

V28

Elektronenspinresonanz

Durchführung: 13.12.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel	3
2 Theorie	3
2.1 Der Zusammenhang zwischen Bahndrehimpuls und magnetischem Moment	3
3 Durchführung	3
4 Auswertung	3
4.1 Skalierung	3
4.2 Berechnung des gyromagnetischen Verhältnisses	4
4.3 Bestimmung des Erdmagnetfelds am Messort	7
5 Diskussion	7
Literatur	8

1 Ziel

Ziel des Experiments ist, das magnetische Moment freier Elektronen zu messen.

2 Theorie

2.1 Der Zusammenhang zwischen Bahndrehimpuls und magnetischem Moment

Die Wellenfunktion für ein Atom mit einem AußenElektron kann in einen Radialteil und Winkelteil aufgeteilt werden und lautet

$$\Psi_{n,l,m}(r, \theta, \phi) = R_{n,l}(r)\Theta_{l,m}(\theta)\Phi(\phi) = R_{n,l}\Theta_{l,m} \frac{\exp(im\phi)}{\sqrt{2\pi}}.$$

Hierbei ist n die Hauptquantenzahl, l die Bahndrehimpulsquantenzahl und m die Orientierungsquantenzahl. Für die Funktionen R , Θ und Φ gelten jeweils die Normierungsbedingung:

$$\begin{aligned} \int_0^\infty r^2 R^2 dr &= 1, \\ \int_0^\pi \Theta^2 \sin \theta d\theta &= 1, \\ \int_0^{2\pi} \Phi \Phi^* d\phi &= 1. \end{aligned}$$

Die Stromdichte eines Teilchenstromes lässt sich mit

$$\vec{S} = \frac{\hbar}{2im_0} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*)$$

berechnen. Damit lässt sich auf die elektrische Stromdichte

$$j_\phi = -e_0 S_\phi$$

schließen. Das gesamte magnetische Moment ergibt sich zu

$$\mu_z = -\frac{e_0}{2m_0} m \hbar := \mu_B m \quad (1)$$

3 Durchführung

4 Auswertung

4.1 Skalierung

Die fünf Resonanzkurven wurden bei folgenden Signalfrequenzen ν_e aufgenommen:

$$\begin{aligned} \nu_{e,1} &= 10,623 \text{ MHz} \\ \nu_{e,2} &= 14,732 \text{ MHz} \\ \nu_{e,3} &= 20,555 \text{ MHz} \\ \nu_{e,4} &= 23,887 \text{ MHz} \\ \nu_{e,5} &= 29,391 \text{ MHz}. \end{aligned}$$

Zu Beginn muss die Skalierungen pro Diagramm bestimmt werden. Dafür werden die Kalibrierungspunkte, die mit Hilfe des X-Y-Schreibers aufgenommen wurden, ausgemessen und pro Abschnitt angegeben. Die gemessenen Wertepaare sind in Tabelle 1 dargestellt.

ΔI [mA]	x_1 [cm]	ΔI [mA]	x_2 [cm]	ΔI [mA]	x_3 [cm]	ΔI [mA]	x_4 [cm]	ΔI [mA]	x_5 [cm]
174	3,45	177	3,55	165	3,35	182	3,70	139	2,75
200	3,05	183	3,60	185	3,65	185	3,65	162	3,15
184	3,15	181	3,55	157	3,10	136	2,65	121	2,35
168	2,75	185	3,65	122	2,30	144	2,80	124	2,40
/	/	217	4,30	120	2,35	185	3,65	/	/
/	/	/	/	155	3,15	174	3,50	/	/
/	/	/	/	124	2,40	/	/	/	/

Tabelle 1: Skalierung pro Abschnitt für die einzelnen Messungen

Danach wird pro Diagramm die Stromstärken pro cm, dessen Mittelwerte und die Fehler auf die Mittelwerte berechnet. Diese Werte sind in Tabelle 2 dargestellt.

	z_1 [mA/cm]	z_2 [mA/cm]	z_3 [mA/cm]	z_4 [mA/cm]	z_5 [mA/cm]
	50,43	49,86	49,25	49,19	50,54
	64,52	50,83	50,68	50,68	51,43
	58,41	50,99	50,65	51,32	51,49
	61,09	50,68	53,04	51,43	50,42
	/	50,47	51,06	50,68	/
	/	/	49,21	49,71	/
	/	/	51,60	/	/
Mittelwert	58,61	50,57	50,78	50,50	50,97
Fehler	3,00	0,20	0,50	0,36	0,28

Tabelle 2: Skalierung pro cm für die einzelnen Messungen

4.2 Berechnung des gyromagnetischen Verhältnisses

Zur Bestimmung des gyromagnetischen Verhältnisses müssen zunächst die Maxima der einzelnen Messungen lokalisiert werden. Pro Signalfrequenz sind dabei zwei Maxima zu erkennen, eins parallel und eins antiparallel zum Erdmagnetfeld. Ermittelt wird dabei der Abstand der jeweiligen Maxima zum Nullpunkt, welcher dann mit der zugehörigen Skalierung aus Tabelle 2 multipliziert wird. Die Abstände mit den zugehörigen Stromstärken sind in Tabelle 3 dargestellt.

$\nu_{e,i}$	m_a [cm]	I_a [mA]	m_p [cm]	I_p [mA]
$\nu_{e,1}$	4,35	254,61 \pm 13,05	3,20	187,552 \pm 9,60
$\nu_{e,2}$	8,00	404,56 \pm 1,60	6,80	343,88 \pm 1,36
$\nu_{e,3}$	11,00	558,58 \pm 5,50	9,70	492,57 \pm 4,85
$\nu_{e,4}$	12,25	618,63 \pm 4,41	11,20	565,60 \pm 4,03
$\nu_{e,5}$	14,90	759,45 \pm 4,17	13,85	705,93 \pm 3,88

Tabelle 3: Lokalisierung der Maxima mit den zugehörigen Stromstärken pro Signalfrequenz

Zur Berechnung des gyromagnetischen Verhältnisses wird die Stärken der jeweiligen Magnetfelder benötigt. Diese lassen mit Hilfe von Formel

!!!!!!HIER LABELN!!!!!!! berechnen. Die dabei verwendeten Konstanten [1] [2] lauten

$$\begin{aligned} n &= 156 \\ r &= 0,1 \text{ m} \\ \mu_0 &= 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}. \end{aligned}$$

Der Fehler wird mit

$$\Delta B = \frac{8}{\sqrt{125}} \mu_0 \frac{n}{r} \Delta I \quad (2)$$

berechnet.

Die parallel und antiparallel zum Erdmagnetfeld ausgerichteten Magnetfeldstärken sind mit ihrer zugehörigen Signalfrequenz in Tabelle 4 dargestellt.

$\nu_{e,i}$	B_a [μT]	B_p [μT]	\bar{B} [μT]
$\nu_{e,1}$	357,145 \pm 18,30	258,871 \pm 13,47	308,008 \pm 34,75
$\nu_{e,2}$	567,482 \pm 2,24	482,366 \pm 1,91	524,924 \pm 30,09
$\nu_{e,3}$	783,529 \pm 7,71	690,935 \pm 6,80	737,232 \pm 32,74
$\nu_{e,4}$	867,762 \pm 6,19	793,376 \pm 5,65	830,569 \pm 26,30
$\nu_{e,5}$	1065,292 \pm 5,85	990,219 \pm 5,44	1027,756 \pm 26,54

Tabelle 4: Zu den Signalfrequenzen zugehörigen berechneten Magnetfelder

Aus Formel

HIER LABELN

kann der folgende Zusammenhang entnommen werden

$$B = \frac{h\nu_e}{g\mu_B}. \quad (3)$$

Um das gyromagnetische Verhältnis zu bestimmen, wird diese Formel in eine Gleichung der Form

$$f(x) = ax + b$$

umgeformt. Daraus folgt die Funktion

$$B(\nu_e) = \frac{h}{g\mu_B} \cdot \nu_e + b.$$

Aus der Steigung kann dann das gyromagnetische Verhältnis berechnet werden. Die Messwerte und die Ausgleichsfunktion sind in Abbildung 1 dargestellt.

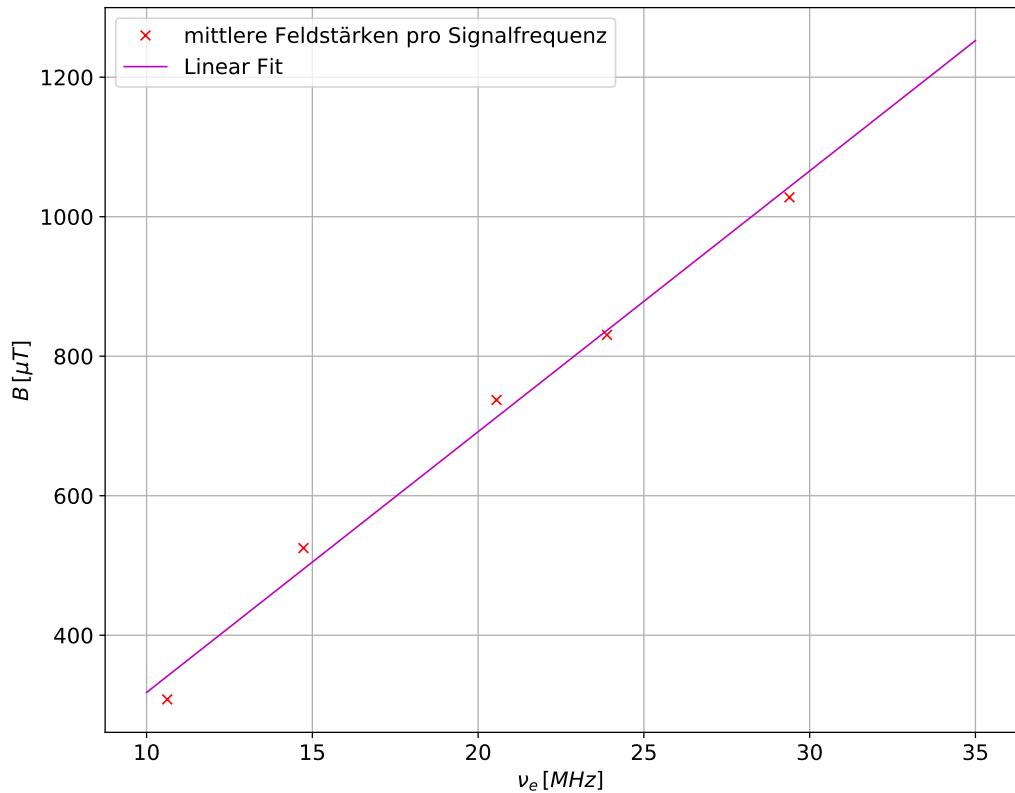


Abbildung 1: Ausgleichsfunktion zur Bestimmung des gyromagnetischen Verhältnisses

Die Parameter der Ausgleichsfunktion lauten

$$a = \frac{h}{g\mu_B} = (37,38 \pm 2,10) \frac{\mu T}{MHz}$$

$$b = (-55,88 \pm 43,84) \mu T.$$

Das gyromagnetische Verhältnis berechnet sich dann durch

$$g = \frac{h}{a\mu_B}. \quad (4)$$

Der Fehler berechnet sich mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung, also mit

$$\Delta g = -\frac{h}{a^2\mu_B} \Delta a.$$

Das gyromagnetische Verhältnis des freien Elektrons lautet demnach

$$g = 1,9 \pm 0,1.$$

4.3 Bestimmung des Erdmagnetfelds am Messort

Zur Bestimmung des Erdmagnetfeldes werden die berechneten Magnetfeldstärken aus Tabelle ?? erneut benötigt. Unter der Annahme, dass das Erdmagnetfeld eine gegensätzliche Verschiebung der Resonanzkurven für ein paralleles und antiparalleles Feld bewirkt, kann auf die Folgende Gleichung geschlossen werden

$$B_{\text{Erd}} = \frac{B_a - B_p}{2}. \quad (5)$$

Dadurch ergeben sich die in Tabelle 5 dargestellten Erdmagnetfeldstärken. Der Fehler berechnet sich durch

$$\Delta B_{\text{Erd}} = \sqrt{\Delta B_a^2 + \Delta B_p^2}.$$

$\nu_{e,i}$	$B_{\text{Erd}} [\mu\text{T}]$
$\nu_{e,1}$	$98,27 \pm 22,72$
$\nu_{e,2}$	$85,12 \pm 2,94$
$\nu_{e,3}$	$92,59 \pm 10,28$
$\nu_{e,4}$	$74,39 \pm 8,38$
$\nu_{e,5}$	$75,07 \pm 7,99$

Tabelle 5: Pro Signalspannung und Resonanzkurve berechnete Erdmagnetfeldstärken

Die mittlere Erdmagnetfeldstärke mit dem Fehler auf dem Mittelwert betragen dann

$$B_{\text{Erd}} = (43 \pm 5) \mu\text{T}$$

5 Diskussion

Um die Messung qualitativ bewerten zu können wird zunächst eine Übersicht über die Messwerte, Theoriewerte und deren Abweichungen erstellt.

	$B_{\text{Erd}} [\mu\text{T}]$	g
Messwert	43 ± 5	$1,9 \pm 0,1$
Theoriewert	44 [3]	2,002 [4]
Sigmaumgebung	1.	2.

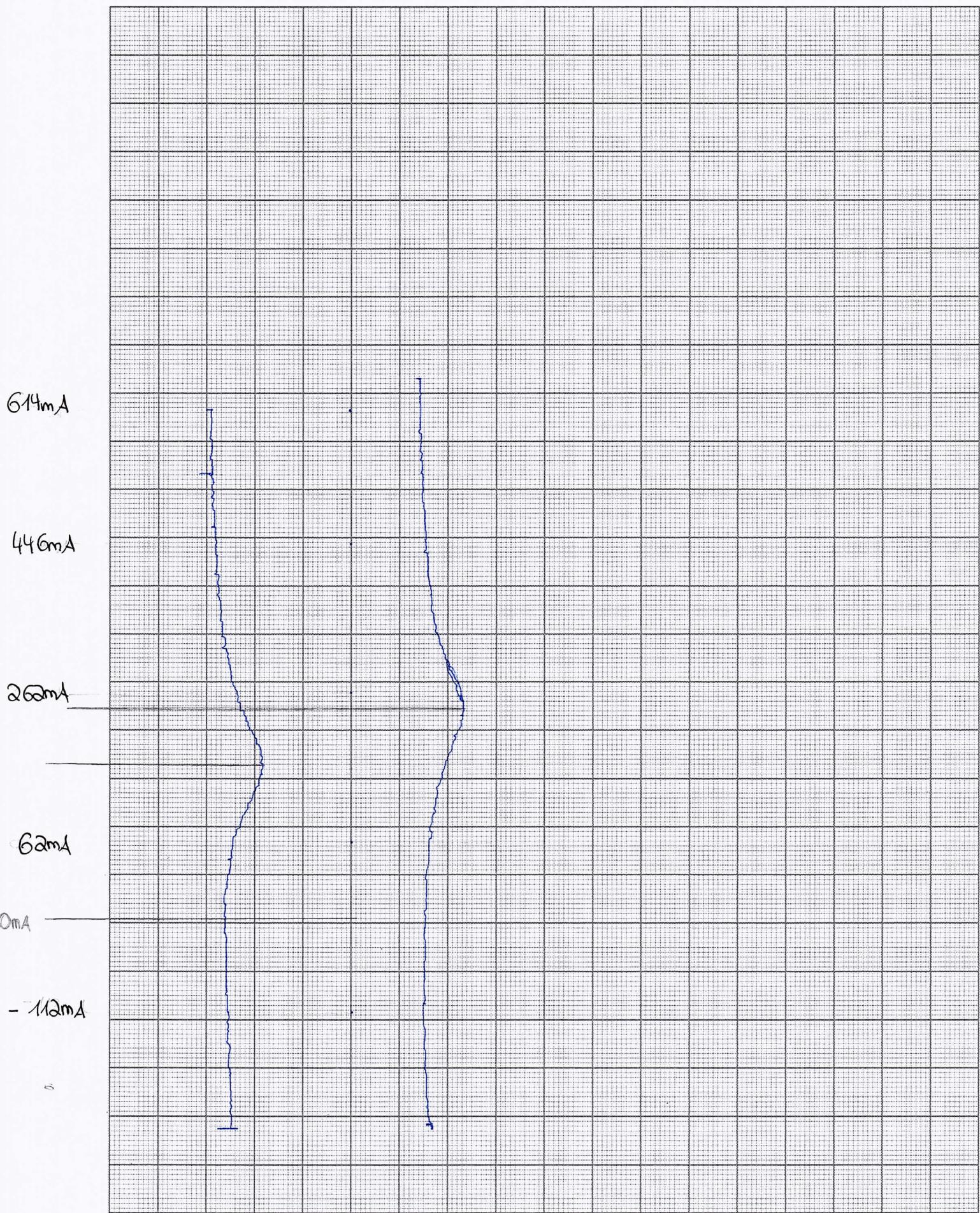
Tabelle 6: Vergleich der im Versuch gemessenen Werte mit Theoriewerten

Beide gemessenen Werte sind als sehr gut zu bewerten. Trotzdem gibt es einige Fehlerquellen die berücksichtigt werden müssen. Eine Fehlerquelle kann die Ausrichtung der Helmholtzspule zum Erdmagnetfeld darstellen. Das Abgleichen der Brücke stellt auch eine Fehlerquelle dar, da kein absoluter Nullpunkt erreicht werden konnte, und der Regler für den Widerstand nicht mehr fein drehbar war. Des Weiteren konnte die Signalfrequenz nur manuell eingestellt werden, wodurch Fehler passieren können. Bei der Suche nach dem Hauptmaximum der Resonanzfrequenz kann es zudem passieren, dass ein Nebenmaximum und nicht das Hauptmaximum gefunden wurde. Zudem reagierte der X-Y-Schreiber sehr empfindlich auf äußere Einflüsse. Diese Fehlerquellen sind jedoch wahrscheinlich eher gering, da die Messung trotzdem gute Ergebnisse liefert hat.

Literatur

- (1) T. Dortmund, *Versuch Nr.28: Elektronenspin-Resonanz*, <http://129.217.224.2/HOME PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/ESR.pdf> (besucht am 2017-12-12).
- (2) Universal-Lexikon, *magnetische Feldkonstante*, 2012, http://universal_ lexikon.deacademic.com/269136/magnetische_Feldkonstante (besucht am 2017-12-14).
- (3) C.-Z. Prof. Dr. Friedrich H. Balck, *Erdmagnetfeld*, 2017, <http://www.biosensor-physik.de/biosensor/erdmagnetfeld.htm> (besucht am 2017-12-14).
- (4) R. Narve, *Magnetisches Moment des Elektronenspins*, <http://hydrogen.physik.uni-wuppertal.de/hyperphysics/hyperphysics/hbase/spin.html> (besucht am 2017-12-14).

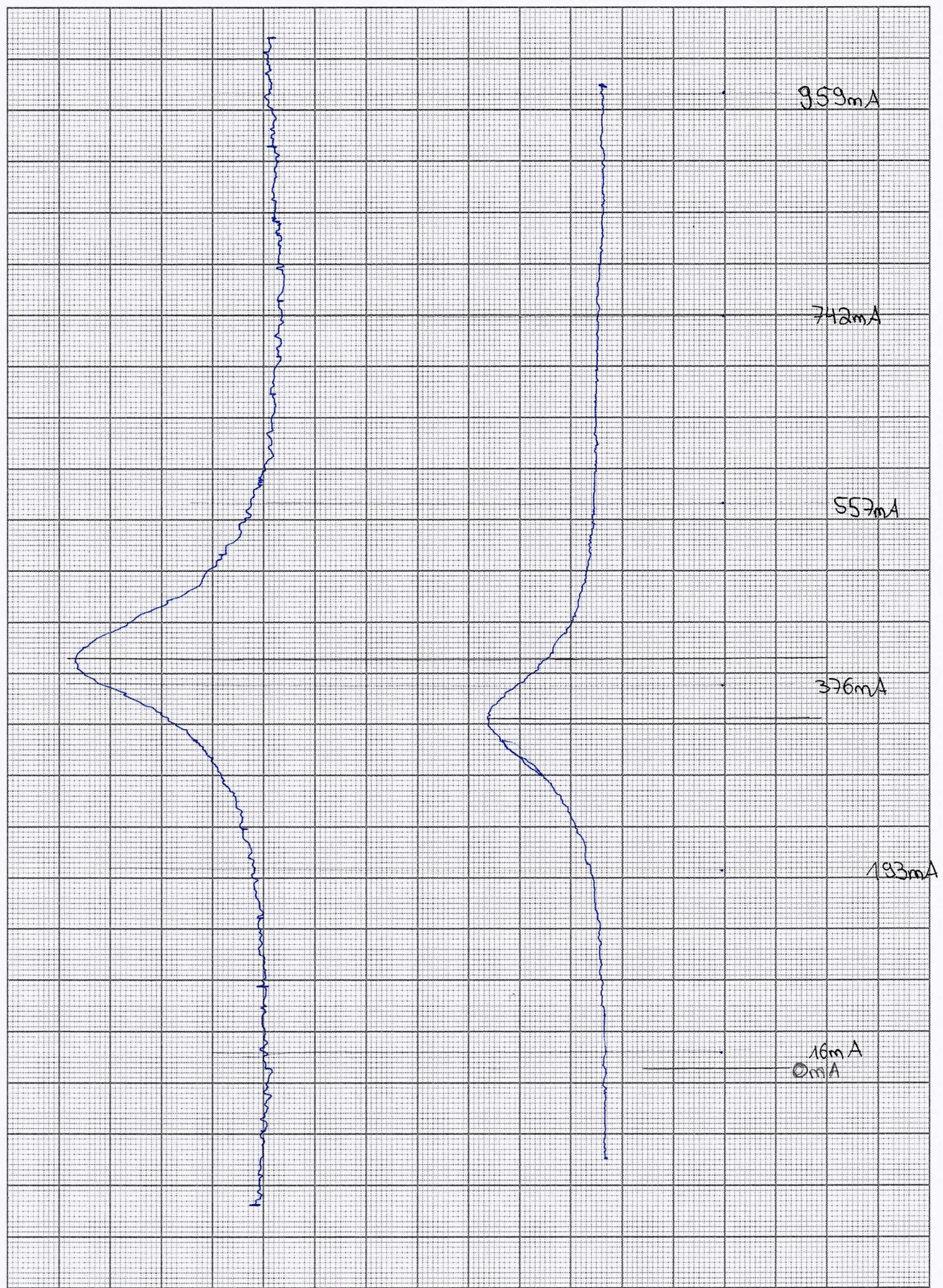
10,623 MHz



Versuch: GSR

Datum: 13.12.17

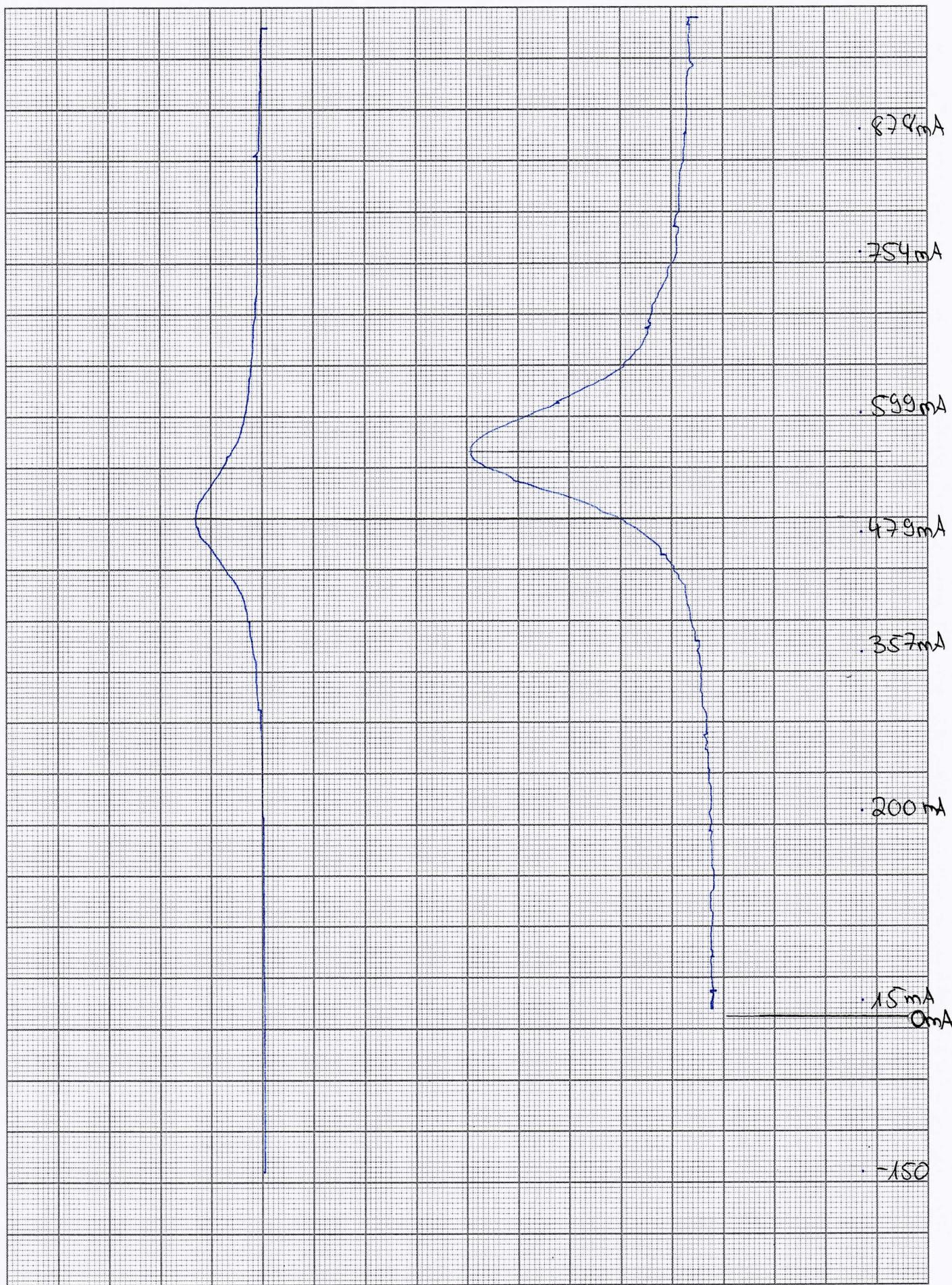
14,732 MHz

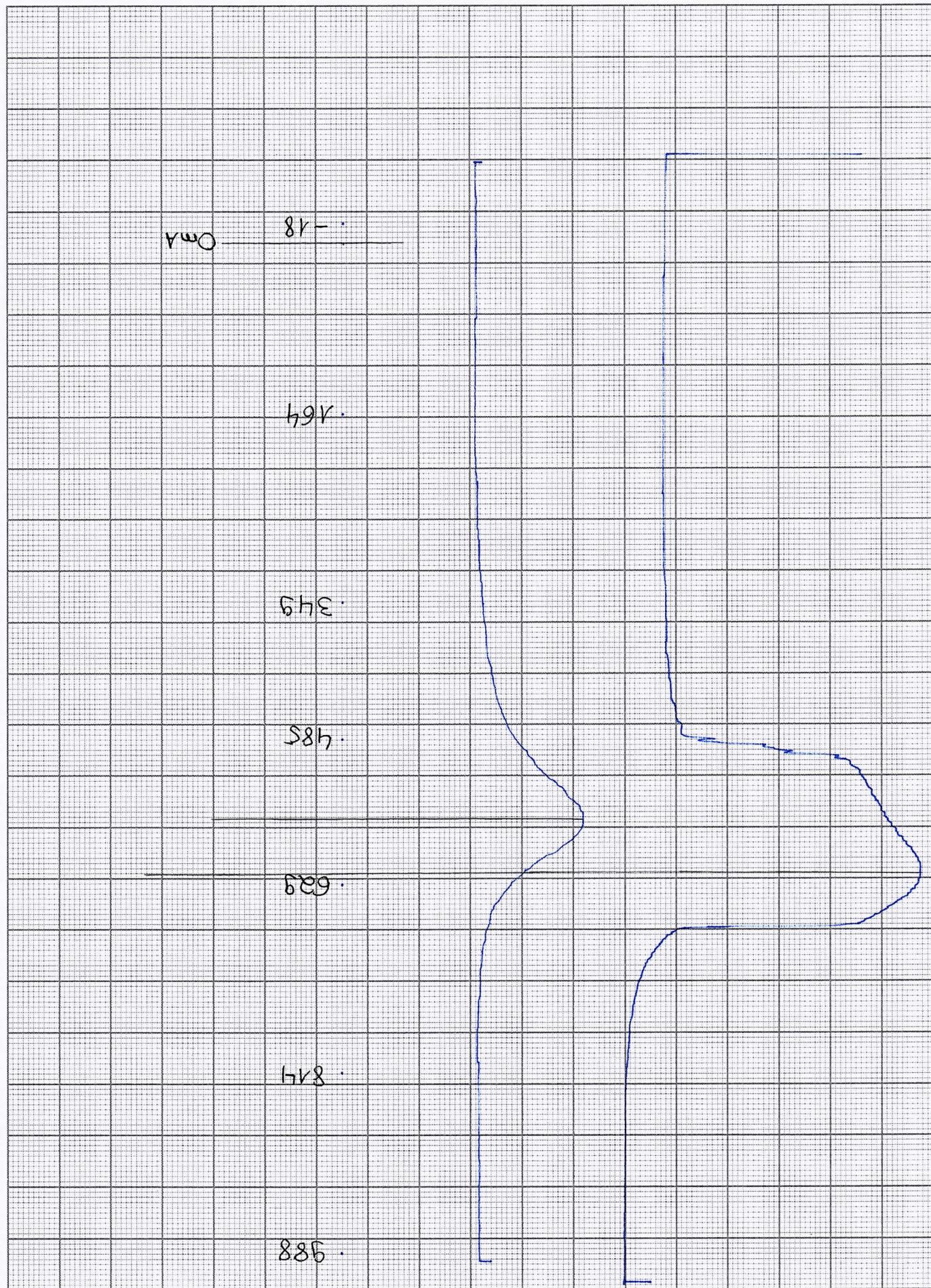


Versuch: ESR

Datum: 13.12.17

Gruppe: 20.555 MHz





Gruppe: A3, 8874Hz

Datum: 13.12.13

Versuch: ESR

Versuch: GS12

Datum: 13.12.17

Gruppe: 29, 391M12

