,40	22,65
250	17,70 $\pm$ 0,40	17,13 $\pm$ 0,40	22,71
260	21,10 $\pm$ 0,40	20,50 $\pm$ 0,40	23,03
270	24,70 $\pm$ 0,40	24,06 $\pm$ 0,40	23,14
280	26,50 $\pm$ 0,40	25,83 $\pm$ 0,40	23,04
290	23,10 $\pm$ 0,40	22,39 $\pm$ 0,40	23,29
300	23,30 $\pm$ 0,40	22,56 $\pm$ 0,40	23,37

**Tabelle 2:** Empirische und theoretische Molwärmen im Vergleich

In Abbildung 3 werden die berechneten Werte der Molwärme bei konstantem Volumen gegen die Temperatur aufgetragen.



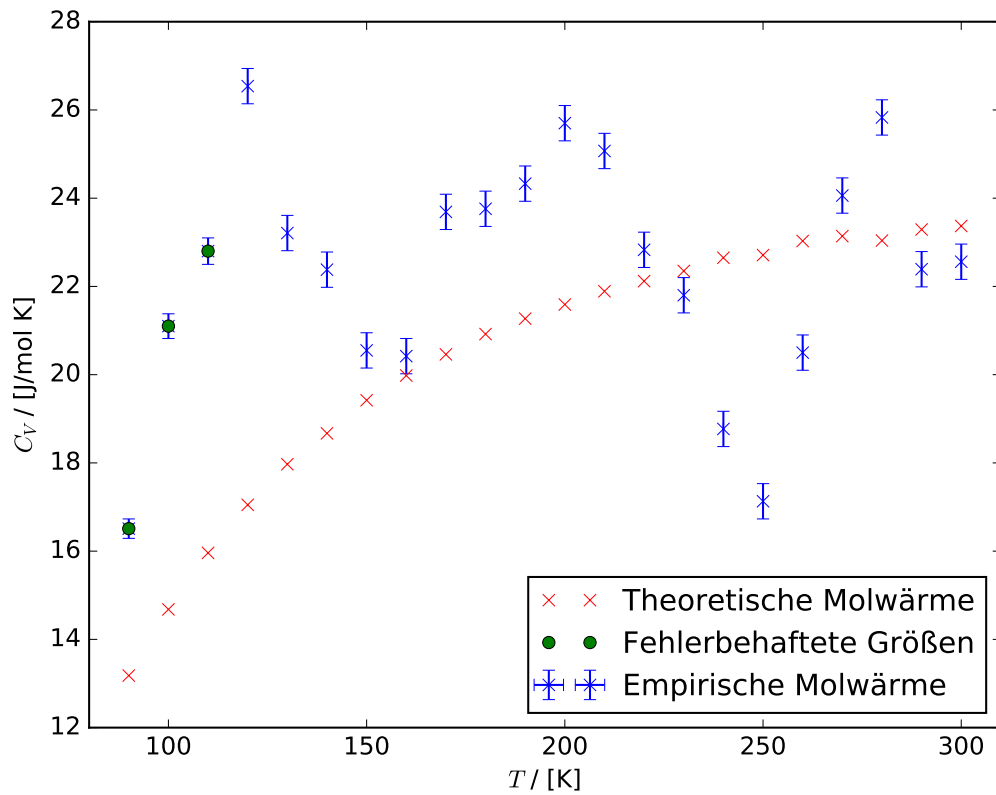


Abbildung 3: Empirische und theoretisch berechnete Molwärmen im Vergleich.

## 4.3 Debye-Temperatur

### 4.3.1 Empirisch

Der Tabelle in Abbildung 4 können die Zahlenwerte der universellen Debye-Kurve durch lineare Interpolation entnommen werden.

$\theta_D/T$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	24,9430	24,9310	24,8930	24,8310	24,7450	24,6340	24,5000	24,3430	24,1630	23,9610
1	23,7390	23,4970	23,2360	22,9560	22,6600	22,3480	22,0210	21,6800	21,3270	20,9630
2	20,5880	20,2050	19,8140	19,4160	19,0120	18,6040	18,1920	17,7780	17,3630	16,9470
3	16,5310	16,1170	15,7040	15,2940	14,8870	14,4840	14,0860	13,6930	13,3050	12,9230
4	12,5480	12,1790	11,8170	11,4620	11,1150	10,7750	10,4440	10,1190	9,8030	9,4950
5	9,1950	8,9030	8,6190	8,3420	8,0740	7,8140	7,5610	7,3160	7,0780	6,8480
6	6,6250	6,4090	6,2000	5,9980	5,8030	5,6140	5,4310	5,2550	5,0840	4,9195
7	4,7606	4,6071	4,4590	4,3160	4,1781	4,0450	3,9166	3,7927	3,6732	3,5580
8	3,4468	3,3396	3,2362	3,1365	3,0403	2,9476	2,8581	2,7718	2,6886	2,6083
9	2,5309	2,4562	2,3841	2,3146	2,2475	2,1828	2,1203	2,0599	2,0017	1,9455
10	1,8912	1,8388	1,7882	1,7393	1,6920	1,6464	1,6022	1,5596	1,5184	1,4785
11	1,4400	1,4027	1,3667	1,3318	1,2980	1,2654	1,2337	1,2031	1,1735	1,1448
12	1,1170	1,0900	1,0639	1,0386	1,0141	0,9903	0,9672	0,9449	0,9232	0,9021
13	0,8817	0,8618	0,8426	0,8239	0,8058	0,7881	0,7710	0,7544	0,7382	0,7225
14	0,7072	0,6923	0,6779	0,6638	0,6502	0,6368	0,6239	0,6113	0,5990	0,5871
15	0,5755	0,5641	0,5531	0,5424	0,5319	0,5210	0,5117	0,5020	0,4926	0,4834

**Abbildung 4:** Zahlenwerte der Debye-Funktion für  $R = 8,31439 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ . Molwärme  $C_V$  in  $\frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$  [1].

Zu den gemessenen  $(C_V, T)$ -Wertepaaren werden die Werte der Debye-Kurve mit den entsprechenden Temperaturen multipliziert. Es werden nur die Messwerte bis  $T_{\text{max}} = 170 \text{ K}$  berücksichtigt. In Tabelle 3 können die Debye-Temperaturen zu den gemessenen  $(C_V, T)$ -Wertepaaren mit Hilfe der Debye-Kurve entnommen werden.

$C_V [\frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}]$	T [K]	$\frac{\theta_D}{T}$	$\theta_D$ [K]
16,51 ± 0,22	90	3,01	270,47
21,10 ± 0,28	100	1,84	183,75
22,80 ± 0,30	110	1,30	142,78
26,54 ± 0,40	120	1,33	159,17
23,21 ± 0,40	130	1,17	151,82
22,38 ± 0,40	140	1,43	200,38
20,55 ± 0,40	150	2,01	301,35
20,42 ± 0,40	160	2,04	326,63
23,69 ± 0,40	170	1,02	172,64

**Tabelle 3:** Bestimmte Debye-Temperaturen zu den gemessenen  $(C_V, T)$ -Wertepaaren mit Hilfe der Debye-Kurve.

Gemittelt ergibt sich eine Debye-Temperatur mit einer Standardabweichung von

$$\overline{\theta_D} \pm \Gamma_{\overline{\theta_D}} = (218,67 \pm 31,07) \text{ K}.$$

### 4.3.2 Theoretisch

Aus der Formel (6) lässt sich die Debye-Frequenz  $\omega_D$  berechnen. Für die Geschwindigkeiten der Longitudinal- bzw Transversalwellen gilt [1]

$$\begin{aligned} v_{\text{long}} &= 4700 \text{ m/s}, \\ v_{\text{trans}} &= 2260 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

Außerdem gilt

$$\begin{aligned} L &= \left( \frac{m}{\rho} \right)^{\frac{1}{3}} = 0,0337 \text{ m}, \\ N_L &= \frac{N_A \cdot m}{V_0 \cdot \rho} = \frac{3,2374 \cdot 10^{24}}{\text{m}^3}, \end{aligned}$$

wobei  $\rho = 8,96 \text{ g/cm}^3$  die Dichte von Kupfer [2],  $m = 342 \text{ g}$  die Masse der Kupferprobe [1],  $N_A = \frac{6,022 \cdot 10^{23}}{\text{mol}}$  die Avogadro-Konstante [5] und  $V_0$  das Molvolumen ist (s.o.). Damit ergibt sich die Debye-Frequenz von

$$\omega_D^{\text{Theorie}} = 4,3474 \cdot 10^{13} \text{ Hz}.$$

Aus der Relation

$$\theta_D = \frac{\hbar \omega_D}{k_B} \quad (16)$$

folgt für die Debye-Temperatur

$$\theta_D^{\text{Theorie}} = 332,06 \text{ K}.$$

## 5 Diskussion

Zunächst muss angemerkt werden, dass am Anfang für die ersten drei Messungen (siehe Tabelle 1) das Voltmeter stehengeblieben ist. Daher musste für die darauf folgenden Messungen ein alternatives Voltmeter verwendet werden. In den Tabellen 1, 2 und 3 sind die betroffenen Messungen rot markiert. In Abbildung 3 sind die betroffenen resultierenden fehlerbehafteten Größen grün markiert. Für weitere Berechnungen wurden diese nicht berücksichtigt.

Allerdings ist in Abbildung 3 zu erkennen, dass der grobe Verlauf der empirischen Kurve der Molwärme mit der der theoretischen Kurve übereinstimmt. Es sind jedoch sehr große Abweichungen vorhanden.

Außerdem kann der Tabelle 2 entnommen werden, dass einige empirisch bestimmten Molwärmen den Wert von  $3R = 24,94 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$  überschreiten. Das wirkt sich auf die empirischen Debye-Temperaturen aus (siehe Tabelle 3). Die gemittelte Debye-Temperatur  $\theta_D^{\text{Empirie}} = (218,67 \pm 31,07) \text{ K}$  weicht von der theoretisch bestimmten Debye-Temperatur  $\theta_D^{\text{Theorie}} = 332,06 \text{ K}$  um 34,15% ab. Außerdem fällt auf, dass in der Literatur für Kupfer eine Debye-Temperatur von  $\theta_D^{\text{Literatur}} \approx 345 \text{ K}$  [4] gängig ist. Dies liegt daran, dass bei dem Debye-Modell genähert wird, dass die Frequenz und Ausbreitungsrichtung einer Welle keinen Einfluss auf ihre Phasengeschwindigkeit hat (siehe Abschnitt 2.3). Daher ist  $\theta_D^{\text{Literatur}} > \theta_D^{\text{Theorie}}$ , da in der Realität die Phasengeschwindigkeit sehr wohl davon abhängt.

Grund für die Abweichungen der empirischen Werte können zum einen die nicht ideale Isolation der Gefäße sein, sodass der Wärmeaustausch nicht verhindert werden kann. Der Rezipient ist nicht komplett vom Vakuum umgeben, sodass über die Aufhängung Wärme verloren geht oder zugeführt wird.

Alles in allem stimmen die Größenordnungen der empirischen Werte mit den theoretischen Werten überein.

## Literatur

- (1) T. Dortmund, *Versuch Nr.47: Temperaturabhängigkeit der Molwärme von Festkörpern*, <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V47.pdf> (besucht am 2017-11-28).
- (2) A. Hoppe, *Das interaktive Periodensystem der Elemente*, <http://www.periodensystem.info/elemente/kupfer/> (besucht am 2017-12-01).
- (3) R. Rausch, *Das Periodensystem der Elemente online*, <http://www.periodensystem-online.de/index.php?id=modify&el=29> (besucht am 2017-12-02).
- (4) L. GmbH, *Debye Modell*, <http://www.chemie.de/lexikon/Debye-Modell.html> (besucht am 2017-12-04).
- (5) W. Demtröder, *Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle und Festkörper*, Springer Spektrum, Heidelberg, 2016, Bd. 5. Auflage.
- (6) T. Dortmund, *Versuch Nr.201 : Das Dulong-Petitsche Gesetz*, <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V201.pdf> (besucht am 2017-11-28).