

# **IT Fundamentals Hoofdstuk 6**

## **Veitch Karnaugh diagrammen**

**Jens Buysse, Karine Van Driessche, Koen Mertens, Lieven Smits**  
**11 september 2020**

**HO  
GENT**

# Inhoud I

- Veitch-Karnaugh diagrammen
  - KD van een Boolese uitdrukking
  - Vereenvoudigde vorm
- Toepassing Boole Algebra
- Oefeningen

# Veitch-Karnaugh diagrammen

**HO  
GENT**

Veitch-Karnaugh diagrammen  
KD van een Boolese uitdrukking  
Vereenvoudigde vorm  
Toepassing Boole Algebra  
Oefeningen

# Een Veitch-Karnaugh diagram (KD)

# Een Veitch-Karnaugh diagram (KD)

Definitie

Een **Veitch-Karnaugh diagram (KD)** van een Boolese functie  $f$  in  $n$  variabelen is een tabel met  $2^n$  waarden, de outputwaarden van de functie.

# Vorm van een KD

# Vorm van een KD

- Orden alle minimale termen, in  $n$  variabelen, in een tabel zodanig dat twee aan elkaar grenzende termen slechts in één variabele van elkaar verschillen.



# Vorm van een KD

- Orden alle minimale termen, in  $n$  variabelen, in een tabel zodanig dat twee aan elkaar grenzende termen slechts in één variabele van elkaar verschillen.
- Plaats een 1 bij alle minimale termen die voorkomen in de DNV van de functie.

# KD voor een functie in 1 veranderlijke

# KD voor een functie in 1 veranderlijke

$$\begin{array}{c|c} \bar{x} & x \end{array}$$

# KD voor een functie in 2 veranderlijken

# KD voor een functie in 2 veranderlijken

	$\bar{y}$	$y$
$\bar{x}$		
$x$		

# KD voor een functie in 3 veranderlijken

# KD voor een functie in 3 veranderlijken

	$\bar{z}$	$z$
$\bar{x} \cdot \bar{y}$		
$\bar{x} \cdot y$		
$x \cdot y$		
$x \cdot \bar{y}$		

# KD voor een functie in 4 veranderlijken



# KD voor een functie in 4 veranderlijken

	$\bar{z} \cdot \bar{u}$	$\bar{z} \cdot u$	$z \cdot u$	$z \cdot \bar{u}$
$\bar{x} \cdot \bar{y}$				
$\bar{x} \cdot y$				
$x \cdot y$				
$x \cdot \bar{y}$				

# KD voor een functie in 5 veranderlijken

# KD voor een functie in 5 veranderlijken

	$\bar{u} \cdot \bar{v}$	$\bar{u} \cdot v$	$u \cdot v$	$u \cdot \bar{v}$
$\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}$				
$\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z$				
$\bar{x} \cdot y \cdot z$				
$\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}$				
$x \cdot y \cdot \bar{z}$				
$x \cdot y \cdot z$				
$x \cdot \bar{y} \cdot z$				
$x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z}$				

# Algoritme

**HO  
GENT**

# Algoritme

1. Stel het KD op.

# Algoritme

1. Stel het KD op.
2. Vorm met de 1-en uit het KD rechthoeken. Een gevormde rechthoek mag geen lege plaatsen bevatten.  
Het aantal 1-en in de rechthoek moet een macht van twee zijn (1,2,4,8,...). Een variabele komt op één manier voor of komt evenveel voor als zijn complement.  
Maak de rechthoek zo groot mogelijk.

# Algoritme

1. Stel het KD op.
2. Vorm met de 1-en uit het KD rechthoeken. Een gevormde rechthoek mag geen lege plaatsen bevatten.  
Het aantal 1-en in de rechthoek moet een macht van twee zijn (1,2,4,8,...). Een variabele komt op één manier voor of komt evenveel voor als zijn complement.  
Maak de rechthoek zo groot mogelijk.
3. Noteer per rechthoek enkel de inputvariabelen die zonder hun complement voorkomen.  
Verbind hen met een  $\cdot$ .

# Algoritme

1. Stel het KD op.
2. Vorm met de 1-en uit het KD rechthoeken. Een gevormde rechthoek mag geen lege plaatsen bevatten.  
Het aantal 1-en in de rechthoek moet een macht van twee zijn (1,2,4,8,...). Een variabele komt op één manier voor of komt evenveel voor als zijn complement.  
Maak de rechthoek zo groot mogelijk.
3. Noteer per rechthoek enkel de inputvariabelen die zonder hun complement voorkomen.  
Verbind hen met een  $\cdot$ .
4. Maak een som van alle gevonden uitdrukkingen.



# Voorbeeld

**HO  
GENT**

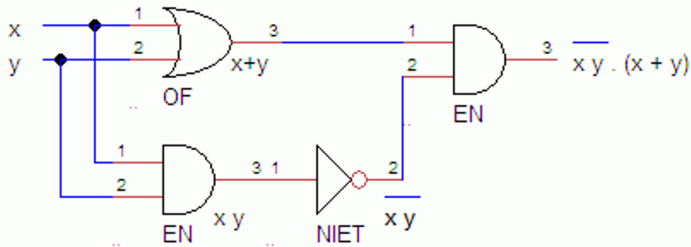
# Voorbeeld

$$f(x, y, z, u) = (x \cdot y \cdot z) + (x \cdot \bar{y} \cdot z) + (\bar{x} \cdot y) + (\bar{x} \cdot \bar{y})$$

# Toepassing Boole Algebra

Boolese uitdrukkingen en Veitch Karnaugh diagrammen worden gebruikt om de uitgang van een netwerk van logische poorten te bepalen.

Bijvoorbeeld:



Figuur:

# Oefening 1

Maak gebruik van Karnaugh-diagrammen om volgende Boolese functies te vereenvoudigen

# Oefening 1

Maak gebruik van Karnaugh-diagrammen om volgende Boolese functies te vereenvoudigen

1.  $f(x, y, z) = \overline{x \cdot y \cdot z + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z + x \cdot \bar{y} \cdot z + \bar{x} \cdot y \cdot z}$

# Oefening 1

Maak gebruik van Karnaugh-diagrammen om volgende Boolese functies te vereenvoudigen

$$1. \quad f(x, y, z) = \overline{x \cdot y \cdot z + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z + x \cdot \bar{y} \cdot z + \bar{x} \cdot y \cdot z}$$

$$2. \quad f(x, y, z, u) = y + \bar{z} \cdot u + \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{u} + x \cdot y \cdot z \cdot u$$

# Oefening 1

Maak gebruik van Karnaugh-diagrammen om volgende Boolese functies te vereenvoudigen

$$1. \quad f(x, y, z) = \overline{x \cdot y \cdot z + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z + x \cdot \bar{y} \cdot z + \bar{x} \cdot y \cdot z}$$

$$2. \quad f(x, y, z, u) = y + \bar{z} \cdot u + \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{u} + x \cdot y \cdot z \cdot u$$

$$3. \quad f(x, y, z, u, v) = x \cdot \bar{z} \cdot \bar{v} + z \cdot u \cdot \bar{v} + z \cdot \bar{u} \cdot \bar{v} + x \cdot y \cdot z \cdot v$$

# Oefening 1

Maak gebruik van Karnaugh-diagrammen om volgende Boolese functies te vereenvoudigen

$$1. f(x, y, z) = \overline{x \cdot y \cdot z + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z + x \cdot \bar{y} \cdot z + \bar{x} \cdot y \cdot z}$$

$$2. f(x, y, z, u) = y + \bar{z} \cdot u + \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{u} + x \cdot y \cdot z \cdot u$$

$$3. f(x, y, z, u, v) = x \cdot \bar{z} \cdot \bar{v} + z \cdot u \cdot \bar{v} + z \cdot \bar{u} \cdot \bar{v} + x \cdot y \cdot z \cdot v$$

$$4. f(x, y, z, u) = x \cdot u \cdot (y \cdot z + \bar{y} \cdot \bar{z}) + z \cdot u \cdot (x \cdot \bar{y} + \bar{x} \cdot y) + \bar{z} \cdot (x \cdot y \cdot u + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{u})$$



# Oefening 1

Maak gebruik van Karnaugh-diagrammen om volgende Boolese functies te vereenvoudigen

$$1. f(x, y, z) = \overline{x \cdot y \cdot z + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z + x \cdot \bar{y} \cdot z + \bar{x} \cdot y \cdot z}$$

$$2. f(x, y, z, u) = y + \bar{z} \cdot u + \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{u} + x \cdot y \cdot z \cdot u$$

$$3. f(x, y, z, u, v) = x \cdot \bar{z} \cdot \bar{v} + z \cdot u \cdot \bar{v} + z \cdot \bar{u} \cdot \bar{v} + x \cdot y \cdot z \cdot v$$

$$4. f(x, y, z, u) = x \cdot u \cdot (y \cdot z + \bar{y} \cdot \bar{z}) + z \cdot u \cdot (x \cdot \bar{y} + \bar{x} \cdot y) + \bar{z} \cdot (x \cdot y \cdot u + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{u})$$

$$5. f(x, y, z, u, v) = u \cdot \bar{v} + x \cdot \bar{v} + x \cdot u \cdot v + z \cdot \bar{u} \cdot \bar{v} + y \cdot \bar{z} \cdot \bar{v} + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{u} \cdot \bar{v}$$

# Oefening 1

Maak gebruik van Karnaugh-diagrammen om volgende Boolese functies te vereenvoudigen

$$1. f(x, y, z) = \overline{x \cdot y \cdot z + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z + x \cdot \bar{y} \cdot z + \bar{x} \cdot y \cdot z}$$

$$2. f(x, y, z, u) = y + \bar{z} \cdot u + \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{u} + x \cdot y \cdot z \cdot u$$

$$3. f(x, y, z, u, v) = x \cdot \bar{z} \cdot \bar{v} + z \cdot u \cdot \bar{v} + z \cdot \bar{u} \cdot \bar{v} + x \cdot y \cdot z \cdot v$$

$$4. f(x, y, z, u) = x \cdot u \cdot (y \cdot z + \bar{y} \cdot \bar{z}) + z \cdot u \cdot (x \cdot \bar{y} + \bar{x} \cdot y) + \bar{z} \cdot (x \cdot y \cdot u + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{u})$$

$$5. f(x, y, z, u, v) = u \cdot \bar{v} + x \cdot \bar{v} + x \cdot u \cdot v + z \cdot \bar{u} \cdot \bar{v} + y \cdot \bar{z} \cdot \bar{v} + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \cdot \bar{u} \cdot \bar{v}$$

$$6. f(x, y, z) = (x + \bar{y}) \cdot (x + z) \cdot (\bar{x} + \bar{z}) \cdot (\bar{y} + \bar{z})$$

# Oefening 2

Bepaal voor schakelingen uit de oefeningen 1 tot en met 5 van hoofdstuk 3 de boolse uitdrukkingen.

# Oefening 3

Bepaal de DNV van de volgende Booleaanse functies en teken het bijhorend logisch circuit.

x	y	$f(x, y)$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

# Oefening 4

1. Stel de waarheidstabel van volgende DNV:  $f(x, y) = xy + x\bar{y}$
2. Teken deze logische schakeling.
3. Gebruik dan een Karnaughdiagram om deze te vereenvoudigen.

# Oefening 5

1. Vereenvoudig volgende DNV :  $f(x, y) = x.y.z + x.y.\bar{z} + x.\bar{y}.z + x.\bar{y}.\bar{z} + \bar{x}.y.\bar{z}$  met een karnaughdiagram.
2. Teken de vereenvoudigde schakeling.