Decidibilidade

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

05 de junho de 2017

UFG
Regional Jataí

Plano de Aula

1. Revisão
   - Terminologia para descrever MTs
   - Decidibilidade
2. Decidibilidade

Bônus (0,5 pt)

Desafio

- **Problema 4.19:**
  Seja $S = \{\langle M \rangle \mid M$ é um AFD que aceita ω^R sempre que ele aceita $\omega\}$. Mostre que S é decidível.
- Candidaturas agora;
- Apresentação e resposta por escrito $\rightarrow$
  Quinta (08 de junho, 15h30);
- 10 minutos de apresentação.

Livro

SIPSER, M. **Introdução à Teoria da Computação**, 2a Edição, Editora Thomson Learning, 2011. **Código Bib.: [004 SIP/int]**.

Sumário

Terminologia para descrever MTs

Níveis de descrição

- **Descrição formal**: esmiúça todos os elementos da 7-upla, conforme definição;
- **Descrição de implementação**: descreve a forma pela qual a MT move a sua cabeça e a forma como ela armazena os dados na fita;
- **Descrição de alto nível**: neste nível não precisamos mencionar como a máquina administra a sua fita ou sua cabeça de leitura-escrita.

UFG
Regional Jataí

Exemplo

Seja A a linguagem consistindo em todas as cadeias representando grafos não-direcionados que são conexos. Logo:

$$A = \{\langle G \rangle | G \text{ é um grafo não-direcionado conexo}\}$$

Descrição de alto nível

$M =$ "Sobre a entrada $\langle G \rangle$, a codificacão de um grafo G:

1. Selecione o primeiro nó de G e marque-o.
2. Repita o seguinte estágio até que nenhum novo nó seja marcado:
    1. Para cada nó em G, marque-o se ele está ligado por uma aresta a um nó que já está marcado.
3. Faça uma varredura em todos os nós de G para determinar se eles estão todos marcados. Se eles estão, *aceite*; caso contrário, *rejeite*".

Exemplo

Pergunta

Como seria a descrição de M no nível de implementação?

Introdução

Propósitos da Teoria da Computação

- Conhecer o poder dos algoritmos;
- Explorar os limites da solubilidade algorítmica;
- Identificar algoritmos insolúveis.

Por que devemos estudar insolubilidade?

- Relaxamento dos requisitos;
- Conhecimento das limitações dos modelos computacionais.

UFG
Regional Jataí

Sumário

Linguagens Decidíveis

Exemplos de Linguagens Decidíveis

São úteis porque

- Algumas linguagens decidíveis estão associadas a aplicações;
- Algumas linguagens aparentemente triviais não são decidíveis.

Linguagens Decidíveis

Exemplos de Linguagens Decidíveis

São úteis porque

- Algumas linguagens decidíveis estão associadas a aplicações;
- Algumas linguagens aparentemente triviais não são decidíveis.

Problema da aceitação

Dado um modelo computacional MC e uma cadeia de entrada ω, identificar se MC aceita ω.

Problema da aceitação para AFDs

Problema da aceitação para AFDs

Dado um AFD B e uma cadeia de entrada ω, identificar se B aceita ω.

Problema da aceitação para AFDs

Problema da aceitação para AFDs

Dado um AFD B e uma cadeia de entrada ω, identificar se B aceita ω.

Problema

$A_{AFD} = \{\langle B, \omega\rangle \mid B \text{ é um AFD que aceita a cadeia de entrada } \omega\}$

UFG
Regional Jataí

Problema da aceitação para AFDs

Problema da aceitação para AFDs

Dado um AFD B e uma cadeia de entrada ω, identificar se B aceita ω.

Problema

$A_{AFD} = \{\langle B, \omega \rangle \mid B \text{ é um AFD que aceita a cadeia de entrada } \omega\}$

Estratégia de Resolução

Resolver o problema da aceitação para AFDs é decidir se $\omega \in A_{AFD}$.

UFG
Regional Jataí

Problema da aceitação para AFDs

Teorema 4.1

A_{AFD} é uma linguagem decidível.

Problema da aceitação para AFDs

Teorema 4.1

A_{AFD} é uma linguagem decidível.

Ideia da Prova

$M =$ "Sobre a entrada $\langle B, \omega \rangle$, em que B é um AFD, e ω, uma cadeia:

1. Simule B sobre a entrada ω;
2. Se a simulação termina em um estado de aceitação, **aceite**. Senão, **rejeite**."

UFG
Regional Jataí

Problema da aceitação para AFDs

Detalhes de implementação

- A entrada $\langle B, \omega \rangle$ representa um AFD e uma cadeia;
  - Uma representação razoável de B seria uma lista de seus cinco componentes: Q, Σ, δ, q_0 e F;
  - M simula B de forma que M **aceita** se B estiver em um estado final, e **rejeita**, caso contrário.

UFG
Regional Jataí

Problema da aceitação para AFNs

Problema da aceitação para AFNs

Dado um AFN B e uma cadeia de entrada ω, identificar se B aceita ω.

Problema da aceitação para AFNs

Problema da aceitação para AFNs

Dado um AFN B e uma cadeia de entrada ω, identificar se B aceita ω.

Problema

$A_{AFN} = \{\langle B, \omega \rangle \mid B \text{ é um AFN que aceita a cadeia de entrada } \omega\}$

UFG
Regional Jataí

Problema da aceitação para AFNs

Problema da aceitação para AFNs

Dado um AFN B e uma cadeia de entrada ω, identificar se B aceita ω.

Problema

$A_{AFN} = \{\langle B, \omega\rangle \mid B \text{ é um AFN que aceita a cadeia de entrada } \omega\}$

Estratégia de Resolução

Decidir se $\langle B, \omega\rangle \in A_{AFN}$.

UFG
Regional Jataí

Problema da aceitação para AFNs

Teorema 4.2

A_{AFN} é uma linguagem decidível.

Problema da aceitação para AFNs

Teorema 4.2

A_{AFN} é uma linguagem decidível.

Prova

$N =$ "Sobre a entrada $\langle B, \omega \rangle$, em que B é um AFN, e ω, uma cadeia:

1. Converta AFN B para um AFD equivalente C, usando o procedimento para essa conversão dado no Teorema 1.39;
2. Rode a MT M do Teorema 4.1 sobre a cadeia $\langle C, \omega \rangle$;
3. Se M aceita, **aceite**. Caso contrário, **rejeite**."

UFG
Regional Jataí

Problema da Vacuidade de uma Linguagem

Descrição

Dada uma linguagem L, identificar se $L = \emptyset$.

Problema aplicado a AFDs

$V_{AFD} = \{\langle A \rangle \mid A \text{ é um AFD e } L(A) = \emptyset\}$

Estratégia de Resolução

Decidir se $\langle A \rangle \in V_{AFD}$.

UFG Regional Jataí

Problema da Vacuidade de uma Linguagem

Teorema 4.4

V_{AFD} é uma linguagem decidível.

Problema da Vacuidade de uma Linguagem

Teorema 4.4

V_{AFD} é uma linguagem decidível.

Prova

A seguinte MT T decide V_{AFD}.

T = "Sobre a entrada $\langle A \rangle$, em que A é uma AFD:

1. Marque o estado inicial de A;
2. Repita até que nenhum estado novo venha a ser marcado;
   1. Marque qualquer estado que tenha uma transição chegando nele a partir de qualquer estado que já está marcado.
3. Se nenhum estado final estiver marcado, **aceite**. Caso contrário, **rejeite**."

Decidibilidade

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

05 de junho de 2017