

# Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

## Matemática Discreta 2021/22

Folha Semana 4 (28 de Março de 2022 – 1 de Abril de 2022)

1. Seja  $A \subseteq \{0, \dots, 99\}$  com  $|A| = 12$ . Mostre que existem dois elementos  $x, y$  de  $A$  tal que ambos os dígitos de  $x - y$  são iguais.

**Nota.** Um numero  $n$  em  $\{0, \dots, 99\}$  tem ambos os dígitos iguais se e só se  $n$  é divisível por 11.

2. a) Qual é o número das palavras de comprimento 3 em «a,b,c,d,e,f»?
- b) Qual é o número das palavras de comprimento 3 em «a,b,c,d,e,f» que não contém «e»?
- c) Qual é o número das palavras de comprimento 3 em «a,b,c,d,e,f» que contém pelo menos um «e»?

1

$$- m_1 = 11 \times q_1 + x_1$$

$$m_2 = 11 \times q_2 + x_2$$

$$m_1 - m_2 = (11 \times q_1 + x_1) - (11 \times q_2 + x_2) = 11 \times q_1 - 11 \times q_2 + x_1 - x_2 = 11 \times (q_1 - q_2) + \underbrace{(x_1 - x_2)}_0$$

$$\text{Sistema de divisão por 11: } \left| \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \right| = 11$$

Como A contém 12 números, torna que  $1 \times 11 < 12$ . Logo existem 2 números distantes em A com resto de divisão por 11 igual, pelo que  $x_1 - x_2 = 0$  existindo, assim, dois elementos de A em que a diferença de  $x-y$  não é igual.

2

$$- a) \begin{array}{ccc} \underline{6} & \underline{6} & \underline{6} \end{array} \rightarrow 6 \times 6 \times 6 = 216$$

$$b) \begin{array}{ccc} \underline{5} & \underline{5} & \underline{5} \end{array} \rightarrow 5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$c) \text{Salários totais: } 216$$

$$\text{Salários num "e": } 125$$

$$216 - 125 = 91$$