

12 Zweiseitige Laplace-Transformation

Bestimmen Sie die Laplace-Transformierten der folgenden Funktionen. Geben Sie insbesondere auch die Konvergenzbereiche an. Nutzen Sie dafür die Korrespondenzen, Eigenschaften und Rechenregeln der Laplace-Transformation.

a) $x(t) = [e^{-2t} + \cos(4t)] \theta(t)$

b) $x(t) = \begin{cases} 1, & |t| < 1 \\ 0, & |t| > 1 \end{cases}$

Hinweis: Die Funktion kann als Summe zweier anderer Signale geschrieben werden.

Die Laplace-Transformation kann u. a. zur Beschreibung von LTI-Systemen verwendet werden. Die Systemfunktion (auch Übertragungsfunktion) $G(s)$ ist die Laplace-Transformierte der Impulsantwort $g(t)$:

$$g(t) \circ \bullet G(s) \quad \text{mit entsprechendem Konvergenzbereich.}$$

- c) Ein LTI-System hat die Impulsantwort $g(t) = t \sin(t) \theta(t)$. Berechnen Sie die Null- und Polstellen der Systemfunktion und geben Sie deren Ordnung an.
- d) Die folgende Abbildung 1 zeigt das Pol-Nullstellendiagramm eines LTI-Systems mit gebrochen-rationaler Systemfunktion. Das System ist weder kausal noch stabil. Zeichnen Sie den Konvergenzbereich ein.

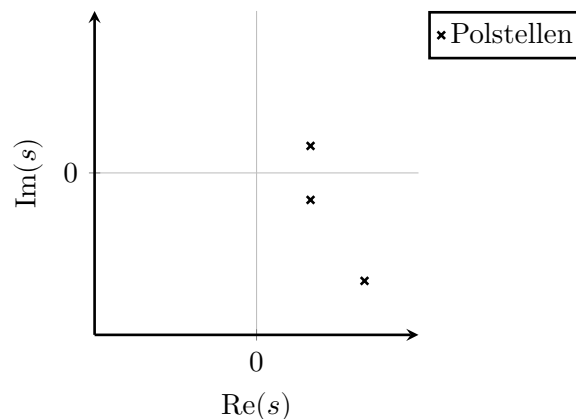


Abbildung 1: Pol-Nullstellendiagramm eines LTI-Systems. Zwei der Polstellen haben denselben Realteil.

- e) Gegeben ist die Systemfunktion eines stabilen LTI-Systems:

$$G(s) = \frac{2}{s-2} + \frac{1}{s+2}.$$

Geben Sie den Konvergenzbereich an und berechnen Sie die Impulsantwort.