

Inteligência Artificial

Funções Heurísticas

1

Inventando Funções Heurísticas

- Como escolher uma boa função heurística h ?
- h depende de cada problema particular.
- h deve ser *admissível*
 - não superestimar o custo real da solução
- **Exemplo: jogo dos 8 números**
 - um número pode mover-se de A para B se A é adjacente a B e B está vazio
 - busca exaustiva:
 - solução média em 22 passos
 - fator de ramificação médio: 3
 - Assim, $\approx 3^{22}$ estados possíveis

4	5	8
	1	6
7	2	3

2

Heurísticas para jogo 8 números

5	4	
6	1	8
7	3	2

Start State

1	2	3
8		4
7	6	5

Goal State

Algumas heurísticas possíveis:

$h1$ = no. de elementos fora do lugar ($h1=7$)

$h2$ = soma das distâncias de cada número à posição final

($h2=2+3+3+2+4+2+0+2=18$)

Exercício: resolver com A* e $h1$ e $h2$ e comparar soluções (10 ações).

3

Qualidade da função heurística

- **Qualidade da função heurística:** medida através do fator de expansão efetivo (b^*).
 - b^* é o fator de expansão de uma árvore uniforme com $N+1$ nós e nível de profundidade d
 - $N+1 = 1 + b^* + (b^*)^2 + \dots + (b^*)^d$, onde
 N = total de nós gerados pelo A* para um problema
 d = profundidade da solução;
- Mede-se empiricamente a qualidade de h a partir do conjunto de valores experimentais de N e d .
 - uma boa função heurística terá o b^* muito próximo de 1.
- Se o custo de execução da função heurística for maior do que expandir nós, então ela *não* deve ser usada.
 - uma boa função heurística deve ser *eficiente* e *econômica*.

4

Experimento (Média de 100 soluções/dado)

d	Número médio de nós expandidos (100 épocas)			Effective Branching Factor b^*		
	IDS	$A^*(h_1)$	$A^*(h_2)$	IDS	$A^*(h_1)$	$A^*(h_2)$
2	10	6	6	2.45	1.79	1.79
4	112	13	12	2.87	1.48	1.45
6	680	20	18	2.73	1.34	1.30
8	6384	39	25	2.80	1.33	1.24
10	47127	93	39	2.79	1.38	1.22
12	364404	227	73	2.78	1.42	1.24
14	3473941	539	113	2.83	1.44	1.23
16	—	1301	211	—	1.45	1.25
18	—	3056	363	—	1.46	1.26
20	—	7276	676	—	1.47	1.27
22	—	18094	1219	—	1.48	1.28
24	—	39135	1641	—	1.48	1.26

IDS: Iterative-Deepening-Search (Busca de Aprofundamento Iterativo)

Uma boa função heurística terá o b^* muito próximo de 1.

Note que $h2$ é melhor que $h1 \rightarrow$ de fato, para qualquer nó, $h2(n) \geq h1(n)$!

Escolhendo Funções Heurísticas

- É sempre melhor usar uma função heurística com valores mais altos, contanto que ela seja *admissível* e que o tempo para computá-la não seja muito grande!
 - ex. $h2$ melhor que $h1$.
- h_i **domina** $h_k \Rightarrow h_i(n) \geq h_k(n) \forall n$ no espaço de estados
 - h_2 domina h_1 no exemplo anterior
- Caso existam muitas funções heurísticas para o mesmo problema, e nenhuma delas domine as outras, usa-se uma **heurística composta**:
 - $h(n) = \max(h_1(n), h_2(n), \dots, h_m(n))$
 - Assim definida, h é *admissível* e *domina* cada função h_i individualmente

6

Como inventar funções heurísticas admissíveis?

■ Existem estratégias genéricas para definir h :

- 1) Relaxar o problema (versão simplificada);
- 2) Usar informação estatística;
- 3) Identificar os atributos relevantes do problema e usar aprendizagem.

7

(1) Relaxando o problema

■ Problema Relaxado:

- versão simplificada do problema original, onde os operadores são menos restritivos

■ Operadores relaxados:

1. Uma peça pode se mover para qualquer lugar
 - $h1$ seria o custo da solução “correta” neste jogo
2. Uma peça pode se mover para lugares adjacentes, mesmo que ocupados
 - $h2$ seria o custo da solução “correta” neste jogo

O custo da solução ótima de um problema relaxado é uma heurística admissível para o problema original!!!

8

Relaxando o problema - exemplo

■ Descrição original da ação:

Peça A pode mover do lugar A para o lugar B se A é adjacente (horizontal ou vertical) a B e B é lugar vazio.

■ Heurísticas:

1. Peça A pode mover do lugar A para o lugar B. ($h1$)
2. Peça A pode mover do lugar A para o lugar B se A é adjacente a B. ($h2$)
3. Peça A pode mover do lugar A para B se B é lugar vazio.

9

(2) Usando informação estatística

■ Funções heurísticas podem ser “melhoradas” com informação estatística:

- executar a busca com um conjunto de treinamento (e.g., 100 configurações diferentes do jogo), e computar os resultados.
 - se, em 90% dos casos, quando $h(n) = 14$, a distância real da solução é 18, então, quando o algoritmo encontrar 14 para o resultado da função, vai substituir esse valor por 18.

■ Informação estatística expande menos nós, porém elimina admissibilidade:

- em 10% dos casos do problema acima, a função de avaliação poderá superestimar o custo da solução, não sendo de grande auxílio para o algoritmo encontrar a solução menos custosa.

10

(3) Aprendendo heurísticas por experiência

■ Resolve o jogo diversas vezes e computa custo da solução, relacionando a algum atributo relevante do problema.

- Ex1: atributo $x1(n)$ = número de peças fora do lugar no início do jogo; Para cada valor de atributo, ver custo médio da solução.
 - Ex: para $x1(n)=5$, resolvo 100 vezes o problema e vejo que custo médio da solução é 14 passos
- Ex2: atributo $x2(n)$ = número de pares de peças adjacentes que também são adjacentes na configuração de solução

■ ➔ uso $x1(n)$ ou $x2(n)$ para estimar $h(n)$ ou a combinação entre elas: $h(n) = c1.x1(n) + c2.x2(n)$, ajustando $c1$ e $c2$ da melhor forma para os dados de custo da solução.

11