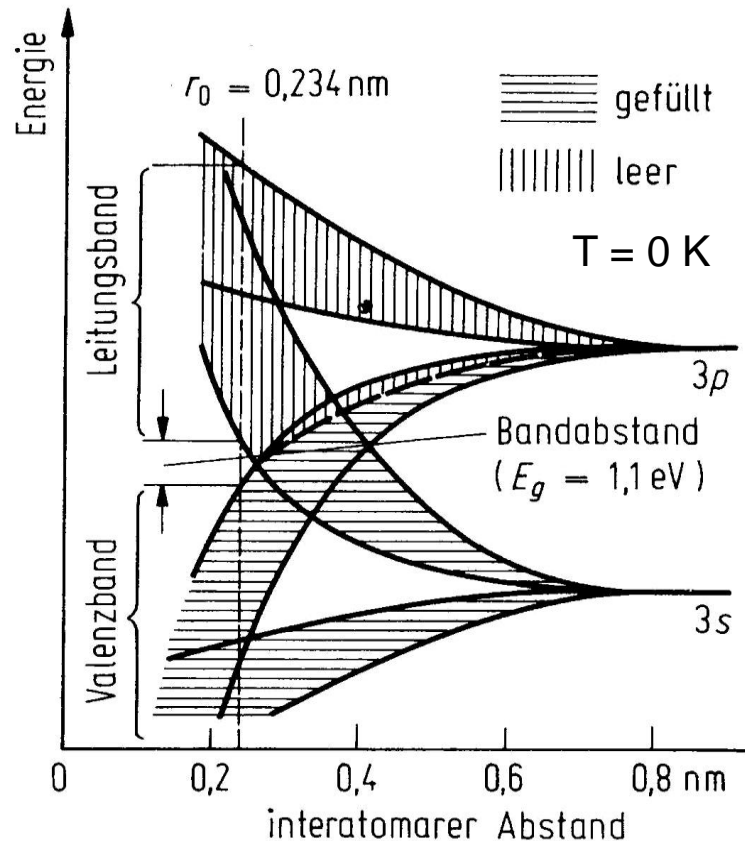
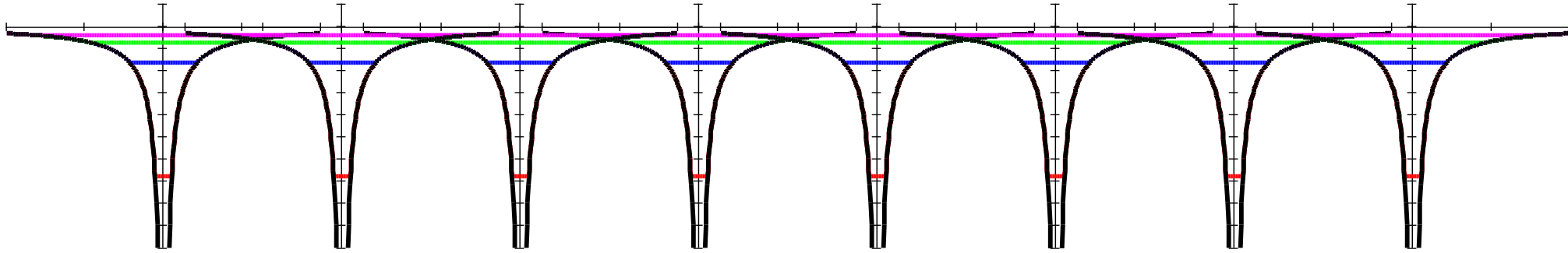


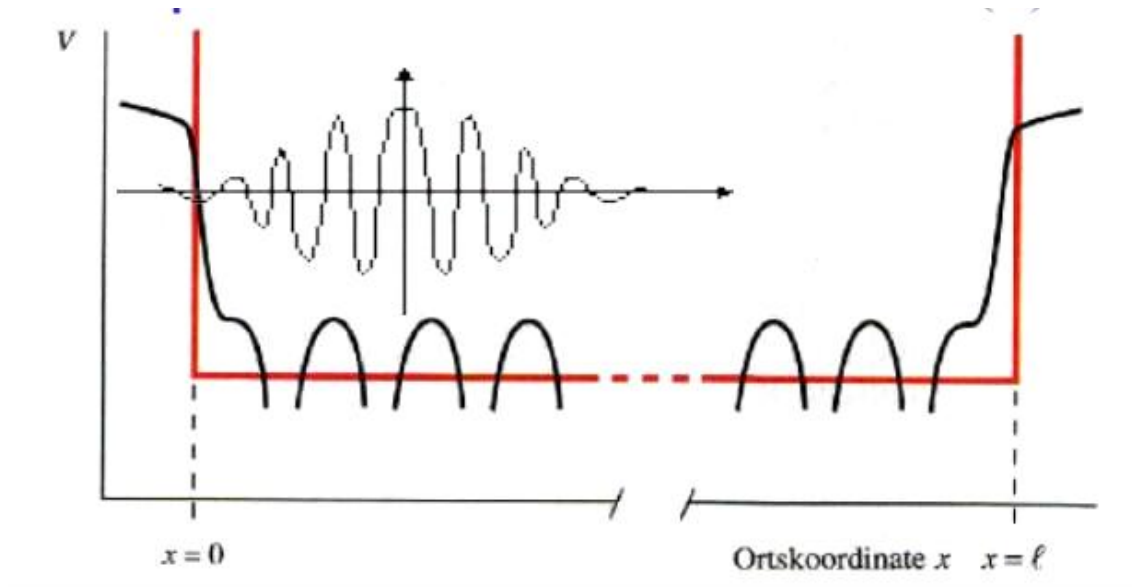
- 1. Grundlagen der Quantenmechanik**
- 2. Elektronische Zustände**
- 3. Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
- 4. Elektronen in Kristallen**
  - 4.1 Von 2 zu  $10^{23}$
  - 4.2 Wellenpakete
  - 4.3 Elektronen in Kristallen
- 5. Halbleiter**
- 6. Quantenstatistik für Ladungsträger**
- 7. Dotierte Halbleiter**
- 8. Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
- 9. Der pn-Übergang**



Eine Erklärung der elektronischen Zustände in Halbleitern über die Verallgemeinerung der kovalenten Bindung erscheint intuitiv, ist aber für quantitative Vorhersagen und die Modellierung wenig geeignet bzw. mathematisch sehr aufwändig. Für amorphe und stark ungeordnete Halbleiter werden solche Ansätze verfolgt.

Bei **kristallinen** Halbleitern kann die räumliche Periodizität ausgenutzt und damit viel eleganter vorgegangen werden.

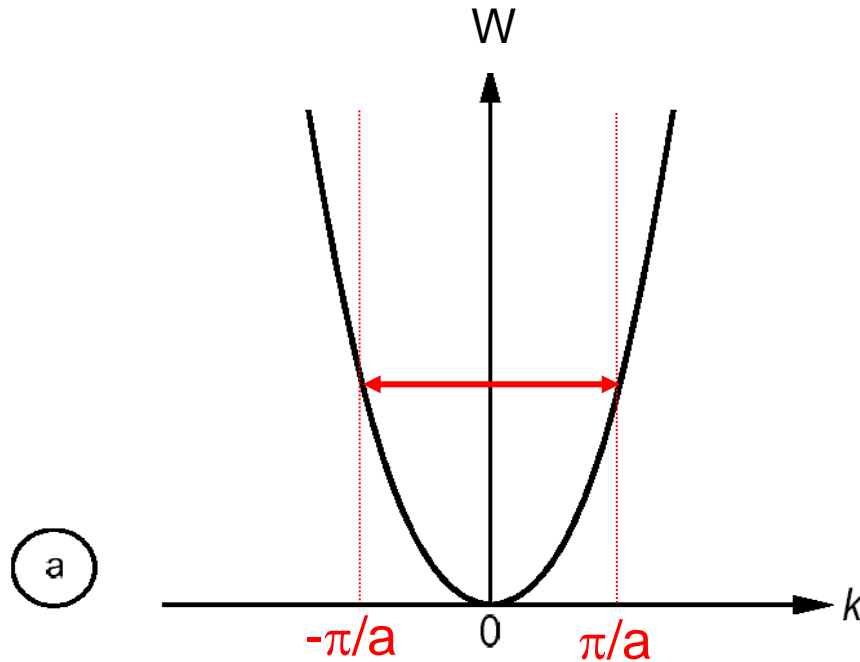
Periodische Anordnung von Atomen  $\rightarrow$  Periodisches Potential  $V(x)$



Schematische Darstellung eines quantenmechanischen Elektrons in einem periodischen Potential eines kristallinen Festkörpers

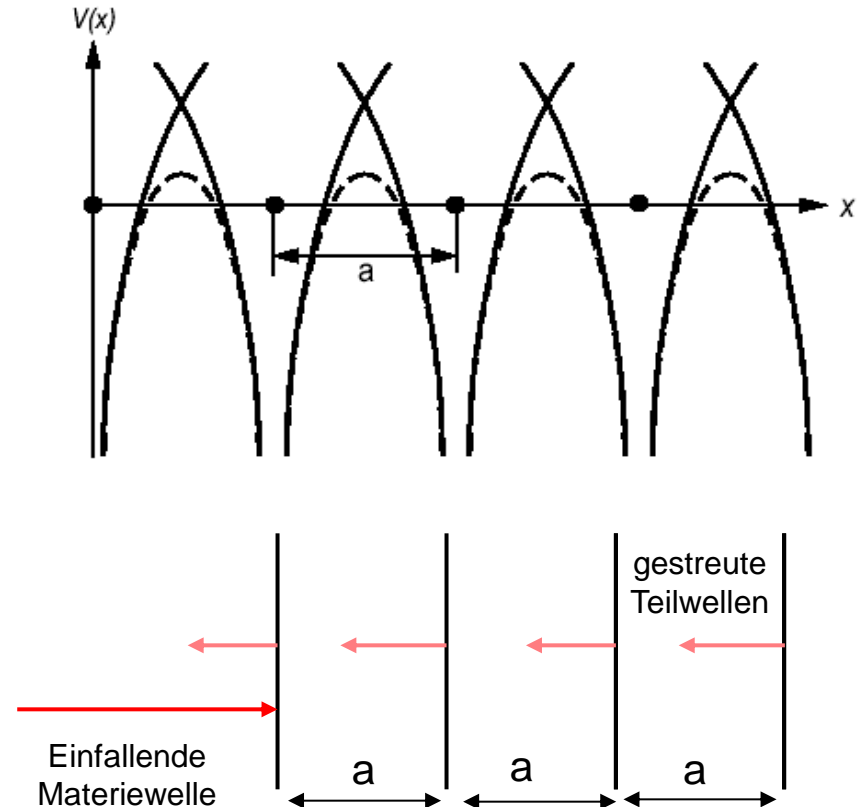
→ Drastische Effekte, wenn die halbe Wellenlänge der Elektronen (oder ein ganzzahliges Vielfaches) gleich der Periode des Potentials ist

→ Ausbildung von **stehenden Wellen**



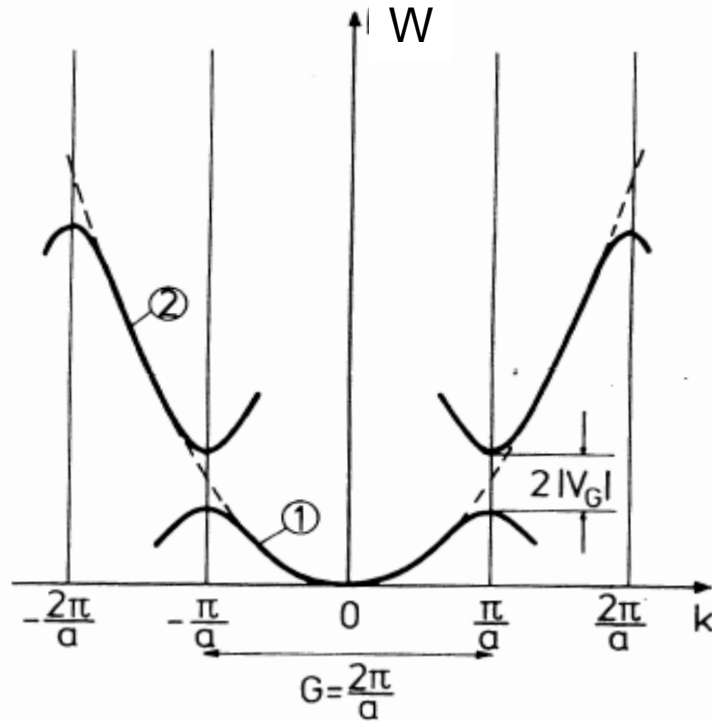
Dispersionsrelation  
des freien Elektrons

$$W = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$



Konstruktive Überlagerung  
der Teilwellen falls  $\lambda/2 = a$   
oder  $k = \pi/a$

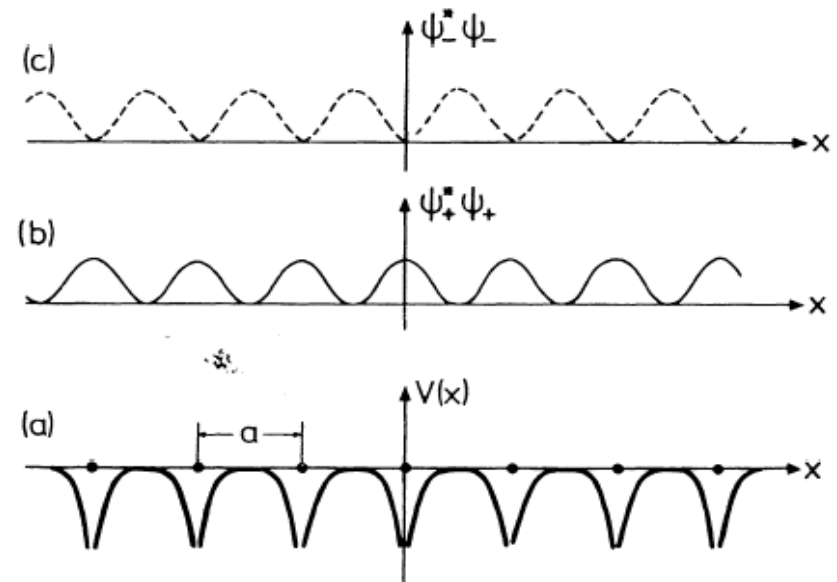
# Vom freien Elektron zum Kristallelektron



Dispersionsrelation  
des Kristallelektrons

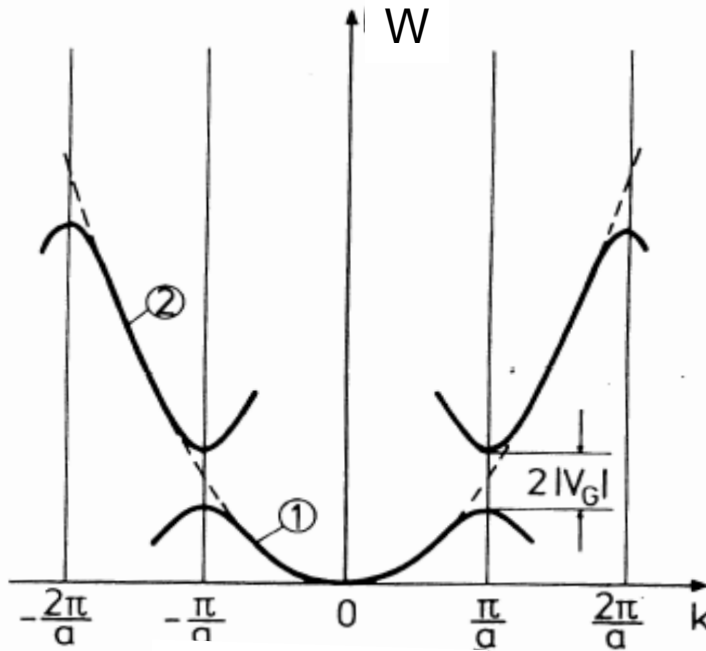
→ **Aufspaltung der  
Parabeläste bei  $|k| = \pi/a$ , Ausbildung von  
stehenden Wellen**

- c) Aufenthaltswahrscheinlichkeit obere „Bandkante“  
(Wellenbäuche zwischen Atomrümpfen)
- b) Aufenthaltswahrscheinlichkeit untere „Bandkante“  
(Wellenbäuche bei Atomrümpfen)



-bei einer Wellenlänge **zwei** qualitativ unterschiedliche Möglichkeiten die **stehende** Welle im Verhältnis zu den Atomrümpfen zu platzieren.

# Vom freien Elektron zum Kristallelektron



Gittervektoren:

$$\vec{R}_n = n\vec{a} = na\vec{e}_x$$

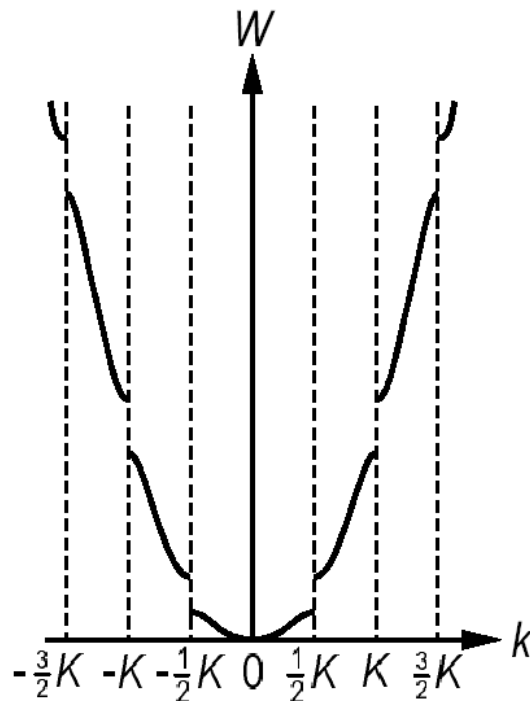
„Reziproker“ Gittervektor:

$$\vec{K} = \frac{2\pi}{a} \vec{e}_x \quad \vec{K}_n = n \frac{2\pi}{a} \vec{e}_x$$

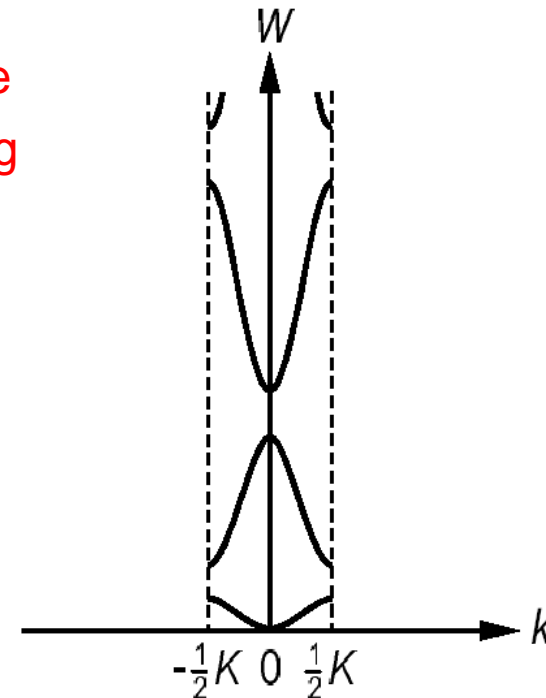
Das periodische Potential führt zu einer teilweisen Aufhebung der Impulserhaltung. Es kann zu jedem  $k$ -Wert in der Bandstruktur ein **reziproker** Gittervektor hinzuaddiert werden.

Die Bandstruktur des Halbleiters wird im reziproken Gitter dargestellt.

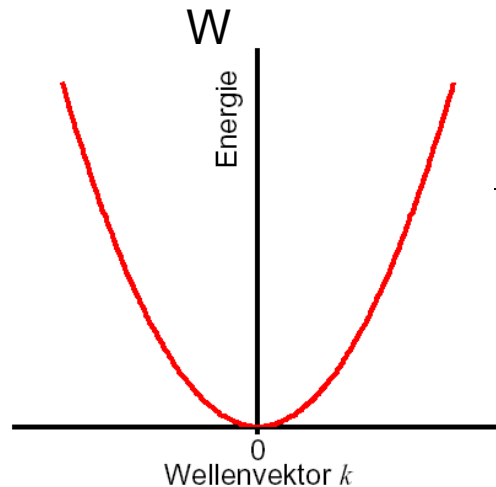
Es genügt, den Bereich von  $-\pi/a$  bis  $\pi/a$  oder allgemeiner von  $-0.5K$  bis  $0.5K$  darzustellen. Diesen Bereich nennt man die erste Brillouin-Zone.



Einfachere  
Darstellung

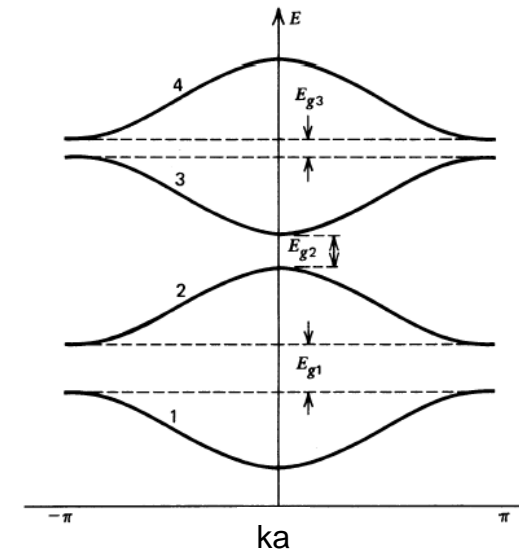


## Freie Elektronen



Reduktion auf die erste Brillouin-Zone

## Bloch-Elektronen



Klassifizierung nach dem Wellenvektor:

$$\Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = e^{j\vec{k}\vec{r}} \quad \text{mit}$$

$$W(k) = \frac{(\hbar k)^2}{2m_0}$$

Klassifizierung nach reduziertem Wellenvektor  $k$  und Bandindex  $n$ :

$$\Psi_{nk}(\vec{r}) = e^{j\vec{k}\vec{r}} u_{nk}(\vec{r})$$

$$u_{nk}(\vec{r}) = u_{nk}(\vec{r} + \vec{R}) \quad \text{Energie: } W_n(k)$$

(gitterperiodisch)



$$\Psi_{nk}(\vec{r}) = e^{j\vec{k}\vec{r}} u_{n\vec{k}}(\vec{r})$$

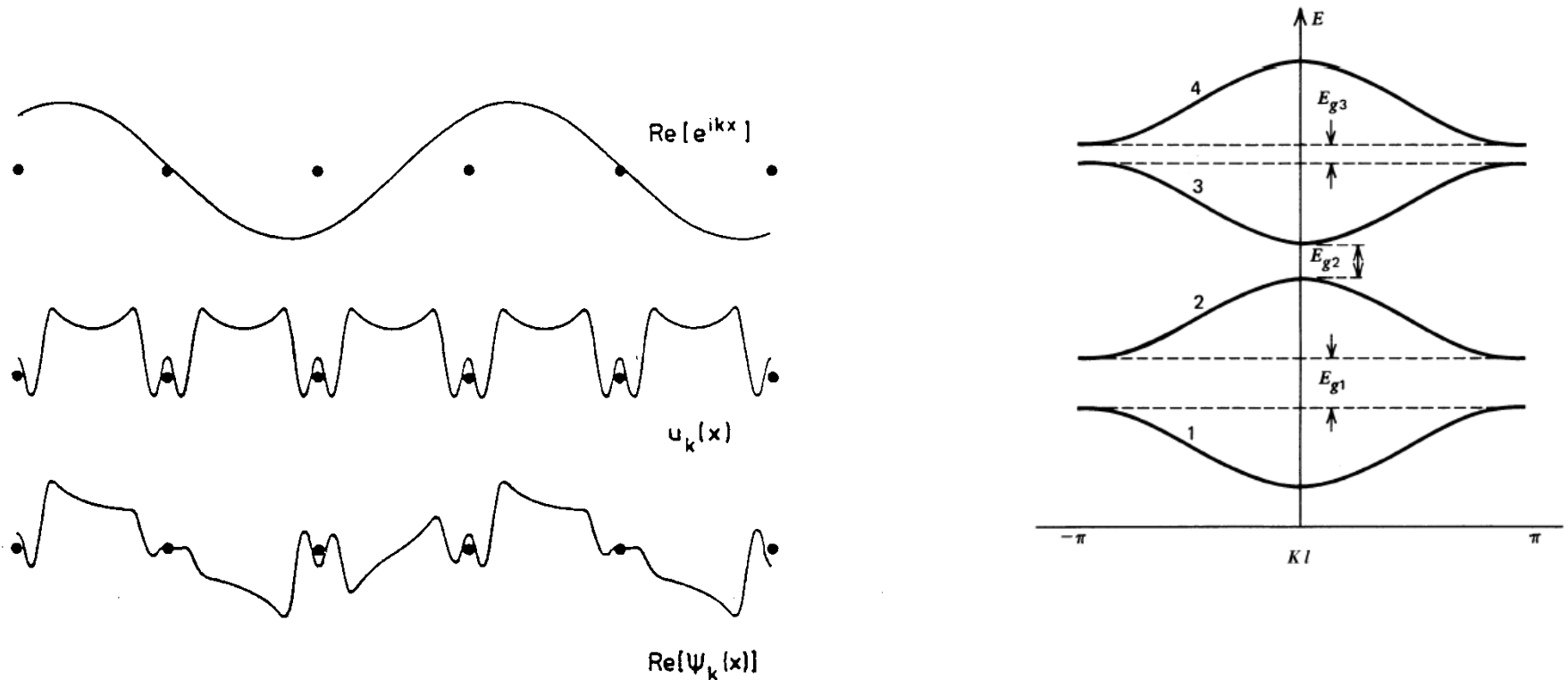
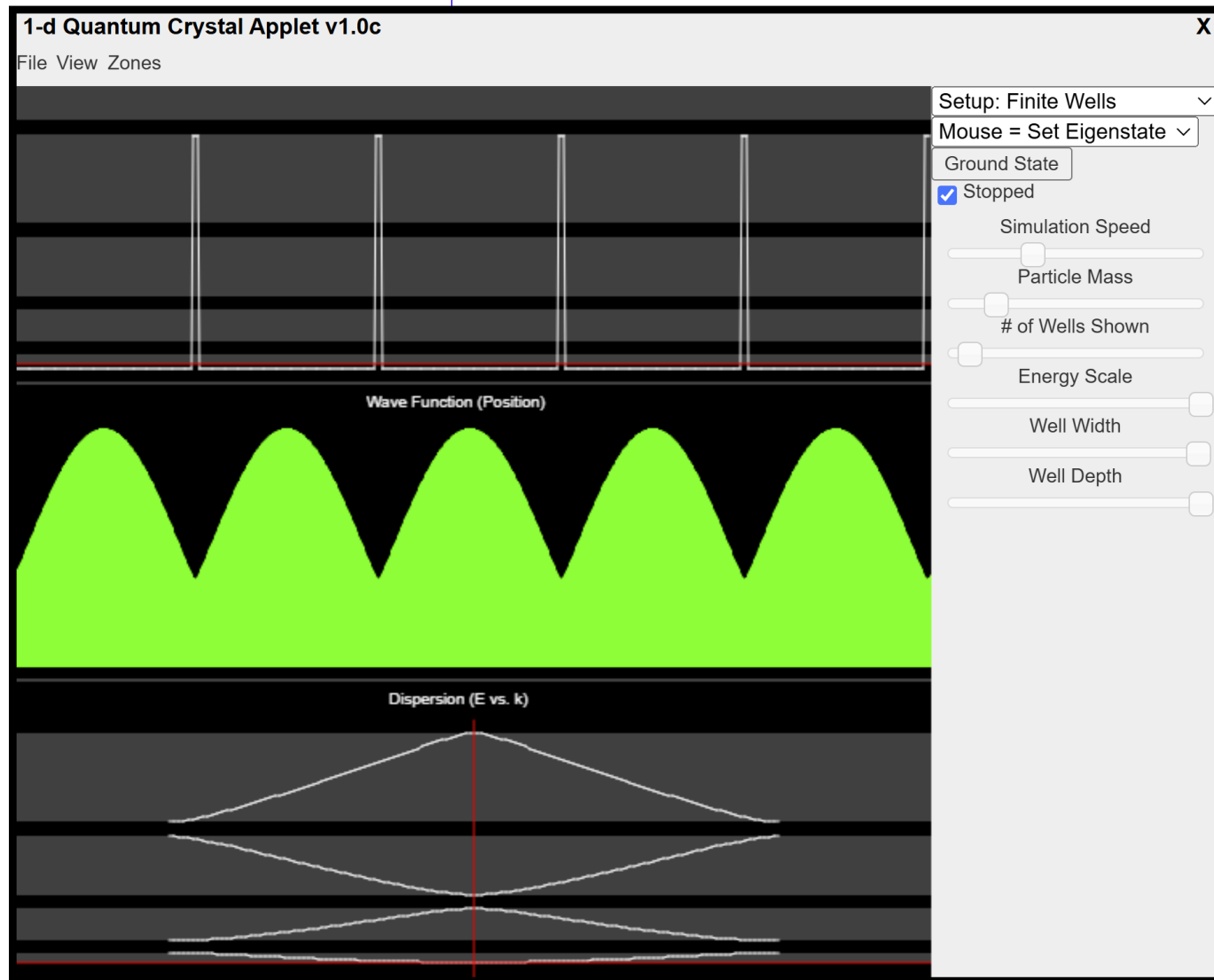


Fig. 3.4 Konstruktion einer Blochfunktion  $\psi_k(x) = u_k(x)e^{ikx}$  für ein eindimensionales Gitter aus einer Wellenfunktion  $e^{ikx}$ , die mit einer gitterperiodischen Funktion  $u_k(x)$  moduliert ist

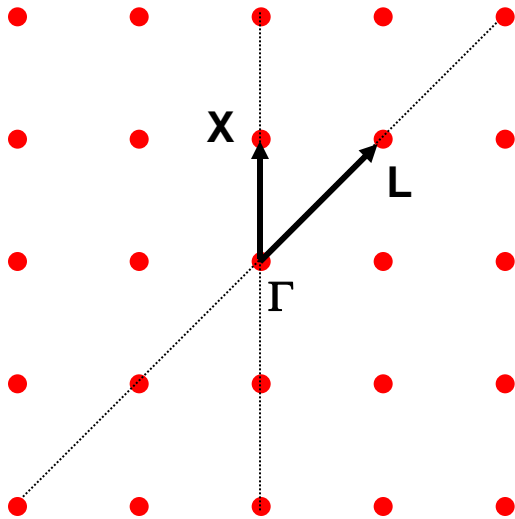


# Richtungsabhängigkeit des Potentials

Bisher haben wir nicht bedacht, dass das Potential für die verschiedenen Raumrichtungen verschieden ist.

Nehmen wir z.B. an wir haben ein 2D-Gitter. Die Atome sind entlang der X-Richtung näher zusammen als entlang der L-Richtung.

Daher erwarten wir, dass durch den unterschiedlichen Potentialverlauf auch die Energiezustände unterschiedlich sind.



z.B. beim quadratischen Gitter in 2D:

$\Gamma$ :  $K=(0,0)$

$X$ :  $K=(0,1)$

$L$ :  $K=(1,1)$

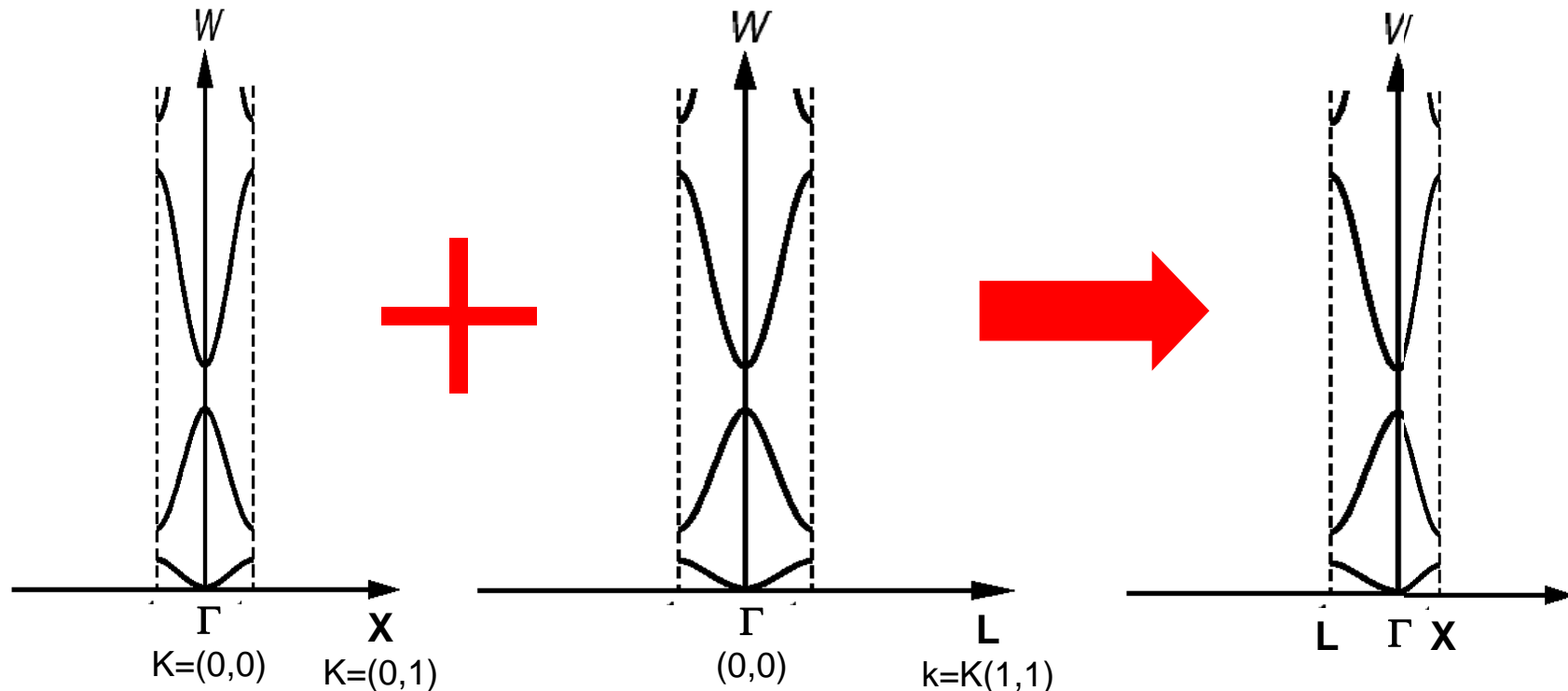
Die Energie hängt damit vom Wellenvektor  $\vec{k}$  ab:

Energie:  $W_n(\vec{k})$

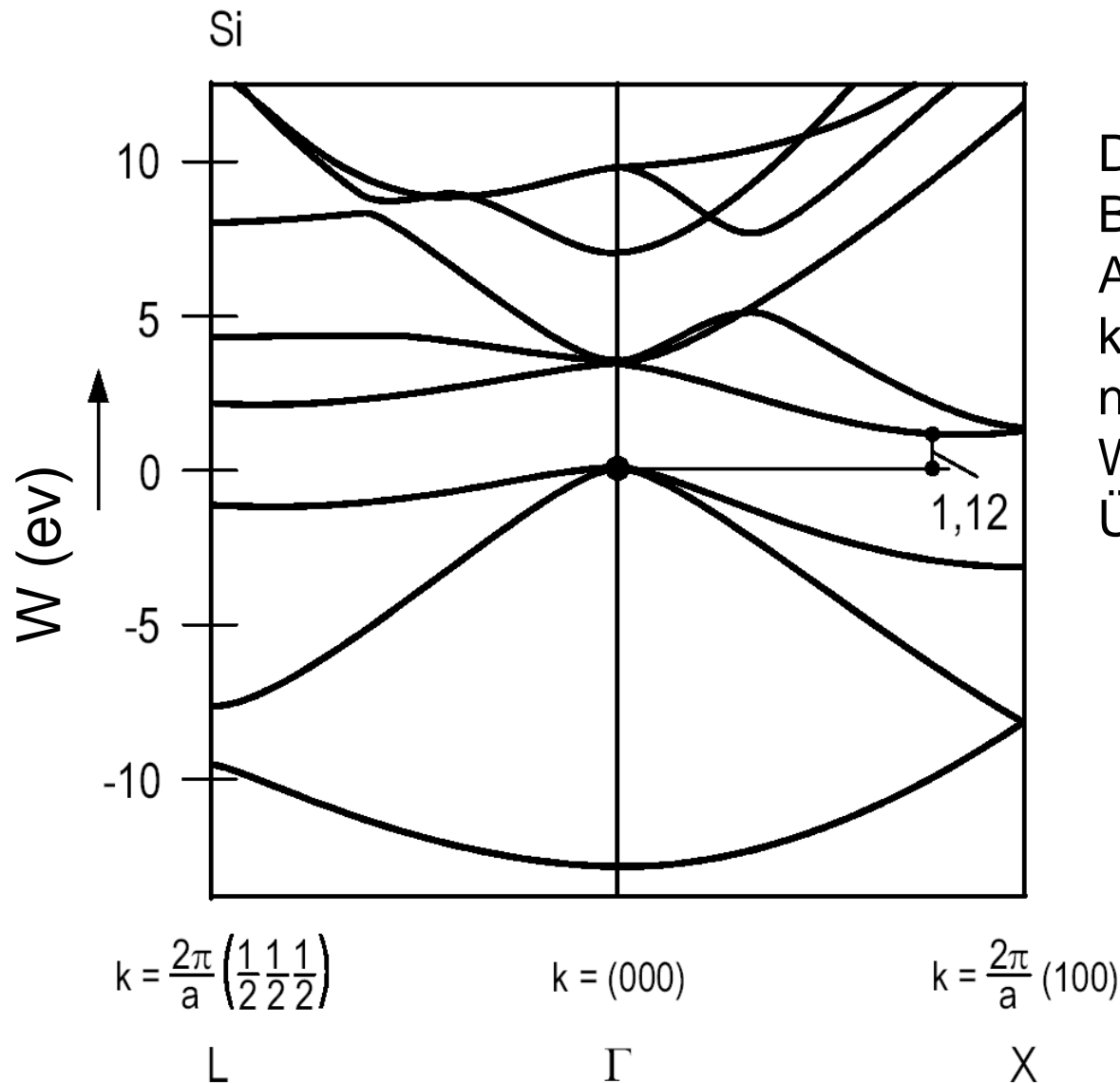
# Richtungsabhängigkeit des Potentials

In der Tat zeigen Berechnungen, dass die Energiezustände richtungsabhängig sind.

Oft werden deshalb in einem Bandstruktur-Diagramm die Energiezustände für verschiedene relevante Richtungen gezeigt:



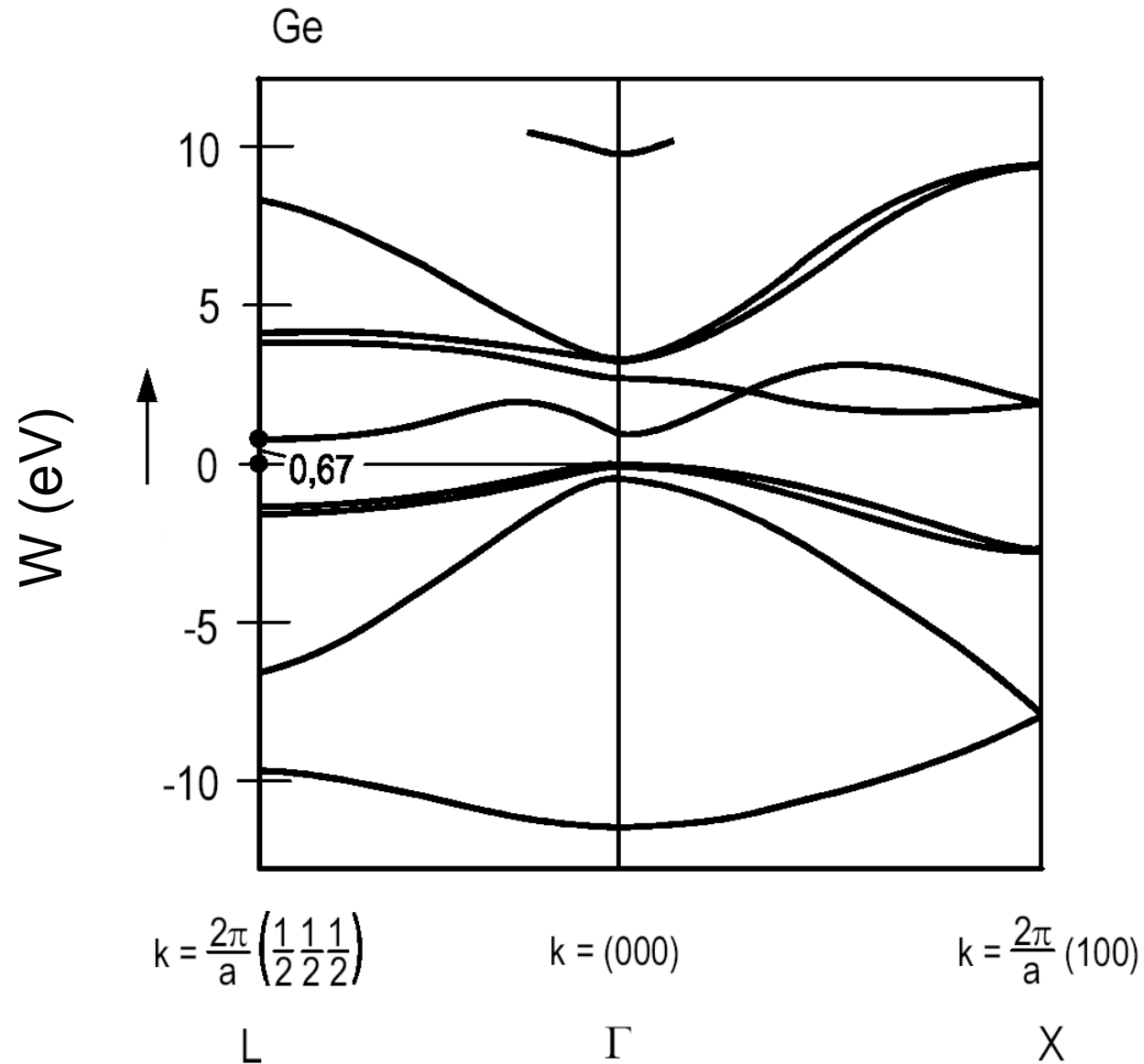
# Beispiel: Bandstruktur von Silizium



Darstellung der Eigenzustände in Bandstrukturen. Gibt wieder die Abhängigkeit von  $\omega$  (bzw.  $E$ ) von  $k$  an. Allerdings handelt es sich nicht mehr um einzelne ebene Wellen sondern um komplexe Überlagerungen.

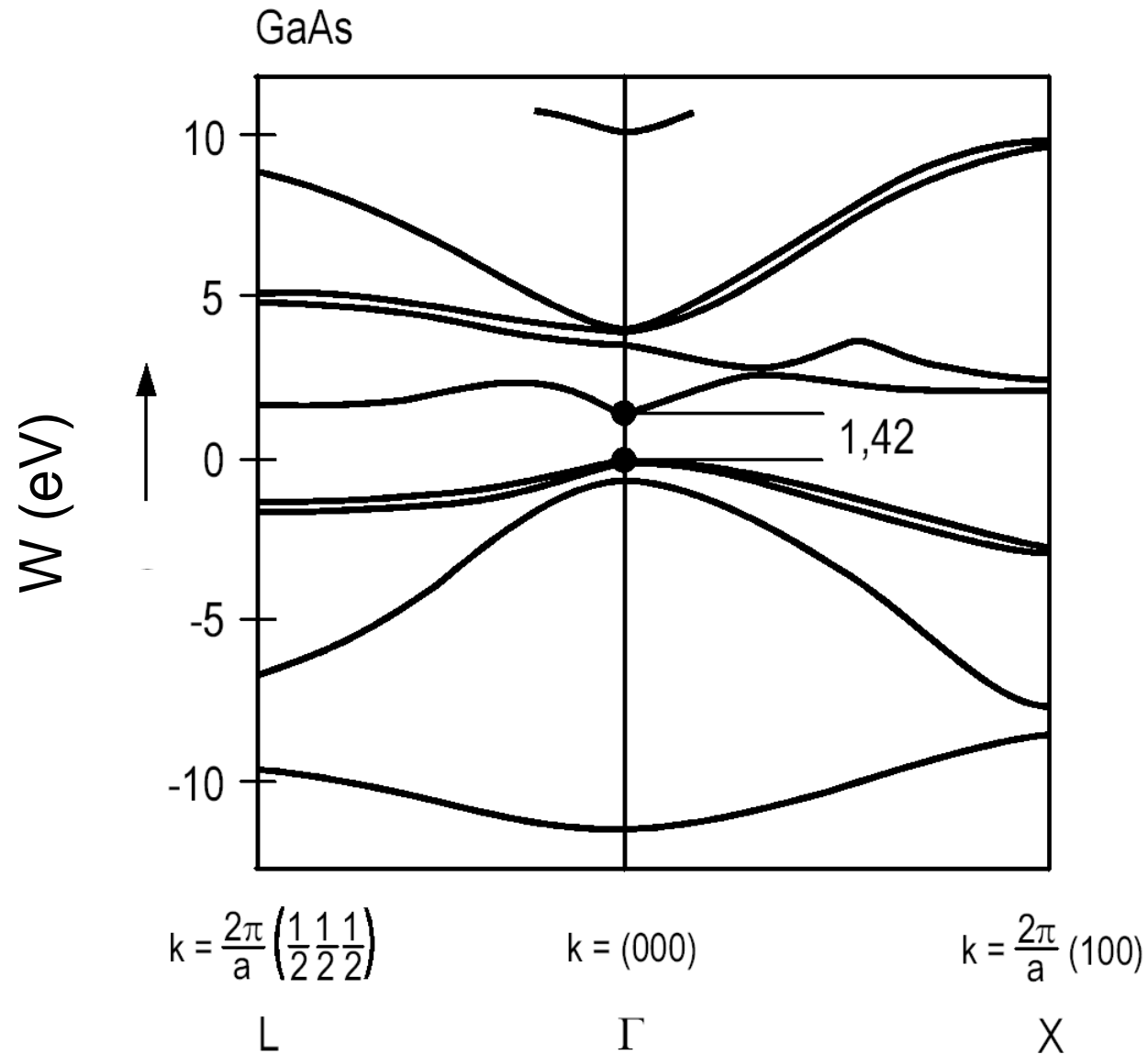
# Beispiel: Bandstruktur von Germanium

FuB 7.14



# Beispiel: Bandstruktur von GaAs

FuB 7.15

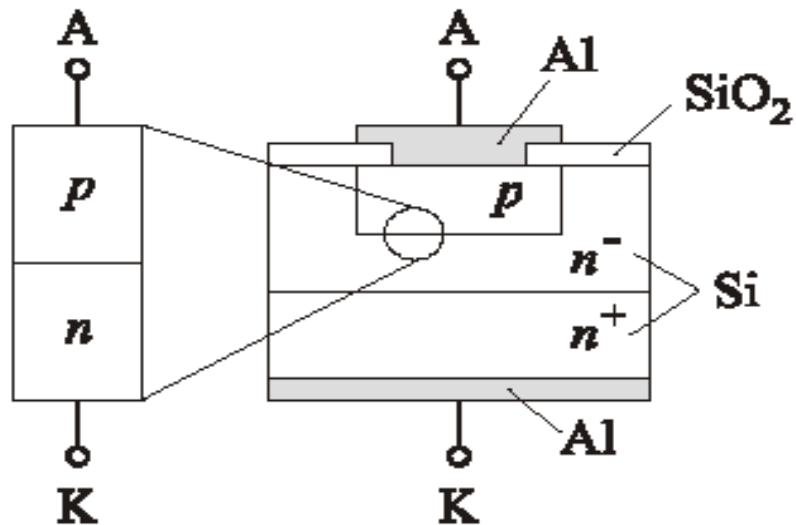


1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
  - 5.1 Quasiklassische Beschreibung von Elektronen im Halbleiter
  - 5.2 Stromtransport in Bändern
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
7. **Dotierte Halbleiter**
8. **Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
9. **Der pn-Übergang**



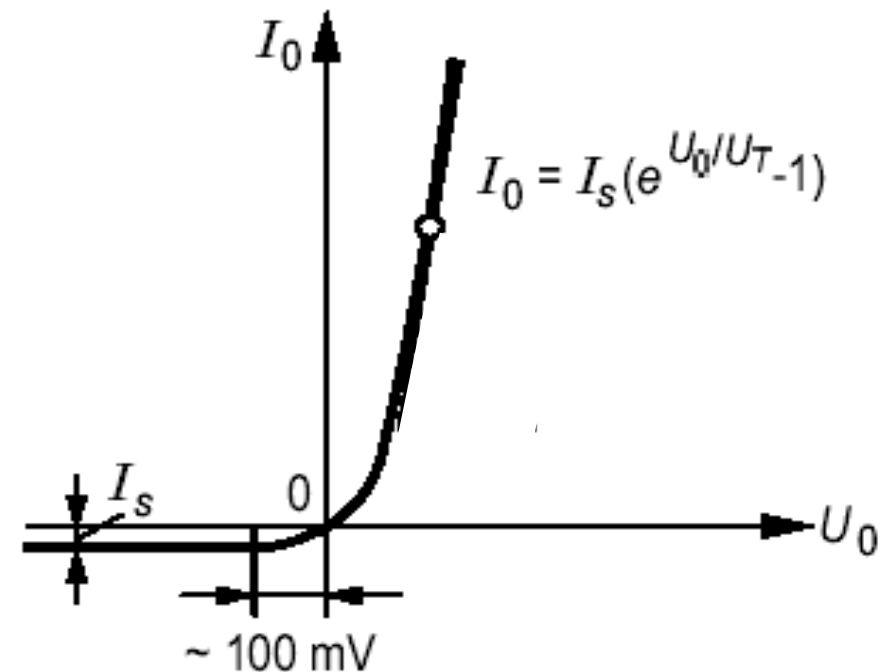
In der Vorlesung “Elektronische Schaltungen” haben Sie die Kennlinien verschiedener Halbleiterbauelemente kennen gelernt:

Dioden, Bipolare Transistoren, Feldeffekttransistoren



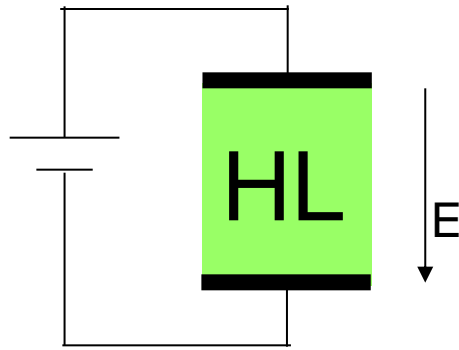
pn-Diode

Quelle: ES-Skript, M. Siegel, KIT



- Warum sehen die Kennlinien so aus ?
- Was muss man machen, dass sie anders aussehen, was bestimmt das dynamische Verhalten ?

Bisher wurden nur elektronische Zustände diskutiert („Bänder“).  
Wie bewegen sich Elektronen in Kristallen?

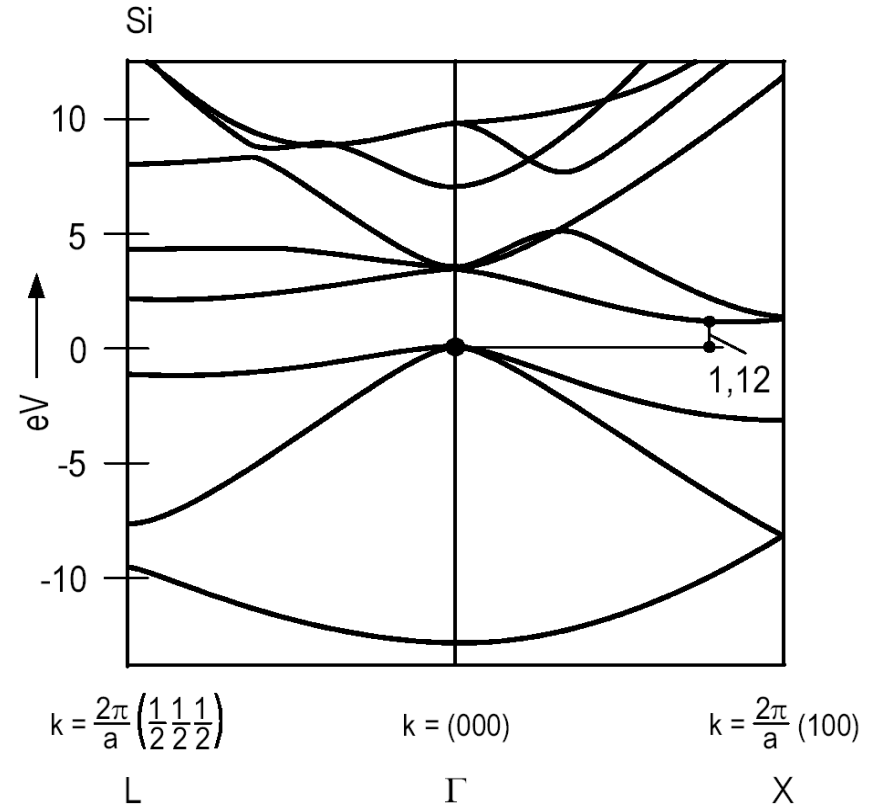


makroskopisch:

$J = \sigma E$  mit  $I = JA$  mit der Querschnittsfläche  $A$

bzw.

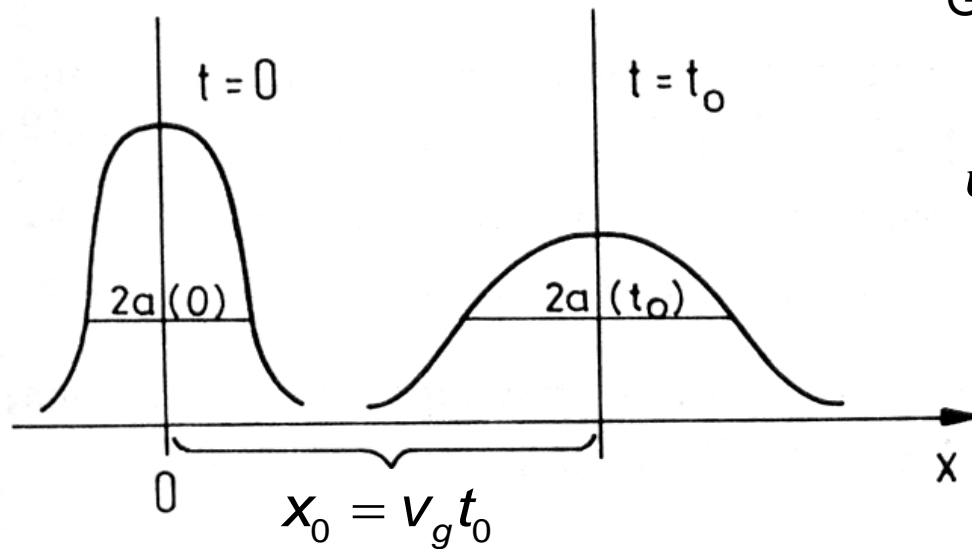
$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$



Wie berechnet man  $\sigma$  ??

Wir haben schon die Gruppengeschwindigkeit  $v_g$  kennengelernt:

Es ergab sich als Spezialfall beim Gauss'schen Wellenpaket:



$$\psi(x, 0) = \frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2}\right) \exp(jk_0 x)$$

$$v_g = \frac{\hbar k_0}{m} = 2v_p$$

Für die Gruppengeschwindigkeit gilt allgemeiner (siehe auch El. Felder und Wellen)

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$

Überprüfung für das freie Elektron:

$$\frac{\partial}{\partial k} \omega(k) = \frac{\partial}{\partial k} \left( \frac{\hbar k^2}{2m} \right) = \frac{\hbar k}{m}$$

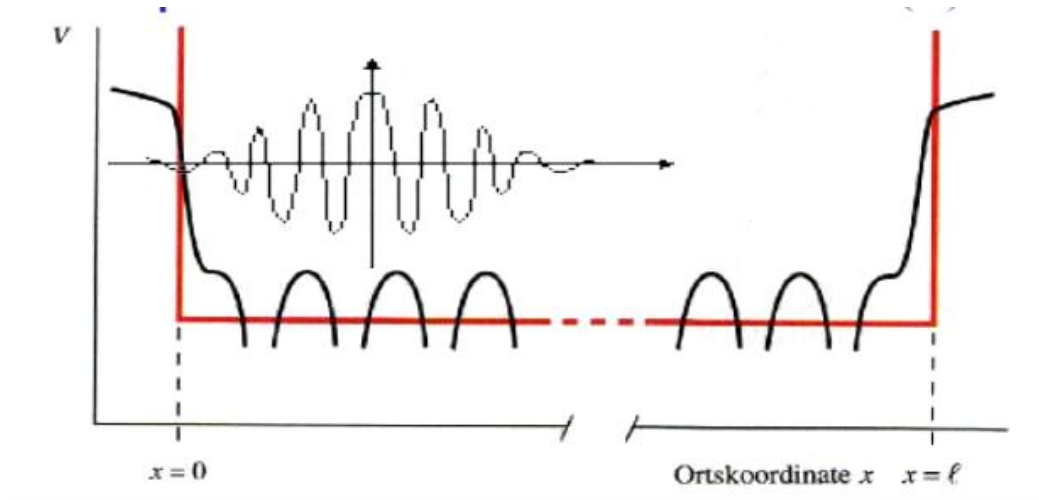


Abb.: Wellenpaket im periodischen Potential

Gruppengeschwindigkeit  
(Geschwindigkeit, mit der sich der Schwerpunkt eines Wellenpaketes bewegt)

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$

Dieser Zusammenhang gilt nicht nur für das freie Elektron sondern für jede  $x$ -beliebige Dispersionsrelation (auch für em. Wellen)

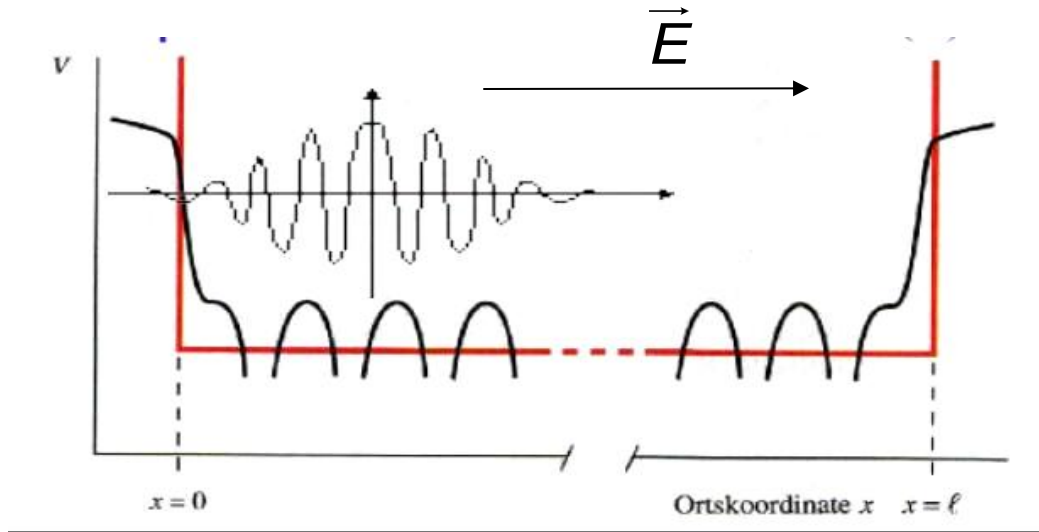


Abb.: Wellenpaket im periodischen Potential

Gruppengeschwindigkeit  
(Geschwindigkeit, mit der sich der Schwerpunkt eines Wellenpaketes bewegt)

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$

Dieser Zusammenhang gilt nicht nur für das freie Elektron sondern für jede x-beliebige Dispersionsrelation (auch für em. Wellen)

Was passiert, wenn nun ein elektrisches Feld auf das Elektron einwirkt ??

## Ziel:

Ableitung einer Bewegungsgleichung für ein Elektron im Kristall:

Für die Gruppengeschwindigkeit gilt:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial W(k)}{\partial k};$$

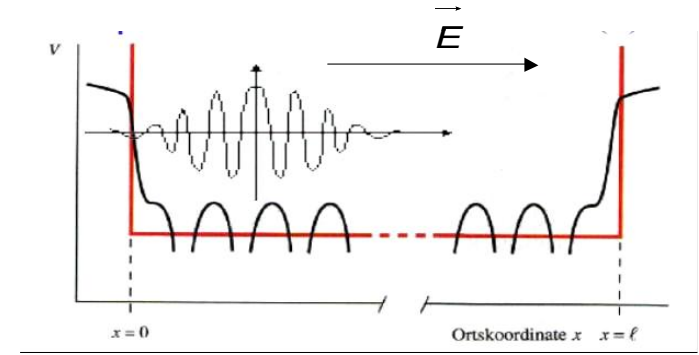


Abb.: Wellenpaket im periodischen Potential

Klassische Änderung der Energie pro infinitesimaler Zeiteinheit:

klassisch: 
$$\frac{dW}{dt} = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeit}} = \frac{\text{Kraft} \cdot \text{Weg}}{\text{Zeit}} = \text{Kraft} \cdot \text{Geschwindigkeit} = Fv$$

für ein Blochelektron mit bekannter Dispersion  $W(k)$

...um  $W$  zu ändern, muss  $k$  geändert werden

$$\frac{dW}{dt} = \underbrace{\frac{1}{\hbar} \frac{\partial W(k)}{\partial k}}_{v_g} \frac{d(\hbar k)}{dt}$$

D.h.  $\frac{d(\hbar k)}{dt}$  kann mit  $F$  identifiziert werden, bzw. es gilt  $\frac{dk}{dt} = \frac{1}{\hbar} F = \left( \frac{q}{\hbar} E \right)$

Das bedeutet, dass eine Kraft unabhängig von der Bandstruktur den  $k$ -Vektor verändert.

Wie sieht es mit der Beschleunigung eines Elektrons mit bekannter Dispersionsrelation  $W(k)$  aus ?

$$a = \frac{dv_g}{dt} = \frac{1}{\hbar} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial W}{\partial k} \right) = \frac{1}{\hbar} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial k^2} \right) \frac{dk}{dt} = \frac{1}{\hbar^2} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial k^2} \right) F$$

Analog zum klassischen  **$F=ma$**  kann also eine Masse des Blochelektrons definiert werden:

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 W(k)}{\partial k^2} \quad \text{bzw.} \quad m^* = \hbar^2 \left( \frac{\partial^2 W(k)}{\partial k^2} \right)^{-1}$$

„Masse“ des Kristallelektrons wird bestimmt durch die Bandstruktur !!!

## Transporteigenschaften von Kristallelektronen werden bestimmt durch die Bandstruktur

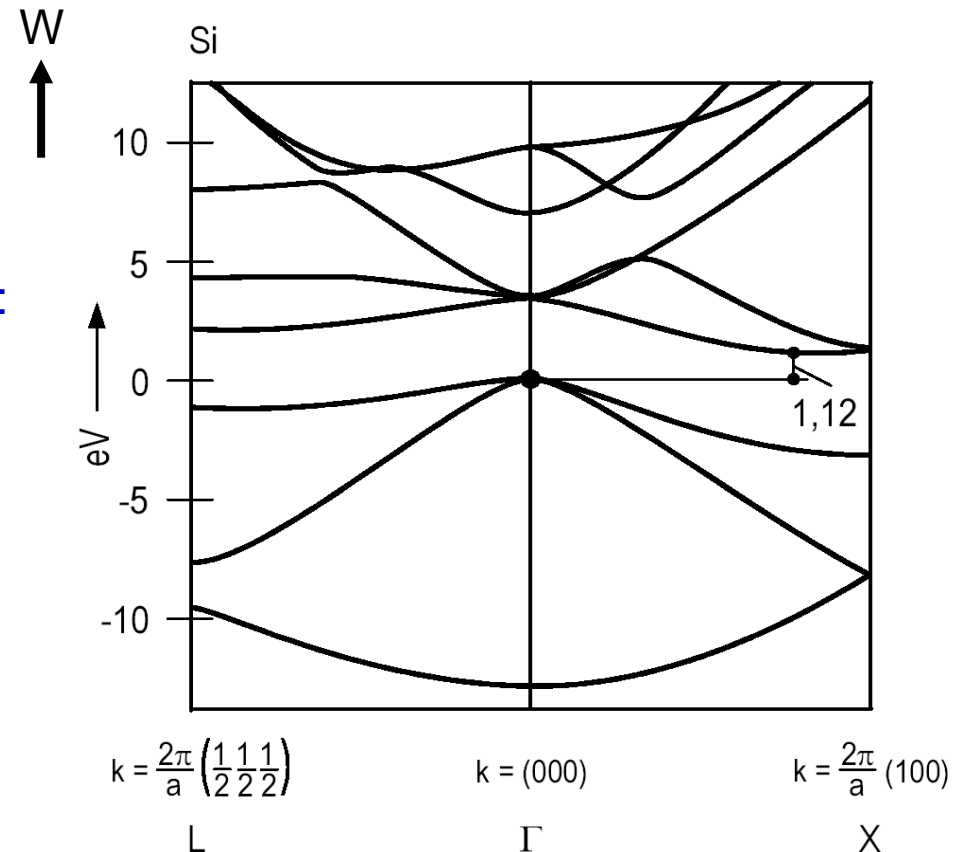
- (Gruppen)Geschwindigkeit ist gegeben durch

$$v_g = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial W(k)}{\partial k};$$

- Die effektive Masse dieser Elektronen ist:

$$m^* = \hbar^2 \left( \frac{\partial^2 W(k)}{\partial k^2} \right)^{-1}$$

- Kristallelektronen benehmen sich bei Beschleunigung wie Teilchen der Masse  $m^*$  ( $m_{\text{eff}}$ )!



....dies führt allerdings (hauptsächlich in der Theorie) zu einem sehr merkwürdigen Verhalten ...



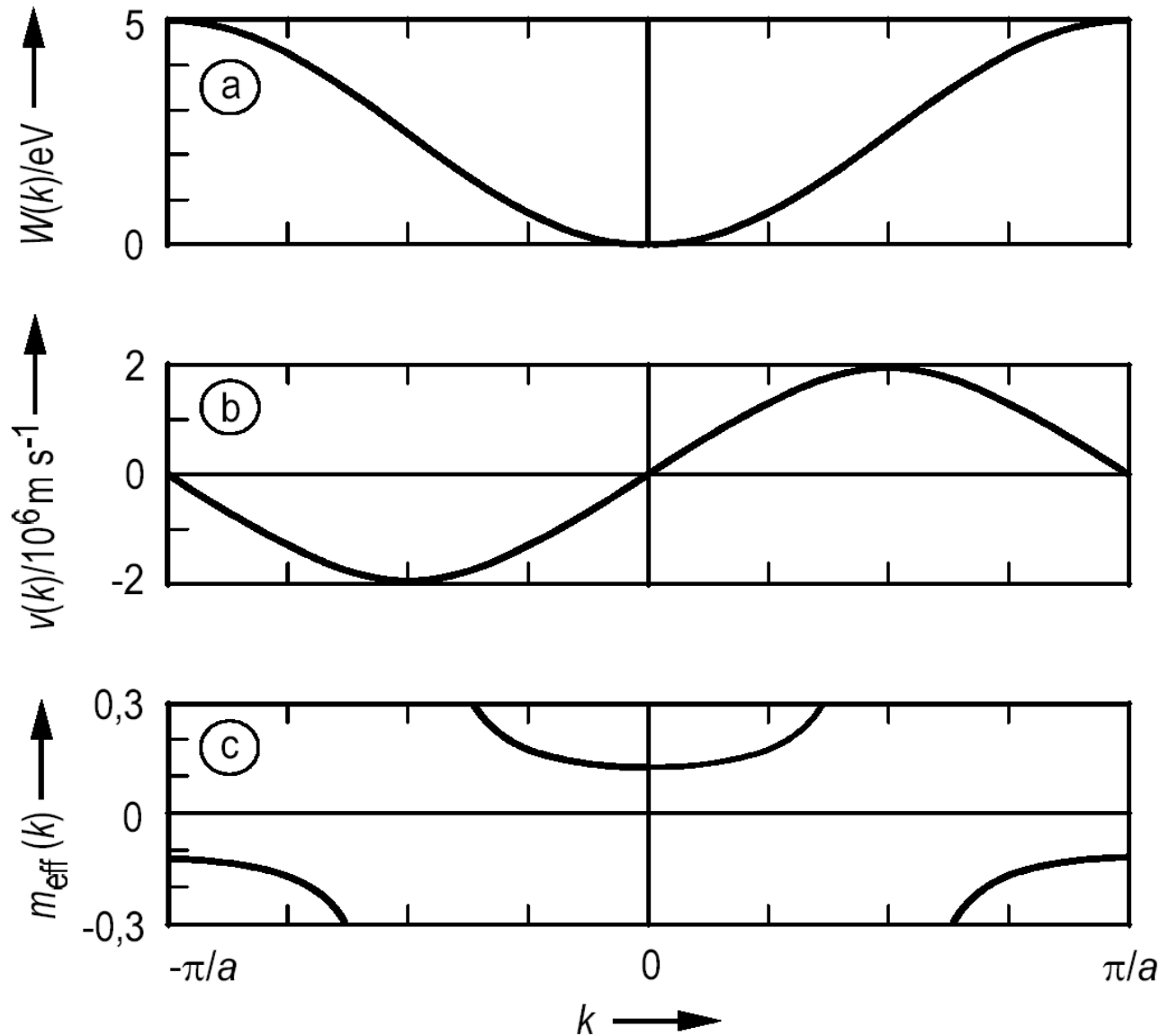
1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
  - 5.1 Quasiklassische Beschreibung von Elektronen im Halbleiter
  - 5.2 Bloch-Oszillationen und realer Transport
  - 5.3 Stromtransport in Bändern
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
7. **Dotierte Halbleiter**
8. **Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
9. **Der pn-Übergang**

Bsp.: kosinusförmiges  
Band

$$W(k) = \frac{\Delta W}{2} (1 - \cos(ka))$$

$$v_g = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial W(k)}{\partial k};$$

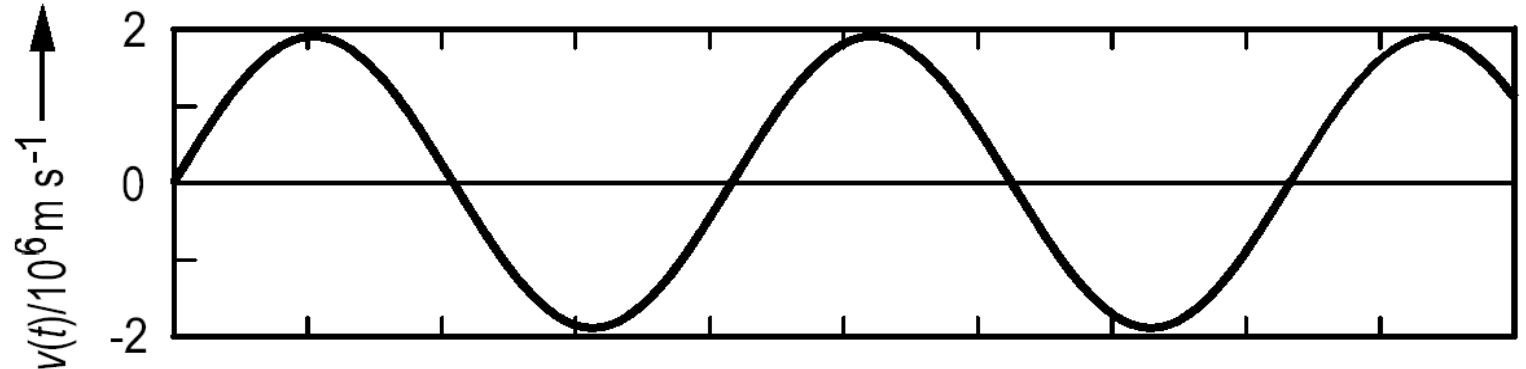
$$m^* = \hbar^2 \left( \frac{\partial^2 W(k)}{\partial k^2} \right)^{-1}$$



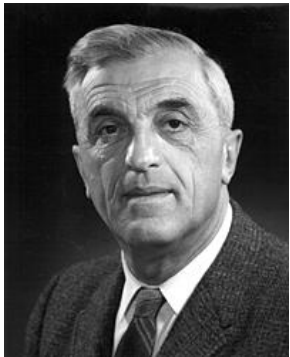
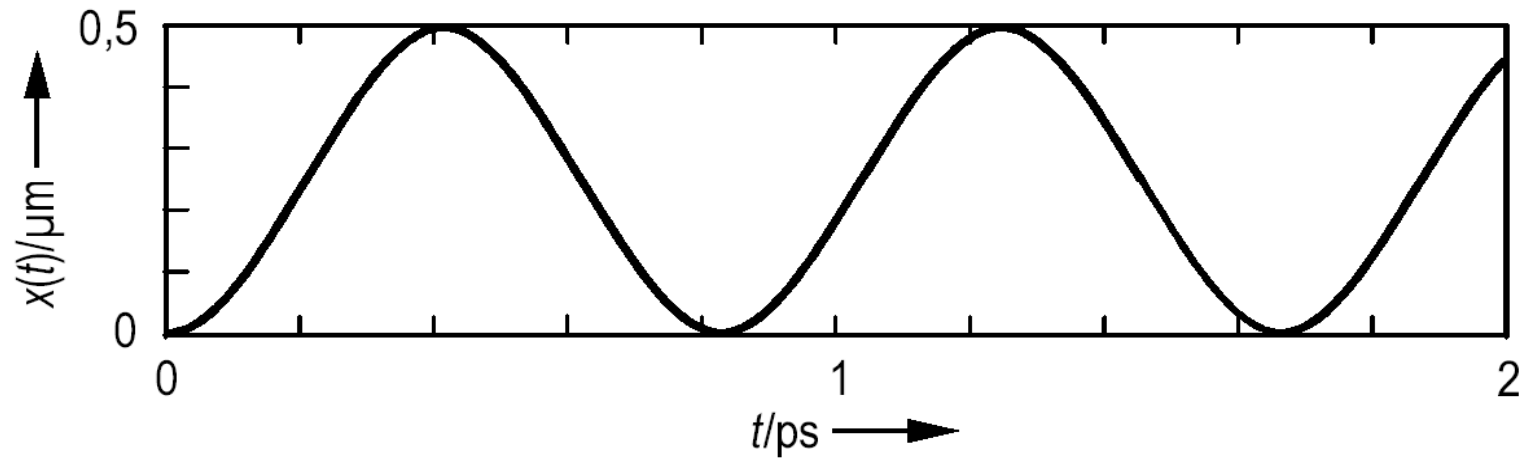
Eine konstante Kraft  $F$   
bewirkt das folgende  
 $k(t)$ :

$$\frac{dk}{dt} = \frac{1}{\hbar} F \quad k(t) = k(0) + \frac{1}{\hbar} Ft$$

und für  
 $v_g(t)$ :



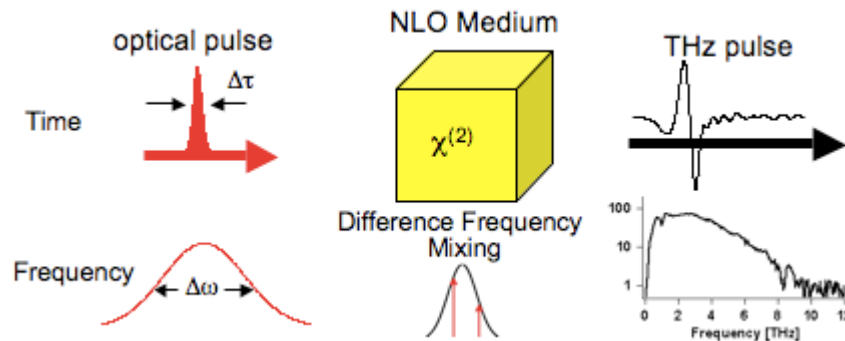
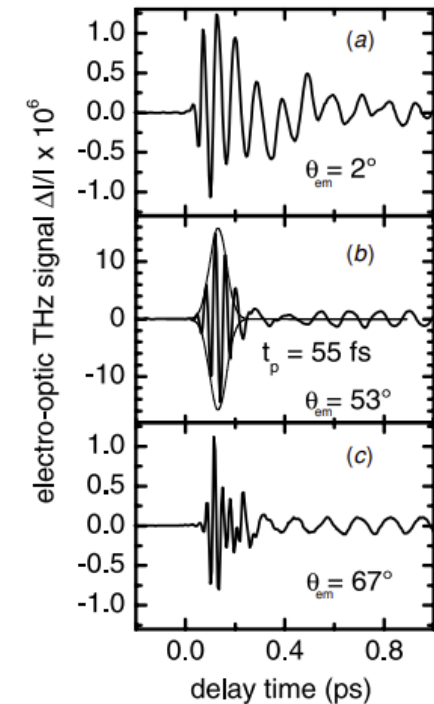
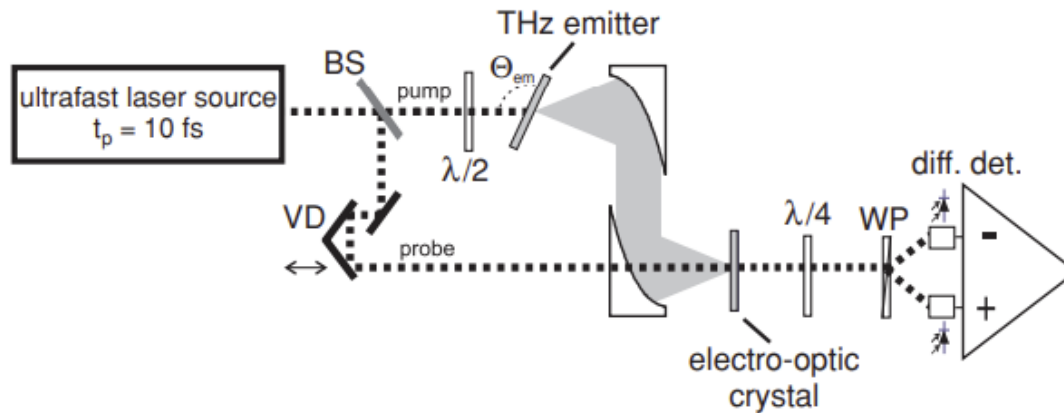
..und in  $x(t)$



Felix Bloch  
1905-1983

- Nach diesem Modell erwarten wir bei einem konstanten Feld eine oszillierende Bewegung der Elektronen (Bloch-Oszillationen).

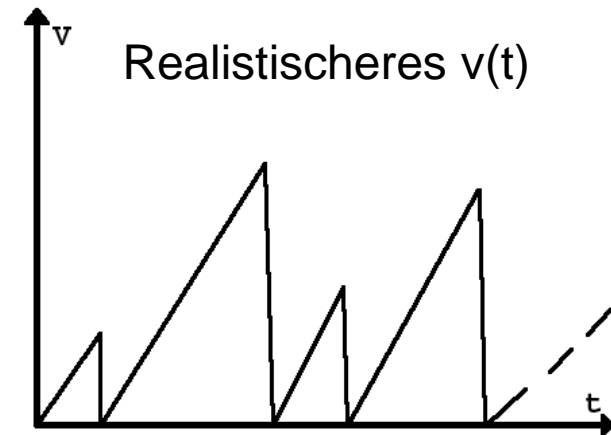
- Blochoszillationen können an (artifiziellen Materialien) mit einer kombiniert elektrisch/optischen Messtechnik nachgewiesen werden



# Aber: Einfluss von Störungen

In einem realen Kristall wird die Bewegung des Elektrons unterbrochen durch z.B.

- Stöße mit Gitterschwingungen (Wechselwirkung mit Phononen)
- Streuung an Defekten
- Elektron-Elektron-Streuung
- Die Zeit  $\tau$  für diese Störungen ist typischerweise viel kürzer als die Periode der Bloch-Oszillation.



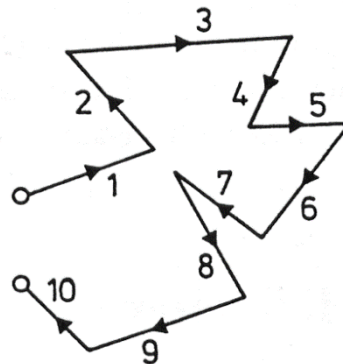
Bloch-Oszillationen können nur in speziell hergestellten künstlichen Kristallen beobachtet werden ... aber sind interessant für die **THz-Technik.**

Strom im Halbleiter:

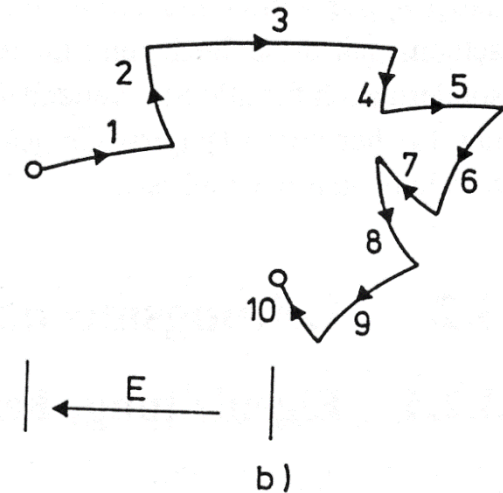
Abfolge von Phasen der Beschleunigung und abrupten Stößen

Elektronen werden durch den Halbleiter getrieben

↓  
„Drift“ströme

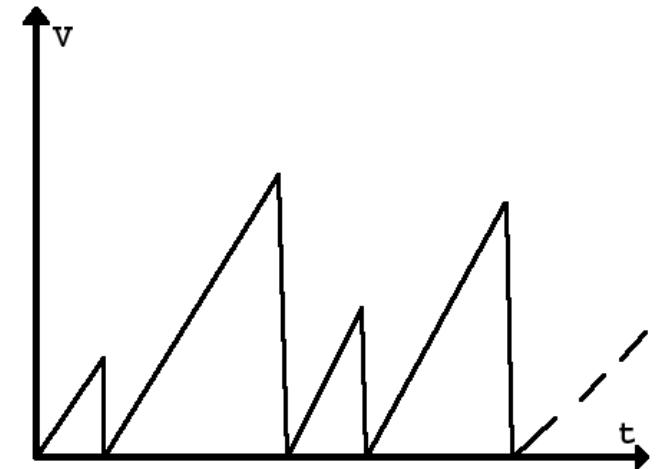


**Elektronenbahn  
ohne E-Feld**



**Elektronenbahn  
mit E-Feld**

Elektronen werden im Mittel nach der Zeit  $\tau$  durch Stoß mit Atomrumpf abrupt abgebremst.



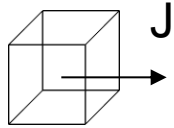
Damit ergibt sich (nicht ganz sauber)  
als mittlere Geschwindigkeit:

$$\bar{v} = \frac{F}{m} \tau = \frac{qE\tau}{m^*} = \frac{-eE\tau}{m^*} \equiv -\mu E$$

Damit ergibt sich eine zentrale Größe der  
Halbleiterelektronik, die Beweglichkeit  $\mu$ :

$$\mu = \frac{e\tau}{m^*}$$

Sie ist ein Maß dafür, wie schnell sich ein Elektron im Halbleiter unter  
Einwirkung des elektrischen Feldes bewegt.



Stromdichte durch ein Volumenelement:

$$J = q \cdot n \cdot \bar{v}$$

Ladung pro  
Teilchen (1e)  
(Einheit: C=As)

Dichte der Ladungen  
(Einheit: m<sup>-3</sup> bzw cm<sup>-3</sup>)

mittlere Geschwindigkeit  
Einheit: m/s

Die Stromdichte ist direkt proportional zur Beweglichkeit:

$$J = qn\bar{v} = qn\mu E$$

-hohe Beweglichkeiten



-hohe Stromdichten



-geringe Schaltzeiten

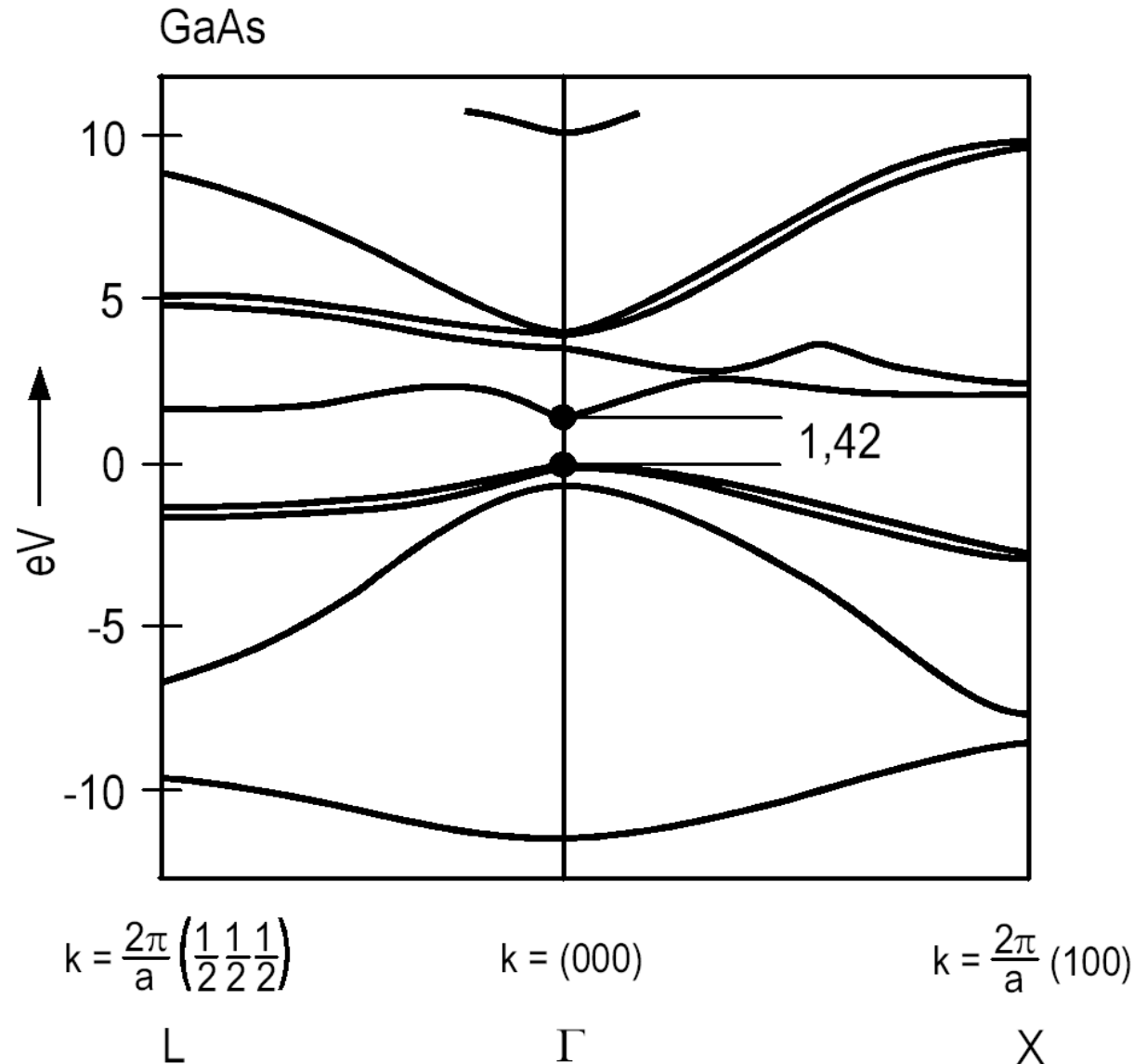


Die effektive Masse der Ladungsträger ist eine Funktion des k-Wertes und des Bandes.

$$m_{\text{eff}} = \hbar^2 \left( \frac{\partial^2 W(k)}{\partial k^2} \right)^{-1}$$

Die Zeitkonstante  $\tau$  ist ebenfalls nicht konstant.

Deshalb ist die Beweglichkeit nicht für alle Elektronenzustände gleich.



Die Träger relaxieren durch Stöße zu den niedrig gelegenen Zuständen im Band.

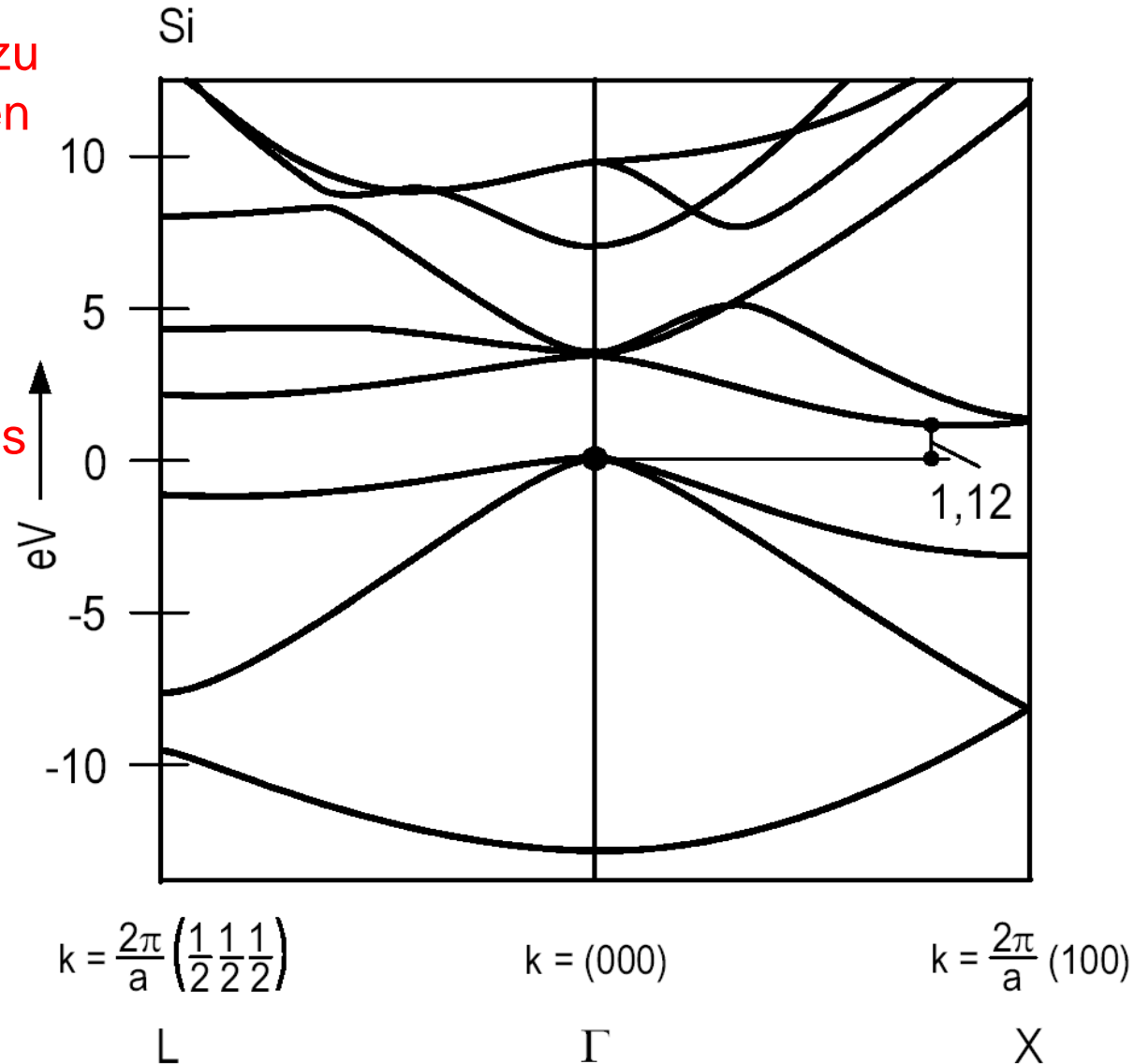
Deshalb heißt  $\tau$  auch Intradbandimpulsrelaxationszeit.

Die Elektronenbeweglichkeit im Leitungsband ist bei Si kleiner als bei GaAs.

Dies sieht man an der geringeren Bandkrümmung im Minimum.

$$\frac{1}{m_{\text{eff}}} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 W(k)}{\partial k^2}$$

$$\mu = \frac{e\tau}{m_{\text{eff}}}$$

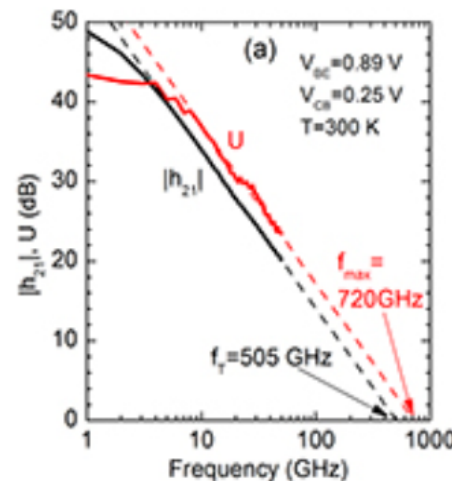
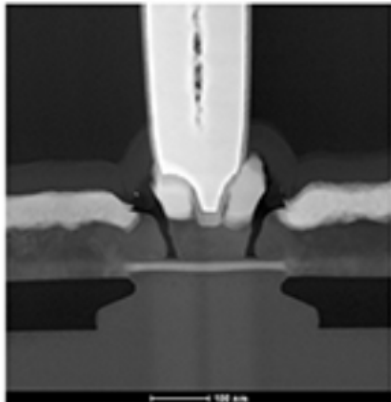


Für Hochfrequenzbauelemente (optische Nachrichtentechnik, Drahtlose Kommunikation) sind die Si-Elektronen u. U. nicht schnell genug.

Erforschung und Einsatz von anderen Halbleitermaterialien

z.B. GaAs, InP, SiGe, ...

## Fastest Si-based transistor in the world



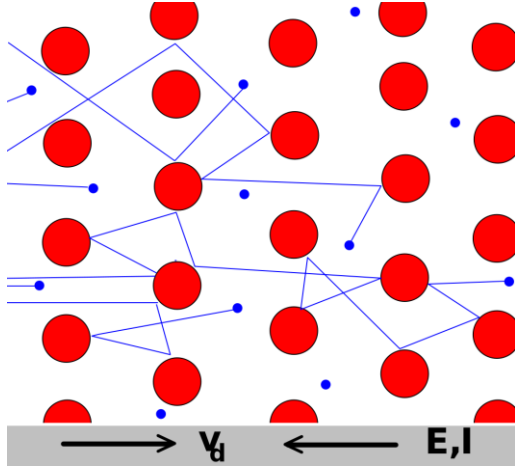
07.12.2016

**IHP presents the fastest silicon-based transistor in the world. Contribution at the renowned semiconductors conference IEDM in San Francisco.**

The cross section on the left shows a silicon-germanium heterobipolar transistor (SiGe HBT) of the latest generation, recorded by a transmission electron microscope (TEM). The measurement curves on the right are used to determine the transit frequency,  $f_T$ , and the maximum oscillation frequency,  $f_{max}$ . © IHP

## 2. Best-in-class by technology (sub-THz to near-THz)

Tech / material system	Device type	Reported $f_{\max}$ (approx.)	Conditions / comments
SiGe HBT (research level)	HBT	$\approx 720$ GHz	DOTSEVEN / IHP process; $f_T \approx 505$ GHz, $f_{\max} \approx 720$ GHz at 300 K. Values from de-embedded S-params; this is widely cited as the record for <i>silicon-based</i> transistors. <a href="#">TIB Open Access</a> +2
SiGe HBT (IBM, low-T)	HBT	$\approx 618$ GHz (4.5 K)	IBM reports $f_{\max} \approx 618$ GHz and $f_T \approx 463$ GHz at 4.5 K for a scaled $0.12 \times 2.5 \mu\text{m}^2$ HBT; $\sim 309/343$ GHz at 300 K. <a href="#">IBM Research</a>
GaN HEMT (AlN/GaN, ultra-scaled)	HEMT	$\approx 444$ GHz	Review of GaN HEMTs notes highest reported $f_T/f_{\max}$ of 454/444 GHz for 20 nm AlN/GaN HEMT; extracted from de-embedded RF data. <a href="#">Nature</a> +1
GaN HEMT (earlier records)	HEMT	300–347 GHz	Gate-recessed AlGaIn/GaN HEMTs on SiC with $f_{\max} \approx 300$ GHz; graded-channel GaN HEMTs with $f_T/f_{\max} \approx 170/347$ GHz. <a href="#">DSpace</a> +3
Si CMOS / bulk / FinFET	MOSFET	$\approx 300\text{--}360$ GHz	RF-optimized nanoscale CMOS processes report $f_{\max}$ in the few-hundred-GHz range; e.g. Shim et al. use a CMOS transistor with $f_{\max} \approx 362$ GHz (and $f_T \approx 243$ GHz) in a study on oscillators beyond $f_{\max}$ . <a href="#">Department of P...</a>
Graphene FET (C-face epitaxial)	FET	$\approx 70$ GHz	Epitaxial graphene on C-face SiC with $f_{\max} \approx 70$ GHz (extrinsic, from S-parameter measurements); one of the highest <i>measured</i> graphene $f_{\max}$ to date. <a href="#">arXiv</a> +1
Graphene FET (CVD, optimized contacts)	GFET	$\approx 37$ GHz (extrinsic)	Bonmann et al. report extrinsic $f_T \approx 34$ GHz and $f_{\max} \approx 37$ GHz at $L_g = 0.5 \mu\text{m}$ ; extrapolation of their scaling suggests $f_{\max} \gtrsim 100$ GHz at $L_g \approx 50$ nm. <a href="#">research.chalme...</a> +2



Das Drude-Modell wurde bereits im Jahr 1900 veröffentlicht. Der Transport von Elektronen wird abgebremst durch den Stoß mit den Atomrümpfen. Dies wird mit einer Stoßzeit beschrieben. Eigentlich eher ein Modell für eine Bewegung mit Reibung.

Die **Bewegungsgleichung** hierfür lautet:

$$m\dot{v} + \frac{m}{\tau}v_D = -eE$$

mit

- $m$  der Elektronenmasse
- $v$  der Elektronengeschwindigkeit
- $v_D$  der **Driftgeschwindigkeit** (e-Geschwindigkeit abzüglich der thermischen Geschwindigkeit) und
- $\tau$  der Stoßzeit
- $e$  der **Elementarladung**.

Für den stationären Zustand ( $\dot{v} = 0$ ) gilt:

$$\Rightarrow v_D = -\frac{e \cdot \tau}{m} E$$

Mit der **Ladungsträgerdichte**  $n$  ergibt sich die **Stromdichte**  $j$  damit zu:

$$j = -e \cdot n \cdot v_D = \frac{e^2 \cdot \tau \cdot n}{m} E$$

Die **Leitfähigkeit**  $\sigma$  ist daher:

$$\sigma = \frac{j}{E} = \frac{e^2 \cdot \tau \cdot n}{m}$$

Diese Gleichung wird auch als **Drude-Formel** oder **Drude-Leitfähigkeit** bezeichnet.

**Vergleich:**

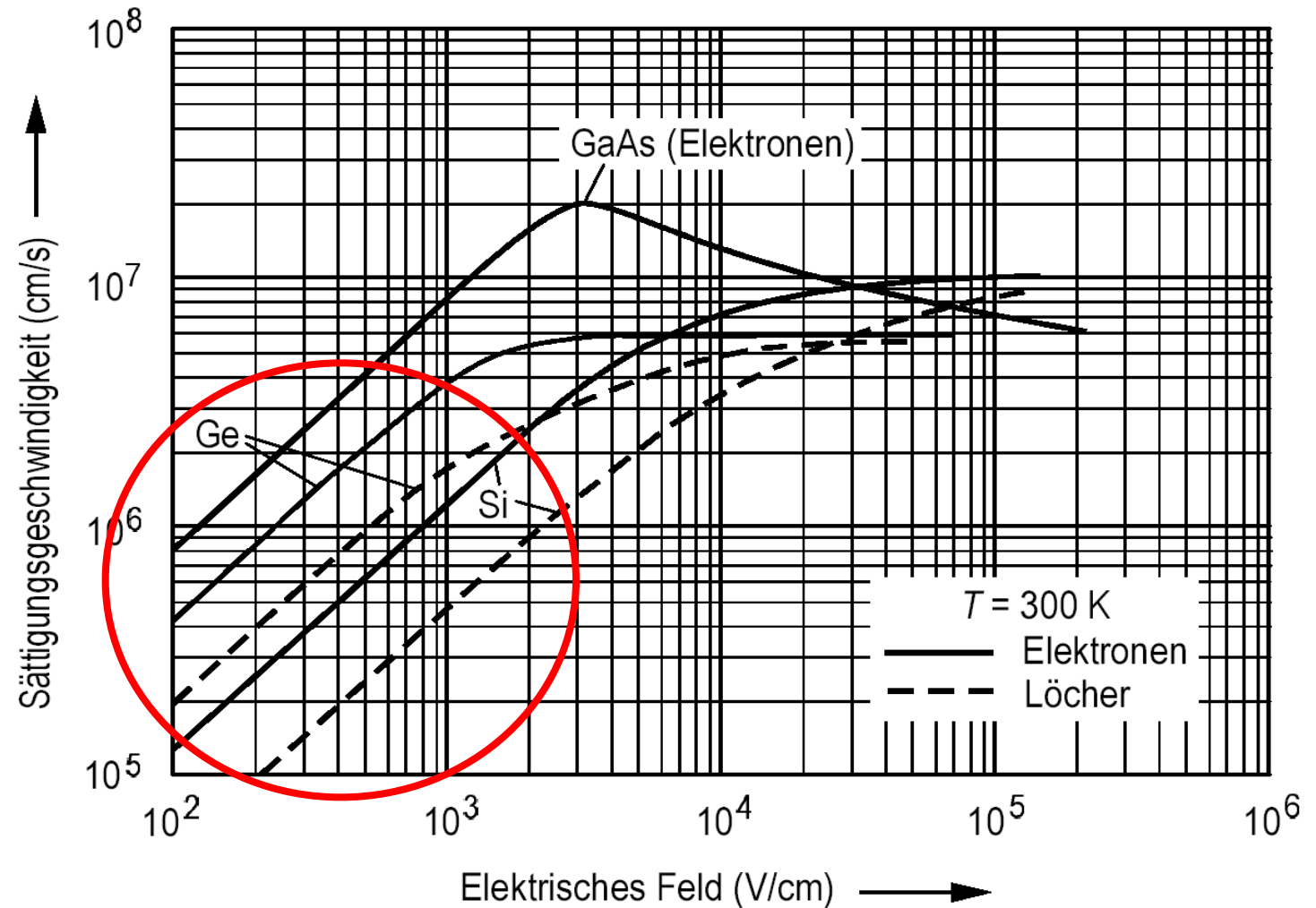
$$\mu = \frac{e\tau}{m_{\text{eff}}}$$

**Die Beweglichkeit ist nicht naturgegeben und auch nur näherungsweise konstant !**

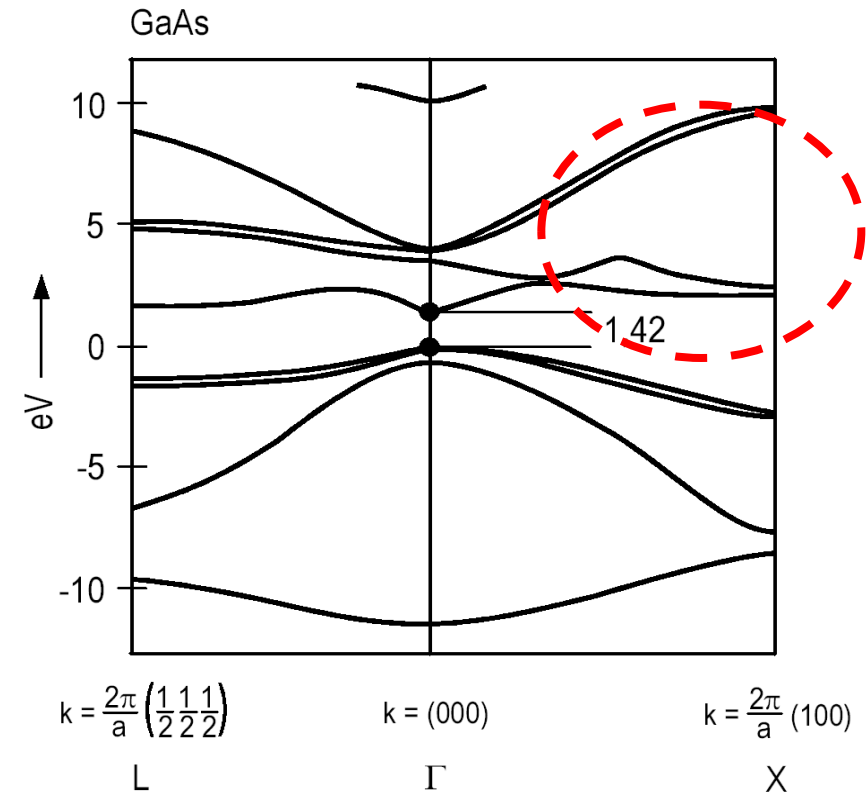
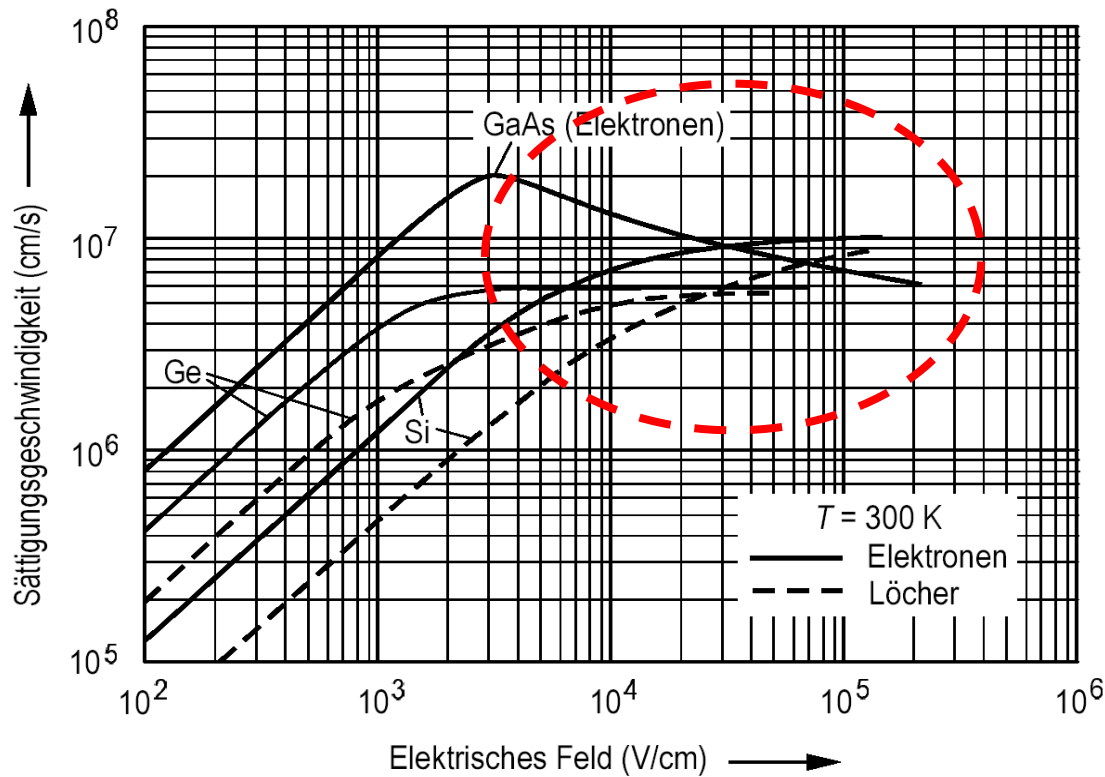
Sie wird bestimmt durch:

- Reinheit des Halbleiters (wenige Streuprozesse)
- Wahl des Materials
- den k-Zustand (Energie) des Elektrons

$$\bar{v} = \mu E$$
$$\mu = \frac{e\tau}{m_{\text{eff}}}$$



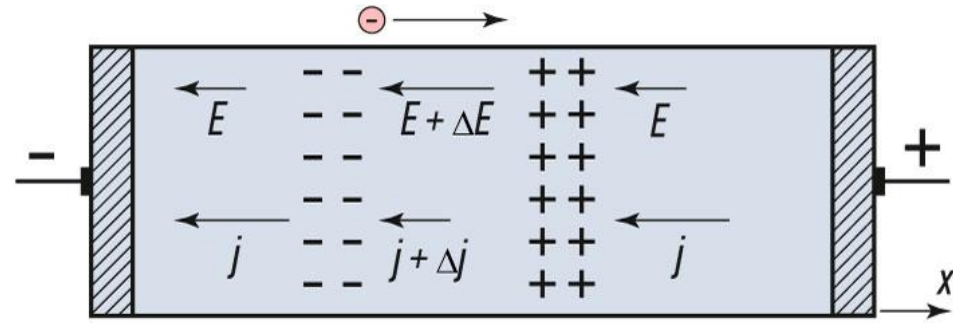
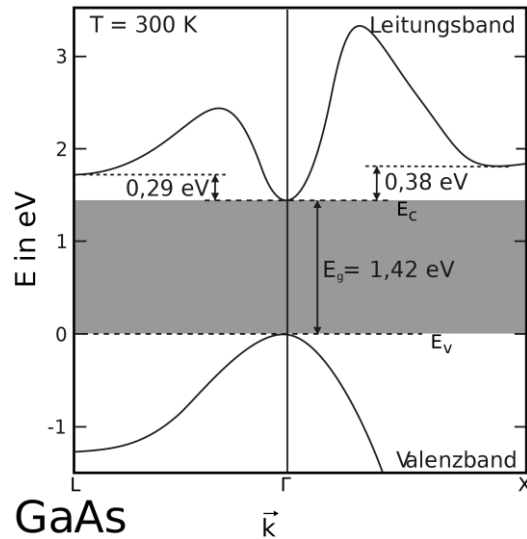
Für kleine Feldstärken ist die Beweglichkeit der Ladungsträger und die effektive Masse ungefähr konstant. In diesem Bereich ist die Parabelnäherung (konstante Masse) zur Bandstruktur anwendbar.



Elektronen hoher Energie haben z.B. eine geringere Beweglichkeit



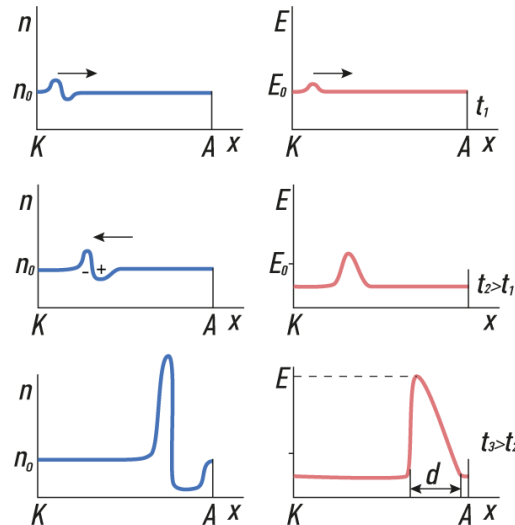
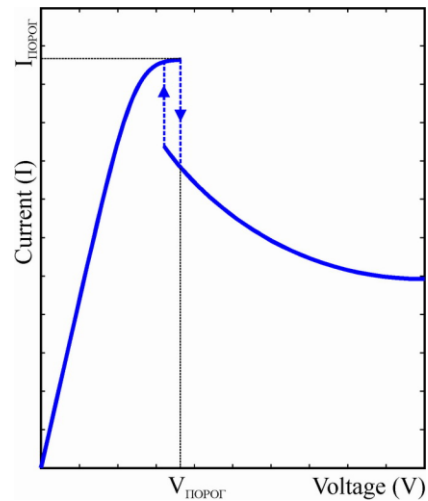
# Die Gunn-Diode (1963)



Gunn-Oszillator

737 01

LEYBOLD®



Gunn-Oszillator

992,00 €

zzgl. MwSt.

1.180,48 € inkl. MwSt.

1

IN DEN WARENKORB

## BESCHREIBUNG TECHNISCHE DATEN ZUGEHÖRIGE DOKUMENTE

Der Gunn-Oszillator dient der Erzeugung von Mikrowellenleistung. Er ist modular aufgebaut und in folgende Bauteile zerlegbar:

- Gunn-Dioden-Modul, Länge ca. 27 mm
- Gehäuserückwand
- Lochblende, Lochdurchmesser 8 mm
- Hohlleiteradapter, Länge 32 mm

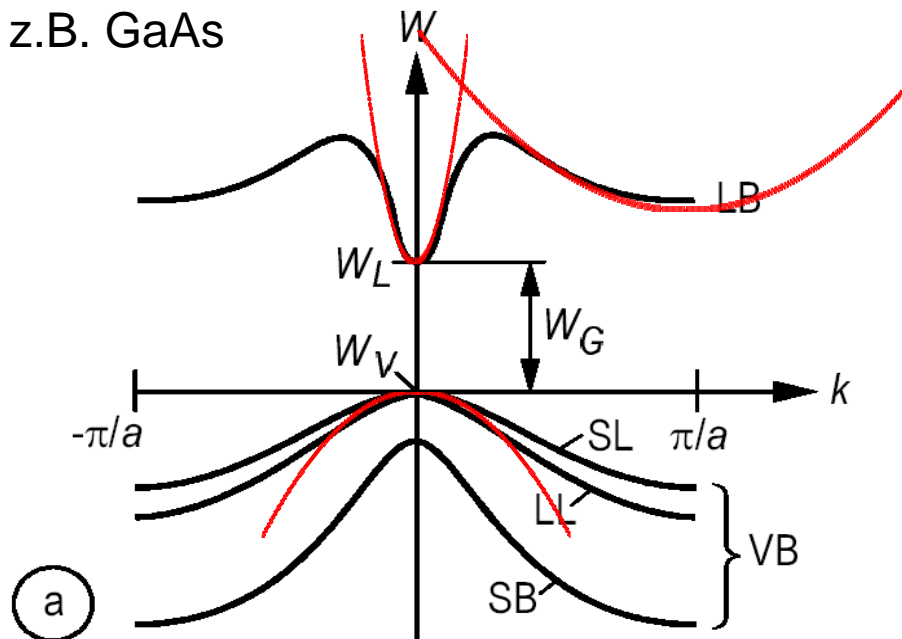
1. **Grundlagen der Quantenmechanik**
2. **Elektronische Zustände**
3. **Vom Wasserstoffatom zum Periodensystem der Elemente**
4. **Elektronen in Kristallen**
5. **Halbleiter**
  - 5.1 Quasiklassische Beschreibung von Elektronen im Halbleiter
  - 5.2 Bloch-Oszillationen und realer Transport
  - 5.3 Stromtransport in Bändern
6. **Quantenstatistik für Ladungsträger**
7. **Dotierte Halbleiter**
8. **Halbleiter im Nichtgleichgewicht**
9. **Der pn-Übergang**

Da die Bandstruktur in diesen Bereichen symmetrisch ist, können wir sie durch eine Parabel annähern.

Die Elektronen verhalten sich wie freie Elektronen mit einer konstanten effektiven Masse.

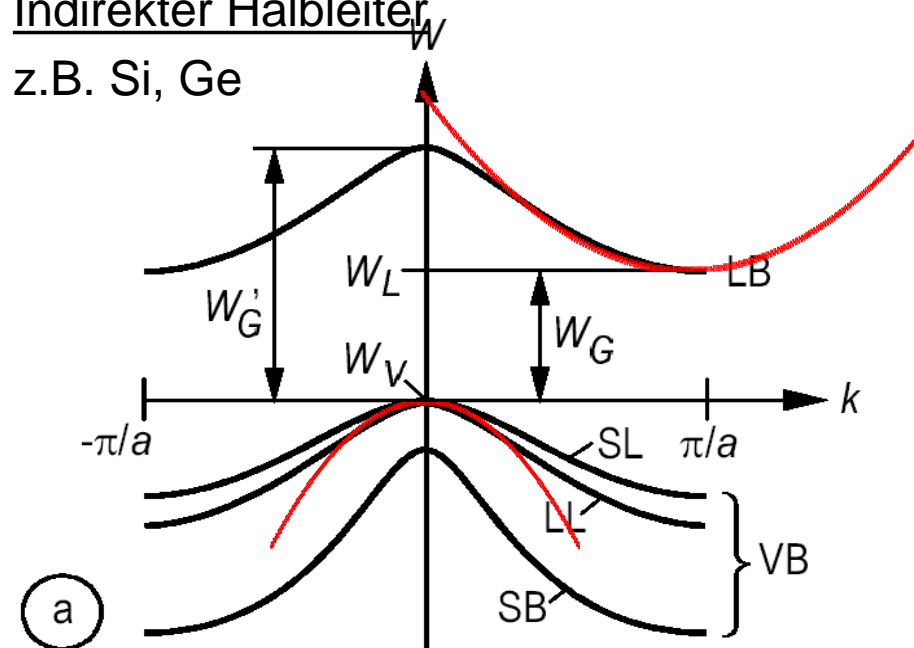
## Direkter Halbleiter mit „Seitental“

z.B. GaAs

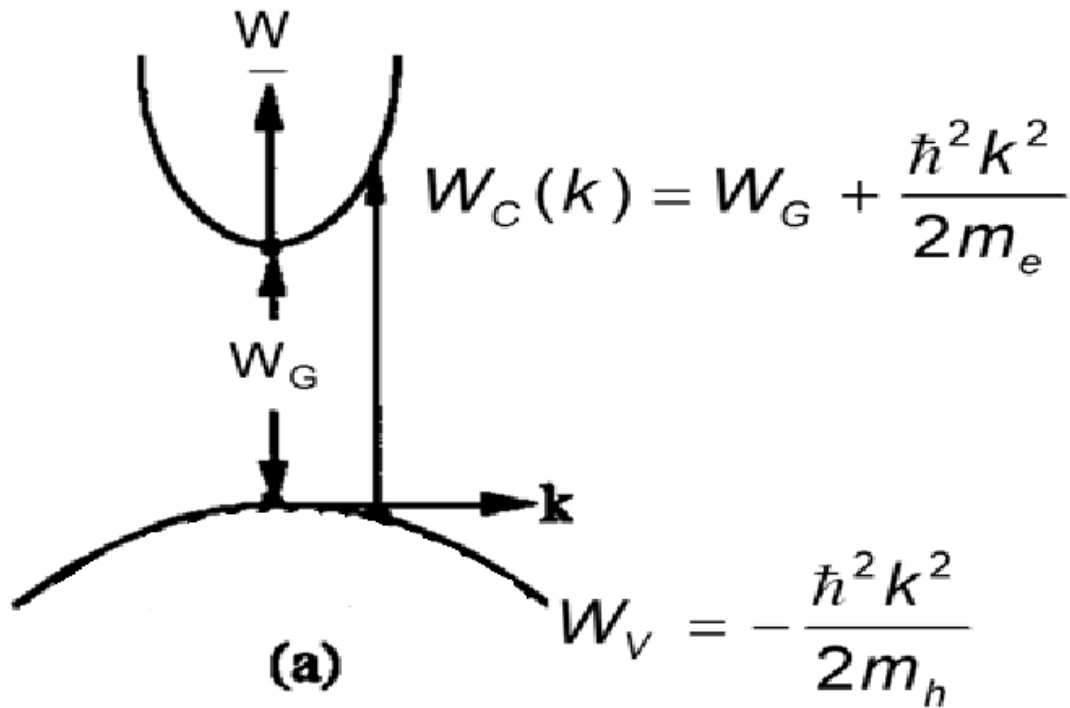


## Indirekter Halbleiter

z.B. Si, Ge



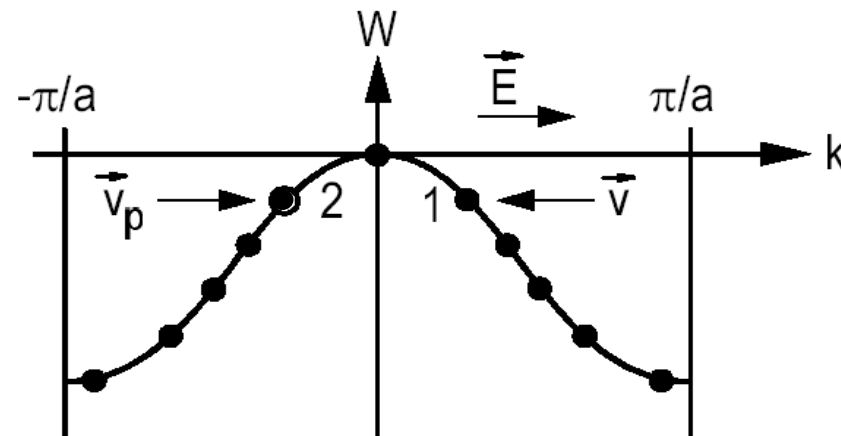
$m_{e,h}$ : Effektive Elektron(Loch)masse



$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m_{e,h}}$$

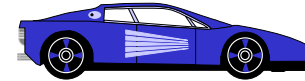
$$\frac{1}{m_{e,h}} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 W_n(\vec{k})}{\partial k^2}$$

- Strombeiträge einzelner Elektronen in einem vollbesetzten Band kompensieren sich paarweise:



- Strom wird nur getragen von teilweise gefüllten Bändern

Wir wollen Autos von Karlsruhe nach Frankfurt bringen.

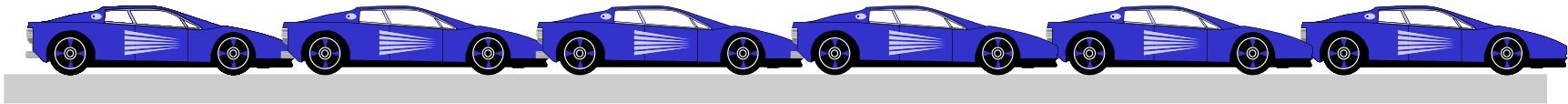


Ist die Autobahn ganz leer, so werden keine Autos transportiert.

- Aber wenn alles voll ist, geht auch nichts mehr ....Stau auf der A5...

**Elektronen sind  
Fermionen und können  
sich stauen !**





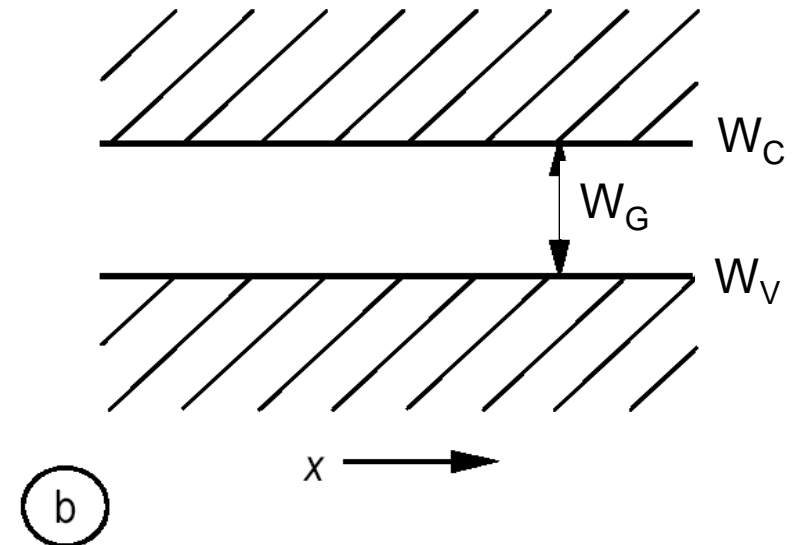
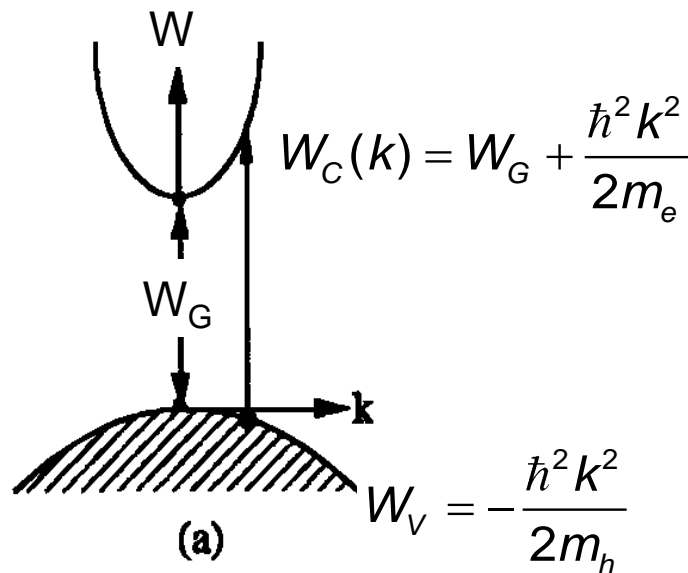
Vollgefüllte Bänder tragen nicht zum Stromfluss bei !

# Banddiagramm

Für die meisten Berechnungen in Halbleiterbauelementen sind nur wenige Bänder wichtig:

- ⇒ die (fast) gefüllten Bänder mit der höchsten Energie
- ⇒ die (fast) leeren Bänder mit der niedrigsten Energie

Die Bandstruktur wird dann in einem vereinfachten Bändermodell dargestellt:





# Banddiagramm

Für die meisten Berechnungen in Halbleiterbauelementen sind nur wenige Bänder wichtig:

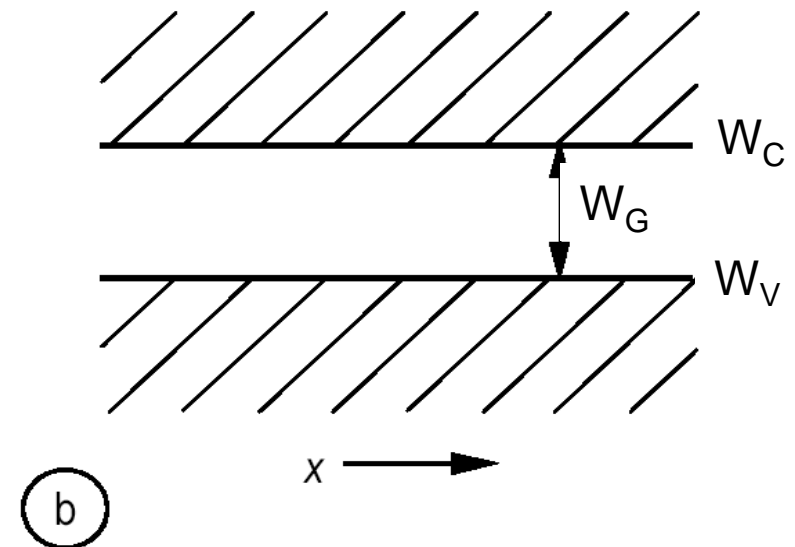
- ⇒ die (fast) gefüllten Bänder mit der höchsten Energie
- ⇒ die (fast) leeren Bänder mit der niedrigsten Energie

Die Bandstruktur wird dann in einem vereinfachten Bändermodell dargestellt:

$W_C$ : Minimum des Leitungsbands  
(Conduction band)

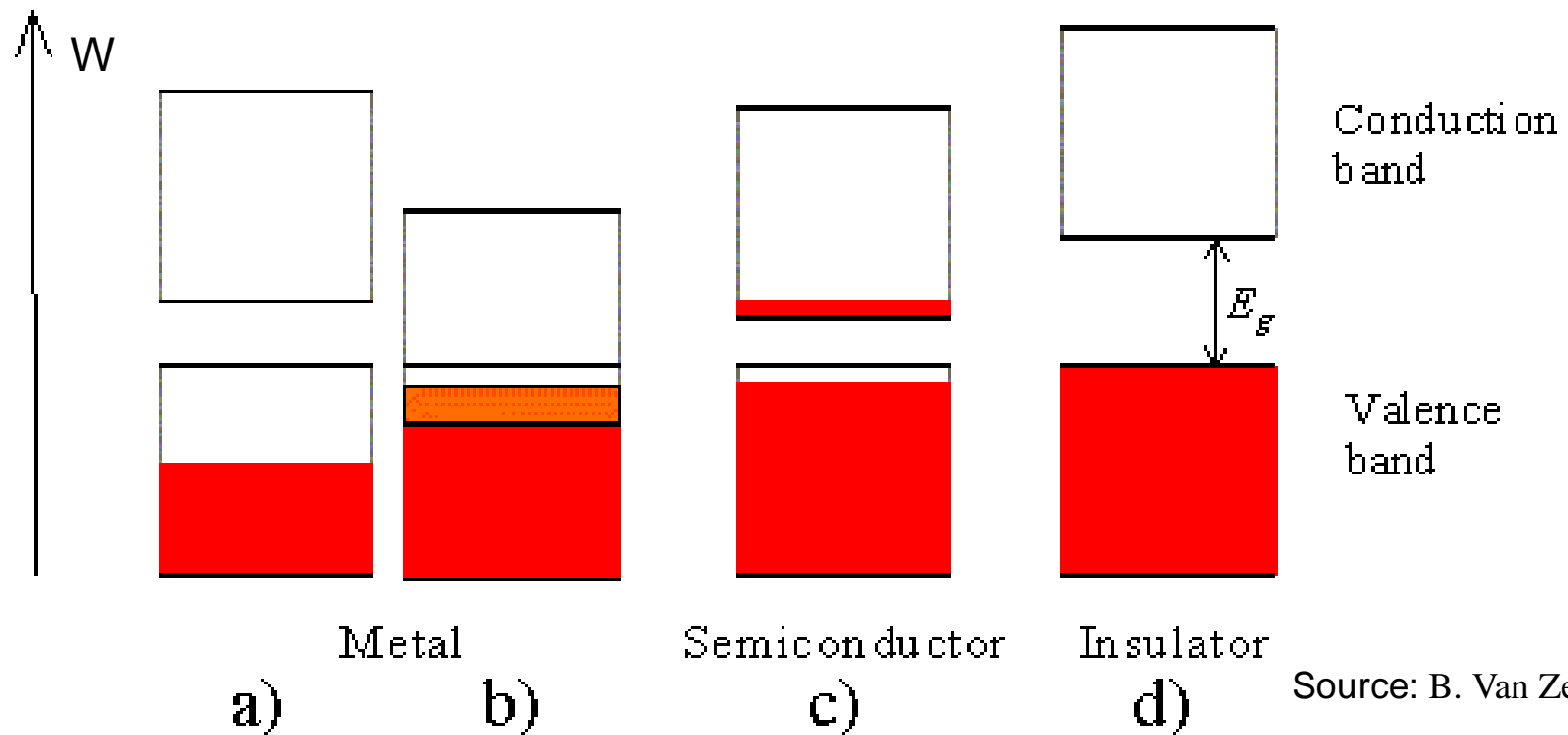
$W_V$ : Maximum des Valenzbandes  
(Valence band)

$W_G$ : Energielücke  
(Energy gap)



# Besetzung der Bänder mit Elektronen

Die Verteilung von Elektronen auf die Bänder sieht bei Metallen, Halbleitern und Isolatoren bei Raumtemperatur folgendermaßen aus:



Anstatt die vielen unbeweglichen (im Stau stehenden) Elektronen im Valenzband zu betrachten, ist es einfacher die wenigen beweglichen **Defektelekttronen (Löcher)** zu analysieren.

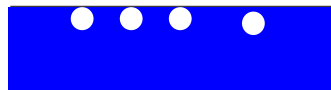
Fehlende Elektronen im fast vollständig besetzten Valenzband sind beweglich (Analogie: Wasserblasen)

Löcher können als einzelne Teilchen mit einer positiven Ladung und im Vorzeichen geänderter effektiver Masse (positiv wenn Elektronenmasse negativ !) angesehen werden

- Beispiel GaAs:



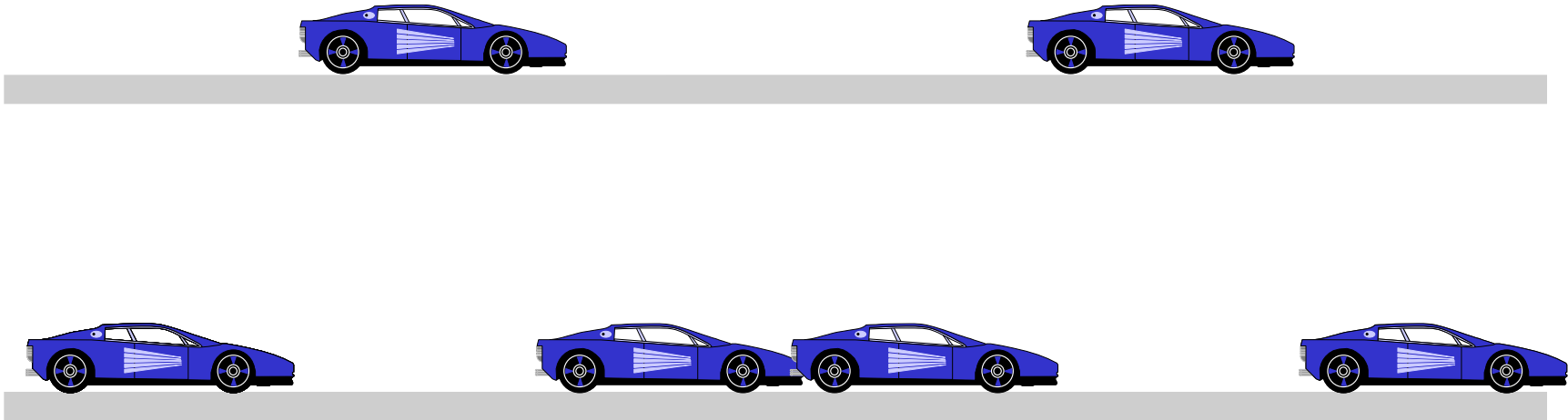
negativ geladene Elektronen  
im Leitungsband:  $m^* = 0.067 m_0$



positiv geladene Löcher  
im Valenzband:  $m^* \approx +0.5 m_0$

# Analogie doppelstöckige Autobahn

FuB 7.52



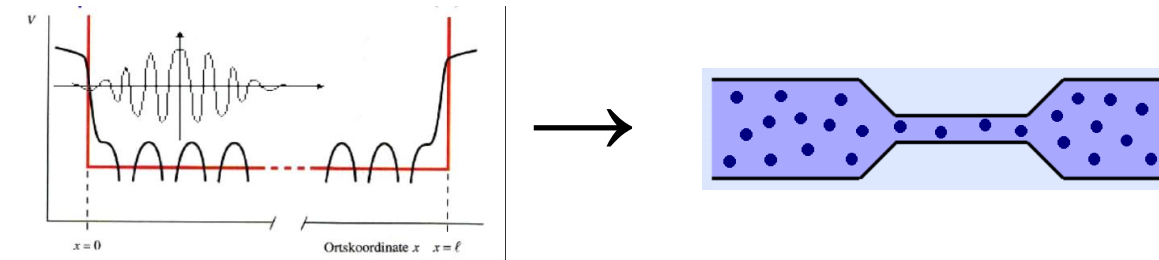
Stromfluss in teilweise gefüllte Bändern

# Analogie doppelstöckige Autobahn

FuB 7.53



Stromfluß in teilweise gefüllte Bändern.



Quantitativ wird die Leitfähigkeit  $\sigma$  damit berechnet durch:

$$\sigma = e(\mu_n n + \mu_p p)$$

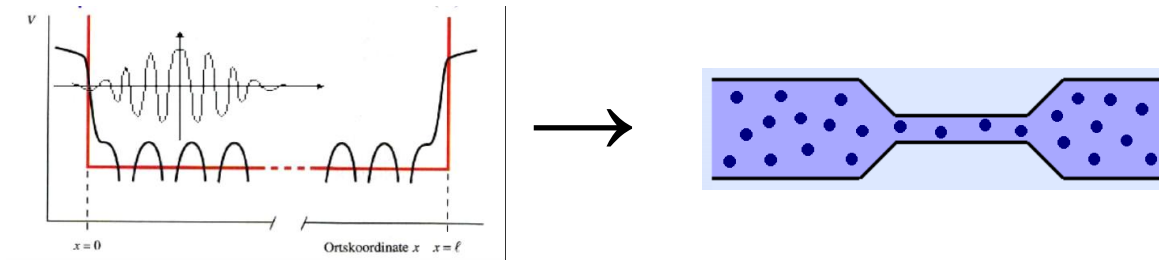
Ladung des Elektrons

Beweglichkeit der  
Ladungsträger im  
Leitungsband

Anzahl der  
Ladungsträger im  
Leitungsband

Anzahl der  
Defektelektroden im  
Valenzband

Beweglichkeit der  
Ladungsträger im  
Valenzband



Was bleibt von der QM?

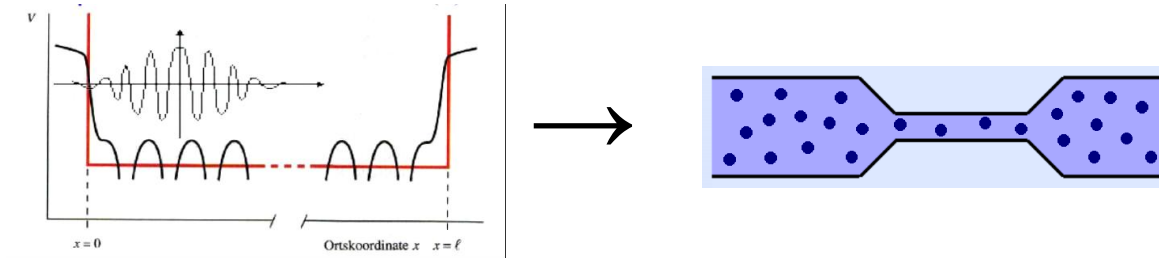
- Tunneleffekt
- Quantenbauelemente (heute)
- Quantentechnologien (zukünftig)
- ...

Quantitativ wird die Leitfähigkeit  $\sigma$  berechnet durch:

$$\sigma = e(\mu_n n + \mu_p p)$$

Diagram illustrating the components of the conductivity equation  $\sigma = e(\mu_n n + \mu_p p)$ :

- $e$ : Ladung des Elektrons
- $\mu_n$ : Beweglichkeit der Ladungsträger im Leitungsband
- $n$ : Anzahl der Ladungsträger im Leitungsband
- $\mu_p$ : Beweglichkeit der Ladungsträger im Valenzband
- $p$ : Anzahl der Defektelektronen im Valenzband



Quantitativ wird die Leitfähigkeit  $\sigma$  berechnet durch:

$$\sigma = e(\mu_n n + \mu_p p)$$

Ladung des Elektrons  $\rightarrow e$

Beweglichkeit der Ladungsträger im Leitungsband  $\rightarrow \mu_n$

Anzahl der Ladungsträger im Leitungsband  $\rightarrow n$

Anzahl der Defektelektroden im Valenzband  $\rightarrow p$

Beweglichkeit der Ladungsträger im Valenzband  $\rightarrow \mu_p$

Es bleibt die nächste Frage: Wie kommen die Elektronen bei Halbleitern eigentlich ins Leitungsband und wie viele gibt es dort?