Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

Matemática Discreta 2021/22

Folha Semana 7 (2 de Maio de 2022 – 6 de Maio de 2022)

1. Um comboio tem quatro carruagens de primeira classe, sete de segunda classe, uma carruagem restaurante e duas de bagagem. Qual é o número de possíveis sequências diferentes de carruagens

   a) sem restrições.

      Resposta: 360360.

   b) quando as carruagens de primeira classe não podem estar separadas.

      Resposta: 3960.

2. Encontre o número de palavras (com ou sem significado) de comprimento oito com cinco «A» e três «B», em que as letras «A» não estão todas juntas.

   Resposta: 52.

3. Justifique, utilizando um argumento de *combinatória*, a igualdade

$$\binom{n}{k}k = n\binom{n-1}{k-1},$$

   para todos os números naturais $n, k \geq 1$.

   Sugestão: Utilize que $\binom{n}{k}k$ é o número de pares (A, x) tal que $x \in A$ e $A \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$ com $|A| = k$; ou seja, o número de maneiras de escolher um subconjunto A de $\{1, 2 \dots, n\}$ de k elementos e depois escolher um elemento de A. Por outro lado, $n\binom{n-1}{k-1}$ é o número de maneiras de escolher um elemento em $\{1, 2, \dots, n\}$ e depois ...

1 - a) $\binom{14}{4\ 7\ 1\ 2} = \frac{14!}{4!7!1!2!} = 360360$

Temos 360360 sequências diferentes de carruagens sem restrição.

b) Existem 11 situações onde as carruagens de primeira classe estão juntas

$11 \times \binom{10}{7\ 1\ 2} = 11 \times \frac{10!}{7!1!2!} = 3960$

Temos 3960 sequências diferentes de carruagens quando as de primeira classe estão juntas.

2 - $\binom{8}{5}$ → número de palavras sem restrição

4 → número de casos em que as cinco letras "A" estão todas juntas

$\binom{8}{5} - 4 = 52$

Existem 52 palavras nestas condições

3 -