Lista de Implementação 02
Cálculo Numérico

Dhiego Loiola de Araújo

4 de setembro de 2019

Informações Preliminares

- Os exercícios abaixo deverão ser entregues através da plataforma NEAD.
- Devem ser entregues em dupla.
- Apenas um dos integrantes da dupla deve fazer o upload da pasta.
- Os arquivos deverão ser enviados em uma pasta .zip contendo o seguinte:
  1. As respostas através das tabelas, gráficos e análises em um único arquivo no formato pdf.
  2. Deverá conter a identificação completa dos participantes no arquivo acima.
  3. Os arquivos .py que foram utilizados na elaboração das respostas.
- O nome da pasta deverá ser: `nome1_sobrenome1_nome2_sobrenome2.zip`
- Data limite para o envio: **25 de outubro de 2019**.

1 Polinômio de Taylor

Podemos definir o Polinômio de Taylor através da seguinte definição

Definição 1.1 (Polinômio de Taylor)**.** *Seja f uma função de classe C^{n+1} em um intervalo contendo a como ponto interior. Então, o polinômio de Taylor gerado por f em $x = a$ é*

$$P_n(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n \tag{1}$$

O ponto $x = a$ é considerado o centro do Polinômio. Este procedimento gera uma aproximação de funções através de polinômios e é utilizada com bastante frequência no dia a dia. Assim, considere a função abaixo

$$f(x) = -0,1x^4 - 0,15x^3 - 0,5x^2 - 0,25x + 1,2.$$

Vamos analisar a distância entre cada Polinômio e a função original a partir do ponto $a = 0$.

1. Crie uma sequência de 10 pontos $x = [x_0, x_1, \ldots, x_9]$ que divida o intervalo $[0, 4]$ em dez pontos igualmente espaçados.

2. Para cada um dos Polinômios de Taylor a partir do ponto $a = 0$, compare os valores de $P_i(x)$ e $f(x)$ utilizando a sequência acima e imprima, linha por linha, o índice do polinômio e o primeiro ponto da sequência tal que

$$|P_i(x) - f(x)| > 10^{-3}$$

se este ponto existir.

i	x_k	$P_i(x_k)$	$f(x_k)$
0			
1			
2			
3			
4			

2 Método da Bisseção

Vamos utilizar este método para determinar, com maior exatidão, o ponto em que a função $f(x)$ fica mais distante de seu Polinômio de Taylor $P_n(x)$ de grau n.

1. Utilizando cada um dos polinômios de Taylor determinados no exercício anterior, construa o Método da bisseção no intervalo $[x_0, x_k]$ onde x_k é o primeiro ponto do exercício anterior em que $|P_i(x) - f(x)| > 10^{-3}$.

   Para cada um dos polinômios, determine, se existir, o ponto x_b em que $|P_i(x_b) - f(x_b)| > 10^{-3}$ através da aplicação do Método da Bisseção para a função

   $$h_i(x) = P_i(x) - f(x) - 10^{-3}$$

   com precisão de 10^{-4}. Este ponto x_b deve ser mais preciso do que o ponto x_k determinado anteriormente.

3 Comparação entre Métodos

Para cada uma das funções abaixo, determine uma aproximação da primeira raiz não negativa com precisão de, no mínimo, 10^{-6} utilizando uma implementação computacional dos métodos numéricos:

1. Método da Bisseção
   (a) Determine um intervalo inicial que contenha a raiz da equação.
2. Ponto Fixo
   (a) Escolha uma função apropriada para a equação de ponto fixo.
3. Método de Newton
   (a) Determine uma aproximação inicial para o método.

Em seguida, analise os dados e descreva as possíveis causas de comportamentos inesperados para os métodos em cada uma das funções. Utilize todas as informações que achar necessárias para a completa descrição do que aconteceu no experimento.

1. $f_1(x) = \cos(x) + 1$ (observe se o programa calcula em radianos ou em graus)
2. $f_2(x) = 10 + (x-2)^2 - 10\cos(2\pi x)$, chamada de *função Rastrigin*.
3. $f_3(x) = x^3 - 3x^2(2^{-x}) + 3x(4^{-x}) - 8^{-x}$
4. $f_4(x) = \sin(x)\sin\left(\dfrac{x^2}{\pi}\right)$, chamada de *função Michalewicz*.
5. $f_5(x) = (x - 1.44)^5$