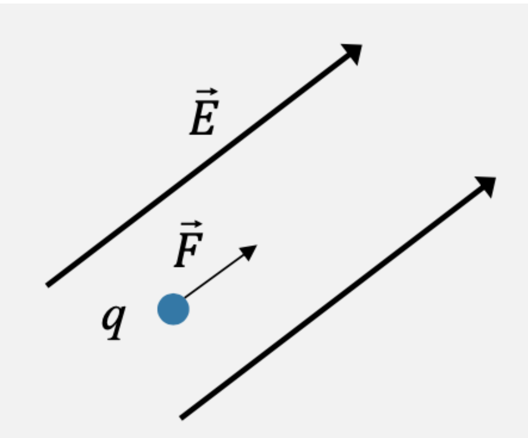
Elektromagnetische Felder

Elektrische Feldstärke $\vec{E}$

Definiert über die Kraft $\vec{F}$ auf eine Probeladung q (Coulombsches Gesetz).

$$\boxed{\vec{F} = q \cdot \vec{E}}$$

Die Einheit ist $\left[\vec{E}\right] = \frac{\text{V}}{\text{m}}$.

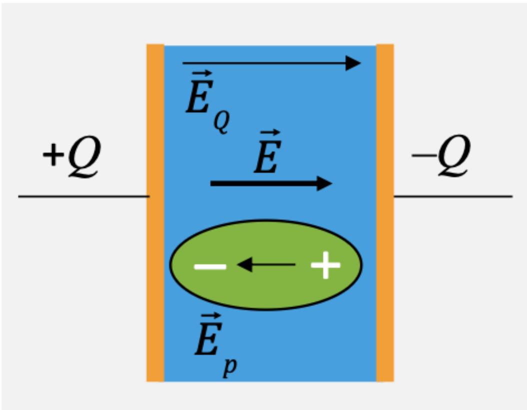


Das $\vec{E}$-Feld wird durch **alle** Ladungen Q (bzw. ρ_{ges}) erzeugt, auch Polarisationsladungen.

$$\text{Maxwell: div}\vec{E} = \frac{\rho_{ges}}{\epsilon_0}$$

Verschiebungsdichte $\vec{D}$

In Dielektrika führt ein Feld zur **Polarisation** $\vec{P}$. Das Gesamtfeld $\vec{E}$ ist die Überlagerung von $\vec{E}_Q$ (freie Ladungen) und $\vec{E}_p$ (Polarisation).



Die **Verschiebungsdichte** $\vec{D}$ ist per Definition nur mit den **freien Ladungen** verknüpft:

$$\vec{D} \overset{\text{Def}}{=} \epsilon_0 \cdot \vec{E}_Q$$

Dies führt zur **allgemeingültigen** Materialgleichung:

$$\boxed{\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}$$

Für **lineare Materialien** ($\vec{P} \propto \vec{E}$) gilt:

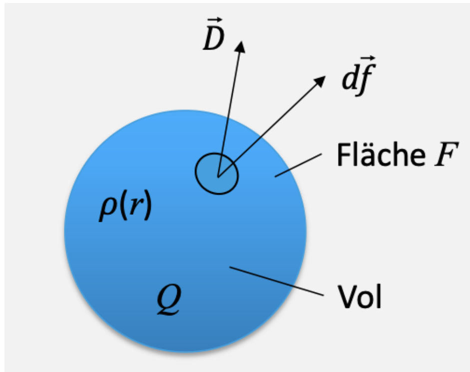
$$\boxed{\vec{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon \vec{E}}$$

Satz von Hüllenfluss (Gauß)

Die **Quelle** des $\vec{D}$-Feldes ist die **freie** Raumladungsdichte ρ.

$$\boxed{\text{div}\vec{D} = \rho}$$

Mittels des **Gaußschen Integralsatzes** folgt die Integralform:



$$\iiint_{\text{Vol}} \text{div}\vec{D} \cdot dV = \oint\!\!\oint_F \vec{D} \cdot d\vec{f}$$

Da die eingeschlossene Ladung $Q = \iiint_{\text{Vol}} \rho \cdot dV$ ist, folgt der **Satz vom Hüllenfluss**:

$$\boxed{\oint\!\!\oint_F \vec{D} \cdot d\vec{f} = \iiint_{\text{Vol}} \rho \cdot dV}$$

Elektrisches Potential Φ

Das $\vec{E}$-Feld lässt sich durch ein skalares **Potential** $\Phi(\vec{r})$ beschreiben.

$$\boxed{\vec{E} = -\text{grad}\ \Phi}$$

Die **elektrische Spannung** U_{BA} ist die Potentialdifferenz.

$$U_{BA} = \Phi(B) - \Phi(A) = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Das Wegintegral ist **wegunabhängig**.

Elektrische Feldenergie W_e

Das elektrische Feld speichert Energie. Die **Energiedichte** w_e ist:

$$\boxed{w_e = \tfrac{1}{2}\vec{E} \cdot \vec{D}}$$

Die Einheit ist $[w_e] = \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$.
Für lineare Materialien ($\vec{D} = \epsilon\vec{E}$) gilt:

$$w_e = \frac{1}{2}\epsilon_0 \epsilon_r E^2$$

Die **gesamte Feldenergie** W_e in einem Volumen V ist das Integral über die Dichte:

$$W_e = \iiint_{Volumen} w_e \cdot dv$$

Die Einheit der Energie ist $[W_e] = \text{J}$.