Exercícios do Trabalho Prático de Teoria do Controlo

Henrique Lopes A85953, Pedro Silva A97660

Abril de 2023

Exercício 1.1

$$entra = sai + acumula$$

Sabemos que o que sai do sistema do TCLAB é convecção e radiação, e o que acumula é um fator de calor. Aqui iremos considerar a contribuição da radiação nula. O que entra é $q.\alpha$. A convecção dá-se pela quantidade $U.A.(\theta(t) - \theta_a(t))$, e o que acumula representa-se $C_p.m.\frac{d\theta(t)}{dt}$. Assim temos:

$$q.\alpha = U.A.(\theta(t) - \theta_a) + C_p.m.\frac{d\theta(t)}{dt}$$

Para facilitar futuros cálculos fazemos uma mudança de variável, tendo em conta que $\theta_a = \theta(0) = 20°C$. Assim temos que $\Delta\theta(t) = \theta(t) - 20°C$. Deste modo:

$$q.\alpha = U.A.\Delta\theta(t) + C_p.m.\frac{d\Delta\theta(t)}{dt}$$

Para Laplace:

$$Q(s).\alpha = U.A.\Delta\Theta(s) + C_p.m.\big(s\Delta\Theta(s) - \Delta\theta(0)\big)$$

Sabendo que $\Delta\theta(0) = 0$:

$$Q(s).\alpha = U.A.\Delta\Theta(s) + C_p.m.s\Delta\Theta(s)$$

Para concluir:

$$\Delta\Theta(s) = \frac{\alpha}{U.A + C_p.m.s}.Q(s)$$

Exercício 1.2

Nas condições inicias temos $q = 50$, então:

$$\Delta\Theta(s) = \frac{\alpha}{U.A + C_p.m.s}.\frac{50}{s}$$
$$\Leftrightarrow \Delta\Theta(s) = \frac{0,01}{0,012 + 2s}.\frac{50}{s}$$
$$\Leftrightarrow \Delta\Theta(s) = \frac{B}{0,012 + 2s} + \frac{A}{s}$$

Calculando A e B através de limites:

$$A = \lim_{s\to 0} \frac{0,5}{0,012 + 2s} = \frac{125}{3}$$
$$B = \lim_{s\to -0,006} \frac{0,5}{s} = -\frac{250}{3}$$

$$\Leftrightarrow \Delta\Theta(s) = \frac{\frac{125}{3}}{s} - \frac{\frac{250}{3}}{0,012 + 2s}$$

$$\Leftrightarrow \Delta\Theta(s) = \frac{\frac{125}{3}}{s} - \frac{\frac{250}{6}}{0,006 + s}$$

$$\Leftrightarrow \Delta\Theta(s) = \frac{125}{3}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{0,006 + s}\right)$$

$$\Leftrightarrow \Delta\theta(t) = \frac{125}{3}\left(u(t) - e^{-0,006t}\right)$$

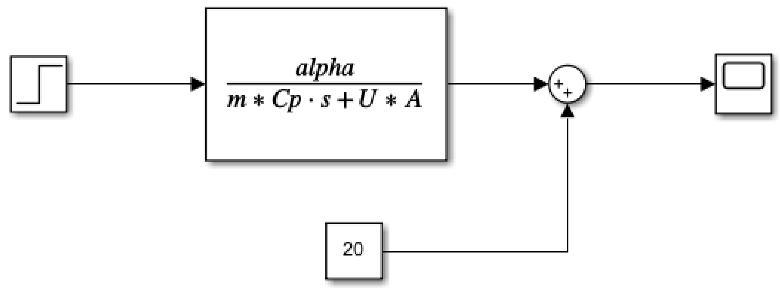
$$\Leftrightarrow \Delta\theta(t) = \frac{125}{3}\left(1 - e^{-0,006t}\right)$$

$$\Leftrightarrow \Delta\theta(t) = 41,67\left(1 - e^{-0,006t}\right)$$

$$\Leftrightarrow \theta(t) = 41,67\left(1 - e^{-0,006t}\right) + 20$$

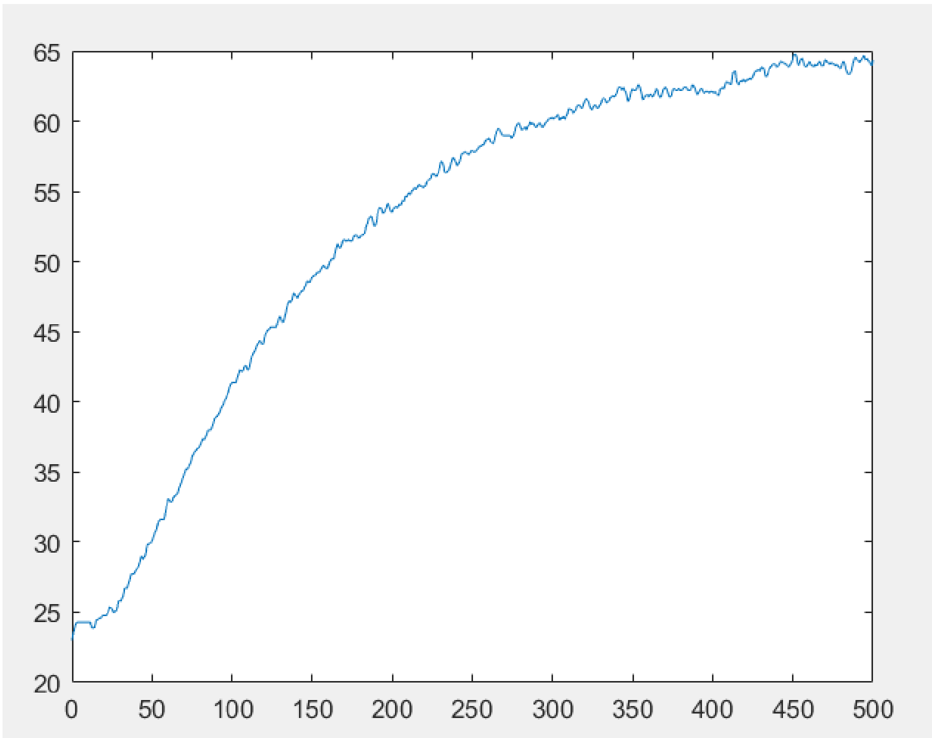
Exercício 1.3

O diagrama de blocos representativo do sistema corresponde a um bloco de step, com a temperatura de referência, um bloco da função de tranferência e um bloco constante(correspondente a temperatura ambiente). Obtém-se, assim, a seguinte representação:

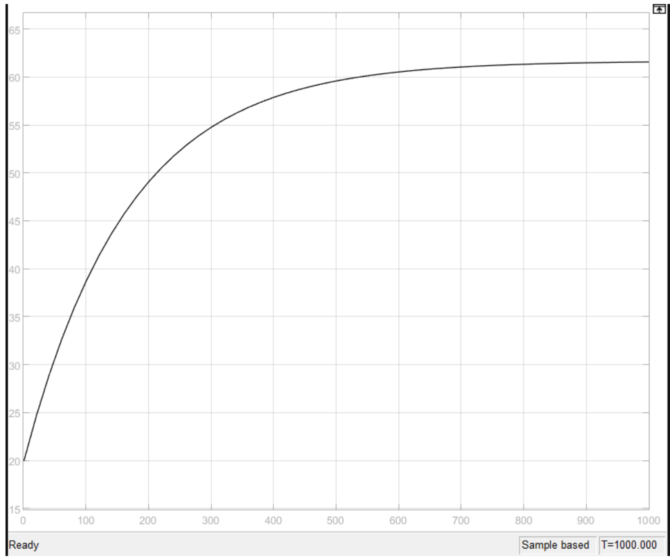


Exercício 1.4

Através do Simulink, obtive-se o gráfico da subida de temperatura do circuito desde a temperatura ambiente.



Atravéz do MATLAB obtivemos o gráfico da função de trânsferencia do sistema.



Podemos concluir que ambos os gráficos apresentam comportamentos semelhantes. No entanto, podemos verificar que o valor da temperatura final estabiliza num valor próximo de $62°CC$. Através do modelo obtido, verifica-se o seguinte:

$$\lim_{t\to\infty} \Delta\theta = \lim_{t\to\infty} 41,67\Big(1 - e^{-0,006t} + 20\Big) = 61,67°C$$

Resolvendo o limite para $t \to \infty$, obtém-se a máxima temperatura que este sistema pode assumir nestas condições. Facilmente se conclui que existe um erro associado ao valor final, que difere do valor de referência pretendido.

Este sistema classifica-se como estável, uma vez que a saída retorna ao seu estado de equilíbrio quando o sistema é sujeito a uma condição inicial.

Exercício 1.5

Manipulado a funça o de tranfere ncia, de forma a que esta fique da forma:

$$\frac{1}{Ts+1}$$

Obtém-se a seguinte expressão:

$$\frac{\alpha}{U.A + C_p.m.s}$$
$$\Leftrightarrow \frac{\frac{\alpha}{U.A}}{1 + \frac{C_p.m}{U.A}.s}$$

Esta expressão permite retirar a constante de tempo diretamente da equação:

$$\frac{C_p.m}{U.A} = \frac{500 \times 0,004}{10 \times 0,0012} = 166,67s$$

Exercício 1.6

Sendo a temperatura desejada de $50°C$, temos que o erro, em graus °C, se apresenta na seguinte forma:

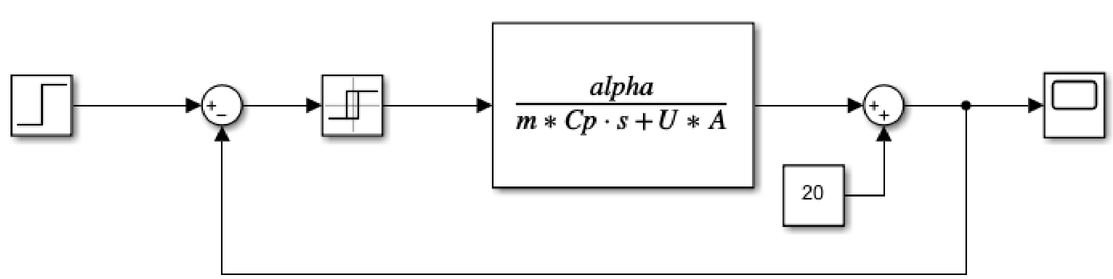
$$e(t) = 61,67°C - 50°C = 11,67°C$$

E em percentagem é:

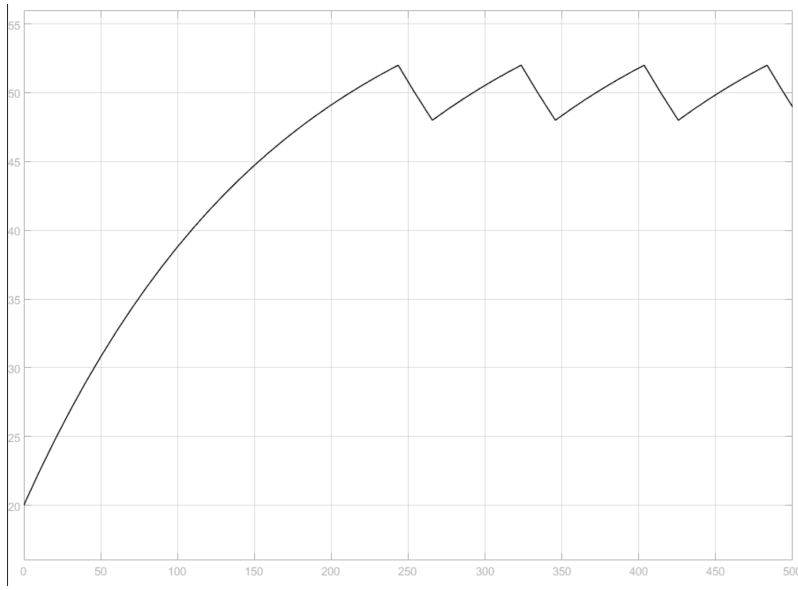
$$e(t)(\%) = \frac{11,67°C}{50°C} \times 100\% = 23,34\%$$

Exercício 1.7

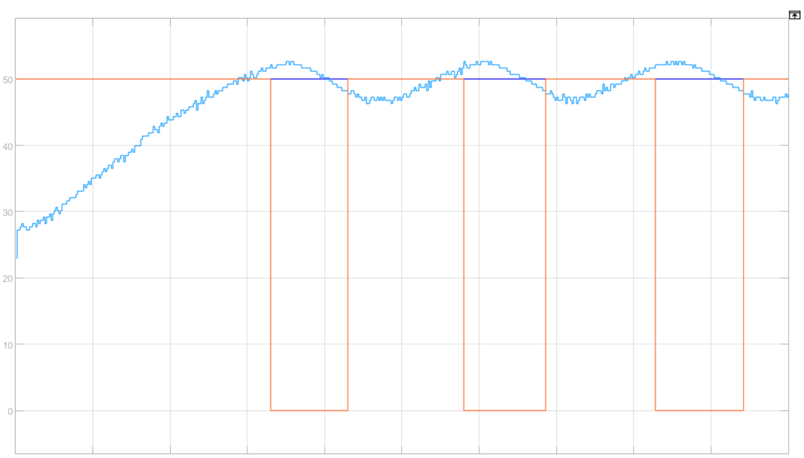
De modo a alterar o diagrama de blocos para o uso de um controlador ON/OFF, utiliza-se um bloco de relay, para obter uma tolerância de ±2°C . Obtém-se a seguinte configuração:



Ao fazer a simulação através do MATLAB obtemos:

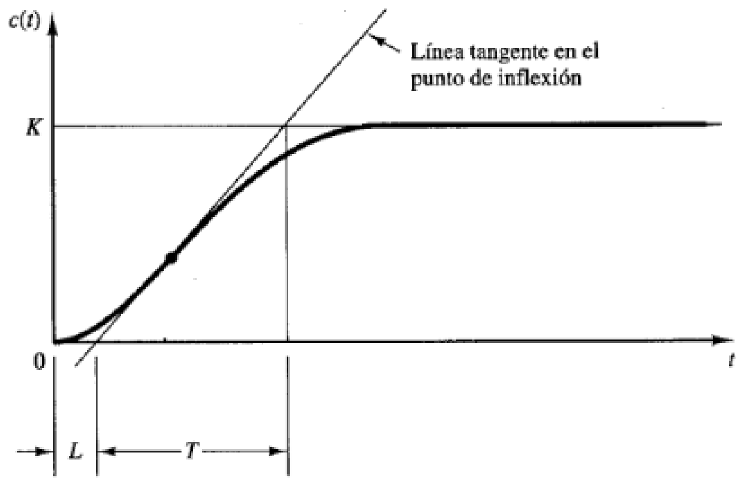


No procedimento experimental, como esperado, obteve-se um gráfico idêntico ao esperado:



Exercício 1.8

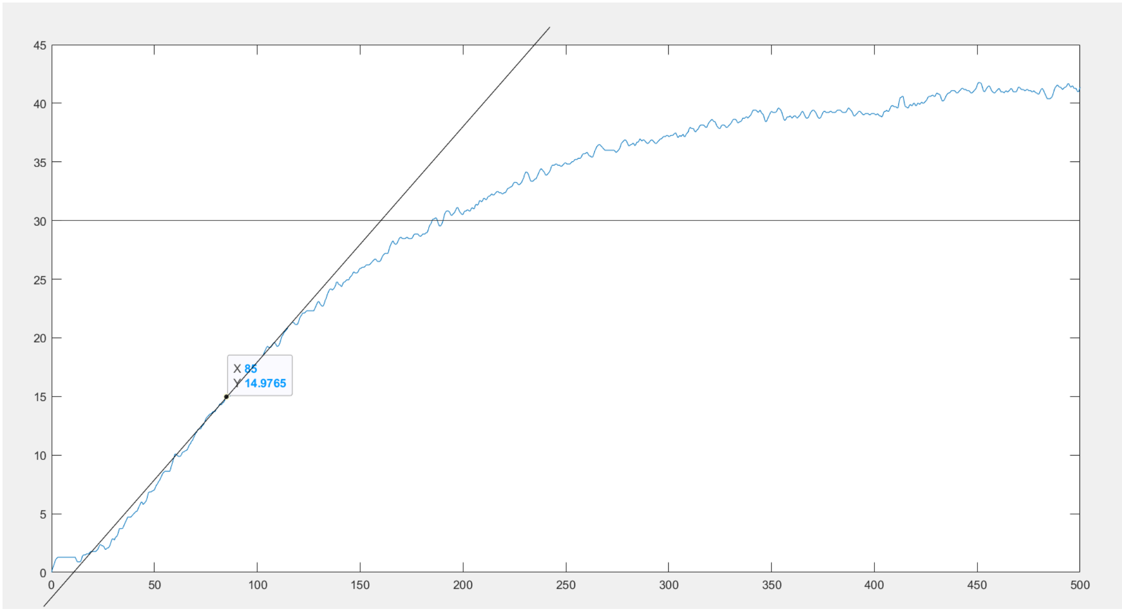
Para a utilizaçao de um controlador PID, e tendo em conta o pólo do nosso sistema $s_1 = 0,006$, sendo este estável, e através da observação do seu comportamento em malha aberta, conclui-se que é possivel utilizar o primeiro método de Ziegler-Nichols. De acordo com esse método, obteve-se os valores de L e τ, como descrito na figura seguinte:



Para obter o gráfico referido anteriormente, utilizou-se este código:

```
y = simout.Data;
t = tout;
r = min(y);
yy = smooth(y) - r;

plot(t,yy)
hold on

l=0:500;
k=30;
plot(l,k*ones(size(l)))

ginput(2)
```

Após o procedimento experimental, e, manipulando manualmente o gráfico obtido, tem-se:



Obtive-se os valores das interseções do gráfico. Deste modo, obteve-se os valores de L e τ (O que diferem ligeiramente da previsão teórica anteriormente feita de $\tau = 166,67s), e, deseguida, osparâmetrosdoPID:$

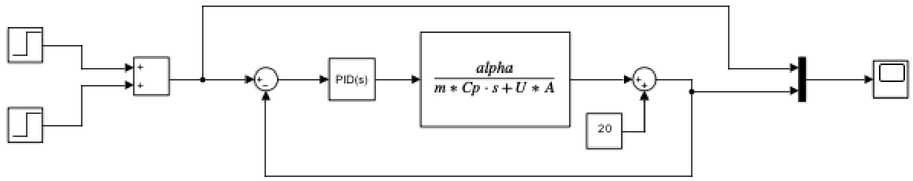
```
L = 11.2567
tau = 160.4503-11.2567 = 149.1936

Kp = 15.9045
Ti = 22.5134
Td = 5.6284
```

A fórmula do PID fica então:

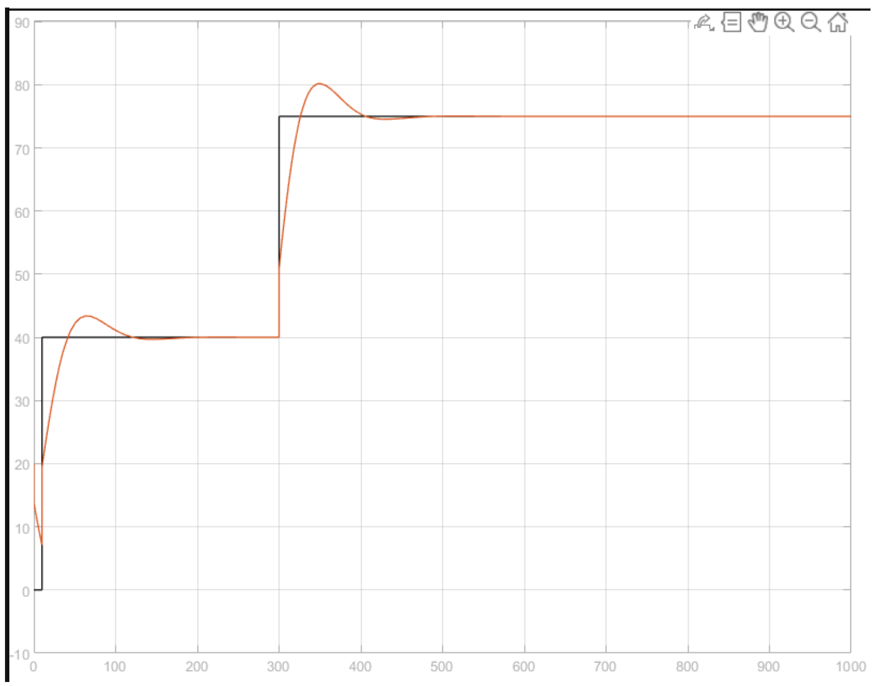
$$15.904\left(1 + \frac{1}{22.513s} + 5,628s\right)$$

Exercício 1.9 (alínea A)

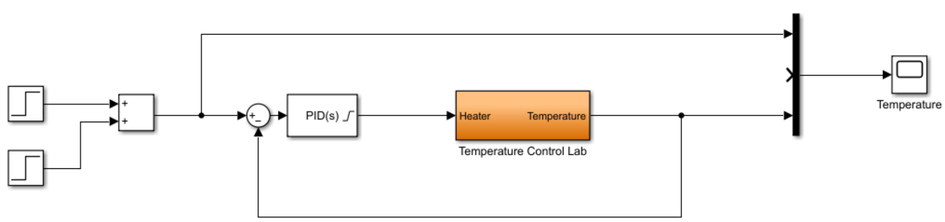
A representação do modelo para obter o gráfico teórico é a seguinte:



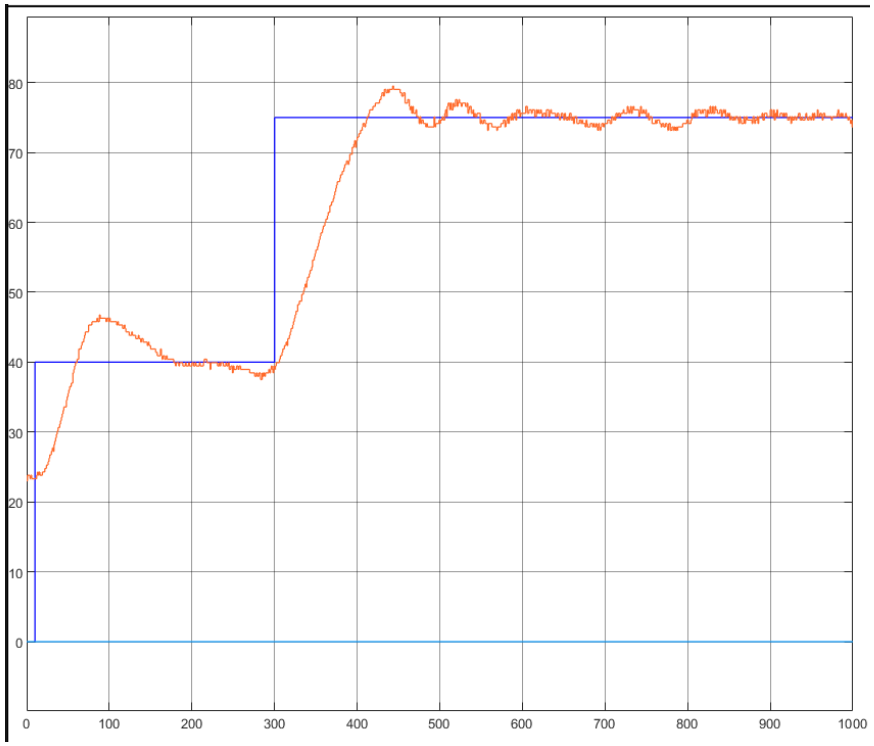
Com o PID instalado o objetivo é obter um gráfico em que "Após 10 segundos, o valor da temperatura de referência será de 40 °C. Após 5 minutos, o valor de referência passa a ser de 75 °C até ao final do teste" Este é o resultado teórico:



A representação no SIMULINK para obter o gráfico experimental:



Este é o resultado prático:

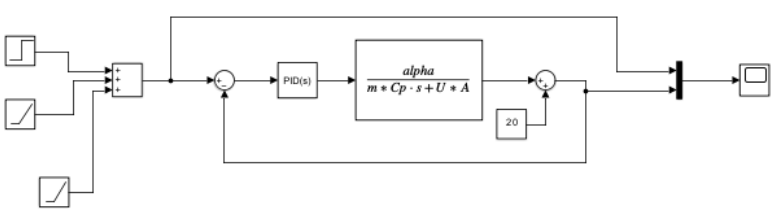


Analisando o gráfico obtido, o sistema acompanha corretamente a entrada aplicada, sendo que o overshoot é bastante reduzido, e o valor final de temperatura estabiliza no valor pretendido.

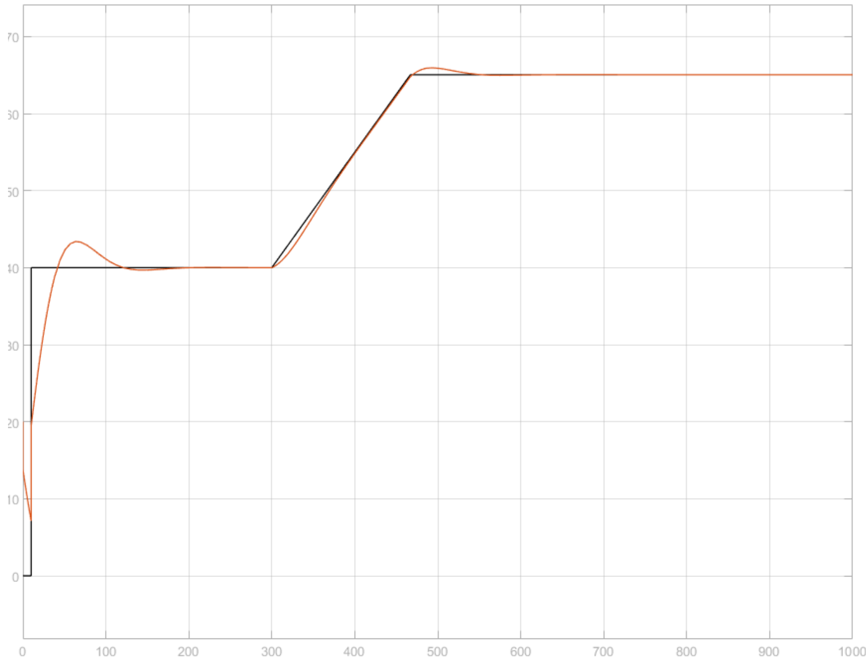
Exercício 1.9 (alínea B)

Para alínea B temos que "Durante 3 minutos, o valor da temperatura de referência é 40 °C. Depois, a temperatura de referência deverá aumentar linearmente até 65 °C a uma taxa de 0.15ºC/s".

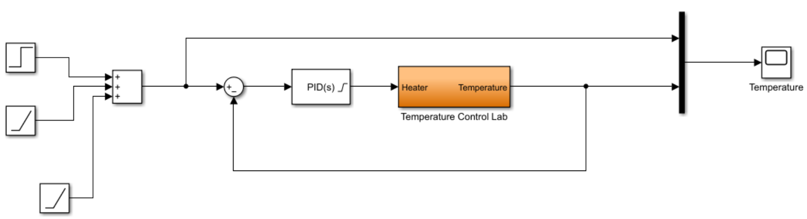
O diagrama de blocos é o seguinte:



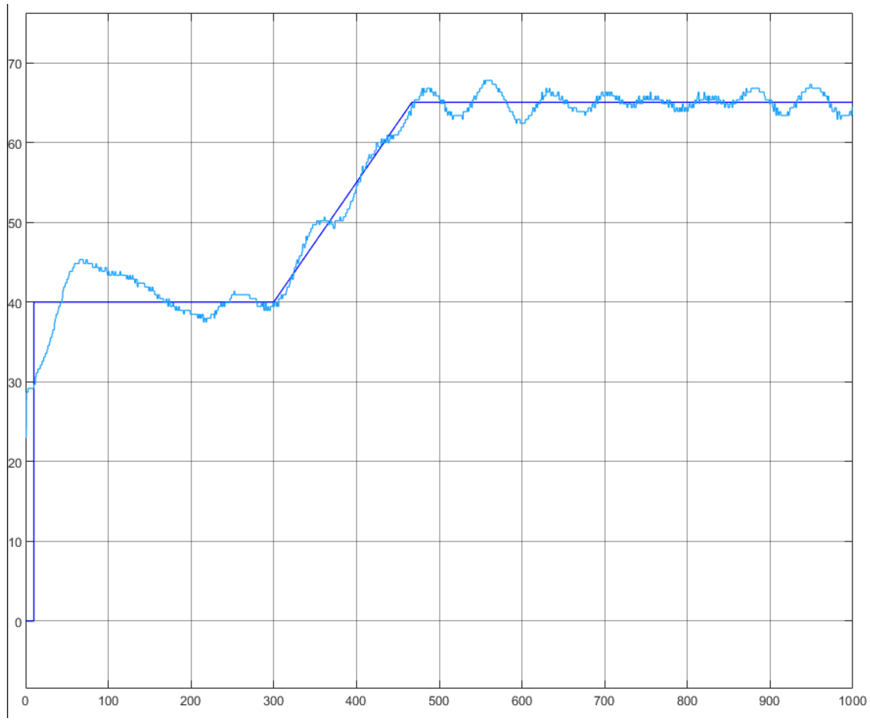
O resultado teórico é:



O diagrama de blocos prático é o seguinte:



Este é o resultado prático:

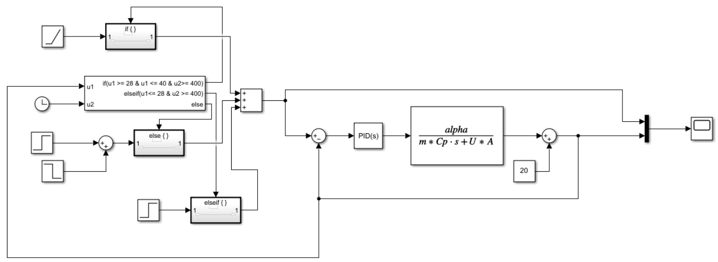


É possivel analisar que o sistema acompanha corretamente o valor de entrada que lhe é colocado, mesmo apesar da rampa de subida aplicada.

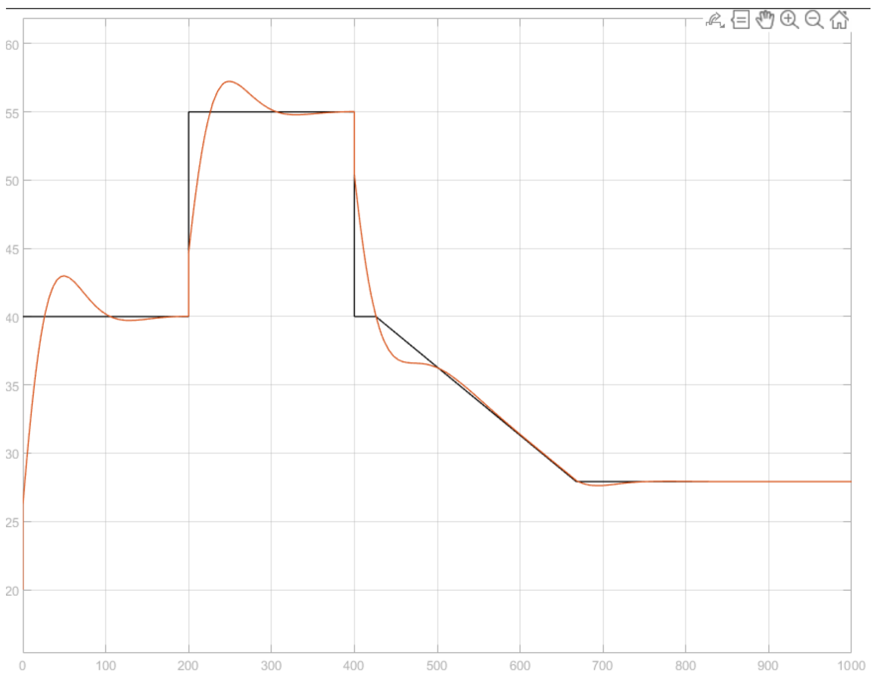
Exercício 1.9 (alínea C)

Com a alínea C somam-se objetivos mais complexos, que são os seguintes: "Após 200 segundos, o valor da temperatura de referência passa de 40 °C para 55 °C. Após 200 segundos, o aquecedor 1 deve ser desligado. Quando o valor da temperatura no sensor 1 atingir novamente os 40 °C, a temperatura deverá diminuir de forma linear (taxa de 0.05 °C/s) até aos 28 °C, mantendo-se neste patamar até ao final do teste."

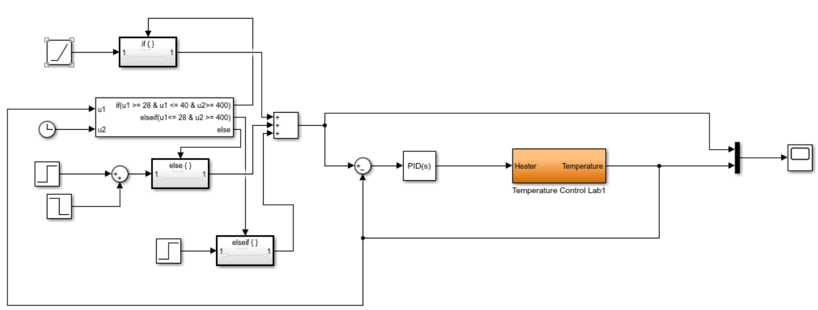
O diagrama de blocos teórico é o seguinte:



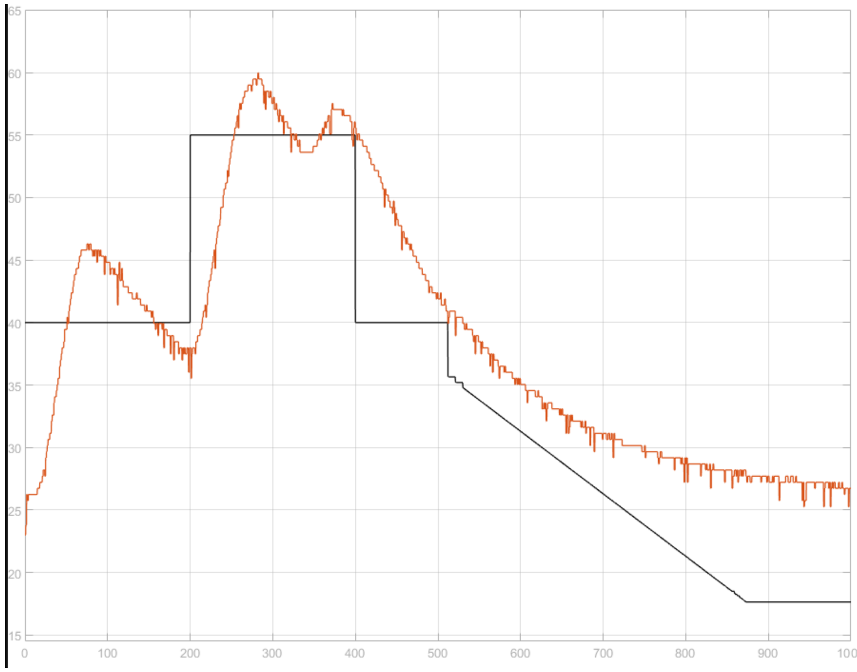
Com o teste teórico obteve-se este gráfico:



O diagrama de blocos prático:



Com o teste prático obteve-se este gráfico:

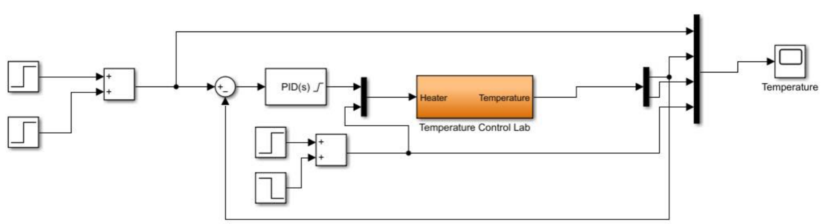


De notar que os resultados obtidos nesta alinea diferem, em alguns momentos, dos previstos de forma teórica. Nomeadamente, no momento em que a entrada deve ser desligada, e, após a aplicação da rampa e consequente estabilização em 28°C.

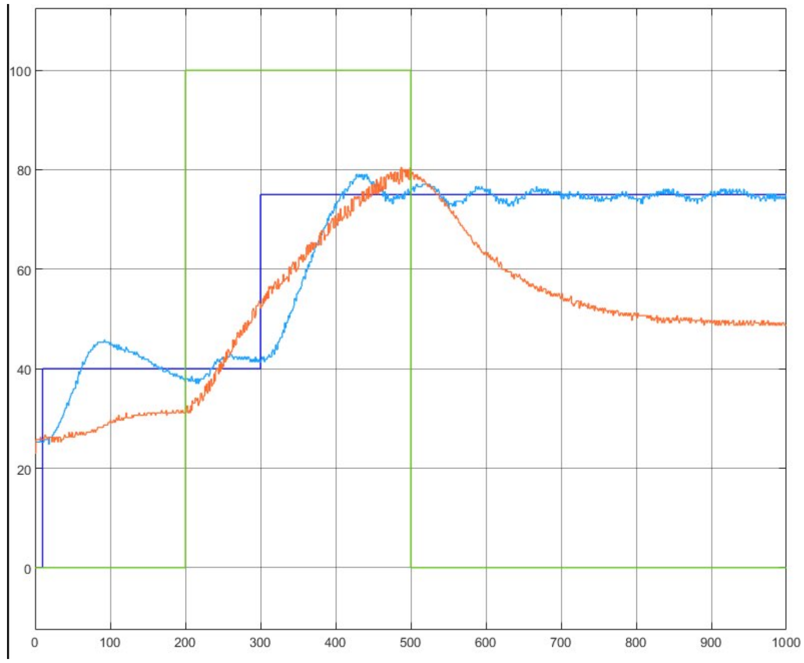
Exercício 1.9 (alínea D)

Com a alínea D vêm adversidades não só a nível de desenvolvimento teórico como também da performance do próprio TCLAB. Deste modo, esta alínea tem como finalidade ”Repetir a alínea a), adicionando uma perturbação ao processo: entre os 200 e 500 segundos, o aquecedor 2 passa de 0 a 100%, permanecendo desligado até ao final do teste.”

O gráfico seguinte obteve-se com auxílio deste diagrama:



O teste prático resultou neste gráfico:



A azul mais escuro tem a entrada do aquecedor 1, a verde a entrada do aquecedor 2, a azul mais claro a temperatura do aquecedor 1 e a vermelho do aquecedor 2. É possivel observar que, apesar da perturbação causada pelo aquecedor 2, o aquecedor 1 consegue manter a temperatura desejada, tal como para os casos em que este estava apenas a funcionar isoladamente.

Conclusão

Em jeito de conclusão, o sistema foi modelado com sucesso e os resultados obtidos das diversas simulações são, modo geral, congruentes com o previsto teoricamente. Foi possível observar o comportamento do sistema e implementar um controlador que permitiu controlá-lo de acordo com o pretendido, nomeadamente com a implementação de um controlador On/Off e PID. Neste último, conclui-se que os parâmetros de configuração do mesmo foram adequados, sendo que o comportamento do sistema segue adequadamente o comportamento da entrada que lhe é aplicada, sem apresentar valores de erro elevados.