

Power Analyse: Schwereinschätzung von Cannabis Delikten

Power Analyse mit herkömmlichen Methoden

Da die herkömmlichen Methoden mithilfe von Tests üblicher Weise nur für einfachere Modelle existieren, wurde für diese Analyse ein logistisches Regresionsmodell angenommen. Dabei wird eine binäre Zielvariable angenommen (0/1: keine Strafe/schwere Strafe) und die Wahrscheinlichkeit, Teil von Gruppe 1 zu sein (P_1), modelliert. Bei der Base Probability (P_0) handelt es sich um die Wahrscheinlichkeit, Teil von Gruppe 1 zu sein, ohne den Einfluss der Kovariablen des Modells. Die Modellgleichung in einem solchen Fall lautet:

$$\ln\left(\frac{P_1}{1-P_1}\right) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n$$

mit:

$$\beta_0 = \ln\left(\frac{P_0}{1-P_0}\right)$$

Das pwrss Package benutzt den Wald-Test(/z-Test) um die Signifikanz von Variablen zu schätzen und darauf basierend die nötige Stichprobengröße zu finden. Für diese Analyse wurde ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0.05$ verwendet, sowie eine Power von 0.08. Die Funktion nutzt neben P_0 , P_1 (welches sich in diesem Fall um die vorhergesagte Wahrscheinlichkeit, wenn man X_1 (bzw. die Kovariable von Interesse) von 0 auf 1 erhöht, handelt), α und der Power noch ein Argument für die multiple Korrelation zwischen den Kovariablen in Form von dem korrigierten R^2 . Für die Zwecke dieser Analyse wurde dieses Argument auf 0.5 gesetzt.

In dieser Analyse wurden verschiedene Kombinationen von P_0 und P_1 verwendet, um die benötigte Stichprobengröße für verschiedene Datenlagen abzuschätzen. Dabei wurde als minimale Veränderung zwischen den beiden eine Veränderung von 0.03 betrachtet.

Im Folgenden ist eine Tabelle mit verschiedenen Kombinationen von P_0 und P_1 , sowie der benötigten Stichprobengröße, um für diese Datenlage einen signifikanten Effekt feststellen zu können, zu sehen:

p0	p1	sample_size
0.1	0.07	1132
0.1	0.13	1967
0.2	0.17	2485
0.2	0.23	3112
0.3	0.27	3471
0.3	0.33	3889
0.4	0.37	4102
0.4	0.43	4312
0.5	0.47	4382
0.5	0.53	4382
0.6	0.57	4312
0.6	0.63	4102
0.7	0.67	3889
0.7	0.73	3471
0.8	0.77	3112
0.8	0.83	2485
0.9	0.87	1967
0.9	0.93	1132

Für eine minimale Veränderung von 0.03 zwischen P_0 und P_1 bewegen sich die benötigten Stichprobengrößen zwischen ca. 1100 und 4400.

Power Analyse mit simulierten Daten

Da das angetrebte Modell etwas komplexer ist, als das oben skizzierte Modell, wurde zusätzlich noch eine Power Analyse mithilfe von simulierten Daten durchgeführt. Dabei wurde ein kumulatives Logit-Modell für ordinale Zielvariablen geschätzt. Hierfür wurden die Daten für verschiedene Effektgrößen (zwischen -0.5 und 2.5) und Stichprobengrößen (zwischen 10 Personen und 3000 Personen) simuliert und anschließend ein Modell mit den Daten geschätzt. Zusätzlich zu den Effekten der Kovariablen wurden bei der Simulation der Daten noch Personen-Effekte μ_j , $j \in 1, \dots, 10$ im Intervall $[-3, 3]$ einbezogen, sowie verschiedene Intercepts.

Das geschätzte Modell benutzt jeweils eine ordinale Variable Y mit 8 Kategorien als Zielvariable. Der lineare Prädiktor des Modells lautet $Y \sim age + treatment \times setup$

Die folgende Tabelle zeigt den jeweiligen Effekt, die Effektgröße, die Power und die benötigte Stichprobengröße.

effect	power	persons	log_odds	odds
setupRobbery	0.795	10	3.0	20.0855369
setupCocain	1.000	50	2.5	12.1824940
treatment	0.855	50	1.5	4.4816891
treatment:setupCocain	0.840	100	1.5	4.4816891
treatment:setupRobbery	0.900	250	1.0	2.7182818
setupAlcohol	0.870	500	-0.5	0.6065307
treatment:setupStealth	0.880	1500	0.4	1.4918247
treatment:setupAlcohol	0.860	1500	-0.4	0.6703200
setupStealth	0.920	3000	0.2	1.2214028

Die Ergebnisse zeigen, dass für alle simulierten Effekte bei einem verwendeten Signifikanzniveau von $\alpha = 0.05$ ab einer Stichprobengröße von 3000 für alle Effekte eine Power größer als 0.8 erreicht werden kann.