III $\quad w_i(t+1) = \frac{w_i}{(\sum_j w_j^2)^{1/2}} + \eta \left(\frac{y x_i}{(\sum_j w_j^2)^{1/2}} - \frac{w_j \sum_i y x_j w_j}{(\sum_j w_j^2)^{(1+\frac{1}{2})}} + O(\eta^2) \right)$

Bei einer kleinen Lernrate η geht die O-Notation von $O(\eta^2)$ gegen null.

Da die Lernrate gegen null geht, wird der Output des Neurons gleich die Summe des Produkts der jeweiligen Input vectoren und seinen dazugehörigen synaptischen weights:

Formel: $y(x) = \sum_{j=1}^{m} x_j w_j$

Ebenfalls sind die Gewichte auf Eins normalisiert

$$|w| = \left(\sum_{j=1}^{m} w_j^2 \right)^{1/2} = 1$$

Wenn wir dies in III einsetzen, bekommen wir die Oja Regel:

$$w_i(t+1) = w_i(t) + \eta\, y(t) [x_i(t) - y(t)\, w_i(t)]$$

Substitutione:

$$w_j(t+1) = \frac{w_j}{(\sum_j w_j^2)^{1/2}} + \eta \left(\frac{y x_j}{(\sum_j w_j^2)^{1/2}} - \frac{w_i \sum_j y x_j w_j}{(\sum_j w_j^2)^{(1+1/2)}} \right)$$

$$w_j(t+1) = \frac{w_j(t)}{1} + \eta \left(\frac{y \sum x_j}{1} - \frac{w_j\, y\, y(x)}{1} \right)$$

$$w_j(t+1) = w_j(t) + \eta\, y(t) [x_j(t) - y(t)\, w_i(t)]$$