

5.1.a Induktionsbeweis

Behauptung: $\forall n \geq 1 : \text{kokuspokus}(n) = 3^n - 4 \cdot \sum_{i=0}^{n-2} 3^i$

Induktionsanfang: $n=1$ (Aufgrund des Definitionsbereichs für n)

l.s. $3^1 - 4 \cdot 0 = 3 \checkmark$

r.s. $2 \cdot 1 + 1 = 3 \checkmark$

Induktionsanfang: $n=2$ (Aufgrund der Basisfalls)

l.s. $3^2 - 4 \cdot 3^0 = 5 \checkmark$

r.s. $2 \cdot 2 + 1 = 5 \checkmark$

Zusammenhang fehlt

Induktionsvoraussetzung:

Für zwei n gilt: $\text{kokuspokus}(n) = 3^n - 4 \cdot \sum_{i=0}^{n-2} 3^i$

Induktionsschritt:

z.z.: $n \rightarrow n+2$ Ziel: $\text{kokuspokus}(n+2) = 3^{n+2} - 4 \cdot \sum_{i=0}^n 3^i$

$$\text{kokuspokus}(n+2) = 9 \cdot \text{kokuspokus}(n) - 16 = 9 \left(3^n - 4 \cdot \sum_{i=0}^{n-2} 3^i \right) - 16$$

$$= 3^2 \cdot 3^n - 4 \cdot \left(\sum_{i=0}^{n-2} 3^i \cdot 3^2 \right) - 16 = 3^{n+2} - 4 \cdot \left(\sum_{i=0}^{n-2} 3^{i+2} \right) - 16$$

$$= 3^{n+2} - 4 \cdot \left(\sum_{i=2}^{n-2+2} 3^i \right) - 16 = 3^{n+2} - 4 \cdot \left(\sum_{i=0}^n 3^i - \sum_{i=0}^1 3^i \right) - 16$$

$$= 3^{n+2} - 4 \cdot \left(\sum_{i=0}^n 3^i - \underline{3^0 + 3^1} \right) - 16 = 3^{n+2} - 4 \cdot \left(\sum_{i=0}^n 3^i - 4 \right) - 16$$

$$= 3^{n+2} - 4 \cdot \left(\sum_{i=0}^n 3^i \right) + 16 - 16 = 3^{n+2} - 4 \cdot \sum_{i=0}^n 3^i \quad \square$$

5.1.6 Terminierungsfunktion

2,5

$$t(n) = n \quad ; \quad n \geq 1 ; n \in \mathbb{N}$$

- $t(n)$ ist streng monoton fallend da bei der Rekursion n kleiner wird (und zwar um $n-2$).
- $t(n)$ ist nach unten begrenzt, da es ab $n \leq 2$ keine weitere Rekursion gibt.



ganzzahlig

8,5 / 14