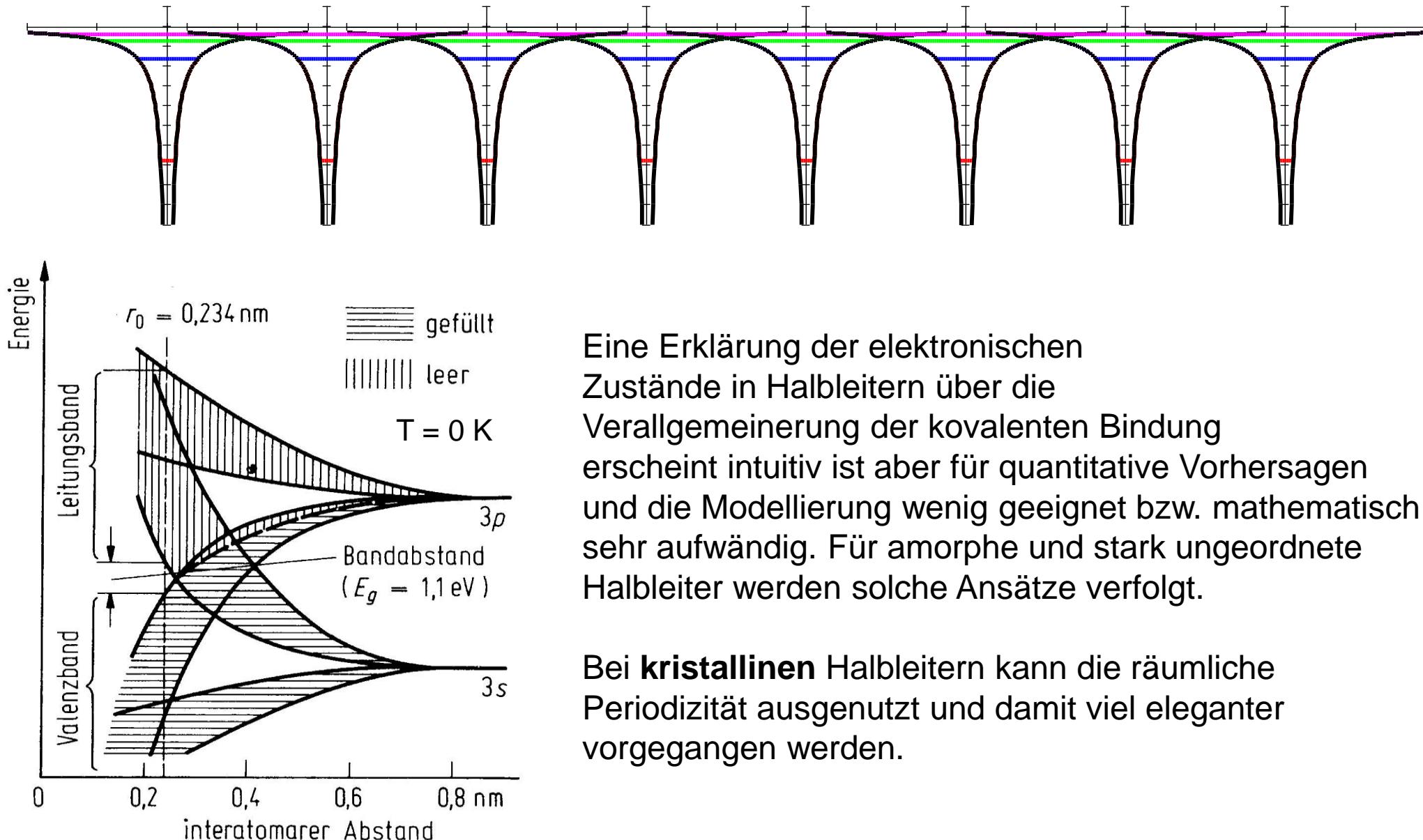


Übersicht über die Vorlesung

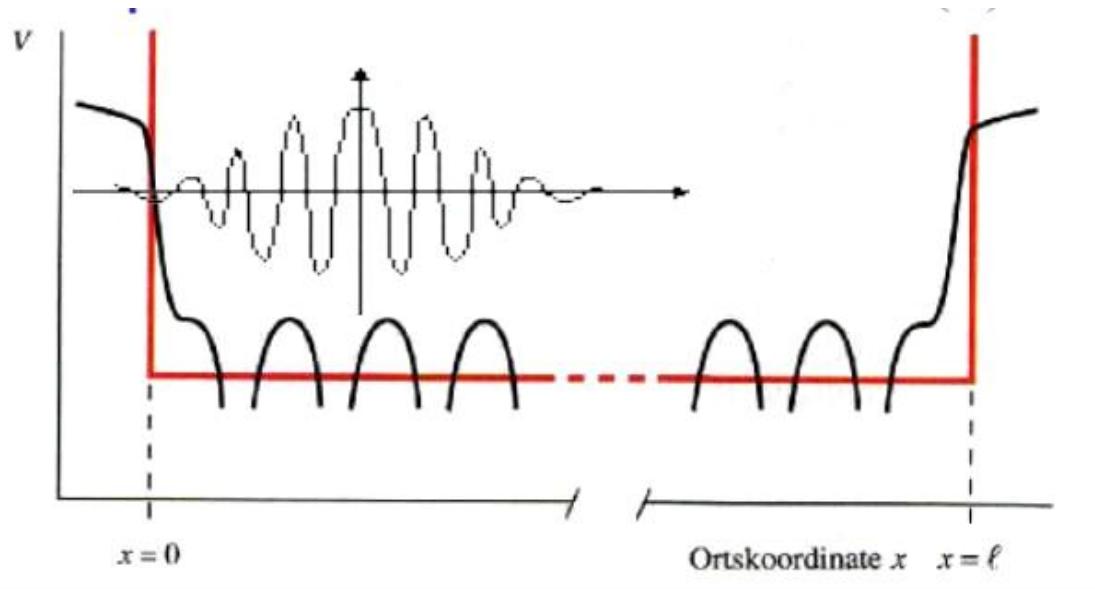
- 1. Grundlagen der Quantenmechanik**
- 2. Elektronische Zustände**
- 3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
- 4. Elektronen in Kristallen**
 - 4.1 Von 2 zu 10^{23}
 - 4.2 Wellenpakete
 - 4.3 Elektronen in Kristallen**
- 5. Halbleiter**
- 6. Quantenstatistik für Ladungsträger**
- 7. Dotierte Halbleiter**
- 8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
- 9. Der pn-Übergang**

Periodische Potentiale



Elektronen in periodischen Potentialen

Periodische Anordnung von Atomen → Periodisches Potential $V(x)$

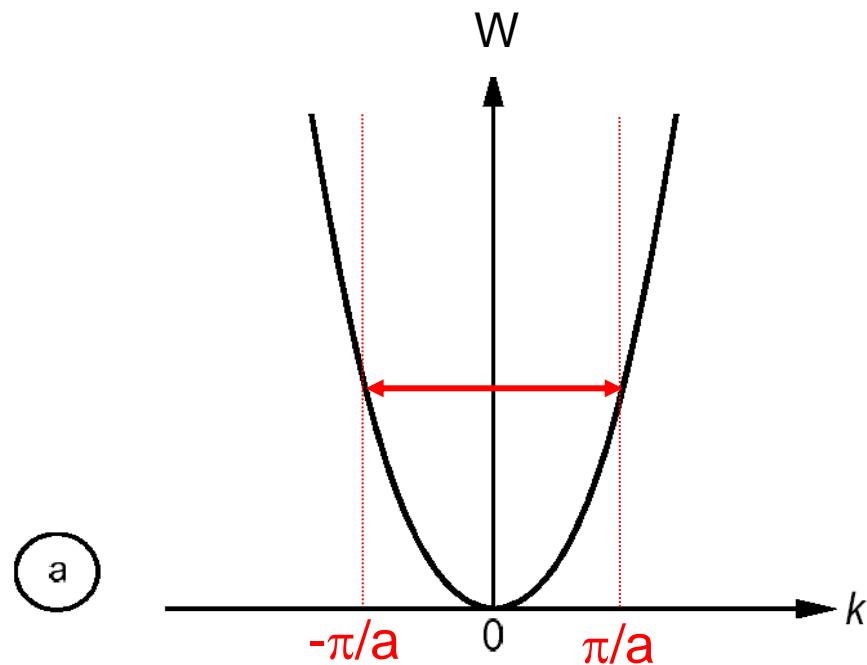


Schematische Darstellung eines quantenmechanischen Elektrons in einem periodischen Potential eines kristallinen Festkörpers

→ Drastische Effekte, wenn die halbe Wellenlänge der Elektronen (oder ein ganzzahliges Vielfaches) gleich der Periode des Potentials ist

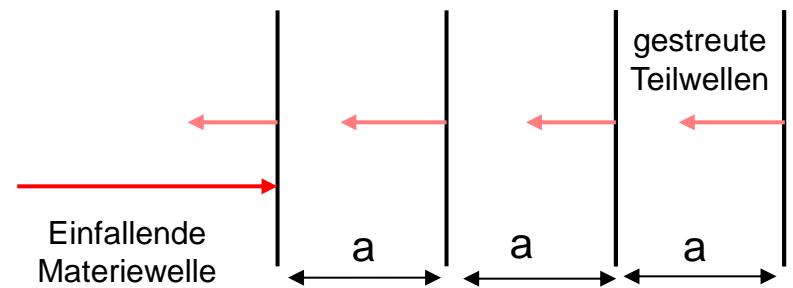
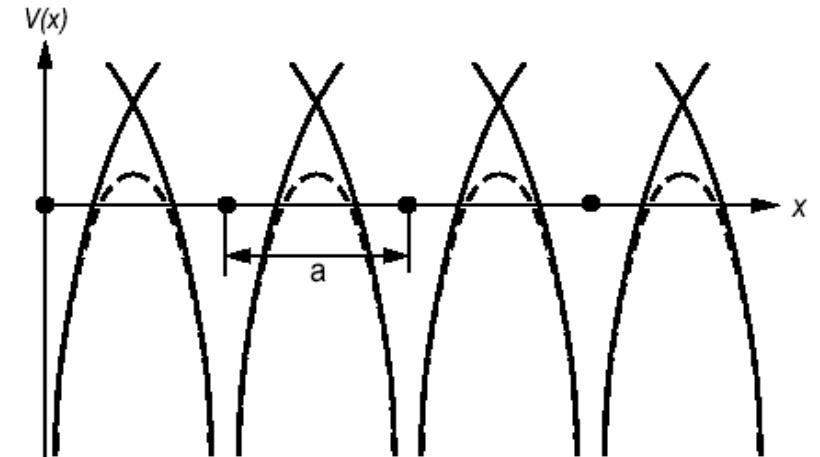
→ Ausbildung von **stehenden Wellen**

Vom freien Elektron zum Kristallelektron



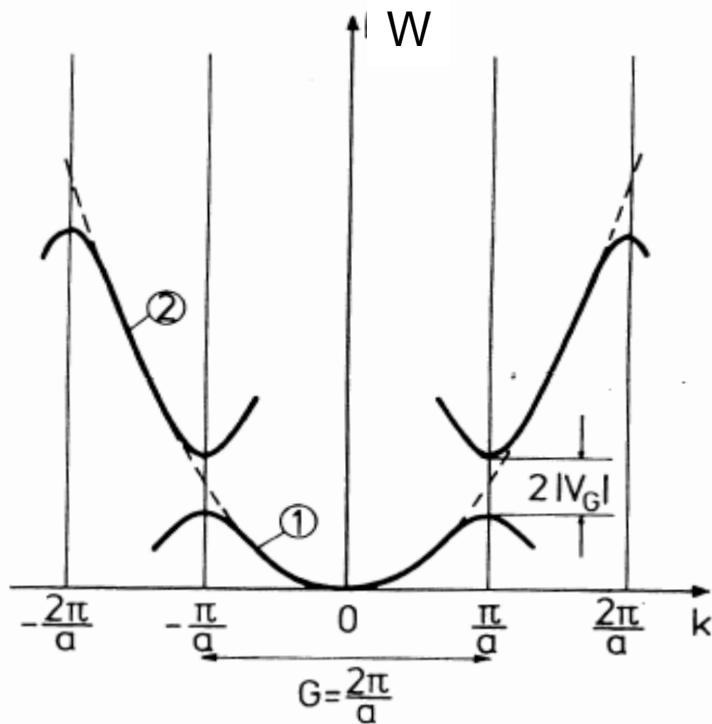
Dispersionsrelation
des freien Elektrons

$$W = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$



Konstruktive Überlagerung
der Teilwellen falls $\lambda/2=a$
oder $k=\pi/a$

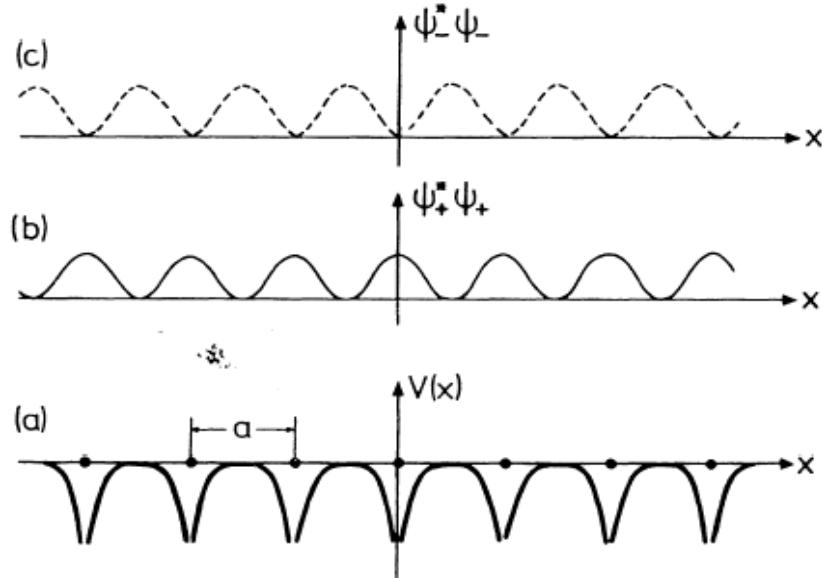
Vom freien Elektron zum Kristallelektron



Dispersionsrelation
des Kristallelektrons

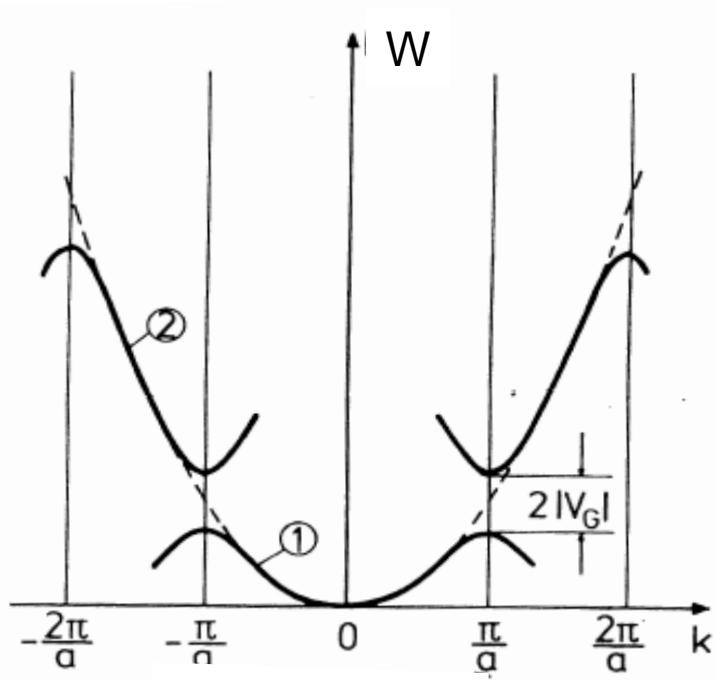
→ **Aufspaltung der Parabeläste bei $|k|=\pi/a$, Ausbildung von stehenden Wellen**

- c) Aufenthaltswahrscheinlichkeit obere „Bandkante“ (Wellenbüche zwischen Atomrümpfen)
- b) Aufenthaltswahrscheinlichkeit untere „Bandkante“ (Wellenbüche bei Atomrümpfen)



-bei einer Wellenlänge **zwei** qualitativ unterschiedliche Möglichkeiten die **stehende** Welle im Verhältnis zu den Atomrümpfen zu platzieren.

Vom freien Elektron zum Kristallelektron



Gittervektoren:

$$\vec{R}_n = n\vec{a} = n a \vec{e}_x$$

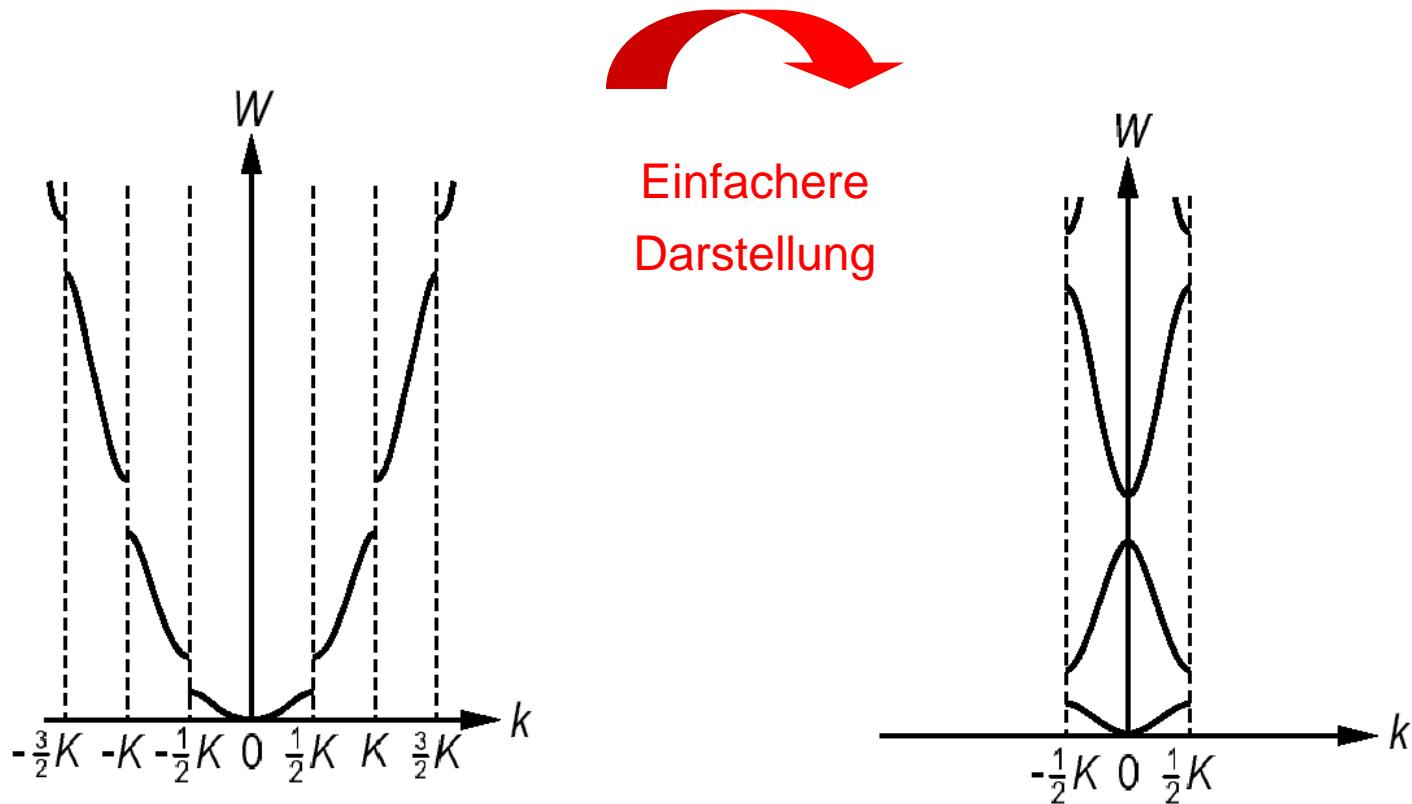
„Reziproker“ Gittervektor:

$$\vec{K} = \frac{2\pi}{a} \vec{e}_x \quad \vec{K}_n = n \frac{2\pi}{a} \vec{e}_x$$

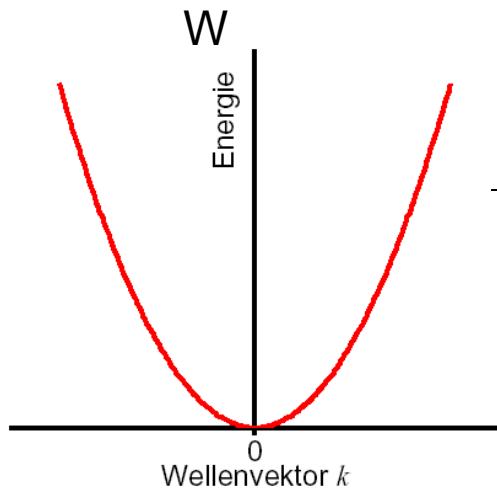
Das periodische Potential führt zu einer teilweisen Aufhebung der Impulserhaltung. Es kann zu jedem k -Wert in der Bandstruktur ein **reziproker** Gittervektor hinzugeaddiert werden.
Die Bandstruktur des Halbleiters wird im reziproken Gitter dargestellt.

Periodische Bandstruktur

Es genügt, den Bereich von $-\pi/a$ bis $-\pi/a$ oder allgemeiner von $-0.5K$ bis $0.5K$ darzustellen. Diesen Bereich nennt man die erste Brillouin-Zone.

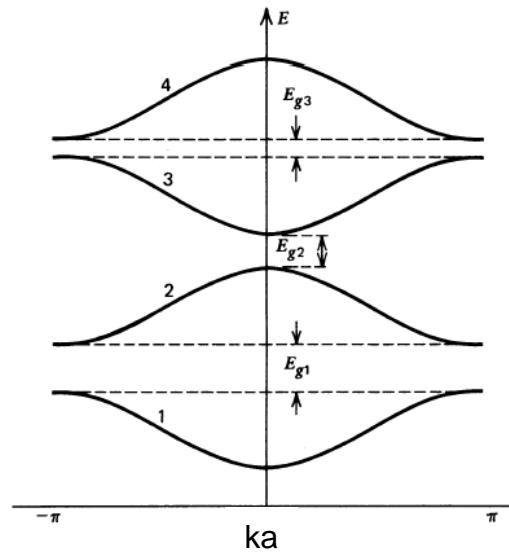


Freie Elektronen



Reduktion auf die erste
Brillouin-Zone

Bloch-Elektronen



Klassifizierung nach dem Wellenvektor:

$$\Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = e^{j\vec{k}\vec{r}} \quad \text{mit}$$

$$W(k) = \frac{(\hbar k)^2}{2m_0}$$

Klassifizierung nach reduziertem
Wellenvektor k und Bandindex n :

$$\Psi_{nk}(\vec{r}) = e^{j\vec{k}\vec{r}} u_{nk}(\vec{r})$$

$$u_{nk}(\vec{r}) = u_{nk}(\vec{r} + \vec{R}) \quad \text{Energie: } W_n(k)$$

(gitterperiodisch)

Wellenfunktionen von Bloch-Elektronen

$$\Psi_{nk}(\vec{r}) = e^{j\vec{k}\vec{r}} u_{n\vec{k}}(\vec{r})$$

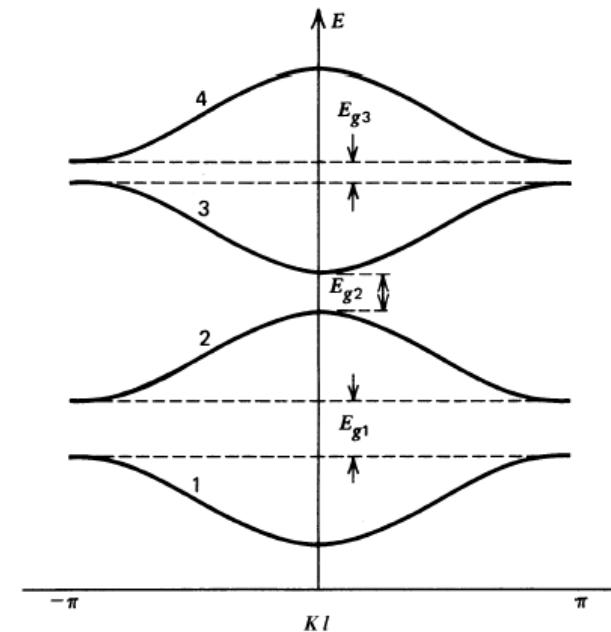
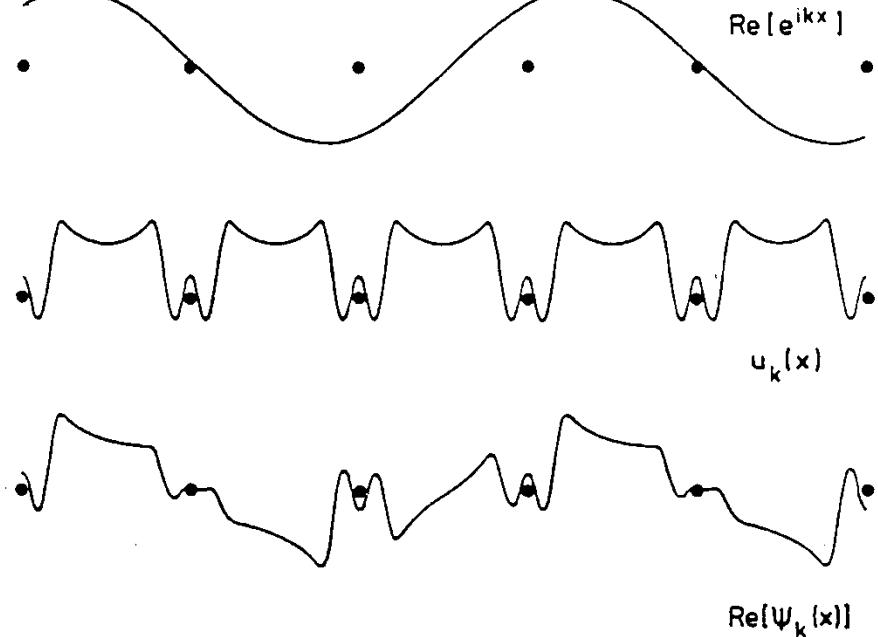
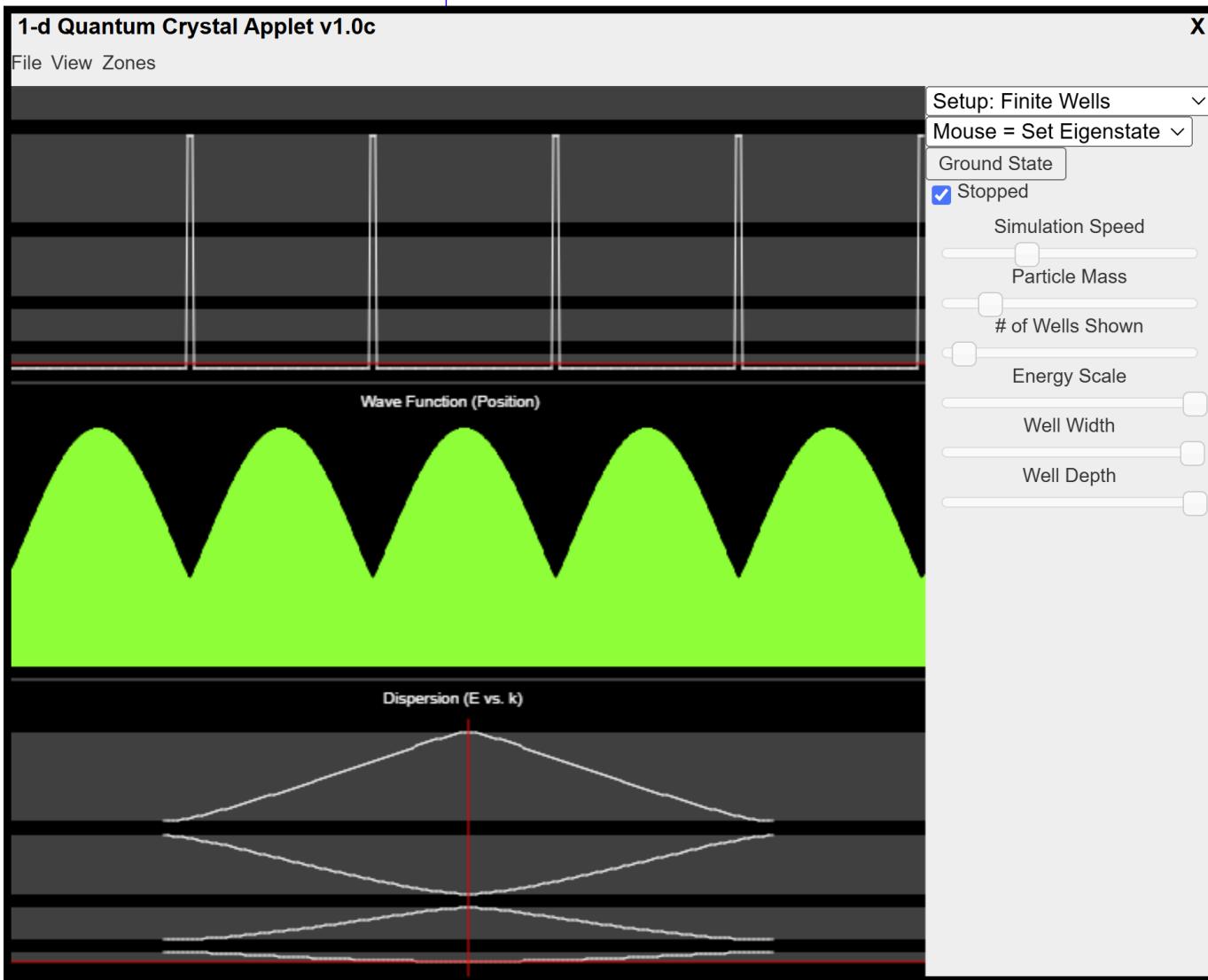


Fig. 3.4 Konstruktion einer Blochfunktion $\psi_k(x) = u_k(x)e^{ikx}$ für ein eindimensionales Gitter aus einer Wellenfunktion e^{ikx} , die mit einer gitterperiodischen Funktion $u_k(x)$ moduliert ist

Wellenfunktionen von Bloch-Elektronen



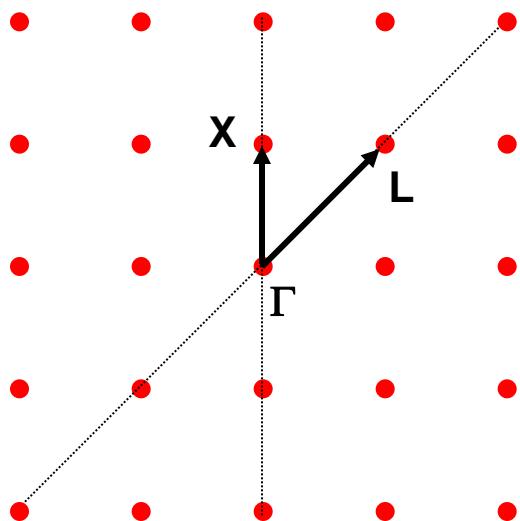
<https://www.falstad.com/qm1dcrystal/index.html>

Richtungsabhängigkeit des Potentials

Bisher haben wir nicht bedacht, dass das Potential für die verschiedenen Raumrichtungen verschieden ist.

Nehmen wir z.B. an wir haben ein 2D-Gitter. Die Atome sind entlang der X-Richtung näher zusammen als entlang der L-Richtung.

Daher erwarten wir, dass durch den unterschiedlichen Potentialverlauf auch die Energiezustände unterschiedlich sind.



z.B. beim quadratischen Gitter in 2D:

$$\Gamma: K=(0,0)$$

$$X: K=(0,1)$$

$$L: K=(1,1)$$

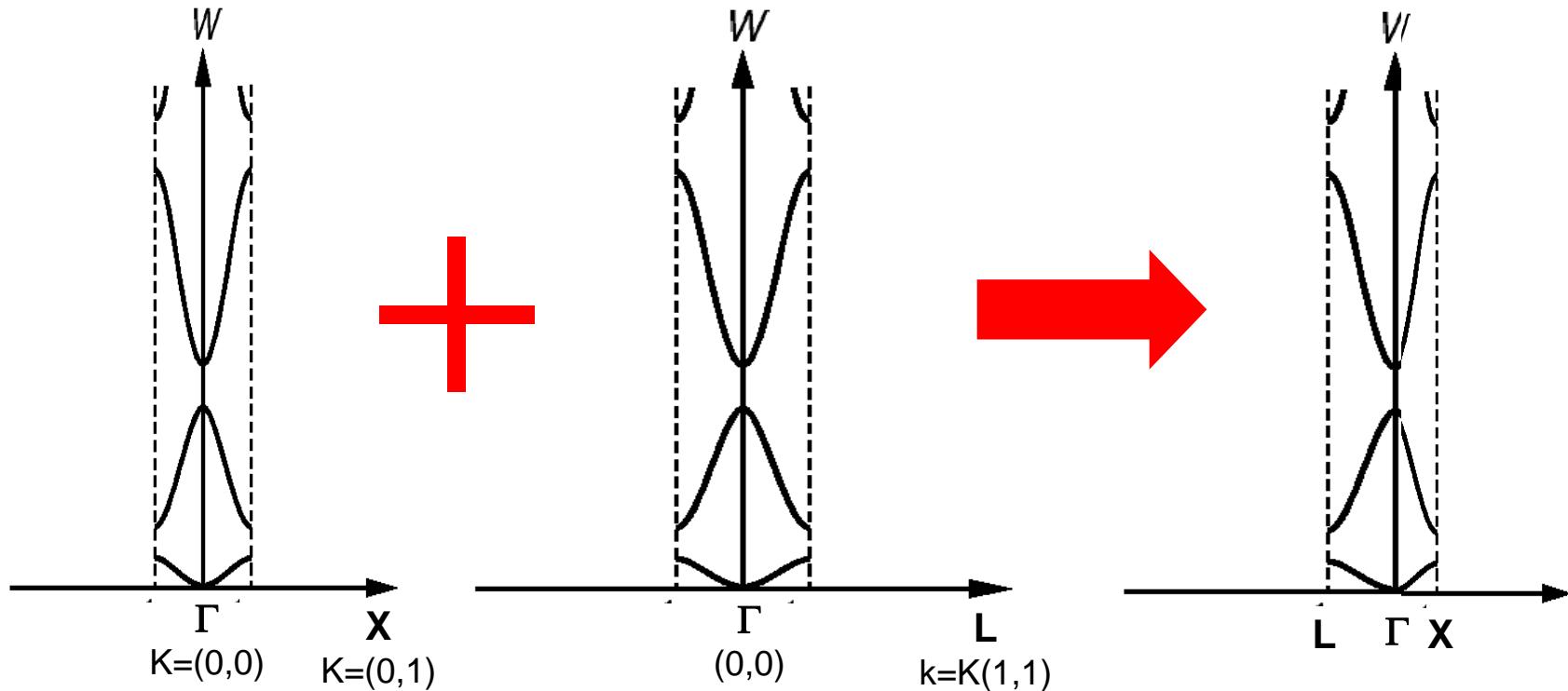
Die Energie hängt damit vom Wellenvektor \vec{k} ab:

$$\text{Energie: } W_n(\vec{k})$$

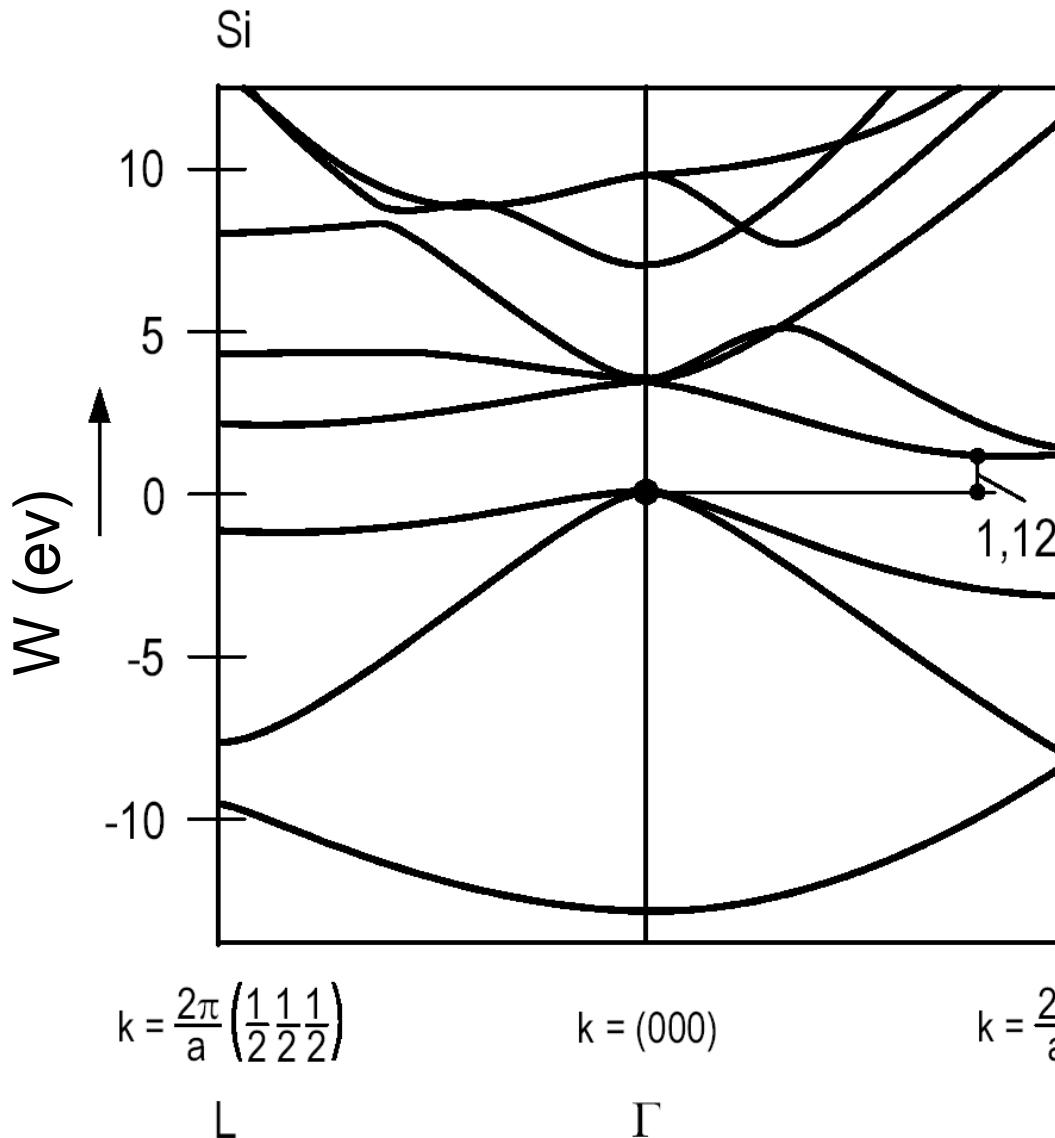
Richtungsabhängigkeit des Potentials

In der Tat zeigen Berechnungen, dass die Energiezustände richtungsabhängig sind.

Oft werden deshalb in einem Bandstruktur-Diagramm die Energiezustände für verschiedene relevante Richtungen gezeigt:

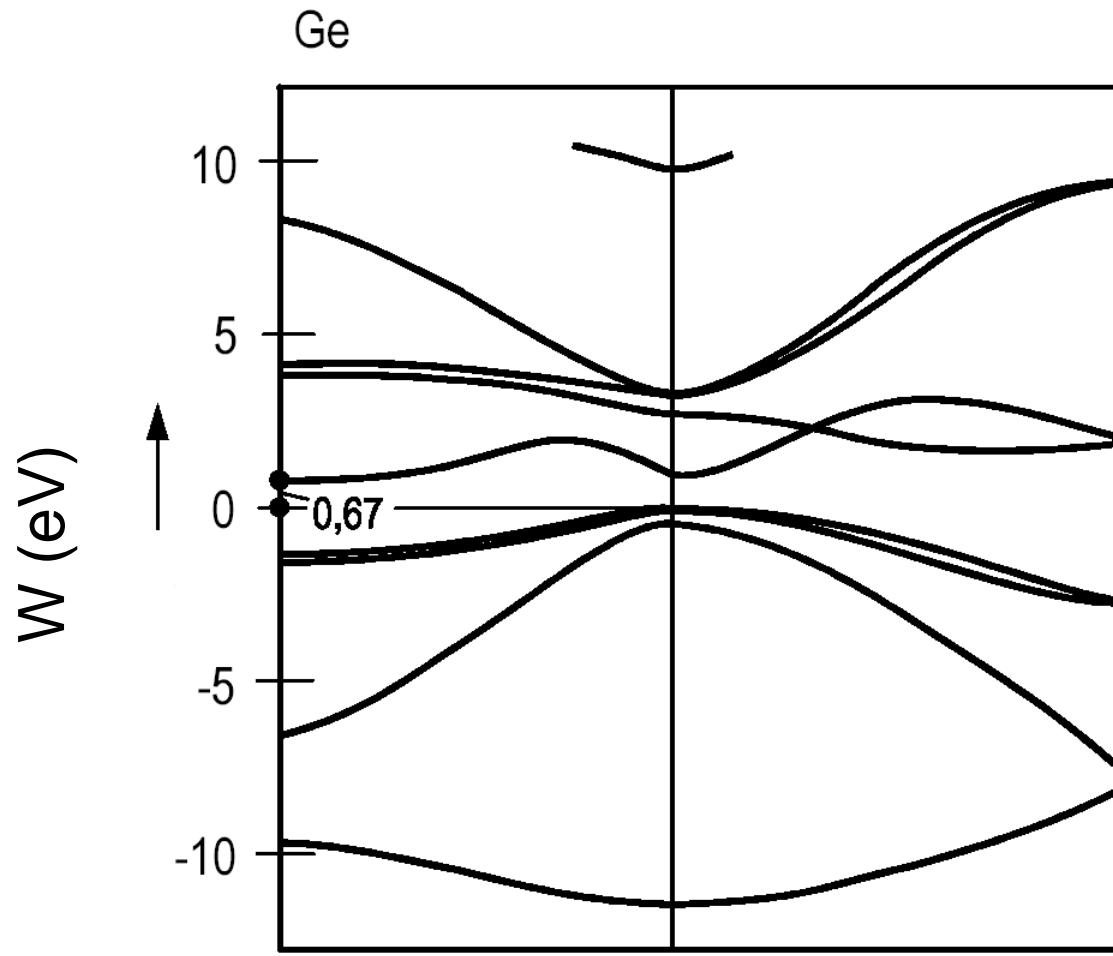


Beispiel: Bandstruktur von Silizium



Darstellung der Eigenzustände in Bandstrukturen. Gibt wieder die Abhängigkeit von ω (bzw. E) von k an. Allerdings handelt es sich nicht mehr um einzelne ebene Wellen sondern um komplexe Überlagerungen.

Beispiel: Bandstruktur von Germanium



$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{a} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

L

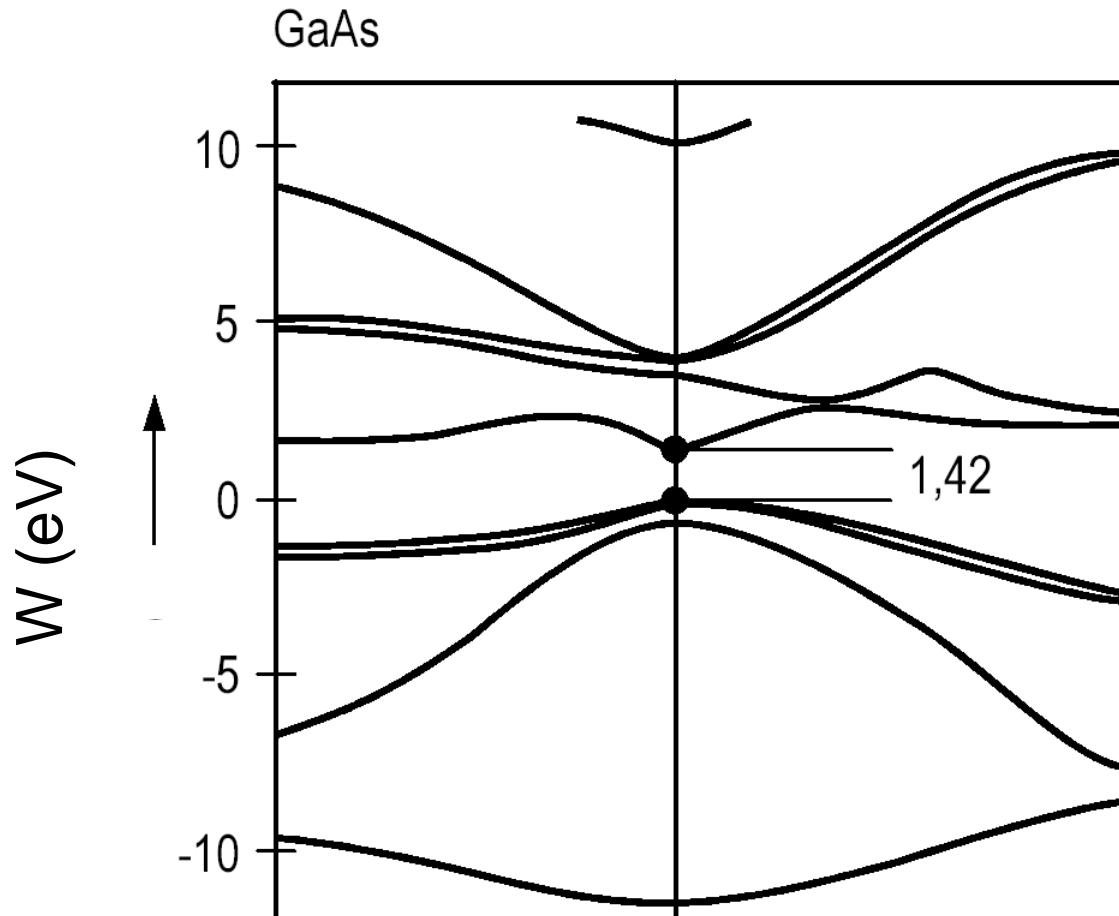
$$\mathbf{k} = (000)$$

Γ

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{a} (100)$$

X

Beispiel: Bandstruktur von GaAs



$$k = \frac{2\pi}{a} \left(\frac{111}{222} \right)$$

$$k = (000)$$

$$k = \frac{2\pi}{a} (100)$$

L

Γ

X

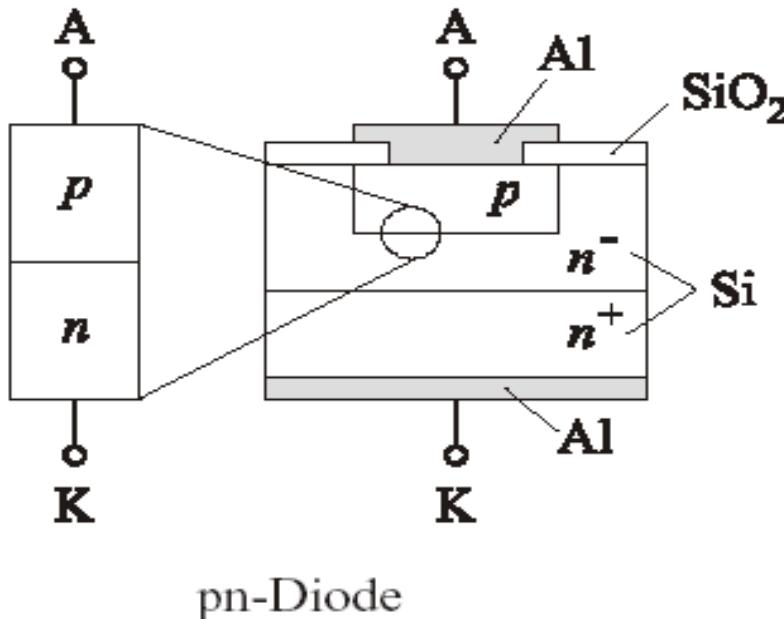
Übersicht über die Vorlesung

- 1. Grundlagen der Quantenmechanik**
- 2. Elektronische Zustände**
- 3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
- 4. Elektronen in Kristallen**
- 5. Halbleiter**
 - 5.1 Quasiklassische Beschreibung von Elektronen im Halbleiter**
 - 5.2 Stromtransport in Bändern**
- 6. Quantenstatistik für Ladungsträger**
- 7. Dotierte Halbleiter**
- 8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
- 9. Der pn-Übergang**

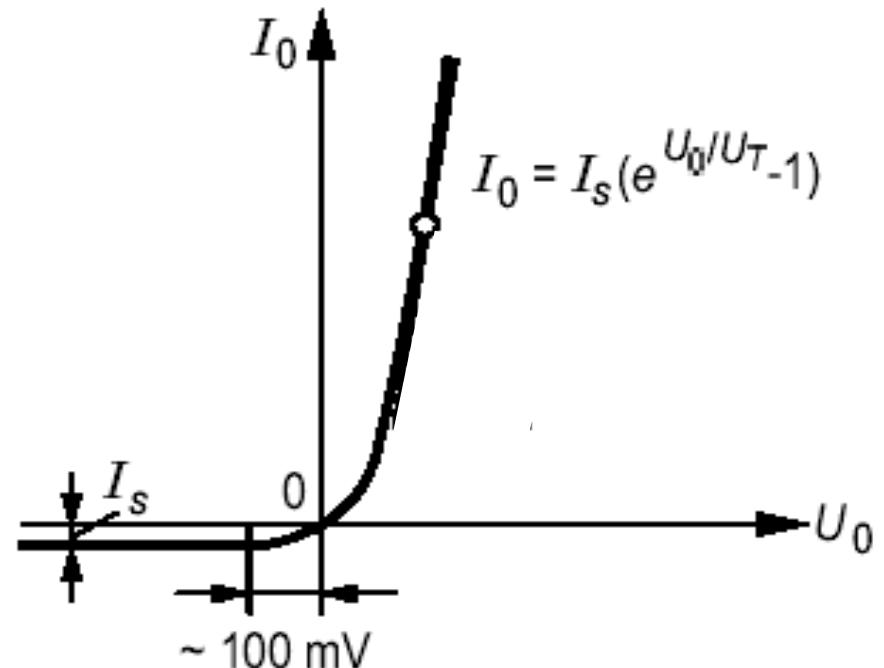
Wo kommen Kennlinien her?

In der Vorlesung “Elektronische Schaltungen” haben Sie die Kennlinien verschiedener Halbleiterbauelemente kennen gelernt:

Dioden, Bipolare Transistoren, Feldeffekttransistoren



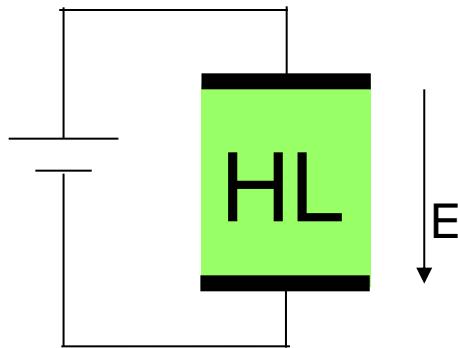
Quelle: ES-Skript, M. Siegel, KIT



- Warum sehen die Kennlinien so aus ?
- Was muss man machen, dass sie anders aussehen, was bestimmt das dynamische Verhalten ?

Leitfähigkeit von Festkörpern

Bisher wurden nur elektronische Zustände diskutiert („Bänder“).
Wie bewegen sich Elektronen in Kristallen?

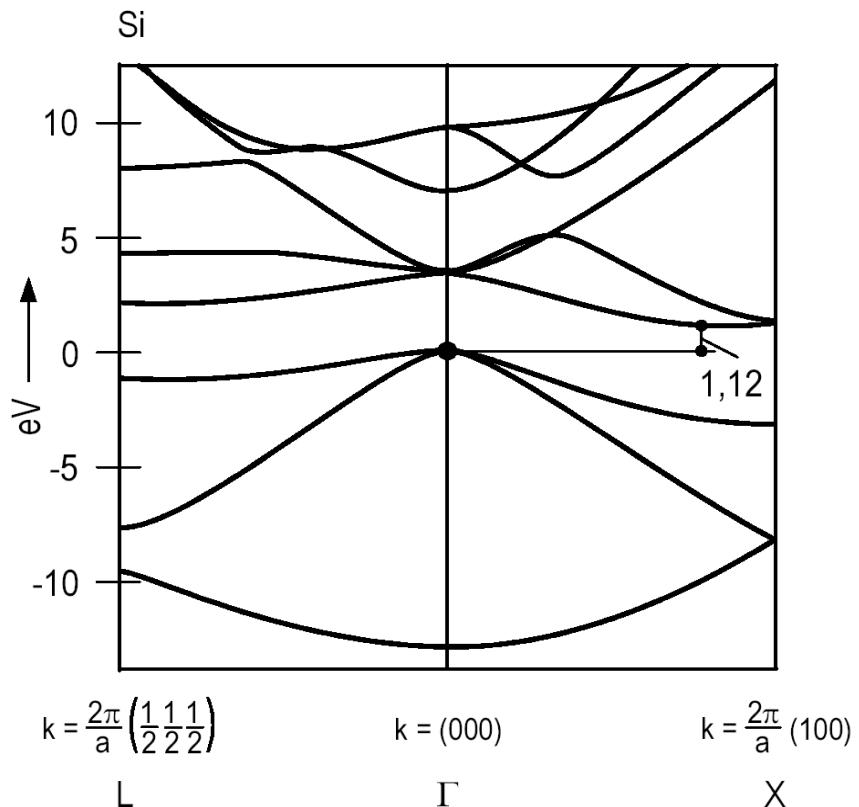


makroskopisch:

$J = \sigma E$ mit $I = JA$ mit der Querschnittsfläche A

bzw.

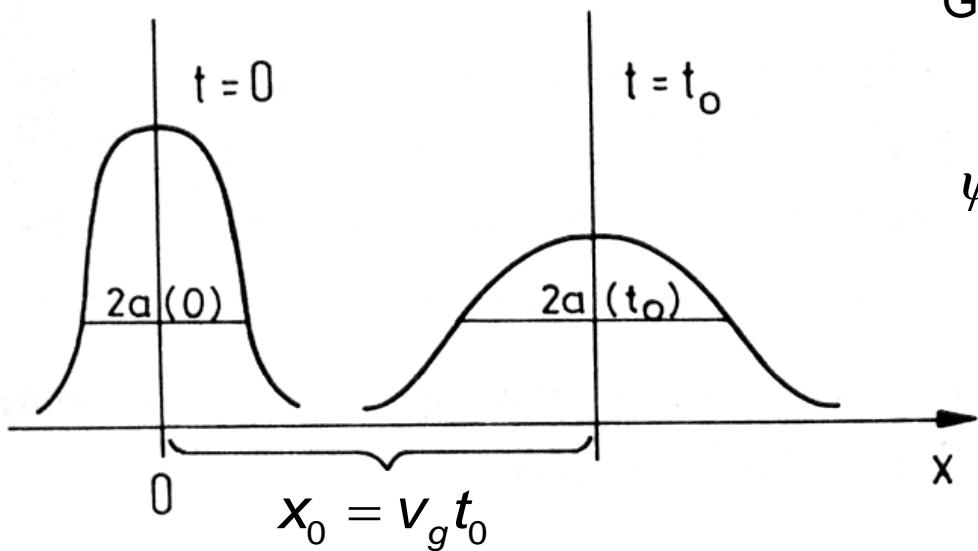
$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$



Wie berechnet man σ ??

Geschwindigkeit von Materiewellen

Wir haben schon die Gruppengeschwindigkeit v_g kennengelernt:



Es ergab sich als Spezialfall beim Gauss'schen Wellenpaket:

$$\psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{a\sqrt{\pi}}} \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2}\right) \exp(jk_0 x)$$

$$v_g = \frac{\hbar k_0}{m} = 2v_p$$

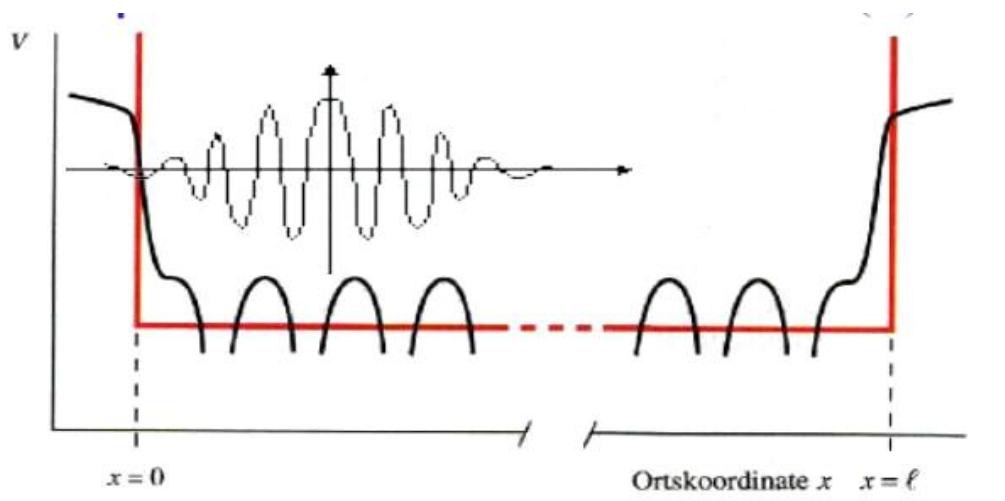
Für die Gruppengeschwindigkeit gilt allgemeiner (siehe auch El. Felder und Wellen)

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$

Überprüfung für das freie Elektron:

$$\frac{\partial}{\partial k} \omega(k) = \frac{\partial}{\partial k} \left(\frac{\hbar k^2}{2m} \right) = \frac{\hbar k}{m}$$

Geschwindigkeit von Materiewellen



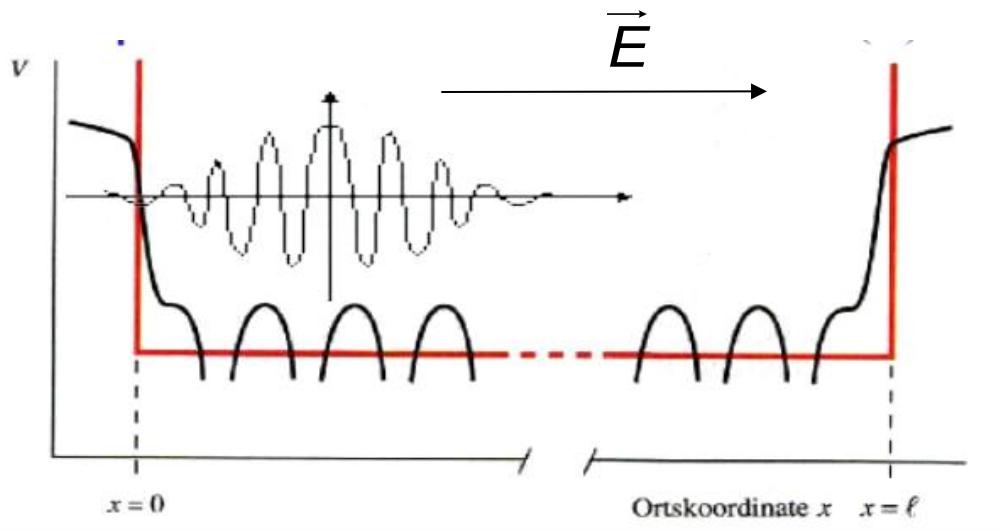
Gruppengeschwindigkeit
(Geschwindigkeit, mit der sich der Schwerpunkt eines Wellenpaketes bewegt)

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$

Abb.: Wellenpaket im periodischen Potential

Dieser Zusammenhang gilt nicht nur für das freie Elektron sondern für jede x -beliebige Dispersionsrelation (auch für em. Wellen)

Geschwindigkeit von Materiewellen



Gruppengeschwindigkeit
(Geschwindigkeit, mit der sich der Schwerpunkt eines Wellenpaketes bewegt)

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$

Abb.: Wellenpaket im periodischen Potential

Dieser Zusammenhang gilt nicht nur für das freie Elektron sondern für jede x-beliebige Dispersionsrelation (auch für em. Wellen)

Was passiert, wenn nun ein elektrisches Feld auf das Elektron einwirkt ??

Beschleunigung von Materiewellen

Ziel:

Ableitung einer Bewegungsgleichung für ein Elektron im Kristall:

Für die Gruppengeschwindigkeit gilt:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial W(k)}{\partial k};$$

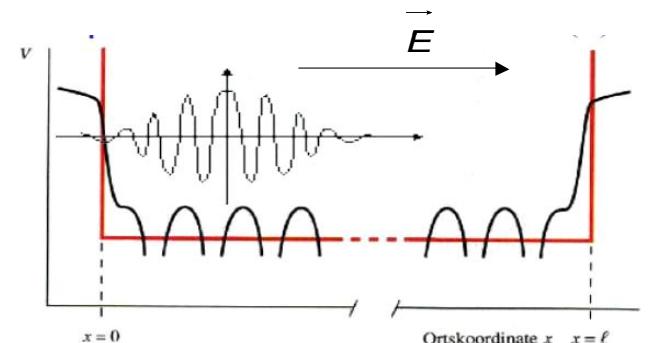


Abb.: Wellenpaket im periodischen Potential

Klassische Änderung der Energie pro infinitesimaler Zeiteinheit:

klassisch: $\frac{dW}{dt} = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeit}} = \frac{\text{Kraft} * \text{Weg}}{\text{Zeit}} = \text{Kraft} * \text{Geschwindigkeit} = Fv$

für ein Bloch-Elektron mit bekannter Dispersion $W(k)$

...um W zu ändern, muss k geändert werden

$$\frac{dW}{dt} = \underbrace{\frac{1}{\hbar} \frac{\partial W(k)}{\partial k}}_{v_g} \frac{d(\hbar k)}{dt}$$

Beschleunigung von Materiewellen

D.h. $\frac{d(\hbar k)}{dt}$ kann mit F identifiziert werden, bzw. es gilt $\frac{dk}{dt} = \frac{1}{\hbar} F = \left(\frac{q}{\hbar} E \right)$

Das bedeutet, dass eine Kraft unabhängig von der Bandstruktur den k -Vektor verändert.

Wie sieht es mit der Beschleunigung eines Elektrons mit bekannter Dispersionsrelation $W(k)$ aus ?

$$a = \frac{dv_g}{dt} = \frac{1}{\hbar} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W}{\partial k} \right) = \frac{1}{\hbar} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial k^2} \right) \frac{dk}{dt} = \frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial k^2} \right) F$$

Analog zum klassischen $F=ma$ kann also eine Masse des Blochlektrons definiert werden:

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 W(k)}{\partial k^2} \quad \text{bzw.} \quad m^* = \hbar^2 \left(\frac{\partial^2 W(k)}{\partial k^2} \right)^{-1}$$

„Masse“ des Kristallelektrons wird bestimmt durch die Bandstruktur !!!

Elektronen in Kristallen

Transporteigenschaften von Kristallelektronen werden bestimmt durch die Bandstruktur

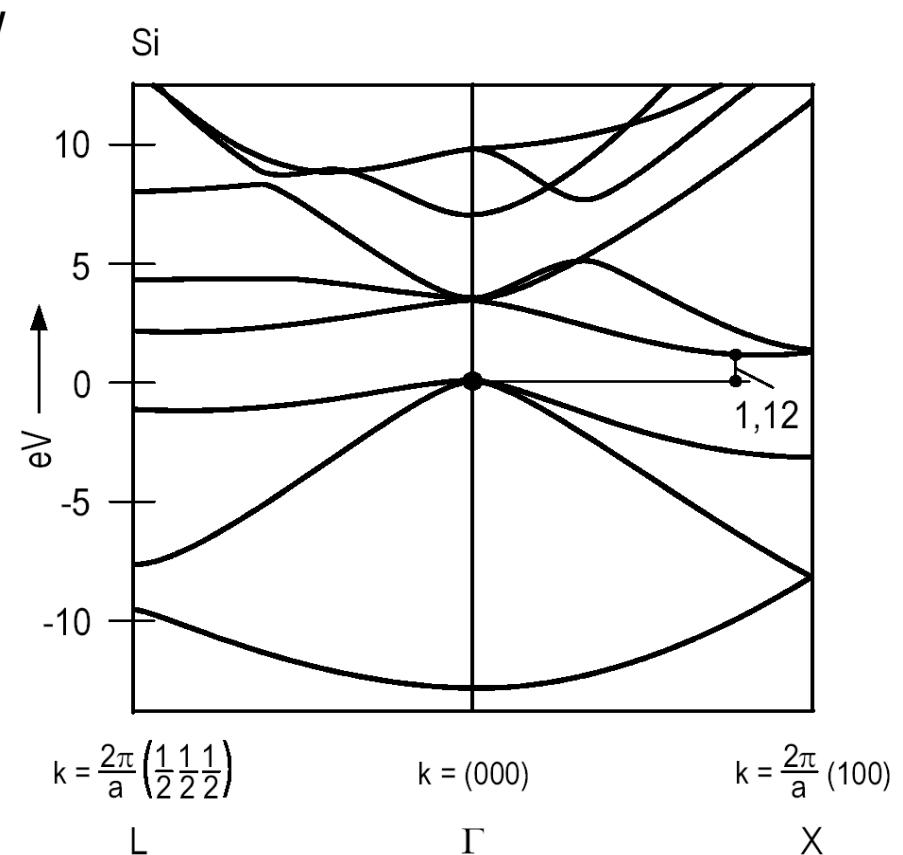
- (Gruppen)Geschwindigkeit ist gegeben durch

$$v_g = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial W(k)}{\partial k};$$

- Die effektive Masse dieser Elektronen ist:

$$m^* = \hbar^2 \left(\frac{\partial^2 W(k)}{\partial k^2} \right)^{-1}$$

- Kristallelektronen benehmen sich bei Beschleunigung wie Teilchen der Masse m^* (m_{eff})!



....dies führt allerdings (hauptsächlich in der Theorie) zu einem sehr merkwürdigen Verhalten ...

Übersicht über die Vorlesung

- 1. Grundlagen der Quantenmechanik**
- 2. Elektronische Zustände**
- 3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
- 4. Elektronen in Kristallen**
- 5. Halbleiter**
 - 5.1 Quasiklassische Beschreibung von Elektronen im Halbleiter
 - 5.2 Bloch-Oszillationen und realer Transport**
 - 5.3 Stromtransport in Bändern
- 6. Quantenstatistik für Ladungsträger**
- 7. Dotierte Halbleiter**
- 8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
- 9. Der pn-Übergang**

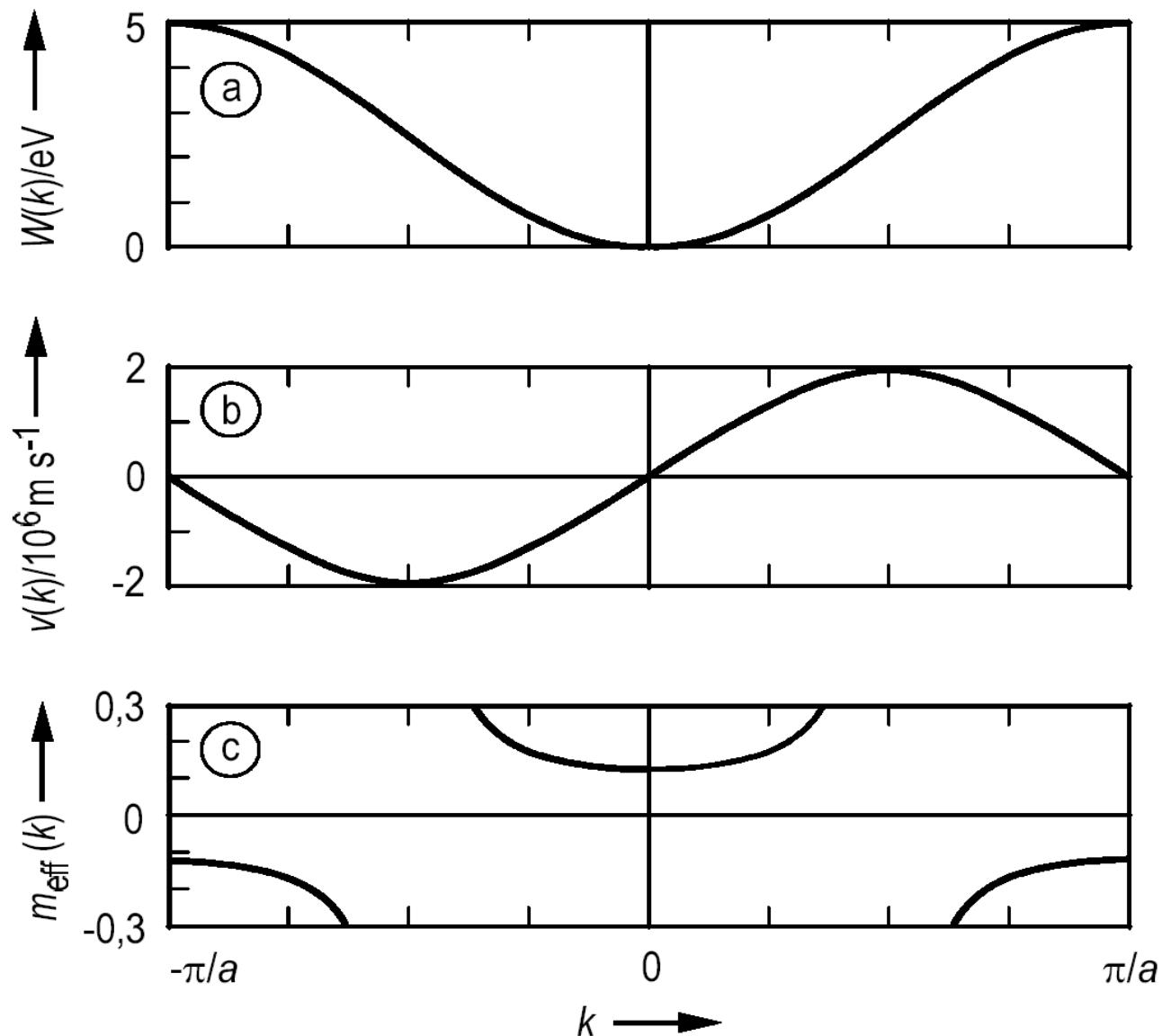
... nämlich den Blochoszillationen

Bsp.: kosinusförmiges
Band

$$W(k) = \frac{\Delta W}{2} (1 - \cos(ka))$$

$$v_g = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial W(k)}{\partial k};$$

$$m^* = \hbar^2 \left(\frac{\partial^2 W(k)}{\partial k^2} \right)^{-1}$$

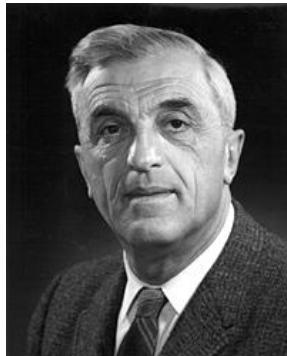


Blochoszillationen

Eine konstante Kraft F
bewirkt das folgende
 $k(t)$:

und für
 $v_g(t)$:

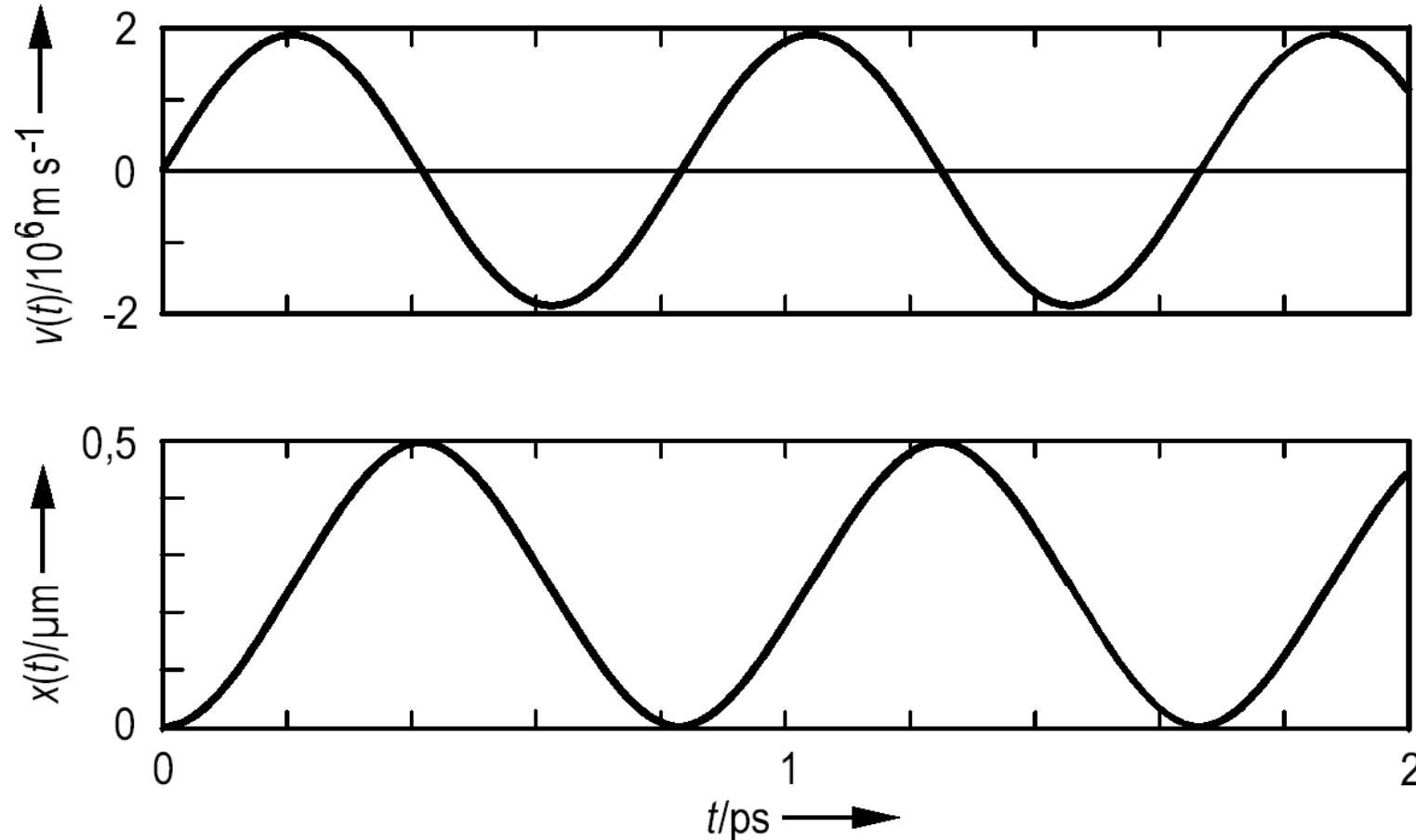
..und in $x(t)$



Felix Bloch
1905-1983

$$\frac{dk}{dt} = \frac{1}{\hbar} F$$

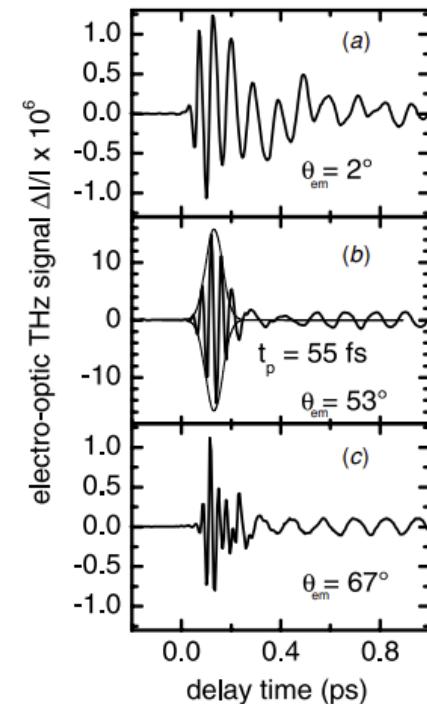
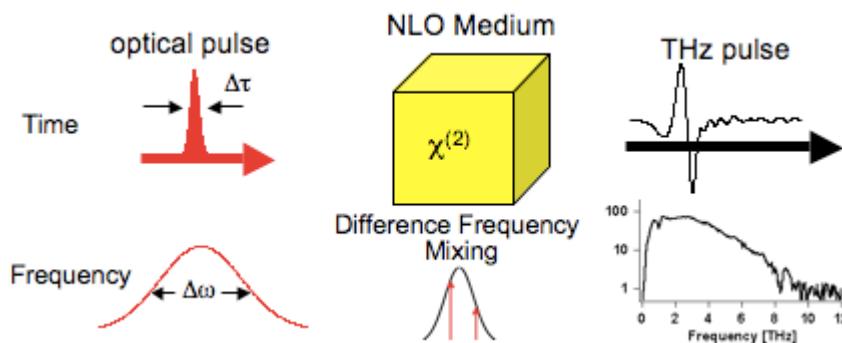
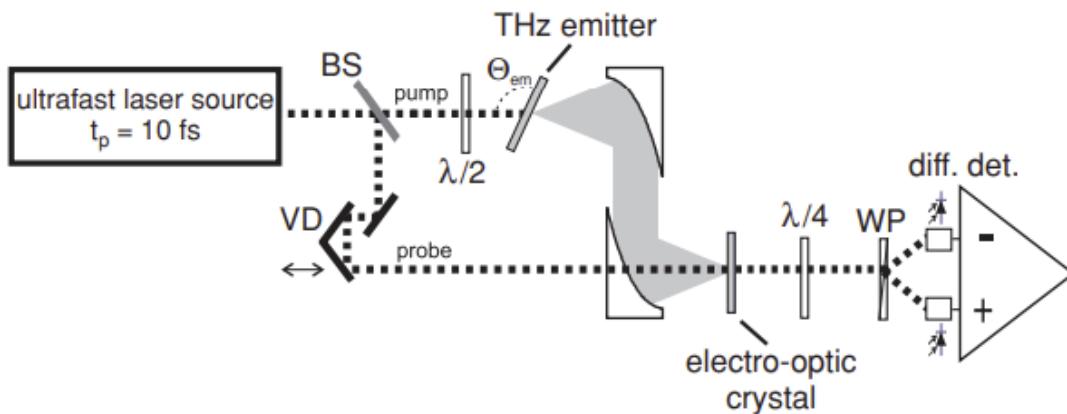
$$k(t) = k(0) + \frac{1}{\hbar} Ft$$



- Nach diesem Modell erwarten wir bei einem konstanten Feld eine oszillierende Bewegung der Elektronen (Bloch-Oszillationen).

Femtoseconds/Terahertz Technologies

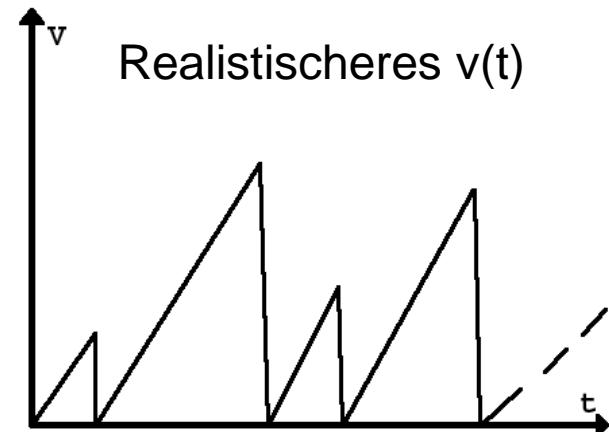
- Blochoscillationen können an (artifiziellen Materialien) mit einer kombiniert elektrisch/optischen Messtechnik nachgewiesen werden



Aber: Einfluss von Störungen

In einem realen Kristall wird die Bewegung des Elektrons unterbrochen durch z.B.

- Stöße mit Gitterschwingungen (Wechselwirkung mit Phononen)
- Streuung an Defekten
- Elektron-Elektron-Streuung
- Die Zeit τ für diese Störungen ist typischerweise viel kürzer als die Periode der Bloch-Oszillation.



Bloch-Oszillationen können nur in speziell hergestellten künstlichen Kristallen beobachtet werden ... aber sind interessant für die **THz-Technik.**

Ströme in Halbleitern

FuB 7.30

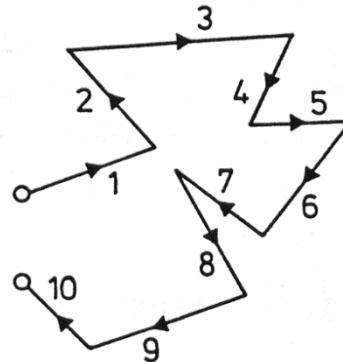
Strom im Halbleiter:

Abfolge von Phasen der Beschleunigung und abrupten Stößen

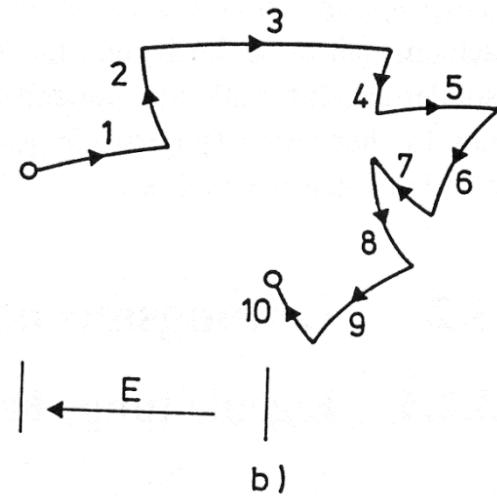
Elektronen werden durch den Halbleiter getrieben



„Drift“ströme



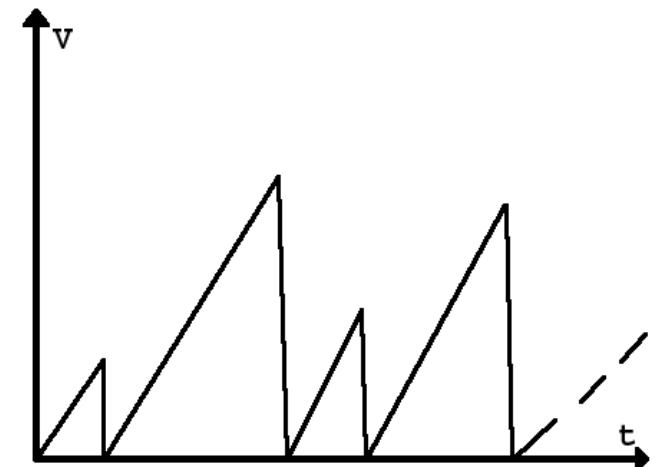
Elektronenbahn
ohne E-Feld



Elektronenbahn
mit E-Feld

Driftströme

Elektronen werden im Mittel nach der Zeit τ durch Stoß mit Atomrumpf abrupt abgebremst.



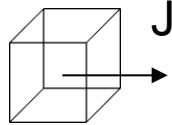
Damit ergibt sich (nicht ganz sauber) als mittlere Geschwindigkeit:

$$\bar{v} = \frac{F}{m} \tau = \frac{qE\tau}{m^*} = \frac{-eE\tau}{m^*} \equiv -\mu E$$

Damit ergibt sich eine zentrale Größe der Halbleiterelektronik, die Beweglichkeit μ :

$$\mu = \frac{e\tau}{m^*}$$

Sie ist ein Maß dafür, wie schnell sich ein Elektron im Halbleiter unter Einwirkung des elektrischen Feldes bewegt.



Stromdichte durch ein Volumenelement:

$$J = q \cdot n \cdot \bar{v}$$

Ladung pro
Teilchen (1e)
(Einheit: C=As)

Dichte der Ladungen
(Einheit: m⁻³ bzw cm⁻³)

mittlere Geschwindigkeit
Einheit: m/s

Die Stromdichte ist direkt proportional zur Beweglichkeit:

$$J = qn\bar{v} = qn\mu E$$

-hohe Beweglichkeiten

-hohe Stromdichten

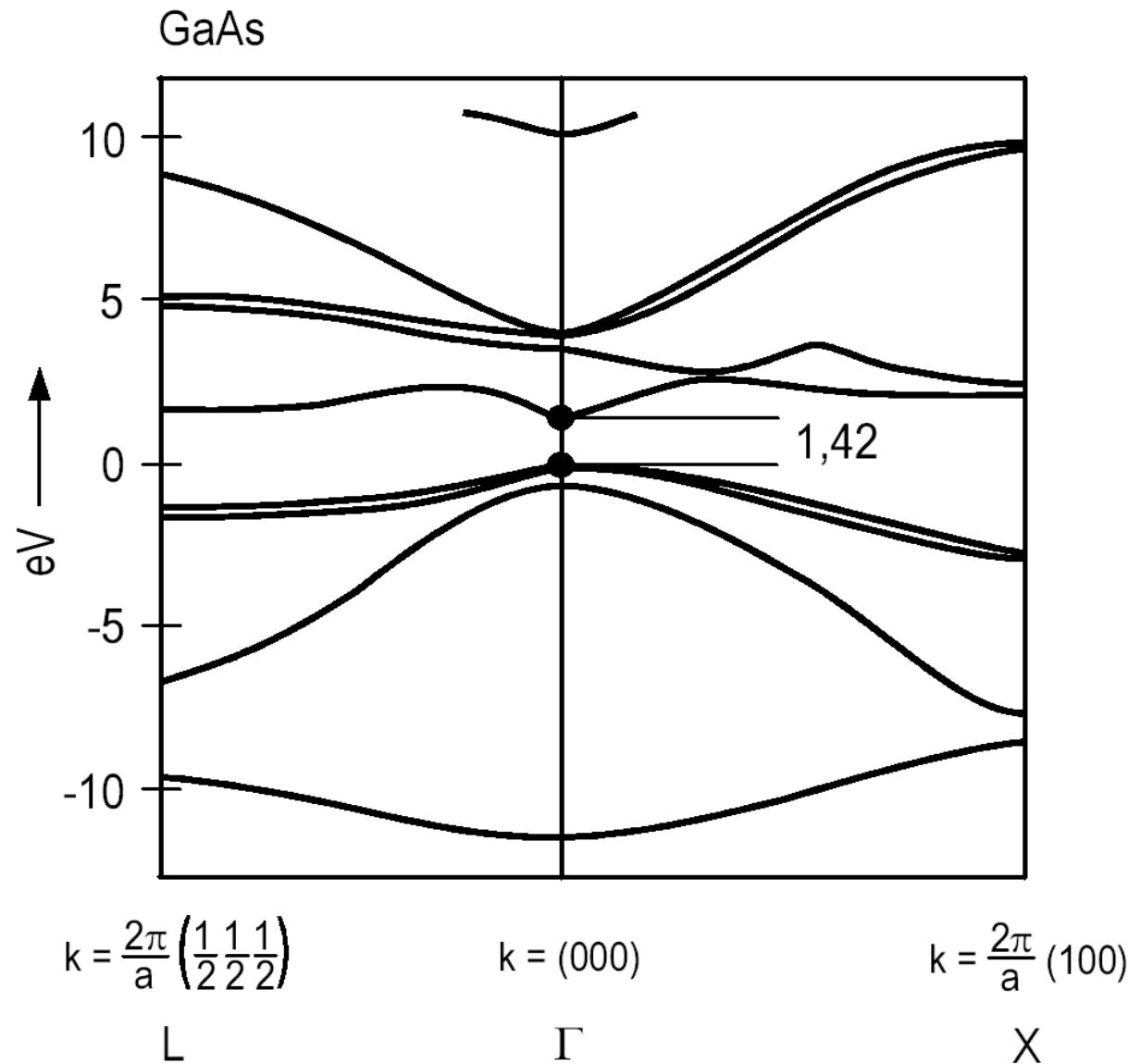
-geringe Schaltzeiten

GaAs Bandstruktur und Beweglichkeit

Die effektive Masse der Ladungsträger ist eine Funktion des k-Wertes und des Bandes.

$$m_{\text{eff}} = \hbar^2 \left(\frac{\partial^2 W(k)}{\partial k^2} \right)^{-1}$$

Die Zeitkonstante τ ist ebenfalls nicht konstant. Deshalb ist die Beweglichkeit nicht für alle Elektronenzustände gleich.



Si-Bandstruktur und Beweglichkeit

Die Träger relaxieren durch Stöße zu den niedrig gelegenen Zuständen im Band.

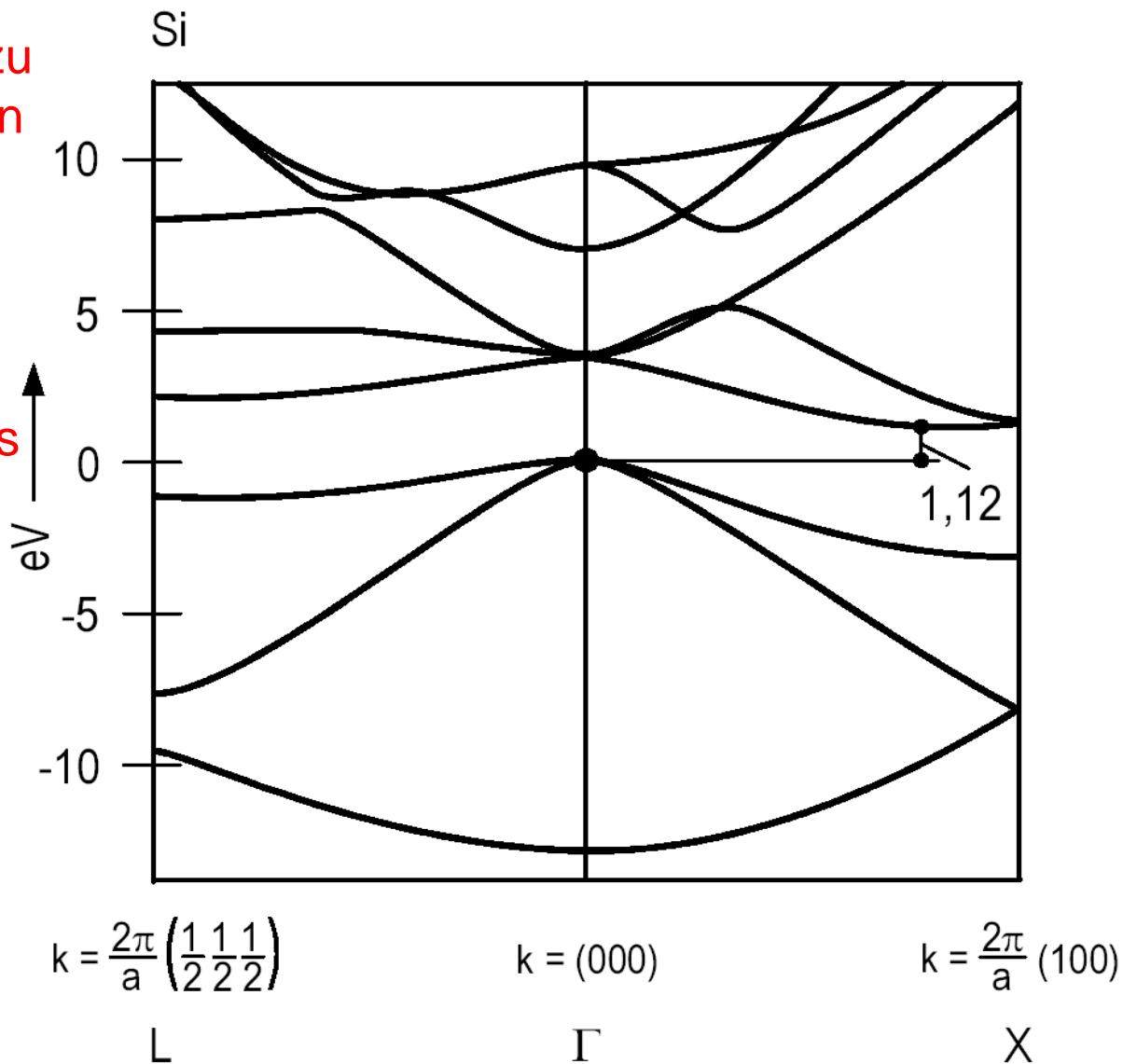
Deshalb heißt τ auch Intrabandimpulsrelaxationszeit.

Die Elektronenbeweglichkeit im Leitungsband ist bei Si kleiner als bei GaAs.

Dies sieht man an der geringeren Bandkrümmung im Minimum.

$$\frac{1}{m_{\text{eff}}} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 W(k)}{\partial k^2}$$

$$\mu = \frac{e\tau}{m_{\text{eff}}}$$



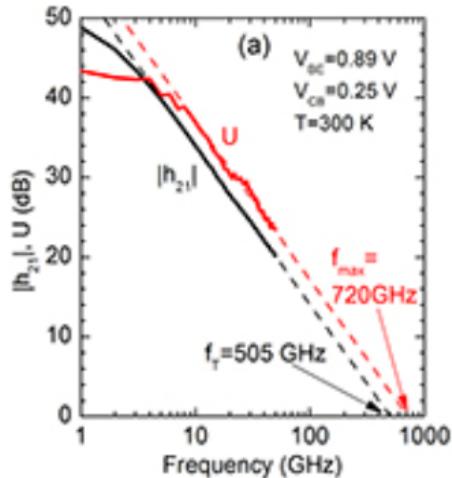
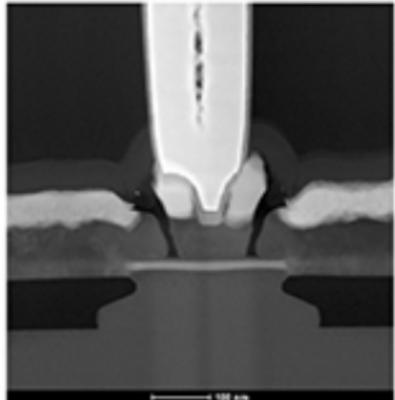
Halbleiter mit hoher Beweglichkeit

Für Hochfrequenzbauelemente
(optische Nachrichtentechnik,
Drahtlose Kommunikation) sind die Si-Elektronen
u. U. nicht schnell genug.

Erforschung und Einsatz von
anderen Halbleitermaterialien

z.B. GaAs, InP, SiGe, ...

Fastest Si-based transistor in the world



07.12.2016

IHP presents the fastest silicon-based transistor
in the world. Contribution at the renowned
semiconductors conference IEDM in San
Francisco.

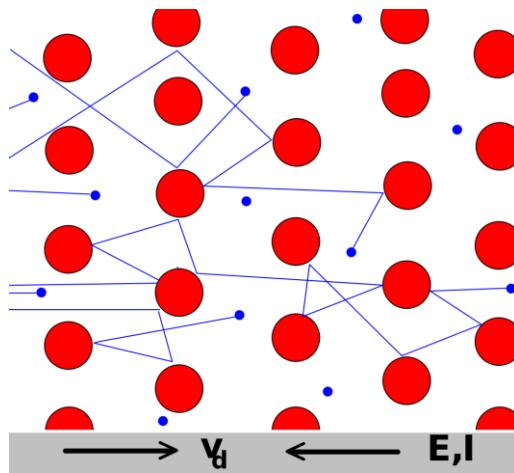
The cross section on the left shows a silicon-germanium heterobipolar transistor (SiGe HBT) of the latest generation, recorded by a transmission electron microscope (TEM). The measurement curves on the right are used to determine the transit frequency, f_T , and the maximum oscillation frequency, f_{max} . © IHP

Halbleiter mit hoher Beweglichkeit

2. Best-in-class by technology (sub-THz to near-THz)

Tech / material system	Device type	Reported f_{\max} (approx.)	Conditions / comments
SiGe HBT (research level)	HBT	≈ 720 GHz	DOTSEVEN / IHP process; $f_T \approx 505$ GHz, $f_{\max} \approx 720$ GHz at 300 K. Values from de-embedded S-params; this is widely cited as the record for <i>silicon-based</i> transistors. TIB Open Access +2
SiGe HBT (IBM, low-T)	HBT	≈ 618 GHz (4.5 K)	IBM reports $f_{\max} \approx 618$ GHz and $f_T \approx 463$ GHz at 4.5 K for a scaled $0.12 \times 2.5 \mu\text{m}^2$ HBT; ≈ 309/343 GHz at 300 K. IBM Research
GaN HEMT (AlN/GaN, ultra-scaled)	HEMT	≈ 444 GHz	Review of GaN HEMTs notes highest reported f_T/f_{\max} of 454/444 GHz for 20 nm AlN/GaN HEMT; extracted from de-embedded RF data. Nature +1
GaN HEMT (earlier records)	HEMT	300–347 GHz	Gate-recessed AlGaN/GaN HEMTs on SiC with $f_{\max} \approx 300$ GHz; graded-channel GaN HEMTs with $f_T/f_{\max} \approx 170/347$ GHz. DSpace +3
Si CMOS / bulk / FinFET	MOSFET	≈ 300–360 GHz	RF-optimized nanoscale CMOS processes report f_{\max} in the few-hundred-GHz range; e.g. Shim et al. use a CMOS transistor with $f_{\max} \approx 362$ GHz (and $f_T \approx 243$ GHz) in a study on oscillators beyond f_{\max} . Department of P...
Graphene FET (C-face epitaxial)	FET	≈ 70 GHz	Epitaxial graphene on C-face SiC with $f_{\max} \approx 70$ GHz (extrinsic, from S-parameter measurements); one of the highest <i>measured</i> graphene f_{\max} to date. arXiv +1
Graphene FET (CVD, optimized contacts)	GFET	≈ 37 GHz (extrinsic)	Bonmann et al. report extrinsic $f_T \approx 34$ GHz and $f_{\max} \approx 37$ GHz at $L_g = 0.5 \mu\text{m}$; extrapolation of their scaling suggests $f_{\max} \gtrsim 100$ GHz at $L_g \approx 50$ nm. research.chalmers... +2

Exkurs: Das Drude Modell



Das Drude-Modell wurde bereits im Jahr 1900 veröffentlicht. Der Transport von Elektronen wird abgebremst durch den Stoß mit den Atomrumpfen. Dies wird mit einer Stoßzeit beschrieben. Eigentlich eher ein Modell für eine Bewegung mit Reibung.

Die Bewegungsgleichung hierfür lautet:

$$m\dot{v} + \frac{m}{\tau}v_D = -eE$$

mit

- m der Elektronenmasse
- v der Elektronengeschwindigkeit
- v_D der Driftgeschwindigkeit (e-Geschwindigkeit abzüglich der thermischen Geschwindigkeit) und
- τ der Stoßzeit
- e der Elementarladung.

Für den stationären Zustand ($\dot{v} = 0$) gilt:

$$\Rightarrow v_D = -\frac{e \cdot \tau}{m} E$$

Mit der Ladungsträgerdichte n ergibt sich die Stromdichte j damit zu:

$$j = -e \cdot n \cdot v_D = \frac{e^2 \cdot \tau \cdot n}{m} E$$

Die Leitfähigkeit σ ist daher:

$$\sigma = \frac{j}{E} = \frac{e^2 \cdot \tau \cdot n}{m}$$

Diese Gleichung wird auch als *Drude-Formel* oder *Drude-Leitfähigkeit* bezeichnet.

Vergleich :

$$\mu = \frac{e\tau}{m_{\text{eff}}}$$

Beweglichkeiten

Die Beweglichkeit ist nicht naturgegeben und auch nur näherungsweise konstant !

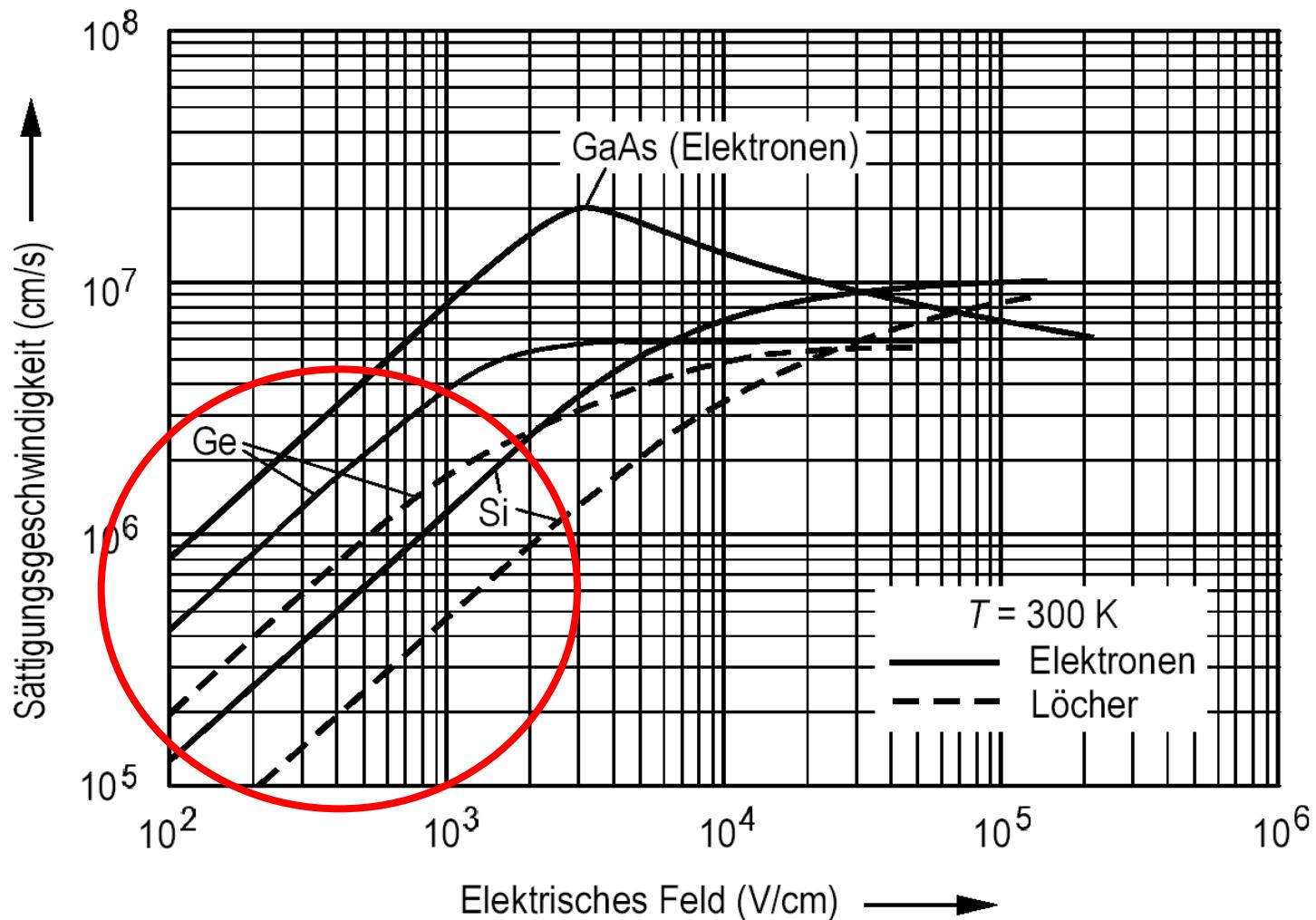
Sie wird bestimmt durch:

- Reinheit des Halbleiters (wenige Streuprozesse)
- Wahl des Materials
- den k-Zustand (Energie) des Elektrons

Beweglichkeit in Si, Ge und GaAs

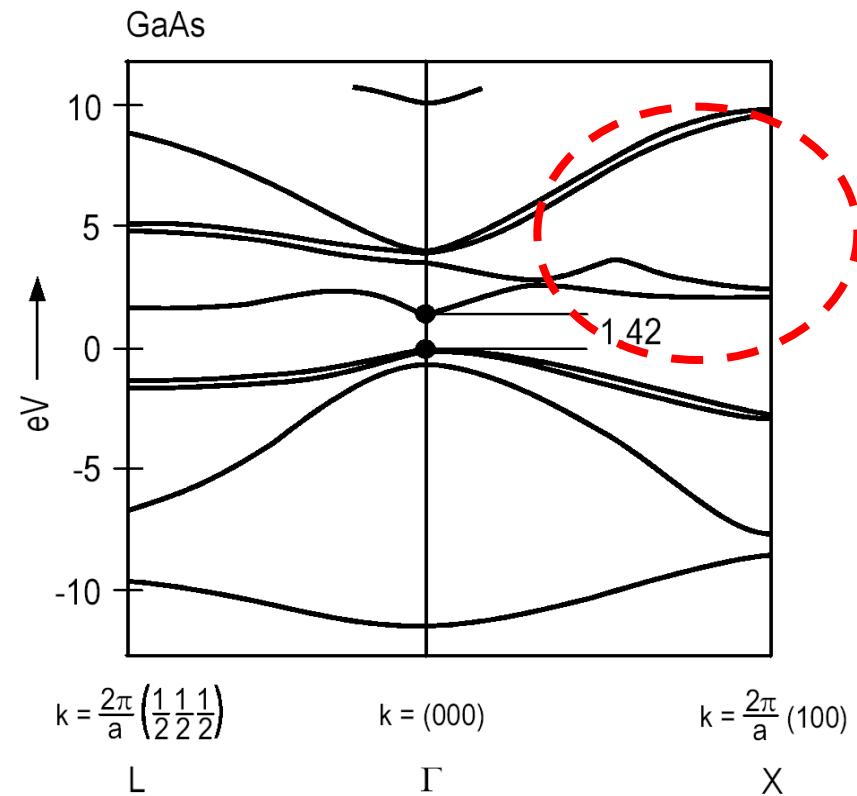
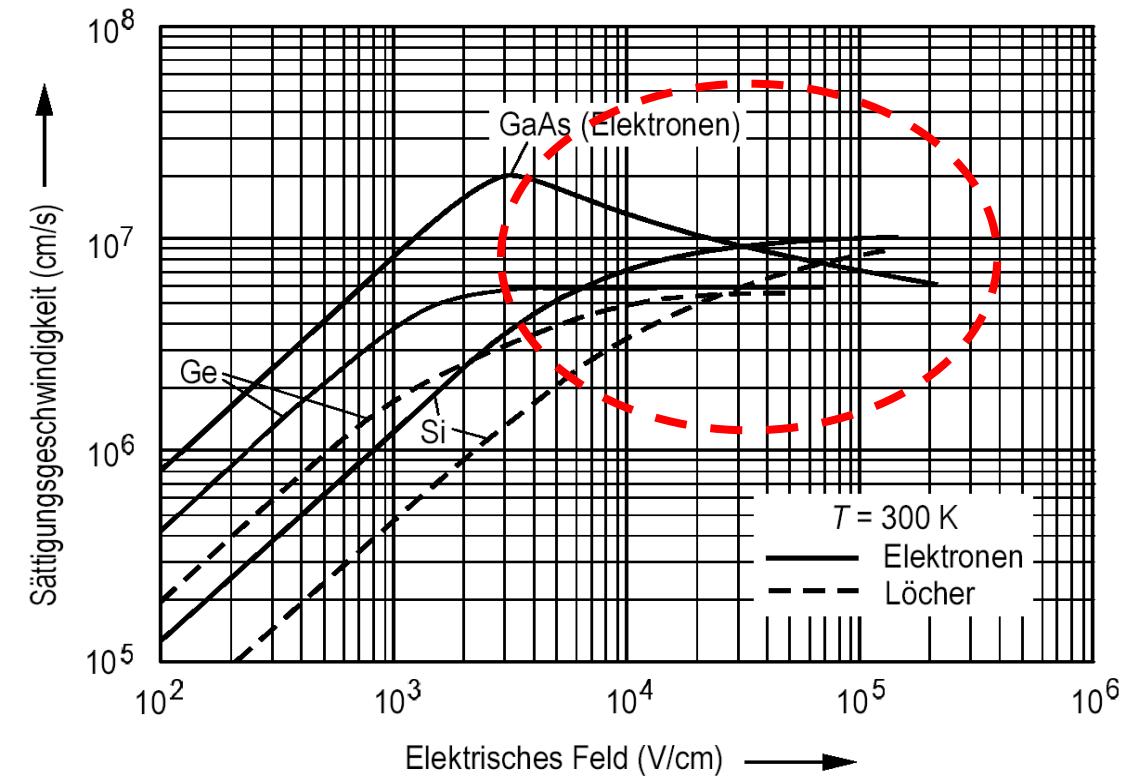
$$\bar{v} = \mu E$$

$$\mu = \frac{e\tau}{m_{\text{eff}}}$$



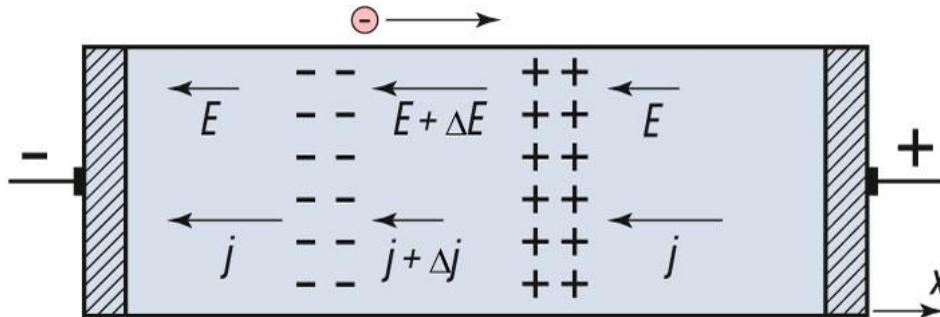
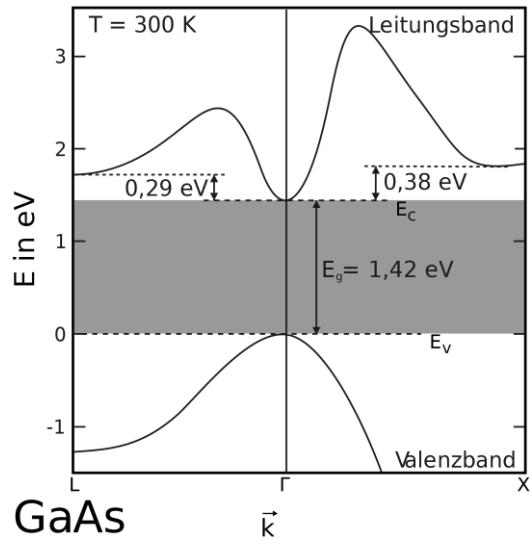
Für kleine Feldstärken ist die Beweglichkeit der Ladungsträger und die effektive Masse ungefähr konstant. In diesem Bereich ist die Parabelnäherung (konstante Masse) zur Bandstruktur anwendbar.

Beweglichkeit in Si, Ge und GaAs



Elektronen hoher Energie haben z.B. eine geringere Beweglichkeit

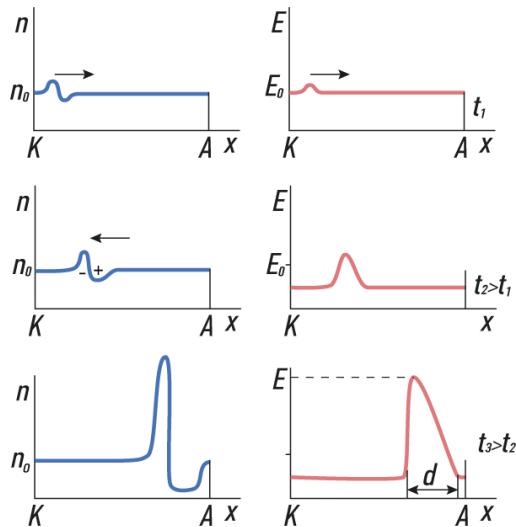
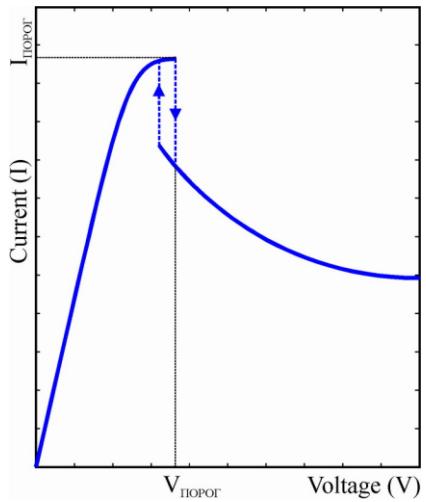
Die Gunn-Diode (1963)



Gunn-Oszillator

737 01

LEYBOLD®



Gunn-Oszillator

992,00 €
zzgl. MwSt.
1.180,48 € inkl. MwSt.

IN DEN WARENKORB

BESCHREIBUNG TECHNISCHE DATEN ZUGEHÖRIGE DOKUMENTE

Der Gunn-Oszillator dient der Erzeugung von Mikrowellenleistung. Er ist modular aufgebaut und in folgende Bauteile zerlegbar:

- Gunn-Dioden-Modul, Länge ca. 27 mm
- Gehäuserückwand
- Lochblende, Lochdurchmesser 8 mm
- Hohleiteradapter, Länge 32 mm

Übersicht über die Vorlesung

- 1. Grundlagen der Quantenmechanik**
- 2. Elektronische Zustände**
- 3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
- 4. Elektronen in Kristallen**
- 5. Halbleiter**
 - 5.1 Quasiklassische Beschreibung von Elektronen im Halbleiter
 - 5.2 Bloch-Oszillationen und realer Transport
 - 5.3 Stromtransport in Bändern**
- 6. Quantenstatistik für Ladungsträger**
- 7. Dotierte Halbleiter**
- 8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
- 9. Der pn-Übergang**

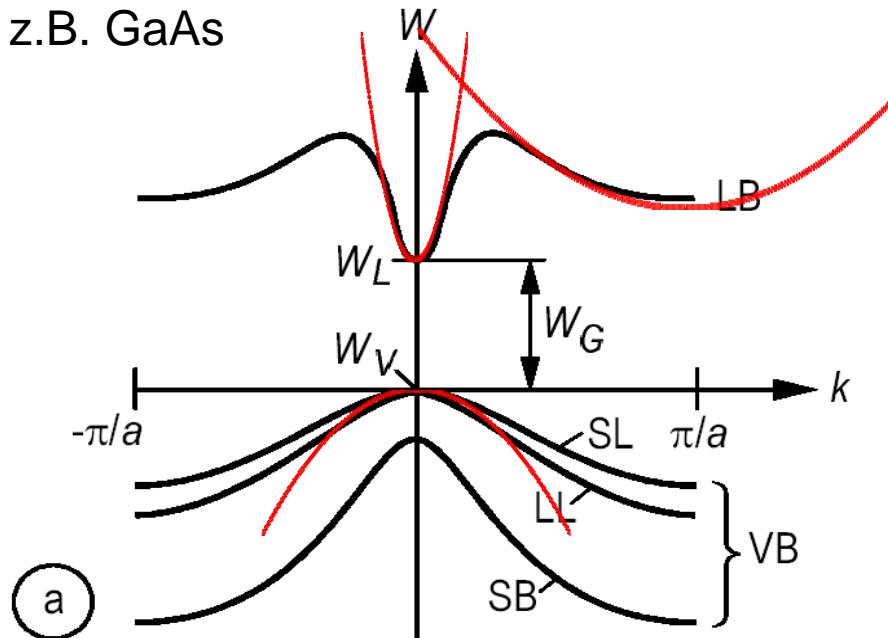
Parabolische Näherung

Da die Bandstruktur in diesen Bereichen symmetrisch ist, können wir sie durch eine Parabel annähern.

Die Elektronen verhalten sich wie freie Elektronen mit einer konstanten effektiven Masse.

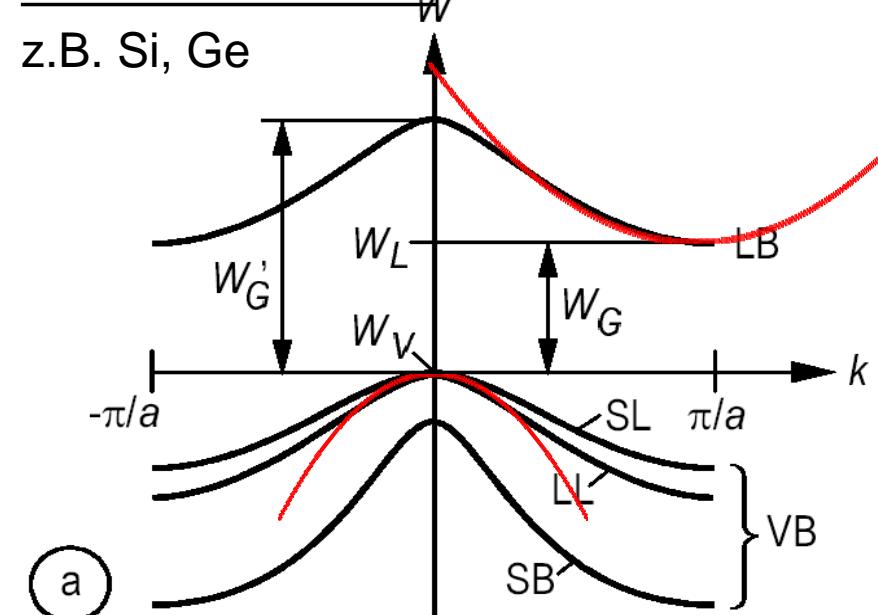
Direkter Halbleiter mit „Seitental“

z.B. GaAs



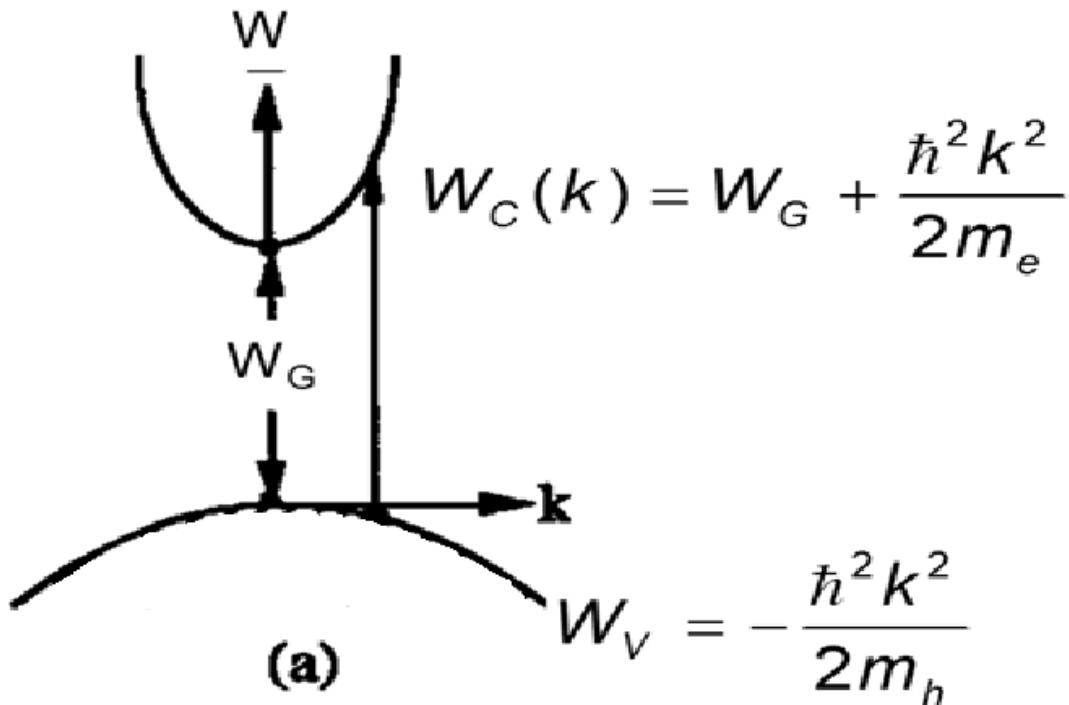
Indirekter Halbleiter

z.B. Si, Ge



Parabolische Näherung

$m_{e,h}$: Effektive Elektron(Loch)masse

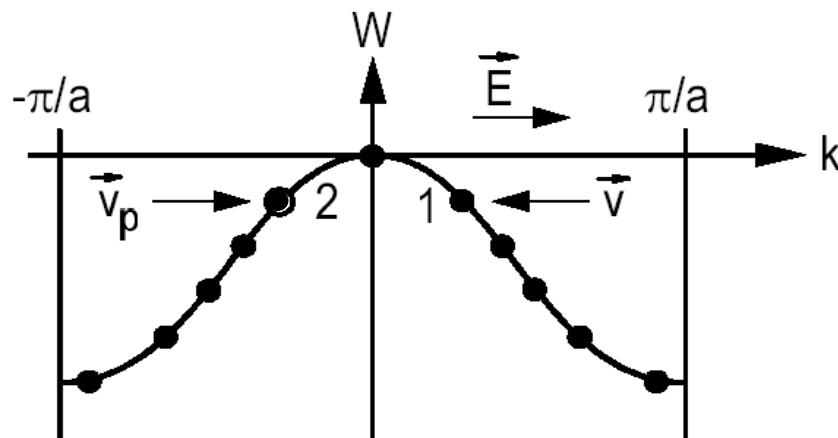


$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m_{e,h}}$$

$$\frac{1}{m_{e,h}} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 W_n(\vec{k})}{\partial k^2}$$

Parabelnäherung: Löcherbewegung

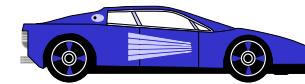
- Strombeiträge einzelner Elektronen in einem vollbesetzten Band kompensieren sich paarweise:



- Strom wird nur getragen von teilweise gefüllten Bändern

Autobahn-Analogie

Wir wollen Autos von Karlsruhe nach Frankfurt bringen.

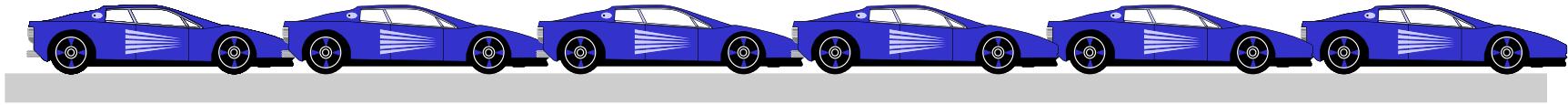


Ist die Autobahn ganz leer, so werden keine Autos transportiert.

- Aber wenn alles voll ist,
geht auch nichts mehr
....Stau auf der A5...

**Elektronen sind
Fermionen und können
sich stauen !**





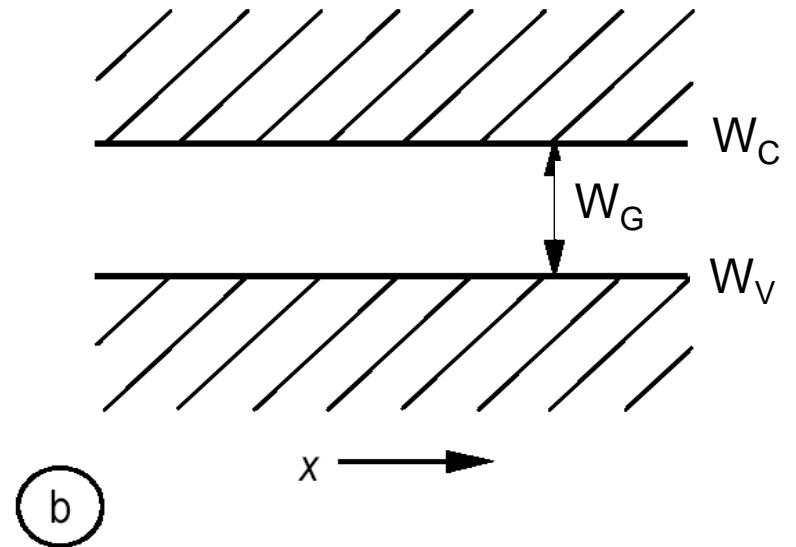
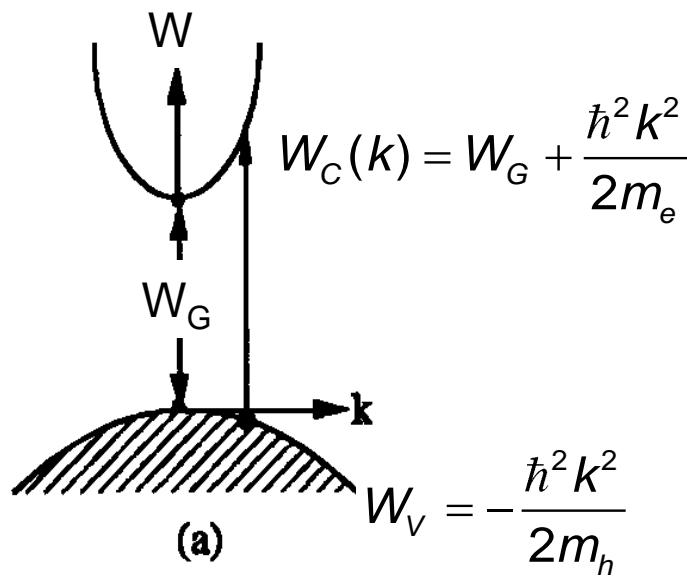
Vollgefüllte Bänder tragen nicht zum Stromfluss bei !

Banddiagramm

Für die meisten Berechnungen in Halbleiterbauelementen sind nur wenige Bänder wichtig:

- ⇒ die (fast) gefüllten Bänder mit der höchsten Energie
- ⇒ die (fast) leeren Bänder mit der niedrigsten Energie

Die Bandstruktur wird dann in einem vereinfachten Bändermodell dargestellt:



Banddiagramm

Für die meisten Berechnungen in Halbleiterbauelementen sind nur wenige Bänder wichtig:

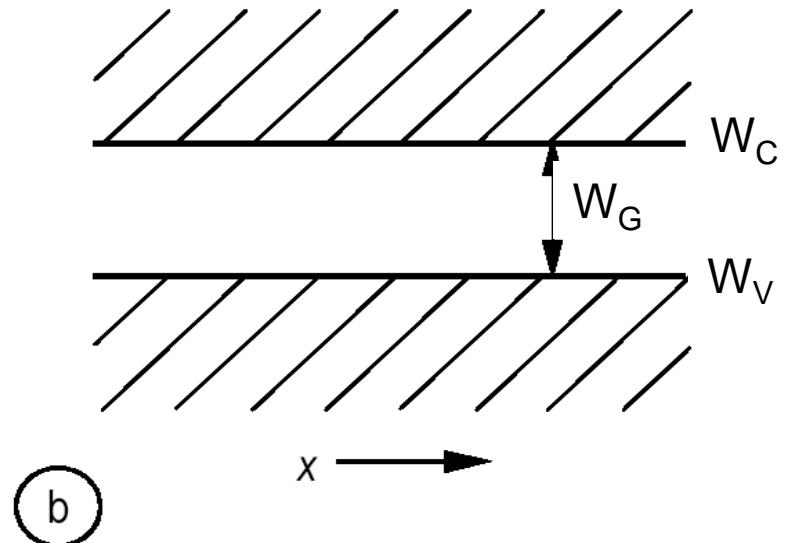
- ⇒ die (fast) gefüllten Bänder mit der höchsten Energie
- ⇒ die (fast) leeren Bänder mit der niedrigsten Energie

Die Bandstruktur wird dann in einem vereinfachten Bändermodell dargestellt:

W_C : Minimum des Leitungsbands
(Conduction band)

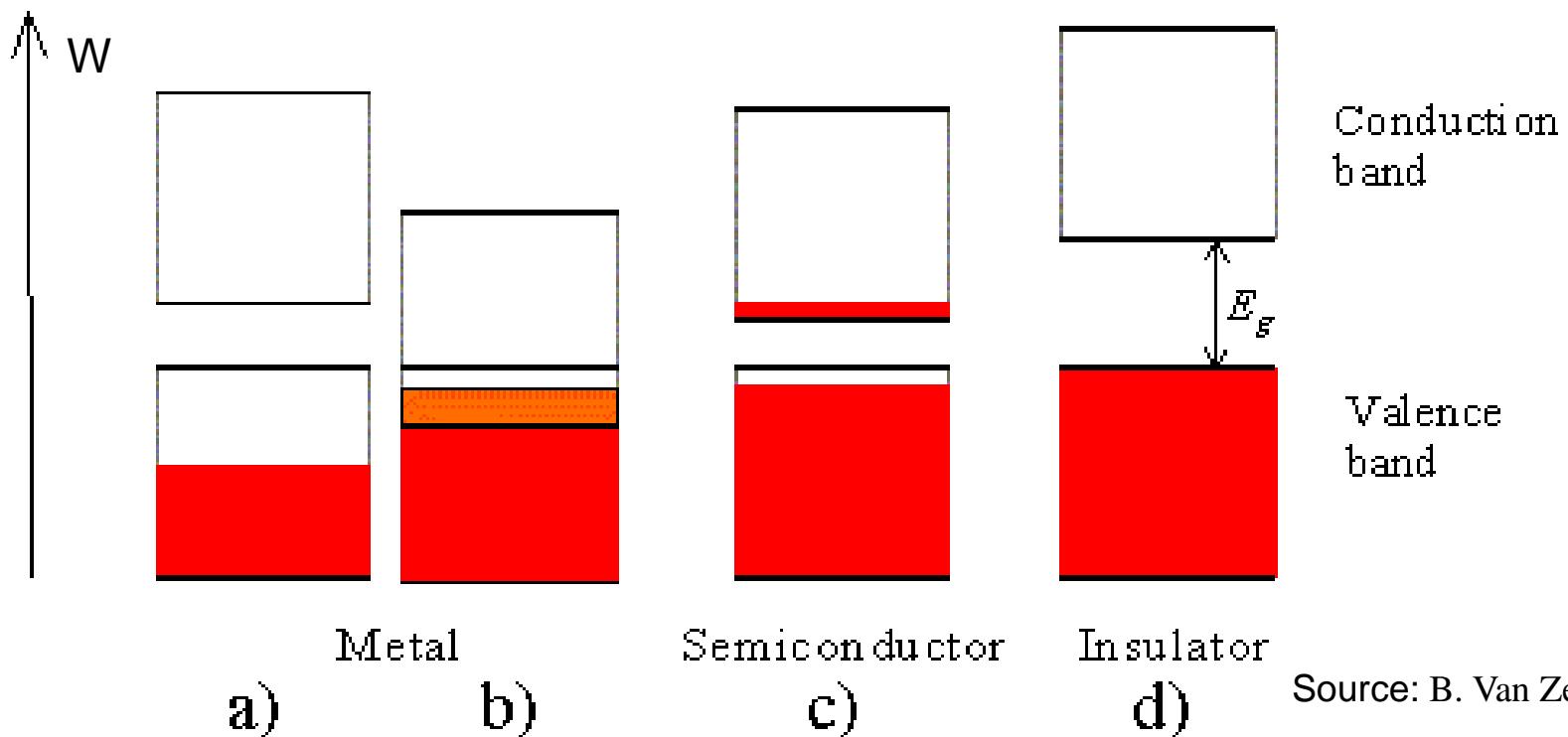
W_V : Maximum des Valenzbandes
(Valence band)

W_G : Energiefülle
(Energy gap)



Besetzung der Bänder mit Elektronen

Die Verteilung von Elektronen auf die Bänder sieht bei Metallen, Halbleitern und Isolatoren bei Raumtemperatur folgendermaßen aus:



Source: B. Van Zeghbroeck

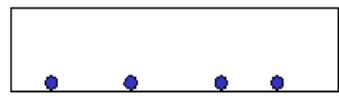
Defektelektronen (Löcher) im Valenzband

Anstatt die vielen unbeweglichen (im Stau stehenden) Elektronen im Valenzband zu betrachten, ist es einfacher die wenigen beweglichen **Defektelektronen (Löcher)** zu analysieren.

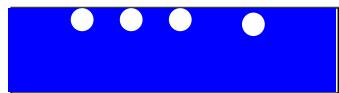
Fehlende Elektronen im fast vollständig besetzten Valenzband sind beweglich (Analogie: Wasserblasen)

Löcher können als einzelne Teilchen mit einer positiven Ladung und im Vorzeichen geänderter effektiver Masse (positiv wenn Elektronenmasse negativ !) angesehen werden

- Beispiel GaAs:

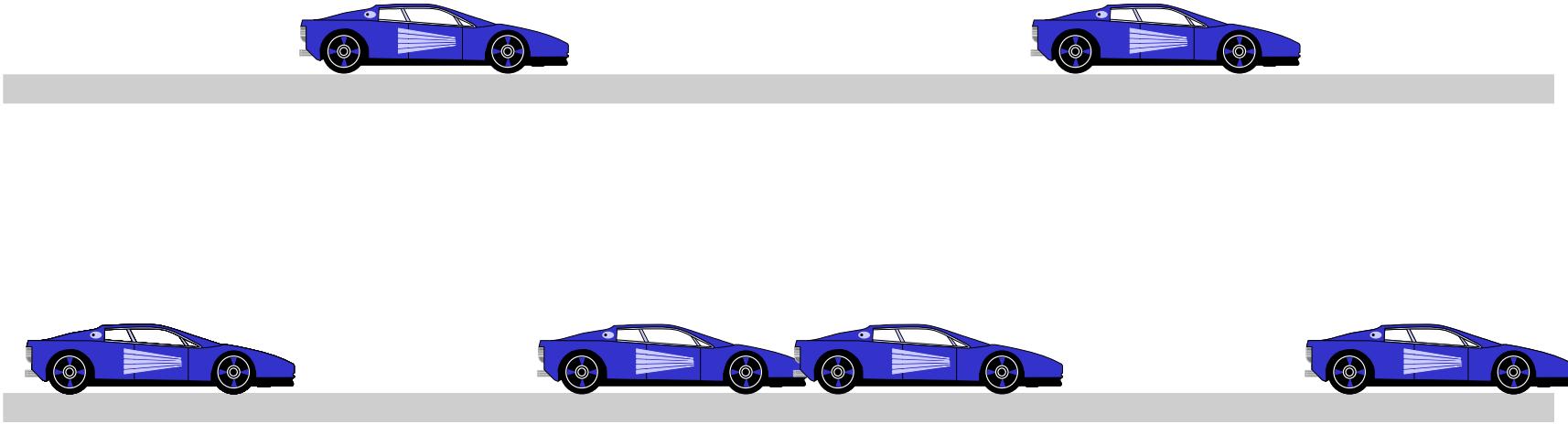


negativ geladene Elektronen
im Leitungsband: $m^* = 0.067 m_0$



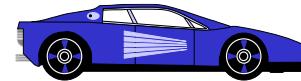
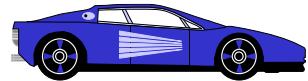
positiv geladene Löcher
im Valenzband: $m^* \approx +0.5 m_0$

Analogie doppelstöckige Autobahn



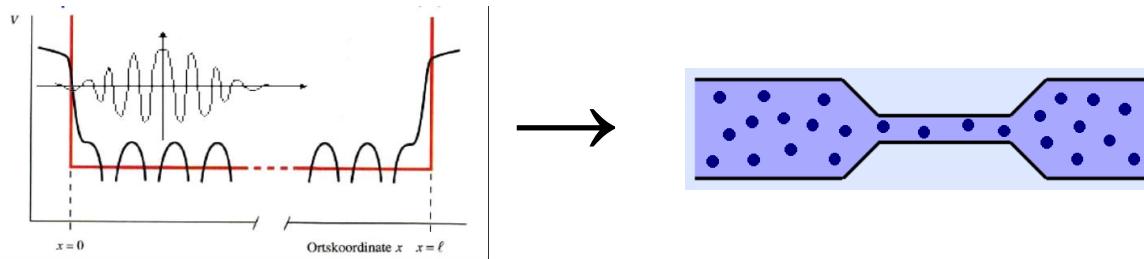
Stromfluss in teilweise gefüllte Bändern

Analogie doppelstöckige Autobahn



Stromfluß in teilweise gefüllte Bändern.

Berechnung der Leitfähigkeit



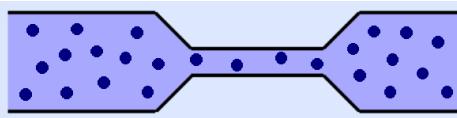
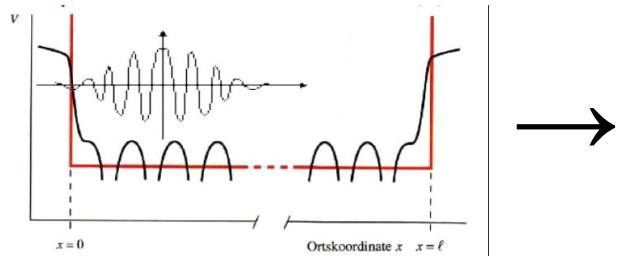
Quantitativ wird die Leitfähigkeit σ damit berechnet durch:

$$\sigma = e(\mu_n n + \mu_p p)$$

Annotations pointing to the components of the formula:

- Ladung des Elektrons (charge of an electron) points to e .
- Beweglichkeit der Ladungsträger im Leitungsband (mobility of charge carriers in the conduction band) points to μ_n and μ_p .
- Anzahl der Ladungsträger im Leitungsband (number of charge carriers in the conduction band) points to n and p .
- Anzahl der Defektelektronen im Valenzband (number of holes in the valence band) points to p .
- Beweglichkeit der Ladungsträger im Valenzband (mobility of charge carriers in the valence band) points to μ_n and μ_p .

Berechnung der Leitfähigkeit



Was bleibt von der QM?

- Tunneleffekt
- Quantenbauelemente (heute)
- Quantentechnologien (zukünftig)
- ...

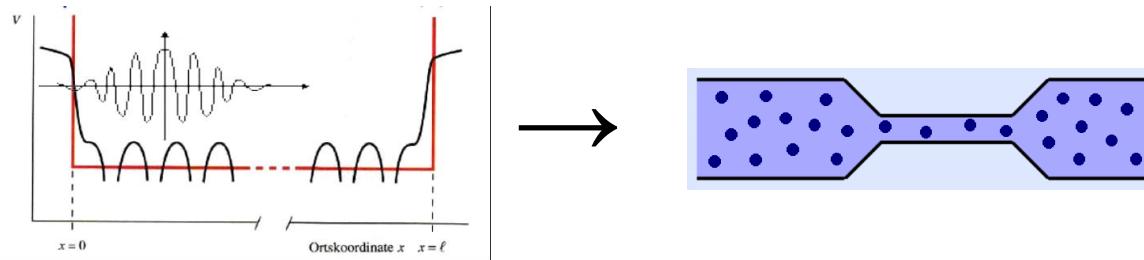
Quantitativ wird die Leitfähigkeit σ berechnet durch:

$$\sigma = e(\mu_n n + \mu_p p)$$

Annotations pointing to the equation:

- Ladung des Elektrons (arrow pointing to e)
- Beweglichkeit der Ladungsträger im Leitungsband (arrow pointing to μ_n)
- Anzahl der Ladungsträger im Leitungsband (arrow pointing to n)
- Beweglichkeit der Ladungsträger im Valenzband (arrow pointing to μ_p)
- Anzahl der Defektelektronen im Valenzband (arrow pointing to p)

Berechnung der Leitfähigkeit



Quantitativ wird die Leitfähigkeit σ berechnet durch:

$$\sigma = e(\mu_n n + \mu_p p)$$

Anzahl der Ladungsträger im Leitungsband

Ladung des Elektrons → e

Beweglichkeit der Ladungsträger im Leitungsband → μ_n

Anzahl der Defektelektronen im Valenzband → n

Beweglichkeit der Ladungsträger im Valenzband → μ_p

Anzahl der Ladungsträger im Valenzband → p

Es bleibt die nächste Frage: Wie kommen die Elektronen bei Halbleitern eigentlich ins Leitungsband und wie viele gibt es dort?