IT Fundamentals Hoofdstuk 2
Logica

Jens Buysse, Karine Van Driessche, Koen Mertens, Lieven Smits
31 augustus 2020

HO
GENT

Inhoud. I

- PROP
  - De taal van PROP
  - Proposities
  - Logische operatoren
  - Waarheidstabellen
  - Tautologieën en contradicties
  - Logische implicatie en logische equivalentie
  - Vervangingswetten

HO
GENT

PROP

HO
GENT

Een formele theorie

Een formele theorie

Definitie
*Een **logica** of **formele theorie** bevat twee belangrijke delen, nl. de **taal** en de **regels**.*

HO
GENT

Een formele theorie

Definitie
*Een **logica** of **formele theorie** bevat twee belangrijke delen, nl. de **taal** en de **regels**.*

1. *De **taal** wordt verder opgedeeld in: het* alfabet *en de* syntaxregels.
   (i) *Het **alfabet** is een verzameling met als elementen alle symbolen die mogen gebruikt worden binnen de theorie.*
   (ii) *De **syntaxregels** geven aan hoe met de symbolen uit het alfabet* geldige formules *kunnen opgebouwd worden.*

HO
GENT

Een formele theorie

Definitie

*Een **logica** of **formele theorie** bevat twee belangrijke delen, nl. de **taal** en de **regels**.*

1. *De **taal** wordt verder opgedeeld in: het* alfabet *en de* syntaxregels.
   - (i) *Het **alfabet** is een verzameling met als elementen alle symbolen die mogen gebruikt worden binnen de theorie.*
   - (ii) *De **syntaxregels** geven aan hoe met de symbolen uit het alfabet* geldige formules *kunnen opgebouwd worden.*
2. *De **regels** laten toe de formules te manipuleren volgens de toegestane redeneringsvormen.*

HO GENT

Het alfabet

HO
GENT

Het alfabet

- **Propositionele variabelen** of **propositieletters**: $p, q, r, p_1, p_2, \dots, p_n$.

HO
GENT

Het alfabet

- **Propositionele variabelen** of **propositieletters**: $p, q, r, p_1, p_2, \ldots, p_n$.
- **Logische** of **propositionele constanten**: W en O.

HO
GENT

Het alfabet

- **Propositionele variabelen** of **propositieletters**: $p, q, r, p_1, p_2, \ldots, p_n$.
- **Logische** of **propositionele constanten**: W en O.
- **Logische operatoren** of **connectieven**: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$.

HO
GENT

Het alfabet

- **Propositionele variabelen** of **propositieletters**: $p, q, r, p_1, p_2, \ldots, p_n$.
- **Logische** of **propositionele constanten**: W en O.
- **Logische operatoren** of **connectieven**: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$.
- **Hulpsymbolen**: (en).

HO
GENT

De syntaxregels

HO
GENT

De syntaxregels

Een geldige formule is een **propositionele vorm**.

HO
GENT

De syntaxregels

Een geldige formule is een **propositionele vorm**.

- Een propositieletter is een propositionele vorm.

HO
GENT

De syntaxregels

Een geldige formule is een **propositionele vorm**.

- Een propositieletter is een propositionele vorm.
- De propositionele constanten W en O zijn propositionele vormen.

HO
GENT

De syntaxregels

Een geldige formule is een **propositionele vorm**.

- Een propositieletter is een propositionele vorm.
- De propositionele constanten W en O zijn propositionele vormen.
- Stel dat p en q propositionele vormen zijn, dan zijn $\neg p$, (p), $p \vee q$, $p \wedge q$, $p \rightarrow q$ en $p \leftrightarrow q$ ook propositionele vormen.

HO
GENT

De syntaxregels

Een geldige formule is een **propositionele vorm**.

- Een propositieletter is een propositionele vorm.
- De propositionele constanten W en O zijn propositionele vormen.
- Stel dat p en q propositionele vormen zijn, dan zijn $\neg p$, (p), $p \vee q$, $p \wedge q$, $p \rightarrow q$ en $p \leftrightarrow q$ ook propositionele vormen.

HO
GENT

De syntaxregels

Een geldige formule is een **propositionele vorm**.

- Een propositieletter is een propositionele vorm.
- De propositionele constanten W en O zijn propositionele vormen.
- Stel dat p en q propositionele vormen zijn, dan zijn $\neg p$, (p), $p \vee q$, $p \wedge q$, $p \rightarrow q$ en $p \leftrightarrow q$ ook propositionele vormen.

Opmerking De voorrangsregels:
eerst $\neg$, vervolgens $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ en als laatste $\leftrightarrow$.

HO
GENT

Een propositie

Een propositie

Definitie
*Een **propositie** stelt een uitdrukking voor die waar (W) of onwaar (0) is.*

HO
GENT

Een propositie

Definitie
*Een **propositie** stelt een uitdrukking voor die waar (W) of onwaar (0) is.*

Opmerkingen

HO
GENT

Een propositie

Definitie
*Een **propositie** stelt een uitdrukking voor die waar (W) of onwaar (0) is.*

Opmerkingen

- Een propositionele variabele stelt een willekeurige propositie voor.

HO
GENT

Een propositie

Definitie
*Een **propositie** stelt een uitdrukking voor die waar (W) of onwaar (O) is.*

Opmerkingen

- Een propositionele variabele stelt een willekeurige propositie voor.
- De propositionele constanten W en O zijn proposities.

Een propositie

Definitie
*Een **propositie** stelt een uitdrukking voor die waar (W) of onwaar (0) is.*

Opmerkingen

- Een propositionele variabele stelt een willekeurige propositie voor.
- De propositionele constanten W en 0 zijn proposities.

HO
GENT

Een propositie

Definitie
*Een **propositie** stelt een uitdrukking voor die waar (W) of onwaar (O) is.*

Opmerkingen

- Een propositionele variabele stelt een willekeurige propositie voor.
- De propositionele constanten W en O zijn proposities.
  - De propositie W is steeds *waar*.
  - De propositie O is steeds *onwaar*.

HO
GENT

Eigenschappen

Eigenschappen

Eigenschap

Het principe van de niet-tegenstrijdigheid:

Een propositie kan niet terzelfdertijd **W** *en* **0** *zijn.*

Eigenschappen

Eigenschap

Het principe van de niet-tegenstrijdigheid:

Een propositie kan niet terzelfdertijd **W** *en* **0** *zijn.*

Eigenschap

Het principe van het uitgesloten derde:

Een propositie kan enkel **W** *of* **0** *zijn.*

HO GENT

Voorbeelden Proposities met waarheidswaarde *waar*

Voorbeelden Proposities met waarheidswaarde *waar*

- $5 > 2$

HO
GENT

Voorbeelden Proposities met waarheidswaarde *waar*

- $5 > 2$
- $3 \in \{1, 2, 3, 4\}$

HO GENT

Voorbeelden Proposities met waarheidswaarde *waar*

- $5 > 2$
- $3 \in \{1, 2, 3, 4\}$
- Er bestaat geen reëel getal x zodat $x^2 + 1 = 0$.

Voorbeelden Proposities met waarheidswaarde *onwaar*

HO
GENT

Voorbeelden Proposities met waarheidswaarde *onwaar*

- $-6 \leq -567$

HO GENT

Voorbeelden Proposities met waarheidswaarde *onwaar*

- $-6 \leq -567$

- Het getal π is een natuurlijk getal.

HO
GENT

Voorbeelden
Uitspraken die geen propositie zijn

HO GENT

Voorbeelden
Uitspraken die geen propositie zijn

- 1000 is een groot getal.

HO
GENT

Voorbeelden Uitspraken die geen propositie zijn

- 1000 is een groot getal.
- $x > 7$

HO GENT

Voorbeelden Uitspraken die geen propositie zijn

- 1000 is een groot getal.
- $x > 7$
- De sterrenhemel van het noordelijk halfrond.

HO
GENT

Voorbeelden Uitspraken die geen propositie zijn

- 1000 is een groot getal.
- $x > 7$
- De sterrenhemel van het noordelijk halfrond.
- Wiskunde is moeilijk.

HO GENT

Oefeningen

HO
GENT

Oefeningen

Zijn de volgende uitspraken proposities?

1. De verzameling A is eindig.

HO GENT

Oefeningen

Zijn de volgende uitspraken proposities?

1. De verzameling A is eindig.

2. ’s Avonds als het donker is.

HO GENT

Oefeningen

Zijn de volgende uitspraken proposities?

1. De verzameling A is eindig.

2. ’s Avonds als het donker is.

3. Voor elk koppel $(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ geldt: $x > y$ of $x \leq y$.

HO
GENT

Oefeningen

Zijn de volgende uitspraken proposities?

1. De verzameling A is eindig.

2. ’s Avonds als het donker is.

3. Voor elk koppel $(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ geldt: $x > y$ of $x \leq y$.

4. $1 = 2 \leftrightarrow 13$ is deelbaar door 4.

HO
GENT

Oefeningen

Zijn de volgende uitspraken proposities?

1. De verzameling A is eindig.
2. ’s Avonds als het donker is.
3. Voor elk koppel $(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ geldt: $x > y$ of $x \leq y$.
4. $1 = 2 \leftrightarrow 13$ is deelbaar door 4.
5. $3x^2 - 5x + 1 = 0$.

HO GENT

Notatie

Notatie

symbool	uitspraak	benaming
¬	niet	negatie of ontkenning
∧	en	conjunctie
∨	of	disjunctie
→	als ...dan...	materiële implicatie
↔	als en slechts als	materiële equivalentie

HO
GENT

De negatie

De negatie

p	$\neg p$
W	O
O	W

De conjunctie

De conjunctie

p	q	$p \wedge q$
W	W	W
W	O	O
O	W	O
O	O	O

HO
GENT

De disjunctie

De disjunctie

p	q	$p \vee q$
W	W	W
W	O	W
O	W	W
O	O	O

HO
GENT

De implicatie

De implicatie

p	q	$p \to q$
W	W	W
W	O	O
O	W	W
O	O	W

HO
GENT

De equivalentie

De equivalentie

p	q	$p \leftrightarrow q$
W	W	W
W	O	O
O	W	O
O	O	W

HO GENT

Voorbeeld

Voorbeeld

- $\neg(7 \in \{5, 3, 1\})$

HO
GENT

Voorbeeld

- $\neg(7 \in \{5, 3, 1\})$
- $(2 \in \{2, 4, 6, \ldots\}) \vee (1 + 1 = 7)$

HO
GENT

Voorbeeld

- $\neg(7 \in \{5, 3, 1\})$
- $(2 \in \{2, 4, 6, \ldots\}) \vee (1 + 1 = 7)$
- $(6 < 7) \wedge (8 \in \{0, 1\})$

HO
GENT

Voorbeeld

- $\neg(7 \in \{5, 3, 1\})$
- $(2 \in \{2, 4, 6, \ldots\}) \vee (1 + 1 = 7)$
- $(6 < 7) \wedge (8 \in \{0, 1\})$
- $(1 = 2) \rightarrow (5 > 100)$

HO
GENT

Voorbeeld

- $\neg(7 \in \{5, 3, 1\})$
- $(2 \in \{2, 4, 6, \ldots\}) \vee (1 + 1 = 7)$
- $(6 < 7) \wedge (8 \in \{0, 1\})$
- $(1 = 2) \rightarrow (5 > 100)$
- $(1 = 2) \leftrightarrow (5 > 100)$

Oefeningen

HO
GENT

Oefeningen

1 Zijn de volgende proposities waar of onwaar?

HO
GENT

Oefeningen

1 Zijn de volgende proposities waar of onwaar?

   a) $\neg(6 > 45)$

HO GENT

Oefeningen

1 Zijn de volgende proposities waar of onwaar?

a) $\neg(6 > 45)$

b) $(2 + 2 = 4) \wedge$ (3 is een priemgetal)

HO
GENT

Oefeningen

1 Zijn de volgende proposities waar of onwaar?

a) $\neg(6 > 45)$

b) $(2 + 2 = 4) \wedge$ (3 is een priemgetal)

c) (4 is een reëel getal) $\vee$ $(3 > 100)$

HO GENT

Oefeningen

1 Zijn de volgende proposities waar of onwaar?

a) $\neg(6 > 45)$

b) $(2 + 2 = 4) \wedge$ (3 is een priemgetal)

c) (4 is een reëel getal) $\vee$ $(3 > 100)$

d) $(100 > 30) \rightarrow (100 > 2)$

HO
GENT

Oefeningen

1 Zijn de volgende proposities waar of onwaar?

a) $\neg(6 > 45)$

b) $(2 + 2 = 4) \wedge$ (3 is een priemgetal)

c) (4 is een reëel getal) $\vee$ $(3 > 100)$

d) $(100 > 30) \rightarrow (100 > 2)$

e) Als $1 = 2$, dan ben ik Napoleon.

HO GENT

Oefeningen

1 Zijn de volgende proposities waar of onwaar?

a) $\neg(6 > 45)$

b) $(2 + 2 = 4) \land$ (3 is een priemgetal)

c) (4 is een reëel getal) $\lor$ $(3 > 100)$

d) $(100 > 30) \rightarrow (100 > 2)$

e) Als $1 = 2$, dan ben ik Napoleon.

f) $(1 = 2) \leftrightarrow$ (Gent ligt in West-Vlaanderen)

HO
GENT

Oefeningen

2 Gegeven zijn de volgende proposities:
p :=‘ik voel mij gelukkig’.
q :=‘ik ben rijk’.
Schrijf de volgende proposities symbolisch:

a) ‘Als ik rijk ben, voel ik mij gelukkig’.

HO GENT

Oefeningen

2 Gegeven zijn de volgende proposities:
p :=‘ik voel mij gelukkig’.
q :=‘ik ben rijk’.
Schrijf de volgende proposities symbolisch:

a) ‘Als ik rijk ben, voel ik mij gelukkig’.
b) ‘Als ik mij gelukkig voel, ben ik rijk’.

HO GENT

Oefeningen

2 Gegeven zijn de volgende proposities:
p :=‘ik voel mij gelukkig’.
q :=‘ik ben rijk’.
Schrijf de volgende proposities symbolisch:

a) ‘Als ik rijk ben, voel ik mij gelukkig’.
b) ‘Als ik mij gelukkig voel, ben ik rijk’.
c) ‘Als ik niet rijk ben, voel ik mij niet gelukkig’.

HO
GENT

Oefeningen

2 Gegeven zijn de volgende proposities:
p :=‘ik voel mij gelukkig’.
q :=‘ik ben rijk’.
Schrijf de volgende proposities symbolisch:

a) ‘Als ik rijk ben, voel ik mij gelukkig’.
b) ‘Als ik mij gelukkig voel, ben ik rijk’.
c) ‘Als ik niet rijk ben, voel ik mij niet gelukkig’.
d) ‘Het is niet waar dat ik mij niet gelukkig voel als ik niet rijk ben’.

HO
GENT

Oefeningen

2 Gegeven zijn de volgende proposities:
p :=‘ik voel mij gelukkig’.
q :=‘ik ben rijk’.
Schrijf de volgende proposities symbolisch:

a) ‘Als ik rijk ben, voel ik mij gelukkig’.
b) ‘Als ik mij gelukkig voel, ben ik rijk’.
c) ‘Als ik niet rijk ben, voel ik mij niet gelukkig’.
d) ‘Het is niet waar dat ik mij niet gelukkig voel als ik niet rijk ben’.

HO
GENT

Oefeningen

2 Gegeven zijn de volgende proposities:
p :=‘ik voel mij gelukkig’.
q :=‘ik ben rijk’.
Schrijf de volgende proposities symbolisch:

a) ‘Als ik rijk ben, voel ik mij gelukkig’.
b) ‘Als ik mij gelukkig voel, ben ik rijk’.
c) ‘Als ik niet rijk ben, voel ik mij niet gelukkig’.
d) ‘Het is niet waar dat ik mij niet gelukkig voel als ik niet rijk ben’.

3 Het nand-connectief (symbolisch |) wordt gedefinieerd door

$$(p|q) := \neg(p \wedge q).$$

Stel een waarheidstabel op voor de propositionele vorm $p|q$.

Voorbeeld 1

Voorbeeld 1

p	q	$p \to q$	$q \to p$	$(p \to q) \land (q \to p)$
W	W	W	W	W
W	O	O	W	O
O	W	W	O	O
O	O	W	W	W

Voorbeeld 2

Voorbeeld 2

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
W	W	W	W	W
W	O	W	O	O
O	W	W	O	O
O	O	O	O	W

HO
GENT

Oefeningen

Oefeningen

1. Als $p \rightarrow q$, $\neg p \rightarrow r$ en $r \rightarrow (p \vee q)$ alle waar zijn, wat is dan de waarheidswaarde van q?

HO
GENT

Oefeningen

1. Als $p \rightarrow q$, $\neg p \rightarrow r$ en $r \rightarrow (p \vee q)$ alle waar zijn, wat is dan de waarheidswaarde van q?

2. Stel de waarheidstabel op voor de volgende propositionele vormen:

HO
GENT

Oefeningen

1. Als $p \rightarrow q$, $\neg p \rightarrow r$ en $r \rightarrow (p \vee q)$ alle waar zijn, wat is dan de waarheidswaarde van q?

2. Stel de waarheidstabel op voor de volgende propositionele vormen:
   a) $(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \vee r)$.

HO
GENT

Oefeningen

1. Als $p \to q$, $\neg p \to r$ en $r \to (p \vee q)$ alle waar zijn, wat is dan de waarheidswaarde van q?

2. Stel de waarheidstabel op voor de volgende propositionele vormen:
   a) $(p \to q) \wedge (\neg q \vee r)$.
   b) $(O \vee p) \to (q \wedge O)$.

HO
GENT

Oefeningen

1. Als $p \to q$, $\neg p \to r$ en $r \to (p \vee q)$ alle waar zijn, wat is dan de waarheidswaarde van q?

2. Stel de waarheidstabel op voor de volgende propositionele vormen:
   a) $(p \to q) \wedge (\neg q \vee r)$.
   b) $(O \vee p) \to (q \wedge O)$.
   c) $((p \leftrightarrow r) \wedge (r \leftrightarrow q)) \to (p \leftrightarrow q)$.

HO
GENT

Een tautologie, contradictie en contingentie

HO
GENT

Een tautologie, contradictie en contingentie

Definitie

- *Een **tautologie** is een propositionele vorm waarvoor de waarheidswaarde steeds W is, ongeacht de waarden van de propositionele variabelen die erin voorkomen.*
  *Is p een tautologie dan zeggen we: p **is geldig**.*

HO
GENT

Een tautologie, contradictie en contingentie

Definitie

- *Een **tautologie** is een propositionele vorm waarvoor de waarheidswaarde steeds* W *is, ongeacht de waarden van de propositionele variabelen die erin voorkomen.*
  Is p *een tautologie dan zeggen we:* p ***is geldig**.*

- *Een **contradictie** is een propositionele vorm waarvoor de waarheidswaarde steeds* 0 *is, ongeacht de waarden van de propositionele variabelen die erin voorkomen.*
  Is p *een contradictie dan zeggen we:* p ***is ongeldig**.*

HO
GENT

Een tautologie, contradictie en contingentie

Definitie

- *Een **tautologie** is een propositionele vorm waarvoor de waarheidswaarde steeds* W *is, ongeacht de waarden van de propositionele variabelen die erin voorkomen.*
  Is p *een tautologie dan zeggen we:* p ***is geldig**.*

- *Een **contradictie** is een propositionele vorm waarvoor de waarheidswaarde steeds **0** is, ongeacht de waarden van de propositionele variabelen die erin voorkomen.*
  Is p *een contradictie dan zeggen we:* p ***is ongeldig**.*

- *Een propositionele vorm die een tautologie noch een contradictie is, is een **contingentie**.*

HO
GENT

Voorbeeld

Voorbeeld

p	q	$p \to q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$(p \to q) \to (\neg p \vee q)$
W	W	W	O	W	W
W	O	O	O	O	W
O	W	W	W	W	W
O	O	W	W	W	W

HO
GENT

Voorbeeld

p	q	$p \to q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$(p \to q) \to (\neg p \vee q)$
W	W	W	O	W	W
W	O	O	O	O	W
O	W	W	W	W	W
O	O	W	W	W	W

Besluit:
$(p \to q) \to (\neg p \vee q)$ is een tautologie.

HO
GENT

Oefeningen

Oefeningen

Toon aan de hand van een waarheidstabel aan dat de volgende propositionele vormen tautologieën zijn.

1. $\neg((s \rightarrow t) \wedge (p \vee q)) \leftrightarrow (\neg(s \rightarrow t) \vee \neg(p \vee q))$

HO GENT

Oefeningen

Toon aan de hand van een waarheidstabel aan dat de volgende propositionele vormen tautologieën zijn.

1. $\neg((s \to t) \wedge (p \vee q)) \leftrightarrow (\neg(s \to t) \vee \neg(p \vee q))$

2. $(p \wedge (r \vee \neg r)) \to ((q \wedge q) \vee \neg q)$

HO
GENT

Twee bijzondere proposities

Twee bijzondere proposities

Definitie

De propositionele vorm q ***is een logisch gevolg van*** *de propositionele vorm* p *als de propositionele vorm* $p \to q$ *een tautologie is.*
We noteren:

$$p \Rightarrow q$$

met $\Rightarrow$ *een logische implicatie.*

HO
GENT

Twee bijzondere proposities

Definitie

De propositionele vorm q ***is een logisch gevolg van*** *de propositionele vorm* p *als de propositionele vorm* $p \rightarrow q$ *een tautologie is.*
We noteren:

$$p \Rightarrow q$$

met $\Rightarrow$ *een logische implicatie.*

Definitie

De propositionele vorm p ***is logisch equivalent met*** *de propositionele vorm* q *als de propositionele vorm* $p \leftrightarrow q$ *een tautologie is.*
We noteren:

$$p \Leftrightarrow q$$

met $\Leftrightarrow$ *een logische equivalentie.*

HO
GENT

Voorbeeld 1

HO
GENT

Voorbeeld 1

Is q een logisch gevolg van $p \wedge (p \rightarrow q) \Rightarrow q$?

p	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge (p \rightarrow q)$	$[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$
W	W	W	W	W
W	O	O	O	W
O	W	W	O	W
O	O	W	O	W

HO GENT

Voorbeeld 1

Is q een logisch gevolg van $p \wedge (p \rightarrow q) \Rightarrow q$?

p	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge (p \rightarrow q)$	$[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$
W	W	W	W	W
W	O	O	O	W
O	W	W	O	W
O	O	W	O	W

Besluit $p \wedge (p \rightarrow q) \Rightarrow q$ is waar.

HO GENT

Voorbeeld 2

Voorbeeld 2

1	2	3	4	5	6	7	8
p	q	r	$p \rightarrow q$	$p \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$	$q \wedge r$	$p \rightarrow (q \wedge r)$
W	W	W	W	W	W	W	W
W	W	O	W	O	O	O	O
W	O	W	O	W	O	O	O
W	O	O	O	O	O	O	O
O	W	W	W	W	W	W	W
O	W	O	W	W	W	O	W
O	O	W	W	W	W	O	W
O	O	O	W	W	W	O	W

HO GENT

Voorbeeld 2

1	2	3	4	5	6	7	8
p	q	r	$p \to q$	$p \to r$	$(p \to q) \wedge (p \to r)$	$q \wedge r$	$p \to (q \wedge r)$
W	W	W	W	W	W	W	W
W	W	O	W	O	O	O	O
W	O	W	O	W	O	O	O
W	O	O	O	O	O	O	O
O	W	W	W	W	W	W	W
O	W	O	W	W	W	O	W
O	O	W	W	W	W	O	W
O	O	O	W	W	W	O	W

Besluit

$$((p \to q) \wedge (p \to r)) \Leftrightarrow (p \to (q \wedge r))$$

is waar.

Oefeningen

HO
GENT

Oefeningen

Bewijs met behulp van een waarheidstabel de juistheid van de volgende logische equivalentie en logische implicatie.

1. $((p \land q) \rightarrow r) \Leftrightarrow ((p \rightarrow r) \lor (q \rightarrow r))$

HO GENT

Oefeningen

Bewijs met behulp van een waarheidstabel de juistheid van de volgende logische equivalentie en logische implicatie.

1. $((p \land q) \to r) \Leftrightarrow ((p \to r) \lor (q \to r))$

2. $((p \lor q) \to r) \Rightarrow ((p \land q) \to r)$

HO
GENT

W/O-**wetten**

W / O-wetten

Stelling

1. $(p \wedge W) \Leftrightarrow p$

W/O-wetten

Stelling

1. $(p \wedge W) \Leftrightarrow p$
2. $(p \wedge O) \Leftrightarrow O$

HO GENT

W / O-wetten

Stelling

1. $(p \wedge W) \Leftrightarrow p$
2. $(p \wedge O) \Leftrightarrow O$
3. $(p \vee W) \Leftrightarrow W$

HO GENT

W/O-**wetten**

Stelling

1. $(p \wedge W) \Leftrightarrow p$
2. $(p \wedge O) \Leftrightarrow O$
3. $(p \vee W) \Leftrightarrow W$
4. $(p \vee O) \Leftrightarrow p$

HO
GENT

$W\,/\,O$-**wetten**

Stelling

1. $(p \wedge W) \Leftrightarrow p$
2. $(p \wedge O) \Leftrightarrow O$
3. $(p \vee W) \Leftrightarrow W$
4. $(p \vee O) \Leftrightarrow p$
5. $(p \rightarrow W) \Leftrightarrow W$

HO
GENT

W / O-**wetten**

Stelling

1. $(p \wedge W) \Leftrightarrow p$
2. $(p \wedge O) \Leftrightarrow O$
3. $(p \vee W) \Leftrightarrow W$
4. $(p \vee O) \Leftrightarrow p$
5. $(p \rightarrow W) \Leftrightarrow W$
6. $(O \rightarrow p) \Leftrightarrow W$

HO
GENT

W / O-**wetten**

Stelling

1. $(p \wedge W) \Leftrightarrow p$
2. $(p \wedge O) \Leftrightarrow O$
3. $(p \vee W) \Leftrightarrow W$
4. $(p \vee O) \Leftrightarrow p$
5. $(p \rightarrow W) \Leftrightarrow W$
6. $(O \rightarrow p) \Leftrightarrow W$
7. $(p \leftrightarrow W) \Leftrightarrow p$

HO GENT

W/O-**wetten**

Stelling

1. $(p \land W) \Leftrightarrow p$
2. $(p \land O) \Leftrightarrow O$
3. $(p \lor W) \Leftrightarrow W$
4. $(p \lor O) \Leftrightarrow p$
5. $(p \rightarrow W) \Leftrightarrow W$
6. $(O \rightarrow p) \Leftrightarrow W$
7. $(p \leftrightarrow W) \Leftrightarrow p$
8. $(p \leftrightarrow O) \Leftrightarrow \neg p$

HO GENT

$W\,/\,O$-**wetten**

Stelling

1. $(p \wedge W) \Leftrightarrow p$
2. $(p \wedge O) \Leftrightarrow O$
3. $(p \vee W) \Leftrightarrow W$
4. $(p \vee O) \Leftrightarrow p$
5. $(p \rightarrow W) \Leftrightarrow W$
6. $(O \rightarrow p) \Leftrightarrow W$
7. $(p \leftrightarrow W) \Leftrightarrow p$
8. $(p \leftrightarrow O) \Leftrightarrow \neg p$
9. $(p \vee \neg p) \Leftrightarrow W$

W/O-wetten

Stelling

1. $(p \wedge W) \Leftrightarrow p$
2. $(p \wedge O) \Leftrightarrow O$
3. $(p \vee W) \Leftrightarrow W$
4. $(p \vee O) \Leftrightarrow p$
5. $(p \rightarrow W) \Leftrightarrow W$
6. $(O \rightarrow p) \Leftrightarrow W$
7. $(p \leftrightarrow W) \Leftrightarrow p$
8. $(p \leftrightarrow O) \Leftrightarrow \neg p$
9. $(p \vee \neg p) \Leftrightarrow W$
10. $(p \wedge \neg p) \Leftrightarrow O$

W / O-wetten

Stelling

1. $(p \wedge W) \Leftrightarrow p$
2. $(p \wedge O) \Leftrightarrow O$
3. $(p \vee W) \Leftrightarrow W$
4. $(p \vee O) \Leftrightarrow p$
5. $(p \rightarrow W) \Leftrightarrow W$
6. $(O \rightarrow p) \Leftrightarrow W$
7. $(p \leftrightarrow W) \Leftrightarrow p$
8. $(p \leftrightarrow O) \Leftrightarrow \neg p$
9. $(p \vee \neg p) \Leftrightarrow W$
10. $(p \wedge \neg p) \Leftrightarrow O$
11. $(p \rightarrow p) \Leftrightarrow W$

HO GENT

W/O-**wetten**

Stelling

1. $(p \wedge W) \Leftrightarrow p$
2. $(p \wedge O) \Leftrightarrow O$
3. $(p \vee W) \Leftrightarrow W$
4. $(p \vee O) \Leftrightarrow p$
5. $(p \rightarrow W) \Leftrightarrow W$
6. $(O \rightarrow p) \Leftrightarrow W$
7. $(p \leftrightarrow W) \Leftrightarrow p$
8. $(p \leftrightarrow O) \Leftrightarrow \neg p$
9. $(p \vee \neg p) \Leftrightarrow W$
10. $(p \wedge \neg p) \Leftrightarrow O$
11. $(p \rightarrow p) \Leftrightarrow W$
12. $(p \leftrightarrow p) \Leftrightarrow W$

Oefening

Toon a.d.h.v. een waarheidstabel dat de W/O-wetten gelden.

HO
GENT