Inteligência Artificial

Problemas de Satisfação de Restrições

1

Constraint Satisfaction Problems (CSP)

- **Conceitos básicos**
- **Busca cega simples e refinada**
- **Busca heurística**
- **CSP iterativo**

2

Constraint Satisfaction Problems (CSP)

- **Um Problema de Satisfação de Restrições**
  - tipo de problema que impõe **propriedades estruturais** adicionais à solução a ser encontrada
  - há uma demanda mais refinada do que na busca clássica
    - *ex. ir de Recife à Cajazeiras com no máximo 3 tanques de gasolina e 7 horas de viagem*
- **Um CSP consiste em:**
  1. um conjunto de **variáveis** que podem assumir **valores** dentro de um dado domínio
  2. um conjunto de **restrições** que especificam propriedades da solução – valores que essas variáveis *podem* assumir.

3

Constraint Satisfaction Problems (CSP)

Formulação:

- **Estados:** definidos pelos ***valores*** possíveis das variáveis
- **Estado inicial:** nenhuma variável instanciada
- **Operadores:** atribuem valores (instanciação) às variáveis
  - ***Uma variável por vez***
- **Teste de término:** verificar se todas as variáveis estão instanciadas obedecendo as restrições do problema
- **Solução:** conjunto dos valores das variáveis instanciadas
- **Custo de caminho:** número de passos de atribuição

4

CSP: características das restrições

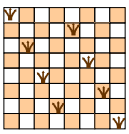
- O conjunto de valores que a variável ***i*** pode assumir é chamado **domínio *Di***
  - O domínio pode ser discreto (fabricantes de uma peça do carro) ou contínuo (peso das peças do carro)
- **Quanto à aridade, as restrições podem ser**
  - unárias (sobre uma única variável)
  - binárias (sobre duas variáveis)
  - n-árias

  (a restrição unária é um sub-conjunto do domínio, enquanto que a n-ária é um produto cartesiano dos domínios)
- **Quanto à natureza, as restrições podem ser**
  - **absolutas** (não podem ser violadas)
  - **preferenciais** (devem ser satisfeitas quando possível)

5

Exemplo

- **Problema das 8-rainhas**
  - *variáveis*: localização das rainhas (coluna, linha)
  - *valores*: possíveis posições do tabuleiro
  - *restrição binária*: duas rainhas não podem estar na mesma coluna, linha ou diagonal
  - *solução*: valores para os quais a restrição é satisfeita



6

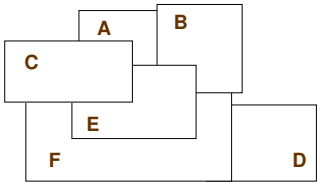
Busca Cega com Retrocesso para CSP

- **Funcionamento**
  - estado inicial: variáveis sem atribuição
  - aplica operador: instancia **uma** variável
  - teste de parada: todas variáveis instanciadas **sem** violações
- **Retrocesso (*Backtracking*)**
  - depois de realizar uma atribuição, verifica se restrições não são violadas
  - caso haja violação ⇒ retrocede
- **Análise**
  - pode ser **busca em profundidade limitada** (l = número de variáveis)
  - é completa
  - fator de ramificação máxima: max(|Di|), expansão total: Πi (|Di|)
  - o teste de parada é decomposto em um conjunto de restrições sobre as variáveis

7

Exemplo: coloração de mapas

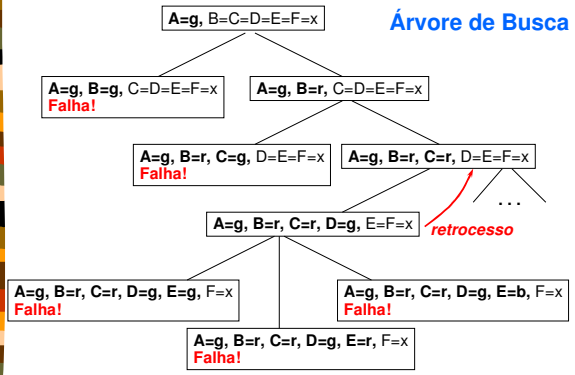
variáveis: A,B,C,D,E,F
domínio: Da=Db...=Df={green,red,blue}
restrições: A ≠ B; A ≠ C; A ≠ E; B ≠ E; B ≠ F; C ≠ E; C ≠ F; D ≠ F; E ≠ F



Solucionar usando busca em profundidade limitada com l=6.

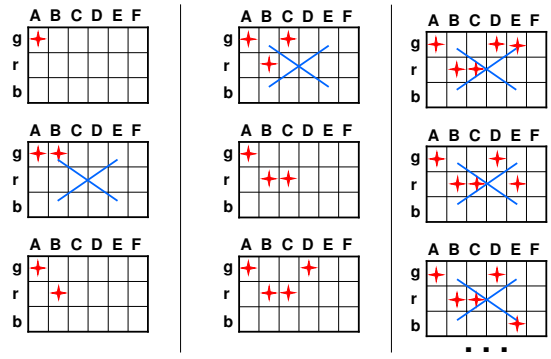
8

Árvore de Busca



9

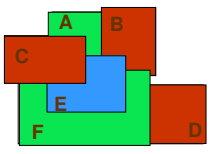
Simulação



10

Exemplo: coloração de mapas

variáveis: A,B,C,D,E,F
domínio: Da=Db...=Df={green,red,blue}
restrições: A ≠ B; A ≠ C; A ≠ E; B ≠ E; B ≠ F; C ≠ E; C ≠ F; D ≠ F; E ≠ F



Simulando passo a passo:

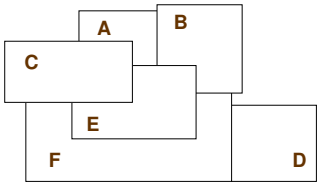
1. **A= green**
2. B = green (falha c/ A)
3. **B=red**
4. C=green (falha c/ A)
5. **C= red**
6. **D=green**
7. E= green (falha c/ A)
8. E= red (falha c/ B)
9. **E= blue**
10. F=green (falha c/ D)
11. F=red (falha c/ B)
12. F = blue (falha c/ E)
13. E (falha)
14. **D=red**
15. E=green (falha c/ A)
16. E= red (falha c/ B)
17. **E= blue**
18. **F=green**

11

Exemplo: coloração de mapas

Nova ordem, novo resultado

variáveis: A,B,C,D,E,F
domínio: Da=Db...=Df={red, green, blue}
restrições: A ≠ B; A ≠ C; A ≠ E; B ≠ E; B ≠ F; C ≠ E; C ≠ F; D ≠ F; E ≠ F



Solucionar usando busca em profundidade limitada com l=6.

12

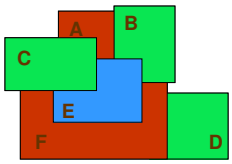
Exemplo: coloração de mapas

Mas poderia começar por red e fazer outra forma de seleção de valores no domínio ...

A=red
B=green
C=blue
D=red
E= ?? Backtracking
D=green
E=?? Backtracking
D=blue
E=?? Backtracking
D= ?? Backtracking
C = green
D = green
E = blue
F=red

Mais retrocessos!!

variáveis: A,B,C,D,E,F
domínio: Da=Db...=Df={red, green, blue}
restrições: A ≠ B; A ≠ C; A ≠ E; B ≠ E; B ≠ F; C ≠ E; C ≠ F; D ≠ F; E ≠ F



13

Backtracking não basta...

- **Problema do *backtracking*:**
  - não adianta mexer na 7a. rainha para poder posicionar a última.
  - O problema é mais em cima... O *backtrack* normalmente tem que ser de mais de um passo
- **Soluções:**
  - Verificação prévia *(forward checking)*
  - Propagação de restrições

14

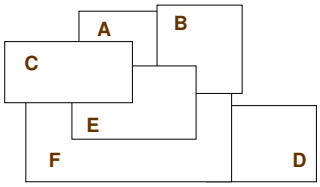
Verificação Prévia

- **Verificação prévia (*forward checking*)**
  - **idéia**: olhar para frente para detectar situações insolúveis
- **Algoritmo:**
  - Após cada atribuição, **eliminar do domínio** das variáveis não instanciadas os valores incompatíveis com as atribuições feitas até agora.
  - Se um domínio torna-se vazio, retrocede imediatamente.
- **É bem mais eficiente!**

15

Exemplo: coloração de mapas

variáveis: A,B,C,D,E,F
domínio: Da=Db...=Df={green, red, blue}
restrições: A ≠ B; A ≠ C; A ≠ E; B ≠ E; B ≠ F; C ≠ E; C ≠ F; D ≠ F; E ≠ F

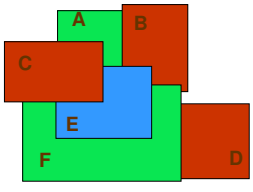


Solucionar usando busca em profundidade limitada com l=6 e verificação prévia.

16

Exemplo: coloração de mapas

variáveis: A,B,C,D,E,F
domínio: Da=Db...=Df={green,red,blue}
restrições: A ≠ B; A ≠ C; A ≠ E; B ≠ E; B ≠ F; C ≠ E; C ≠ F; D ≠ F; E ≠ F



Simulando passo a passo:

1. **A= green** B,C,E={r,b}, D,F={g,r,b}
2. **B=red** C={r,b}, D={g,r,b}, E={b}, F={g,b}
3. **C= red** D={g,r,b}, E={b}, F={g,b}
4. **D=green** E={b}, F={b}
5. **E= blue** F=?? backtracking
6. E=?? Backtracking
7. **D=red** E={b}, F={g,b}
8. **E= blue** F={g}
9. **F=green**

17

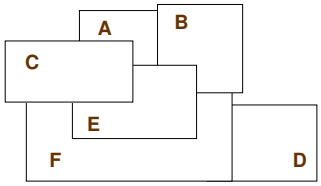
Propagação de restrições

- **Propagação de restrições (*constraint propagation*)**
  - uma conseqüência da verificação prévia
  - quando um valor é eliminado, isto é **propagado** para outros valores que dele dependem, podendo torná-los inconsistentes e eliminados também
    - *é como uma onda que se propaga: as escolhas ficam cada vez mais restritas*

18

Exemplo: coloração de mapas

variáveis: A,B,C,D,E,F
domínio: Da=Db...=Df={green, red, blue}
restrições: A ≠ B; A ≠ C; A ≠ E; B ≠ E; B ≠ F; C ≠ E; C ≠ F; D ≠ F; E ≠ F

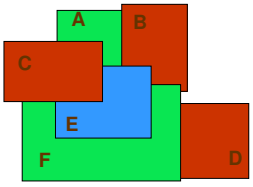


Solucionar usando busca em profundidade limitada com l=6 e verificação prévia combinada com propagação de restrições

19

Exemplo: coloração de mapas

variáveis: A,B,C,D,E,F
domínio: Da=Db...=Df={green,red,blue}
restrições: A ≠ B; A ≠ C; A ≠ E; B ≠ E; B ≠ F; C ≠ E; C ≠ F; D ≠ F; E ≠ F



Simulando passo a passo:

1. **A= green** B,C,E={r,b}, D,F={g,r,b}
2. **B=red** C={r,b}, D={g,r,b}, E={b}, F={g,b} ➔C={r}, F={g} ➔ D={r,b}
3. **C= red** D={r,b}, E={b}, F={g}
4. **D=red** E={b}, F={g}
5. **E= blue**
6. **F=green**

Sem retrocesso!

20

Heurísticas para CSP

- **Tenta reduzir o fator de expansão do espaço de estados**
- **Onde pode entrar uma heurística?**
  - Ordenando a escolha da **variável** a instanciar
  - Ordenando a escolha do **valor** a ser associado a uma variável
- **Existem 3 heurísticas para isto...**
  - ***Variável mais restritiva***: variável envolvida no maior número de restrições é preferida (verifica restrições)
  - ***Variável mais restringida***: variável que pode assumir menos valores é preferida (verifica os domínios das variáveis)
  - ***Valor menos restritivo***: valor que deixa mais liberdade para futuras escolhas (verifica os valores dos domínios e as restrições)

21

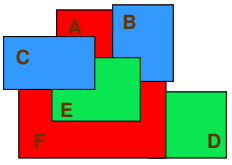
Variável mais restritiva

(variável envolvida no maior número de restrições)

variáveis: A,B,C,D,E,F
domínio: Da=Db...=Df={green,red,blue}
restrições: A ≠ B; A ≠ C; A ≠ E; B ≠ E; B ≠ F; C ≠ E; C ≠ F; D ≠ F; E ≠ F

Candidatas[1]: E, F, ...resto
E = green
Candidatas: F, ...resto
F = red
Candidatas: A, B, C, D
A= red
Candidatas: B, C, D
B= blue
Candidatas: C, D
C= blue
D = green

SEM BACKTRACK!!



[1] *em ordem de prioridade (4, 4, 3, 3, 3, 1)*

22

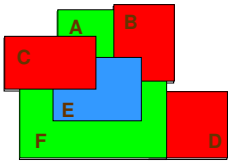
Coloração de mapas: variável mais restringida

(variável que pode assumir menos valores)

variáveis: A,B,C,D,E,F
domínio: Da=Db...=Df={green,red,blue}
restrições: A ≠ B; A ≠ C; A ≠ E; B ≠ E; B ≠ F; C ≠ E; C ≠ F; D ≠ F; E ≠ F

Candidatas: todas
A = green
Candidatas: B(rb), C(rb), E(rb), ...
B = red
Candidatas: E(b), C(rb), F(gb), ...
E=blue
Candidatas: C(r), F(g), D...
C=red
Candidatas: F(g), D(rgb)
F=green
D = red ou blue

SEM BACKTRACK!!



23

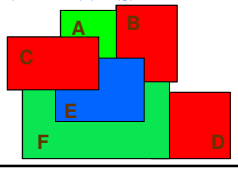
Coloração de mapas: valor menos restritivo

(valor que deixa mais liberdade)

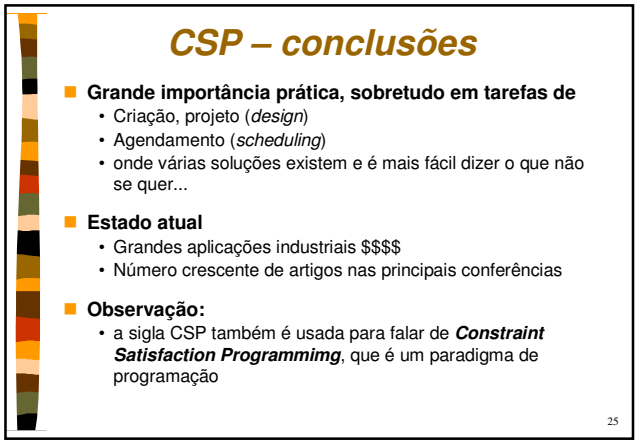
variáveis: A,B,C,D,E,F
domínio: Da=Db...=Df={green,red,blue}
restrições: A ≠ B; A ≠ C; A ≠ E; B ≠ E; B ≠ F; C ≠ E; C ≠ F; D ≠ F; E ≠ F

1. **A = green** B(br), C(br), D(grb), E(br), F(grb)
2. B=r ou B=b "poda" liberdade igualmente ➔ faz escolha na ordem
   B = red C(rb), D(grb), E(b), F(gb)
3. **C=r**: D(grb), E(b), F(gb); **C=b**: D(grb), E( ), F(g) ➔ escolhe C=r
   C= red D(grb), E(b), F(gb)
4. **D=g**: E(b), F(b); **D=r**: E(b), F(**gb**); **D=b**: E(b), F(g) ➔ escolhe D=r
   D = red E(b), F(gb)
5. **E= blue** F(g)
6. **F=green**

SEM BACKTRACK!!



24


CSP – conclusões
Grande importância prática, sobretudo em tarefas de
Criação, projeto (design)
Agendamento (scheduling)
onde várias soluções existem e é mais fácil dizer o que não se quer...
Estado atual
Grandes aplicações industriais $$$$
Número crescente de artigos nas principais conferências
Observação:
a sigla CSP também é usada para falar de Constraint Satisfaction Programmimg, que é um paradigma de programação
25