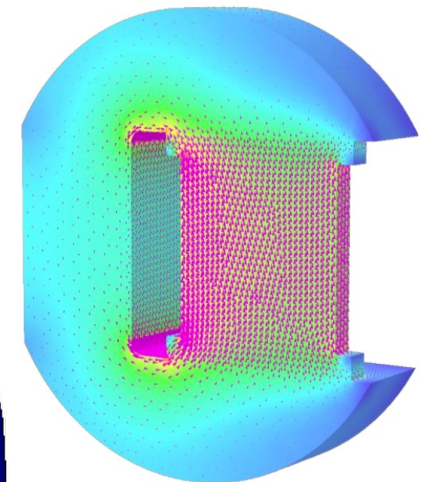
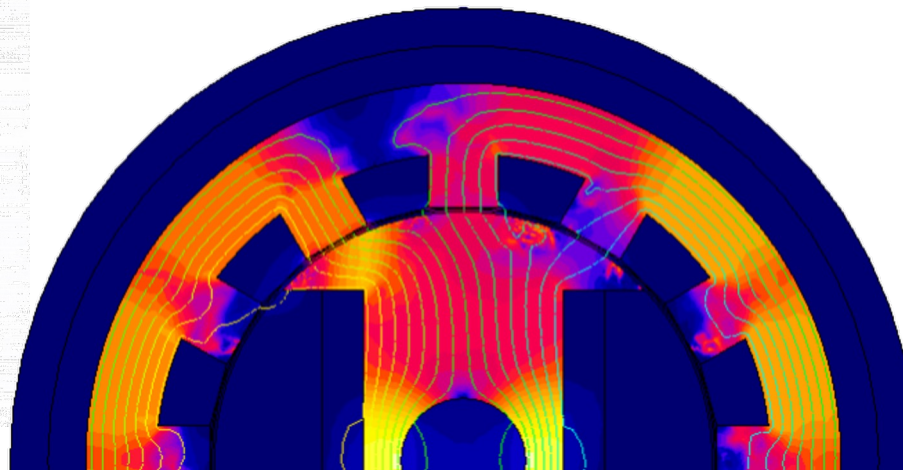
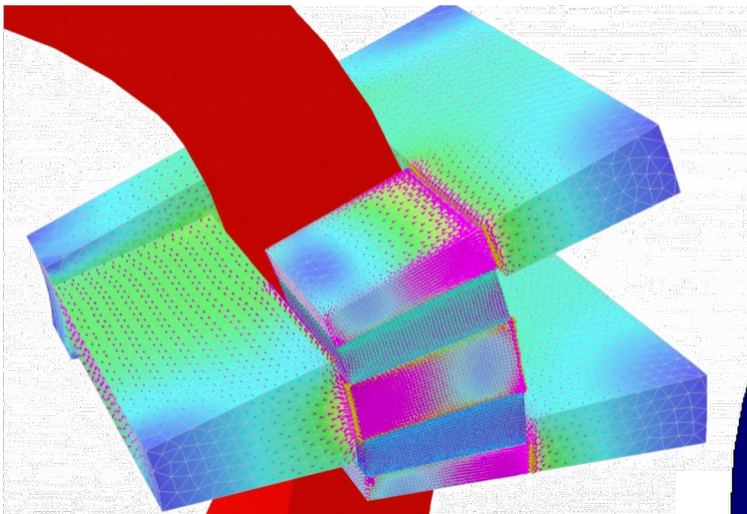


Vorlesung Elektromagnetische Felder (EMF)

WS 2025/26

Kapitel 2: Grundlagen Elektromagnetischer Felder

Elektrotechnisches Institut (ETI)



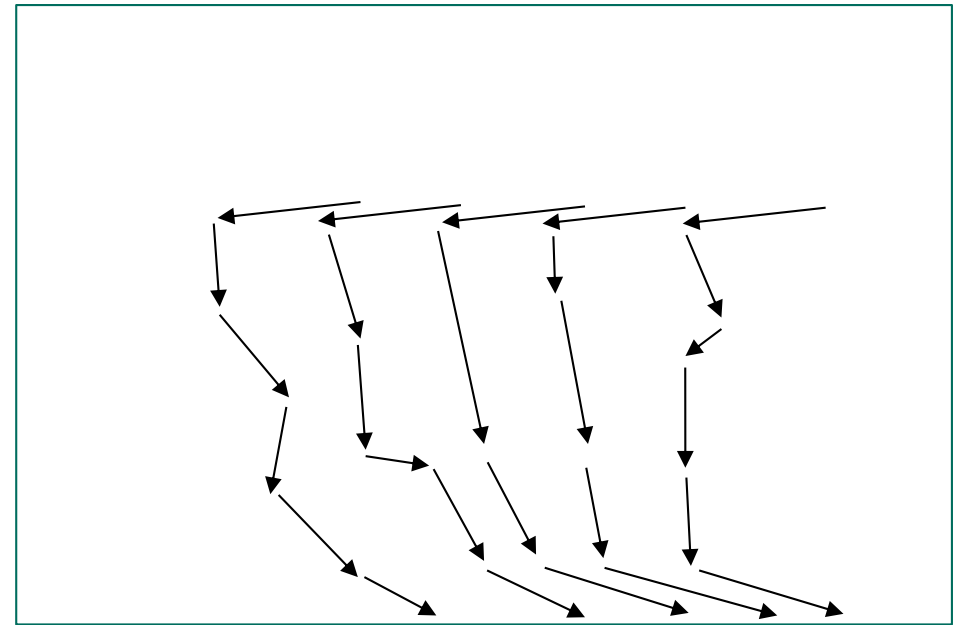
1. **Materielle Grundlagen**
2. **Feldbeschreibung durch die Maxwell-Gleichungen**

1. Materielle Grundlagen – Bedeutung von Feldlinien I

Feldlinien sind **virtuelle Gebilde**, die nur der **Veranschaulichung** eines Flusses (Strom, Magnetfeld, elektrisches Feld usw.) oder einer Kraftwirkung dienen. **In der Natur gibt es keine Feldlinien!**



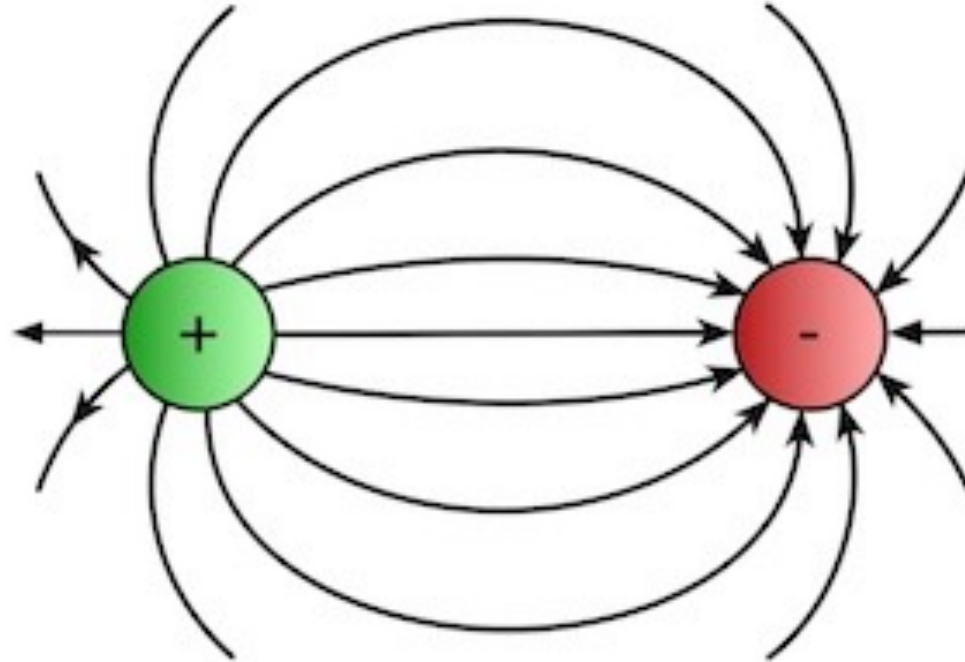
Fotographie eines Flusses



Feldlinienbild des Wasserlaufs

Wir werden später einzelne Felder bestimmter Quellen (z.B. einzelne Spulen in einem System vieler Spulen und Magneten) individuell berechnen. Auch das dient nur der Veranschaulichung – in der Realität gibt immer nur ein resultierendes Feld, das aus dem Zusammenwirken aller Quellen entsteht.

1. Materielle Grundlagen – Bedeutung von Feldlinien II



Die Richtung der Feldlinien gibt die Richtung der Kraftwirkung auf einen positiv geladenen Probekörper an. Ein ruhender Probekörper wird in Richtung der Feldlinien gezogen.

Die Dichte der Feldlinien beschreibt, wie stark sich der Raum in einem elektrisch oder magnetisch veränderten Zustand befindet, also die Stärke der Kraft.

1. Materielle Grundlagen – Ladungen I

Ladungen Q :

$$[Q] = C = A \cdot s$$

Im Vakuum:

- Geladene Teilchen (Elektronen, Protonen, Ionen)

In Leitern:

- Leitungselektronen
- Freie Überschussladungen (absolute Ladung, Nettoladung)
- Influenzladungen

1 Coulomb = $0,625 \cdot 10^{19}$ Elektronen-Ladungen

1 Elektronenladung $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C

Elektronen tragen die Ladung $-e$ und Protonen die Ladung $+e$

Gebundene Ladungen Q_p :

In Nichtleitern (Isolatoren):

- Durch polarisierte oder polarisierbare Teilchen entstandene Ladungen

Freie Raumladungsdichte:

$$\rho = \frac{dQ}{dv}$$

$$[\rho] = \frac{C}{m^3}$$

Farbkonvention in dieser Vorlesung:



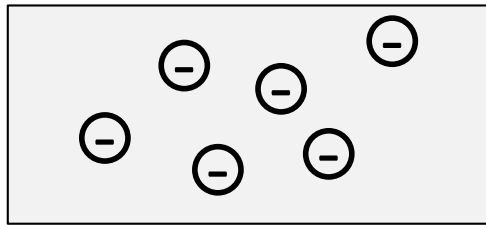
Leitermaterial
(z.B. Kupfer)



Dielektrikum (Nichtleiter)
(z.B. Kunststoff, Luft, ...)

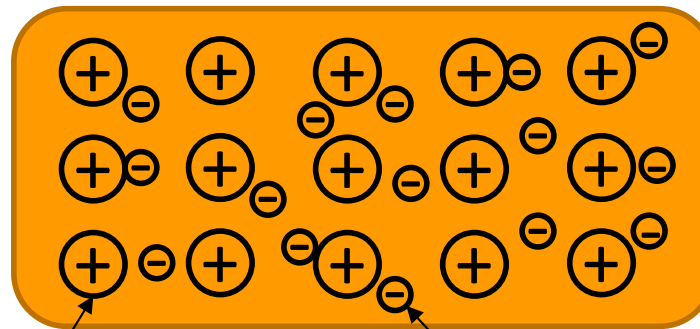
1. Materielle Grundlagen – Ladungen II

Geladene Teilchen im Vakuum:



z.B. Elektronen in
Bildröhren oder im
Weltall

Leitungselektronen:

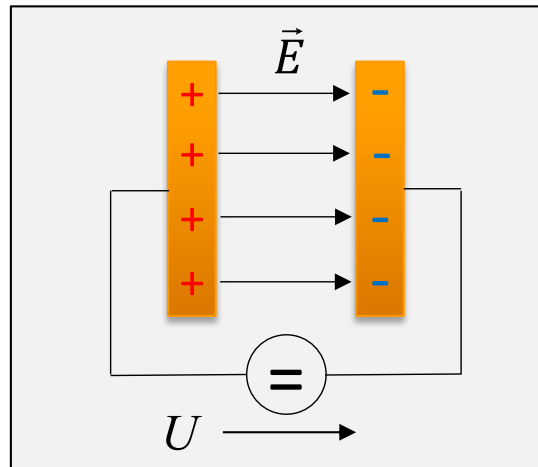


quasineutrales,
leitfähiges Metall

Feste Cu-Ionen
im Kristallgitter $+e$

Frei bewegliche
Elektronen $-e$

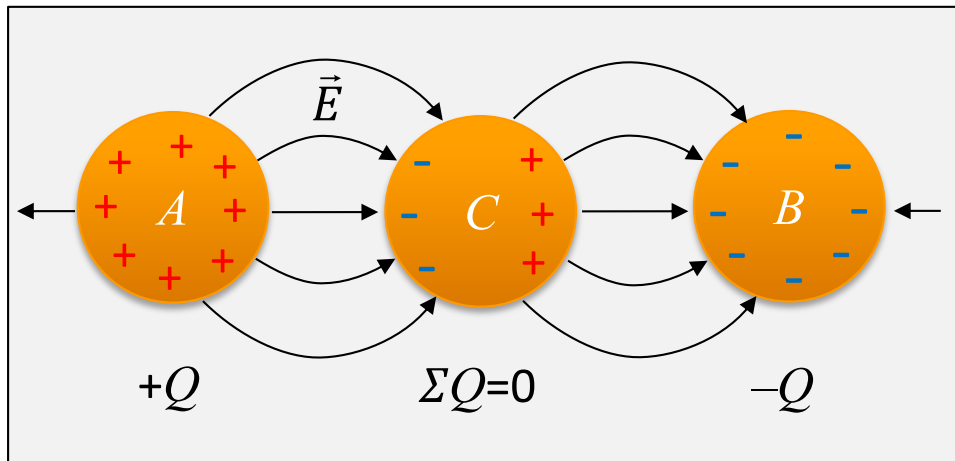
Freie Überschussladungen:



z.B. die geladenen
Platten eines
Kondensators

1. Materielle Grundlagen – Ladungen III

Influenz-Ladungen:



Kugel A ist positiv aufgeladen ($+Q$), Kugel B ist negativ aufgeladen ($-Q$), z.B. durch Anschluss an eine Spannungsquelle.

Nun wird die neutrale, isoliert aufgehängte Kugel C in die Mitte zwischen die Kugeln A und B gebracht. Die in Kugel C bereits vorhandenen (gebundenen) Ladungen trennen sich durch die Wirkung des äußeren Feldes. Das nennt man Influenz.

Influenz = Verschiebung frei beweglicher Ladungsträger in elektrischen Leitern

Leiter ziehen also die Feldlinien zu sich hin.

Im Inneren von C ist das elektrische Feld Null (\rightarrow Abschirmung, Faraday-Käfig).

Alle Körper besitzen elektrische Ladungen (Elektronen, Protonen). Wenn sich gleich große, entgegengesetzte Ladungen binden, so nennt man den Körper elektrisch neutral. Ein geladener Körper enthält dagegen einen Überschuss von entweder positiven (Protonen) oder von negativen Ladungen (Elektronen).

Ladungen und Felder in elektrischen Leitermaterialien:

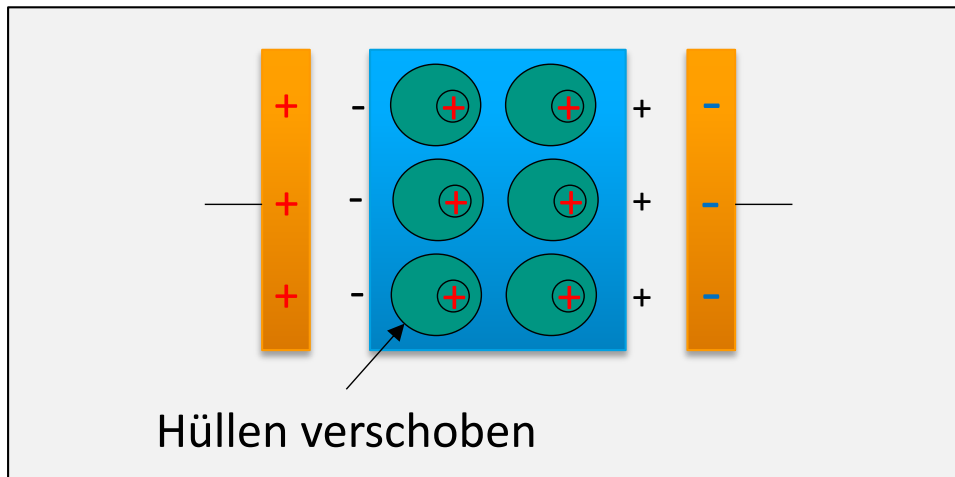
Das Innere eines elektrischen Leiters enthält im elektrostatischen Gleichgewicht weder ein elektrisches Feld noch überschüssige Ladungen. Überschüssige Ladungen befinden sich nur auf der Oberfläche eines Leiters.

Begründung:

Befänden sich überschüssige Ladungen im Inneren, so wäre in ihrer Umgebung ein elektrisches Feld vorhanden. Das würde Kräfte auf die überschüssigen Ladungen ausüben und diese so lange verschieben, bis keine Kräfte mehr auf sie wirken. Dann existiert auch kein elektrisches Feld mehr.

Sind die Enden eines Leiters jedoch mit einer Stromquelle verbunden, so besteht dazwischen im Leiter ein elektrisches Feld (Potentialdifferenz). Dieses ist die Ursache für das Fließen von Ladungen, also für den elektrischen Strom.

Gebundene Ladungen (Polarisation):



Dielektrikum (Nichtleiter) zwischen den Platten eines Kondensators
→ Erzeugung elektrischer Dipolmomente

Polarisation = Ausrichtung von Ladungen in Molekülen von Isolatoren

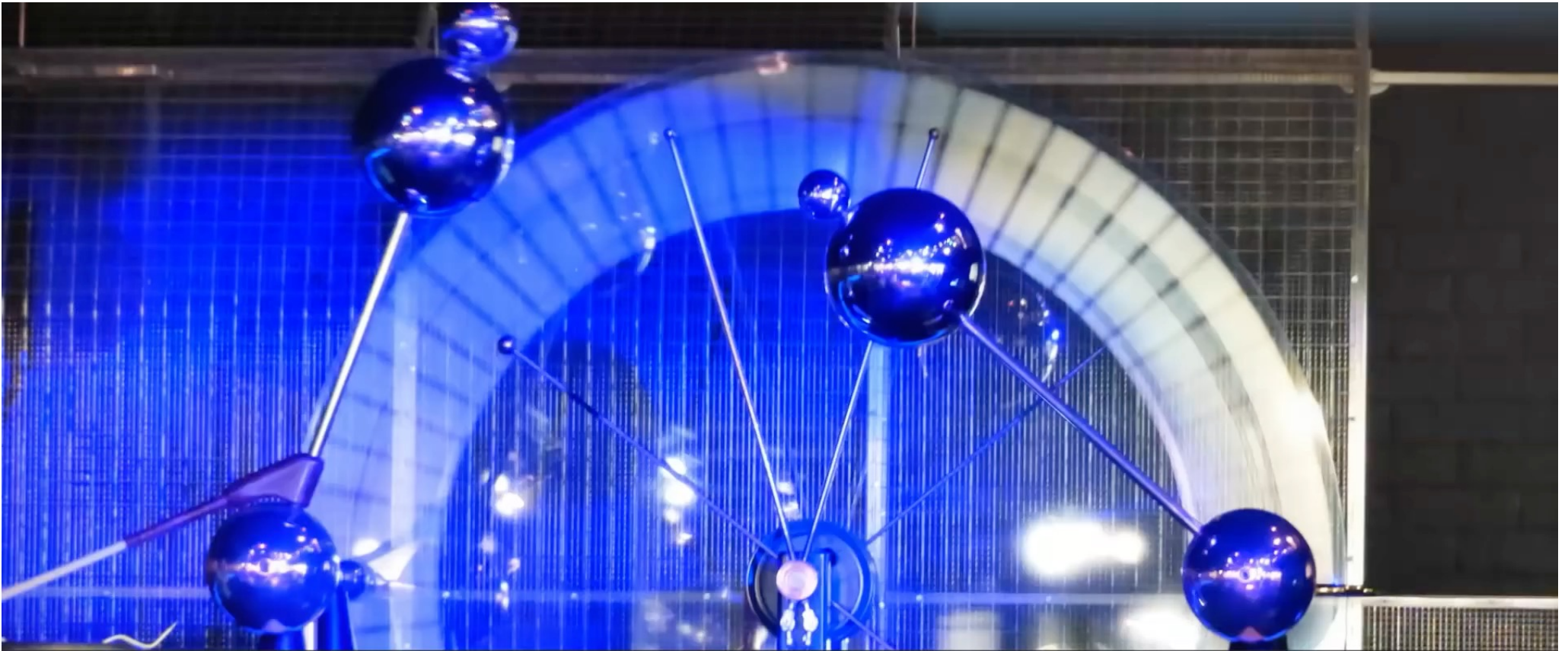
Verschiebungspolarisation (Deformationspolarisation)

→ Ladungsverschiebung innerhalb der Atome durch Deformation der Elektronenhülle, z.B. Öltröpfchen in Luft

Orientierungspolarisation

→ Die Moleküle der dielektrischen Substanz besitzen bereits eine Deformation, die aber zunächst ungeordnet ist (z.B. Wassermoleküle).

Die Moleküle richten sich unter Einwirkung des äußeren Feldes gleichmäßig aus und erzeugen so ein messbares makroskopisches Dipolmoment.



INFLUENZ

Quelle: YouTube Video von SIMPLECLUB.DE, <https://www.youtube.com/watch?v=mLawlxMGVjk>

1. Materielle Grundlagen – Ladungsdichte

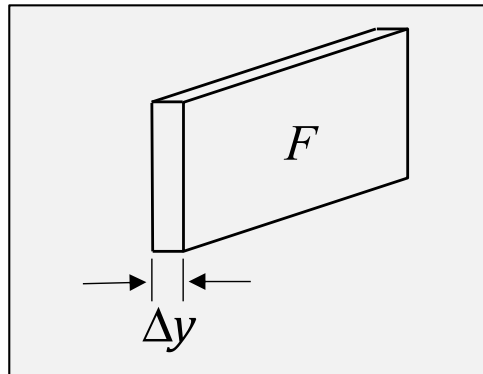
$$\overset{\text{Def.}}{\rho} = \frac{d^3 Q}{dx \, dy \, dz} \left(\hat{=} \frac{Q}{V} \right)$$

$$[\rho] = \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{m}^3}$$

Raumladungsdichte

$$\overset{\text{Def.}}{\sigma} = \rho \cdot dy = \frac{d^2 Q}{dx \, dz} \left(\hat{=} \frac{Q}{F} \right)$$

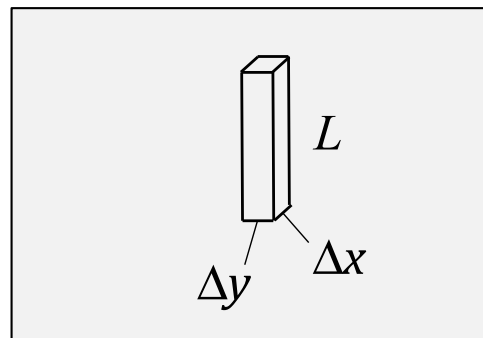
Flächenladungsdichte



$$\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \rho \, dy = \sigma \quad (\neq 0) \quad [\sigma] = \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{m}^2}$$

$$\overset{\text{Def.}}{\lambda} = \sigma \cdot dx = \frac{dQ}{dz} \left(\hat{=} \frac{Q}{L} \right)$$

Linienladungsdichte



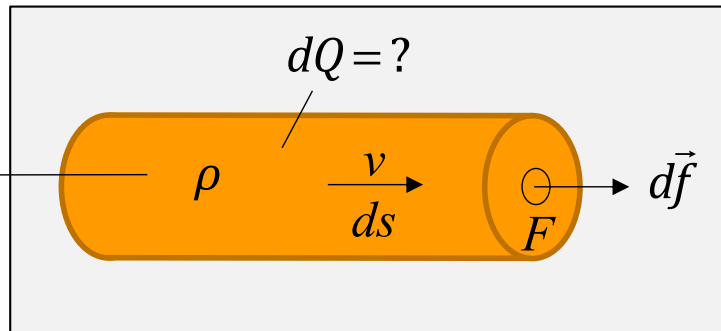
$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sigma \, dx = \lambda \quad (\neq 0) \quad [\lambda] = \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{m}}$$

1. Materielle Grundlagen – Stromdichte und Strom

$$\vec{J} = \rho \cdot \vec{v} \quad \longleftrightarrow \quad I = \frac{dQ}{dt}$$

Strom von freien Ladungen dQ/dt durch die Fläche F

bewegte
Raum-
ladungs-
dichte



Definition der Länge ds :

$$ds = v \cdot dt$$

ds ist so lang gewählt, wie sich Ladungsträger der Geschwindigkeit v im Zeitintervall dt fortbewegen.

$$\begin{aligned} \vec{J} &= J \cdot \vec{e}_z = \text{const.} & \rightarrow & & dQ &= \rho \cdot F \cdot ds \\ d\vec{f} &= df \cdot \vec{e}_z & & & &= \rho \cdot F \cdot v \cdot dt \end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{dQ}{dt} = \rho \cdot v \cdot F}$$

$$I = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{f} = J \cdot F$$

$$\begin{aligned} \updownarrow \quad \updownarrow \\ \boxed{I = J \cdot F} & \rightarrow \quad \boxed{\vec{J} = \rho \cdot \vec{v}} \end{aligned}$$

Definition der Stromrichtung:

Positive Flussrichtung = Richtung der positiven Ladungsträger (Ionenleitung)

Negative Flussrichtung = Richtung der negativen Ladungsträger (Elektronenleitung = Metalle)

1. Materielle Grundlagen – Stromdichte

$$\vec{J} = \rho \cdot \vec{v}$$

neutral:

$$\rho = \rho_+ + \rho_- = 0$$

$$\rho_- = -\rho_+$$

geladen:

$$\rho = \rho_+ + \rho_- + \rho_{\text{Zusatz}}$$

$$\rho = \rho_{\text{Zusatz}}$$

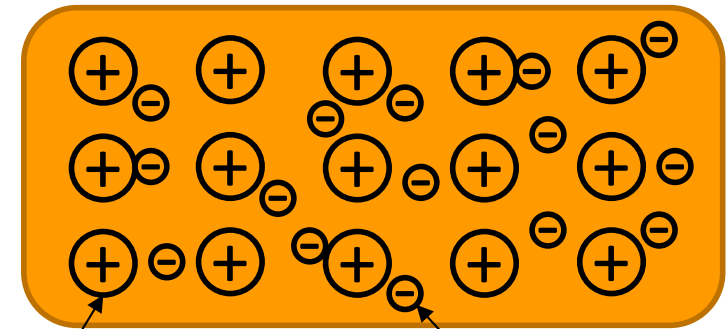
Stromdichte:

$$\vec{J} = \rho \cdot \vec{v}$$

$$\rho = \rho_+ + \rho_- = 0 \longrightarrow \rho = 0 \rightarrow \vec{J} = 0 \text{ ?????}$$

$$\vec{J} = \rho_- \cdot \vec{v}_- + \rho_+ \cdot \vec{v}_+ \longrightarrow \vec{v}_+ = 0 !$$

$$\vec{J} = \rho_- \cdot \vec{v}_-$$



Feste Cu-Ionen
im Kristallgitter ρ_+

Frei bewegliche
Elektronen ρ_-

2. Feldbeschreibung durch die Maxwell-Gleichungen I

Wirkung \longleftarrow Ursache

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Elektrisches Quellenfeld,
erzeugt durch alle $\rho = \rho_+ + \rho_-$.

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Elektrisches Wirbelfeld,
erzeugt durch $\partial \vec{B} / \partial t$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 (\rho_- \cdot \vec{v}_- + \rho_+ \cdot \vec{v}_+) + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Magnetisches Wirbelfeld,
erzeugt durch Ströme und durch $\partial \vec{E} / \partial t$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

Quellenfreiheit des magnetischen Feldes

$$\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Kraftgleichung, messbare Wirkung
von \vec{E} und \vec{B} auf Ladungen

Physikalisch reale, messbare Größen sind: ρ , q , \vec{v} , \vec{E} , \vec{B} , \vec{F} .

Alle später neu dazukommenden Größen sind nur Abkürzungen per Definition für makroskopisch gemittelte Eigenschaften dieser ersten, fundamentalen Größen.

2. Feldbeschreibung durch die Maxwell-Gleichungen II

Berücksichtigung gemittelter, makroskopischer Materialeffekte:

$$\begin{aligned}\vec{D} &= \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} & \textbf{Polarisation durch Ladungsverschiebung in Festkörpern (Dielektrikum)} \\ &= \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} & \text{für } \vec{P} = \chi_{el} \varepsilon_0 \vec{E} \quad \text{mit } \varepsilon_r = (1 + \chi_{el})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) & \textbf{Magnetisierung durch atomare Ringströme (Ferromagnetismus)} \\ &= \mu_0 \mu_r H & \text{für } \vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad \text{mit } \mu_r = (1 + \chi_m) \quad \text{(linearer Zusammenhang gilt nur, wenn keine Sättigung auftritt)}\end{aligned}$$

D = elektrische Verschiebungsdichte (elektrische Flussdichte); $[D] = \text{As/m}^2$

E = elektrische Feldstärke; $[E] = \text{V/m}$

P = elektrische Polarisation; $[P] = [D] = \text{As/m}^2$

B = magnetische Flussdichte; $[B] = \text{Vs/m}^2$

H = magnetische Feldstärke; $[H] = \text{A/m}$

M = Magnetisierung; $[M] = [H] = \text{A/m}$

2. Felddescription durch die Maxwell-Gleichungen III

	Stromkreis	Elektrisches Feld	Magnetisches Feld
Ursache	Elektrische Spannung U	Flächenladungen \rightarrow Elektrische Verschiebungsstromdichte D	Elektrischer Strom oder Permanentmagnete \rightarrow Magnetische Feldstärke H (magn. Durchflutung Θ)
Material-einfluss	Ohmscher Widerstand R	Ausrichtung der Moleküle (Polarisation) $\epsilon_0 \cdot \epsilon_r$	atomare Kreisströme (Ferromagnetismus) $\mu_0 \cdot \mu_r$
Wirkung	Elektrischer Strom I - Wärme - Licht	Elektrische Feldstärke E - Kraft auf Probeladung - elektrischer Durchschlag	Magnetische Flussdichte B (magnetischer Fluss ψ, Φ) - Kraft auf bewegte Ladungen (Ströme) - induzierte Spannungen

2. Felddescription durch die Maxwell-Gleichungen III

Analogiebetachtung:

Die Spannung U ist die Ursache für den Stromfluss I bzw. Stromdichte $J = I / F$.

Die Höhe des Stromflusses ergibt sich durch den Widerstand R (Materialeigenschaft).

Der elektrische Strom ist mit der Wirkung verknüpft (Stromwärme).

Die magnetische Feldstärke H ist die Ursache für den magn. Fluss ϕ bzw. die Flussdichte $B = \phi / F$.

Die Höhe des magnetischen Flusses ergibt sich durch den magnetischen Widerstand $1/(\mu_0\mu_r)$.

Die magnetische Flussdichte B ist mit der Wirkung des magnetischen Feldes verknüpft (Lorentzkraft = Kraft auf Stromleiter im Magnetfeld).

Je größer μ_r , um so größer ist das resultierende B -Feld (Feldverstärkung durch Ferromagnetismus = Ausrichtung atomarer Magnete im Material).

Die elektrische Verschiebungsdichte D ist mit der Ursache des Feldes, also den Ladungen, verknüpft.

Die elektrische Feldstärke E ist mit der Wirkung des elektrischen Feldes verknüpft (Coulombsches Gesetz = Kraft auf Ladungen im elektrischen Feld).

Je größer ϵ_r , um so kleiner ist das resultierende E -Feld (Feldabschwächung durch Polarisierung = Ausrichtung / Verbiegung der Atome und Moleküle im Nichtleiter).