

Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

Matemática Discreta 2021/22

Folha 0

1. Sejam p, q, r variáveis que representam as proposições

p : Sou responsável; \rightarrow **no**

q : Passo a Matemática Discreta; \rightarrow **para o ano ... talvez ... e com sorte**

r : Vou de férias para as ~~Bermudas~~ **Maldivas (Bermudas é para os pobres)**

Traduza as frases seguintes por meio de fórmulas proposicionais.

a) Se passar a Matemática Discreta, vou de férias para as Bermudas.

b) Para ir de férias para as Bermudas é suficiente que eu seja ~~responsável~~ **Rico**

c) Passo a Matemática Discreta só se ~~for responsável~~ **a prof. não me quiser causar depressão**

d) Para passar a Matemática Discreta é necessário que eu ~~seja responsável~~ **tenha bens**

e) Se passar a Matemática Discreta então vou de férias para as Bermudas caso ~~seja responsável~~ **a minha cavidade estomacal não esteja vazia**

2. Usando tautologias apropriadas, transforme as seguintes fórmulas na forma normal conjuntiva.

a) $p \vee (q \wedge (\neg p))$;

b) $\neg((\neg p) \wedge (\neg q))$;

c) $(p \wedge q) \vee (p \wedge (\neg q))$.

d) $(q \wedge \neg p \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q)$.

3. Utilizando o método de resolução, ^{não} justifique que

a) $p, p \rightarrow q \models q$;

b) $p \vee q, p \rightarrow r, q \rightarrow r \models r$.

Algumas soluções

1 (a) $q \rightarrow r$; (b) $p \rightarrow r$; (c) $q \rightarrow p$; (d) $q \rightarrow p$; (e) $q \rightarrow (p \rightarrow r)$.

2 (a) $p \vee q$; (b) $p \vee q$; (c) p ; (d) $(q \vee \neg p) \wedge \neg p \wedge (r \vee \neg p) \wedge (\neg p \vee \neg q) \wedge (r \vee \neg q)$.

① - a) $q \rightarrow x$ c) $q \rightarrow p$ e) $q \rightarrow (p \rightarrow x)$

b) $p \rightarrow x$ d) $q \rightarrow p$

② - a) $p \vee (q \wedge (\neg p)) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee \neg p) \equiv (p \vee q) \wedge T \equiv p \vee q$

b) $\neg((\neg p) \wedge (\neg q)) \equiv p \vee q$

c) $(p \wedge q) \vee (p \wedge (\neg q)) \equiv p \wedge (q \vee \neg q) \equiv p \wedge T \equiv p$

d) $(q \wedge \neg p \wedge x) \vee (\neg p \wedge \neg q) \equiv (q \vee (\neg p \wedge \neg q)) \wedge (\neg p \vee (\neg p \wedge \neg q)) \wedge (x \vee (\neg p \wedge \neg q)) \equiv$
 $\equiv ((q \vee \neg p) \wedge (q \vee \neg q)) \wedge ((\neg p \vee \neg p) \wedge (\neg p \vee \neg q)) \wedge ((x \vee \neg p) \wedge (x \vee \neg q)) \equiv$
 $\equiv ((q \vee \neg p) \wedge T) \wedge (\neg p \wedge (\neg p \vee \neg q)) \wedge ((x \vee \neg p) \wedge (x \vee \neg q)) \equiv$
 $\equiv (q \vee \neg p) \wedge \neg p \wedge (\neg p \vee \neg q) \wedge (x \vee \neg p) \wedge (x \vee \neg q) \equiv$
 $\equiv \neg p \wedge (x \vee \neg p) \wedge (\neg p \vee \neg q) \wedge (x \vee \neg q)$

③ - a) $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$

Conjunto de cláusulas $\{p, \neg p \vee q, \neg q\}$

(1) p (4) q Res (1,2)

(2) $\neg p \vee q$ (5) \perp Res (3,4)

(3) $\neg q$

Concluímos assim o que se pretendia.

b) $p \rightarrow x \equiv \neg p \vee x$

$q \rightarrow x \equiv \neg q \vee x$

Conjunto de cláusulas $\{p \vee q, \neg p \vee x, \neg q \vee x, \neg x\}$

(1) $p \vee q$ (5) $\neg p$ Res (2,4)

(2) $\neg p \vee x$ (6) q Res (1,5)

(3) $\neg q \vee x$ (7) $\neg q$ Res (3,6)

(4) $\neg x$ (8) \perp Res (7,8)

Concluímos assim o que se pretendia.