

Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

Matemática Discreta 2021/22

Folha Semana 5 (4 de Abril de 2022 – 8 de Abril de 2022)

1. Qual é o número de sequências binárias de comprimento 7 que começam por 1, ou acabam com 1, ou têm exatamente quatro 1's?

Resposta. 101.

2. Qual é o número de números naturais com 3 algarismos que se podem escrever com os dígitos $1, \dots, 9$, e que contém a sequência “11”?

Resposta. 17.

3. Sobre o código de um cofre sabe-se que

- é um número de 5 algarismos,
- tem exatamente três dos algarismos $0, 1, \dots, 9$,
- mas os algarismos 0 e 4 não ocorrem.

Quantos tais códigos existem?

Resposta. 8400.

① - 1 0 → começa por 1 → $2^5 = 32$

0 1 → acaba em 1 → $2^5 = 32$

1 1 → começa e acaba em 1 → $2^5 = 32$

0 0 → tem quatro '1' e não começa nem acaba em 1 → $\binom{5}{4} = 5$

$$32 + 32 + 32 + 5 = 101$$

Existem 101 sequências binárias distintas nesta condição.

② - 1 1 → começa com a sequência 11 → 8

1 1 → acaba com a sequência 11 → 8

1 1 → toda a sequência são 1 → 1

$$8 + 8 + 1 = 17$$

Existem 17 números naturais nesta condição.

③ - $\binom{8}{3} \times 3 = 168 \rightarrow$ números todos iguais

$$\binom{8}{3} \times \binom{3}{2} \times 2! \times \binom{5}{14} = 1680 \rightarrow 4 \text{ números iguais e 1 diferente}$$

$$\binom{8}{3} \times \binom{3}{2} \times 2! \times \binom{5}{32} = 3360 \rightarrow 3 \text{ números iguais e 2 diferentes (iguais entre si)}$$

$$\binom{8}{3} \times 3^5 = 13608 \rightarrow \text{toda a sequência representada por 3 algarismos diferentes podendo não incluir os três}$$

$$13608 - 168 - 1680 - 3360 = 8400$$

Existem 8400 códigos nesta condição.