62. Mostre que se $|x + 3| < \frac{1}{2}$, então $|4x + 13| < 3$.

Podemos utilizar a propriedade do valor absoluto, que afirma que $|a| < b$ é equivalente a $-b < a < b$.

Então temos.

$|x + 3| < \frac{1}{2}$

Onde:

$-\frac{1}{2} < x + 3 < \frac{1}{2}$

Resolvendo as desigualdades em relação a x :

$-\frac{1}{2} < x + 3$	$x + 3 < \frac{1}{2}$
$-\frac{1}{2} - 3 < x$	$x < \frac{1}{2} - 3$
$-\frac{7}{2} < x$	$x < -\frac{5}{2}$

Sendo a solução:

$-\frac{7}{2} < x < -\frac{5}{2}$

Para a segunda parte da questão, precisamos mostrar que $|4x + 13| < 3$ quando $-\frac{7}{2} < x < -\frac{5}{2}$

Usando a propriedade do valor absoluto:

$-3 < 4x + 13 < 3$

Resolvendo as desigualdades em relação a x :

$- 3 < 4x + 13$ | $4x + 13 < 3$

$- 3 - 13 < 4x$ | $4x < 3 - 13$

$-16 < 4x$ | $4x < -10$

$-\frac{16}{4} < x$ | $x < -\frac{10}{4}$

$- 4 < x$ | $x < -\frac{5}{2}$

Sendo a solução:

$-4 < x < -\frac{5}{2}$

Como $-\frac{7}{2} < x < -\frac{5}{2}$ está contido em $-4 < x < -\frac{5}{2}$, podemos concluir que se $x + 3| < \frac{1}{2}$, então $|4x + 13| < 3.$

63. Mostre que se $a < b$, então $a < \frac{a + b}{2} < b$.

Resolvendo a desigualdade em relação a a :

$a < \frac{a + b}{2}$

$2a < a + b$

$2a - a < b$

$a < b$

Resolvendo a desigualdade em relação a b :

$\frac{a + b}{2} < b$

$a + b < 2b$

$a < 2b - b$

$a < b$

Em ambas as desigualdades é mostrado que $a < b$