

Lógica Nebulosa

Anna Helena Reali Costa

PCS– Escola Politécnica da USP, São Paulo, SP

Objetivos da aula

- Fornecer noções básicas da Teoria de Conjuntos Nebulosos.
- Mostrar um exemplo simples de projeto de um sistema nebuloso.

Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

2

Sumário

- Introdução
- Fundamentos
- Operações básicas
- Representação do Conhecimento
- Modelo de Inferência
- Passos de Projeto de um Sistema Nebuloso
- Aplicações Típicas
- Exemplo
- Conclusão

Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

3

Introdução

- A lógica nebulosa propõe uma ontologia que permite que um evento seja definido de forma vaga – um grau de verdade.
 - Um evento pode ser “uma certa verdade”.
 - É uma forma de especificar quão bem um objeto satisfaz uma descrição vaga.
- **Lógica Nebulosa e Conjuntos nebulosos** permitem a representação de tal “vagueza”.

Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

4

Teoria da Probabilidade x Lógica Nebulosa

- **Probabilidade → Grau de crença (*belief*)**
 - Ex.: 80% de crença de que A é verdade → em cada 10 casos, A é verdade 8 vezes e falso 2 vezes
 - Fatos (A) são verdadeiros ou falsos.
- **Lógica nebulosa → Grau de verdade (*truth*)**
 - Ex.: “João é alto.” Isso é verdade ou falso, sabendo que João mede 1,70m de altura?
 - Não há incerteza no mundo exterior (sabe-se a altura de João), há incerteza no significado linguístico de “alto”.

Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

5

Contexto na Disciplina

| Linguagem | Compromissos ontológicos | Compromissos epistemológicos |
|-------------------------|----------------------------------|------------------------------|
| LP | Fatos | V F desconhecido |
| LPO | Fatos, objetos, relações | V F desconhecido |
| Lógica temporal | Fatos, objetos, relações, tempos | V F desconhecido |
| Teoria da probabilidade | Fatos | Grau de crença 0...1 |
| Lógica nebulosa | Grau de verdade | Grau de crença 0...1 |

Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

6

Teoria Clássica de Conjuntos x Conjuntos Nebulosos

- **Conjunto**: é definido por um predicado da lógica clássica que caracteriza os elementos que pertencem ao conjunto.
 - Função característica $\eta_A: U \rightarrow \{0,1\}$
 - U : Universo de discurso
 - η : associa a cada elemento $a \in U$, $A \subset U$, um valor binário (1 se $a \in A$, 0 se $a \notin A$ – define um conjunto)
- **Conjunto nebuloso**: extensão para tratar graus de pertinência intermediários.
 - Função de pertinência $\mu_A: U \rightarrow [0,1]$
 - μ : associa a cada elemento $a \in U$, $A \subset U$, um valor do intervalo real fechado $[0,1]$, com 1 se $a \in A$, 0 se $a \notin A$ e outros valores para pertinências intermediárias.

Lógica Nebulosa - Anna Helena Realí Costa

7

Conjuntos Nebulosos: idéia central

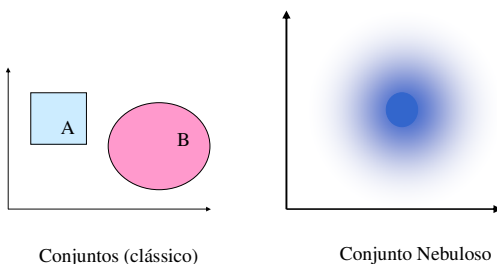
- Existe no mundo situações onde os limites entre conjuntos não são claramente definidos:
 - Não são **crisp** (nítidos)
 - São **fuzzy** (nebulosos)
 - Ex: crisp: estado de um FF, sinal de trânsito, etc; fuzzy: velho x novo, quente x frio, etc.
- Lógica Nebulosa (ou Teoria de Conjuntos Nebulosos) é uma tentativa de tratar conceitos vagos, não incerteza!

Vago \neq incerto!

Lógica Nebulosa - Anna Helena Realí Costa

8

Conjuntos x Conjuntos Nebulosos



Lógica Nebulosa - Anna Helena Realí Costa

9

Aplicações:

- Muitas aplicações de sucesso:
 - Metrô de Sendai – Japão (controle de velocidade).
 - Câmera Reflex Sanyo (mecanismo de foco).
 - Ducha Eletrônica Panasonic (controle de temperatura).
 - Máquinas de Lavar Roupas.
 - Freio ABS.

Lógica Nebulosa - Anna Helena Realí Costa

10

Histórico:

- 1920: início, com **lógicas multivaloradas** introduzidas por Lukasiewicz
- 1965: Zadeh introduz o uso de Lógica Nebulosa no Controle Moderno
- 1980 em diante: muitas aplicações

Lógica Nebulosa - Anna Helena Realí Costa

11

Operações Nebulosas Básicas

[Zadeh,1965]

- Complemento: $\mu_{\neg A}(x_i) = 1 - \mu_A(x_i)$
- União: $\mu_{A \cup B} = \max[\mu_A(x_i), \mu_B(x_i)]$
- Interseção: $\mu_{A \cap B} = \min[\mu_A(x_i), \mu_B(x_i)]$
 - União \rightarrow conectivo lógico OU
 - Interseção \rightarrow conectivo lógico E

 x : valor da variável lingüística A, B : conjuntos nebulosos (termos primários da variável lingüística)

Lógica Nebulosa - Anna Helena Realí Costa

12

Representação Nebulosa do Conhecimento

- Envolve dois conceitos:
 - Variável lingüística
 - Termos primários
 - Universo de discurso
 - Conjunto de Regras Nebulosas
 - Base de Conhecimento

Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

13

Representação Nebulosa do Conhecimento - I

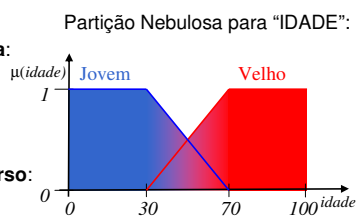
- Variável lingüística
 - Representa um conceito ou variável de um problema
 - Seus **termos primários** podem ser representados por conjuntos nebulosos
 - Termos primários formam a partição nebulosa da variável

Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

14

Representação Nebulosa do Conhecimento - II

- Variável lingüística:
 - Idade
- Termos primários:
 - Jovem
 - Velho
- Universo de discurso:
 - 0 – 100 anos



Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

15

Representação Nebulosa do Conhecimento - III

- Base de Conhecimento
 - BC: regras de produção*
 - **Se** <antecedente> **então** <consequente>
 - *Antecedente*: conjunto de condições
 - *Consequente*: ações
- Os consequentes das regras disparadas são processados em conjunto para gerar uma resposta determinista para cada variável de saída do sistema.

Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

16

Modelo de Inferência Nebulosa I

- **Modelo de Mamdani** (1974).
- Regra típica:

“Se a temperatura está alta e aumentando, então aumente um pouco o resfriamento”

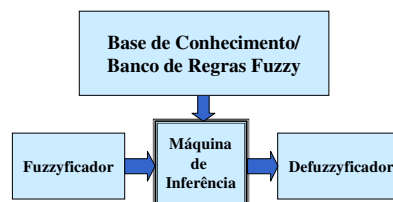
Se temp = *Alta* e delta-temp = *Positivo*,
então delta-resfr = *PositivoPequeno*.

Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

17

Modelo de Inferência Nebulosa II

- Diagrama típico de um modelo de inferência Mamdani:



Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

18

Aplicações Típicas

- Sistemas de apoio à decisão
 - Representam o conhecimento e experiência
 - A partir da entrada de dados, podem:
 - Inferir evolução temporal
 - Verificar variações importantes
 - Gerar sugestões
- Aproximação de funções
 - Aproximação de funções não-lineares
- Controle de processos
 - Uso em sistemas altamente não-lineares, de difícil modelagem

Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

19

Projeto de um Sistema Nebuloso

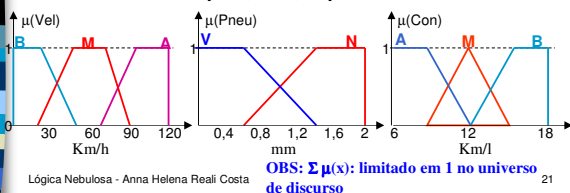
- **Passo 1-** Definição do universo de discurso das variáveis de entrada e de saída.
- **Passo 2-** Partição dos universos de discurso definidos.
 - Criação dos termos primários e graus de pertinência
- **Passo 3-** Definição das regras que compõem a BC.
- **Passo 4-** Definição da técnica de defuzzificação
 - Centro de área, valor máximo, etc.

Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

20

Exemplo1: Apoio à Decisão

- Projeto e funcionamento de um sistema para determinação do consumo de combustível de um automóvel.
 - Passo (1): Variáveis de entrada = velocidade (**Vel**), pneu (**Pneu**)
Variável de saída = consumo (**Con**)
 - Passo (2): Vel = [Baixa, Média, Alta]; Pneu = [Velho, Novo]
Con = [Baixo, Médio, Alto]



Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

OBS: $\Sigma \mu(x)$: limitado em 1 no universo de discurso

21

Exemplo1: Apoio à Decisão I

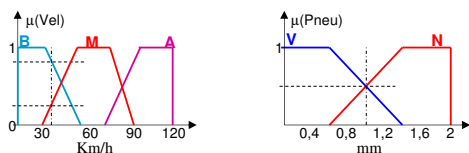
- Passo (3):
 - Regra 1: Se Vel = B e Pneu = V, então Con = A.
 - Regra 2: Se Vel = B e Pneu = N, então Con = M.
 - Regra 3: Se Vel = M e Pneu = V, então Con = M.
 - Regra 4: Se Vel = M e Pneu = N, então Con = B.
 - Regra 5: Se Vel = A e Pneu = V, então Con = A.
 - Regra 6: Se Vel = A e Pneu = N, então Con = M.
- Passo (4):
 - Adotar centro de área.

Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

22

Exemplo1: Apoio à Decisão II

- Para Velocidade = 35 km/h e Pneu = 1mm, qual o Consumo?
- Fuzzificação:
 - $\mu_B(35) = 0,75$, $\mu_M(35) = 0,25$, $\mu_A(35) = 0,0$
 - $\mu_V(1) = 0,5$, $\mu_N(1) = 0,5$



Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

23

Inferência no Modelo de Mamdani

- Regra semântica: **máx-min**
 1. **Antecedentes:** Intersecção nebulosa entre os graus de pertinência das entradas atuais nos termos primários → **coeficiente de disparo** D^k para cada regra k.

$$D^k = \min [\mu_{A1k}(x_1), \mu_{A2k}(x_2), \dots, \mu_{Apk}(x_p)]$$
 2. Todas as regras com $D^k > 0$, disparam.
 3. **Conseqüentes:** limitados pelo coeficiente de disparo nos seus valores máximos dos conjuntos de saída.
 4. Operação global de união compõe um conjunto nebuloso para cada variável de saída (informações de todas as regras)

$$\mu_{B1}(y) = \max [\min(D^k, \mu_{B1}(y))], \forall y \in U_{y1}$$

Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

24

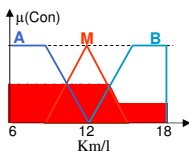
Exemplo1: Apoio à Decisão III

• Inferência:

- $D^1 = \min[\mu_B(35), \mu_V(1)] = 0,5$ (Con=A)
- $D^2 = \min[\mu_B(35), \mu_N(1)] = 0,5$ (Con=M)
- $D^3 = \min[\mu_M(35), \mu_V(1)] = 0,25$ (Con=M)
- $D^4 = \min[\mu_M(35), \mu_N(1)] = 0,25$ (Con=B)
- $D^5 = \min[\mu_A(35), \mu_V(1)] = 0,0$ (Con=A)
- $D^6 = \min[\mu_A(35), \mu_N(1)] = 0,0$ (Con=M)
- A: $\max(0,5; 0) = 0,5$; B: $\max(0,25; 0) = 0,25$
- M: $\max(0,5; 0,25; 0) = 0,5$;

• Defuzzificação:

- Usando centro de área:
Con $\approx 11,5$ km/l



Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

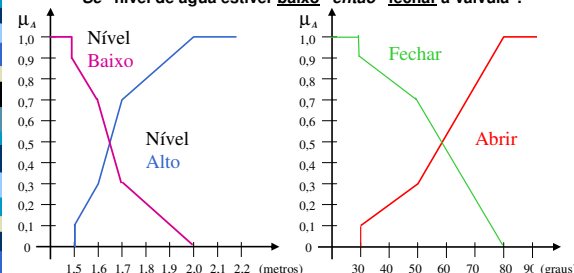
25

Exemplo2: Controle de Processo

- Sistema de controle do nível de água em um tanque através de uma válvula de escape.

Se “nível de água estiver alto” então “abrir a válvula”.

Se “nível de água estiver baixo” então “fechar a válvula”.

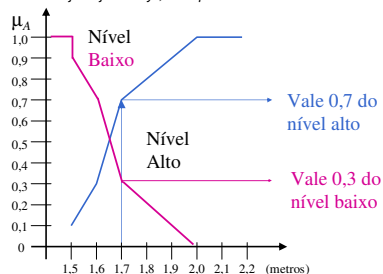


Controle de Processo I

- Qual a abertura desejada da válvula se o nível está a 1,7m?

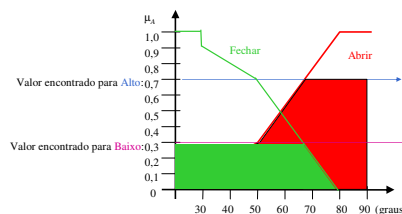
- Fuzzyficar entrada: descobrir o valor da função de pertinência para a entrada 1,7m.

– Caso a entrada já seja “fuzzy”, este passo é desnecessário.



27

- Inferência fuzzy: Transferir o valor encontrado para a saída.



Defuzzificar: $C.G. \equiv \left(\sum_y y \cdot \mu(y) \right) / \left(\sum_y \mu(y) \right)$

$$C.G. \equiv \frac{30 \cdot 0,3 + 40 \cdot 0,3 + 50 \cdot 0,3 + 60 \cdot 0,5 + 70 \cdot 0,7 + 80 \cdot 0,7 + 90 \cdot 0,7}{0,3 + 0,3 + 0,3 + 0,5 + 0,7 + 0,7 + 0,7} = 66,85 \text{ graus}$$

Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

28

Conclusão

- Atualmente: mudança de enfoque

- Integração com outras tecnologias em sistemas de maior porte e uso mais geral (Ex. junto com abordagem conexionista – sistemas neuro-fuzzy, uso de aprendizagem para aprender o conjunto de regras da BC)
- Arquiteturas híbridas, decisões cooperativas com outros módulos

Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

29

Referências Bibliográficas da Aula

- Almeida, P.E.M. e Evsukoff, A.G. (2003) Sistemas Fuzzy. Cap.7 In: Sistemas Inteligentes: fundamentos e aplicações. Rezende S.O.(ed.). Ed. Manole, Barueri, SP.
- Mamdani, E. H. (1974) Application of fuzzy algorithm for control of simple dynamic plant. Proc. IEEE Control Science 121(12), 1585-1588.
- Russel, S. e Norvig, P. (1995) Artificial Intelligence: a modern approach. Prentice-Hall.
- Zadeh, L. A. (1965) Fuzzy sets. Information and Control 8, 28-44.

Lógica Nebulosa - Anna Helena Reali Costa

30