

PCS-2039

Modelagem e Simulação de Sistemas Computacionais

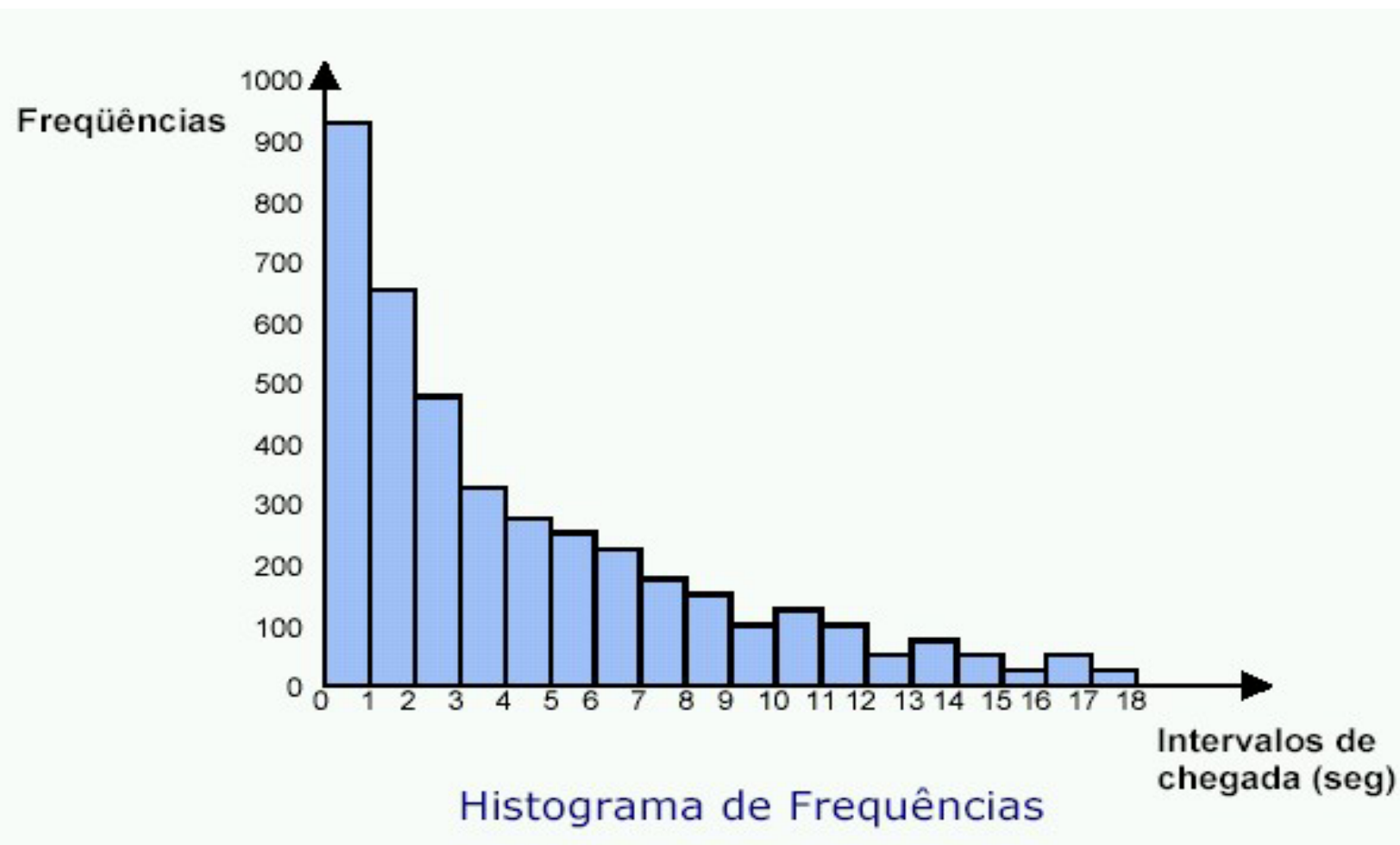
Graça Bressan
gbressan@larc.usp.br

Distribuições de Probabilidade e Sistemas de Filas

Escolha das Distribuições

- Uma simulação depende, em geral, de parâmetros de entrada não determinísticos (aleatórios).
- Exemplo: distribuição dos intervalos de chegada, dos tipos e dos tamanho das mensagens num sistema de comunicação (ou dos veículos num estacionamento).
- Quando for possível observar o sistema real, podem obter-se amostras dos parâmetros de entrada, representados através de histograma de frequências.

Escolha das Distribuições



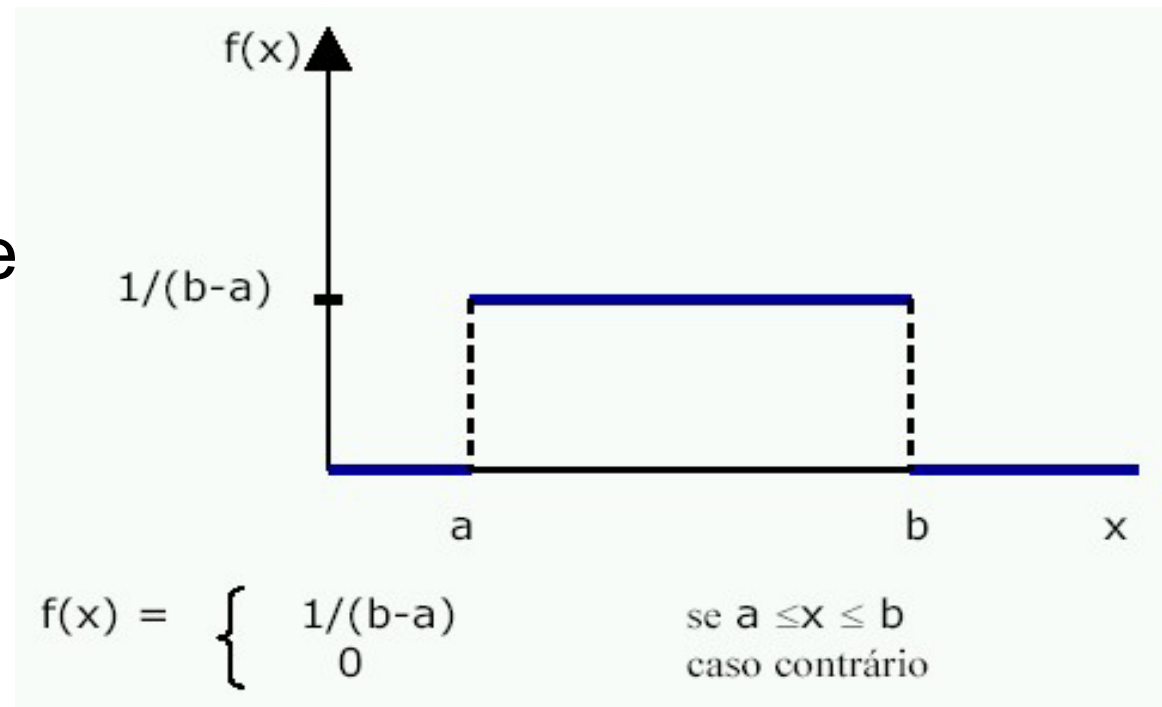
Escolha das Distribuições

- A partir das amostras coletadas pode-se:
 - Utilizar os próprios valores observados na simulação (lote de dados passado para o simulador).
 - Ajustar uma função de distribuição empírica (“sob medida”) aos valores observados.
 - Escolher uma função de distribuição teórica por inferência estatística (ajustar os parâmetros da curva teórica e aplicar testes de adequação como chi-quadrado).

Distribuição Uniforme – U(a,b)

- Primeira tentativa em casos em que apenas os limites dos dados são conhecidos.

- Função densidade



Distribuição Uniforme – U(a,b)

- Função distribuição:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < a \\ (x - a) / (b - a) & \text{se } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{se } b < x \end{cases}$$

- Média:

$$E(x) = (a + b) / 2$$

- Variância:

$$\text{Var}(x) = (b - a)^2 / 12$$

Distribuição Exponencial – $\text{Exp}(\beta)$

Eventos independentes, taxa média de chegada constante.

Função densidade:

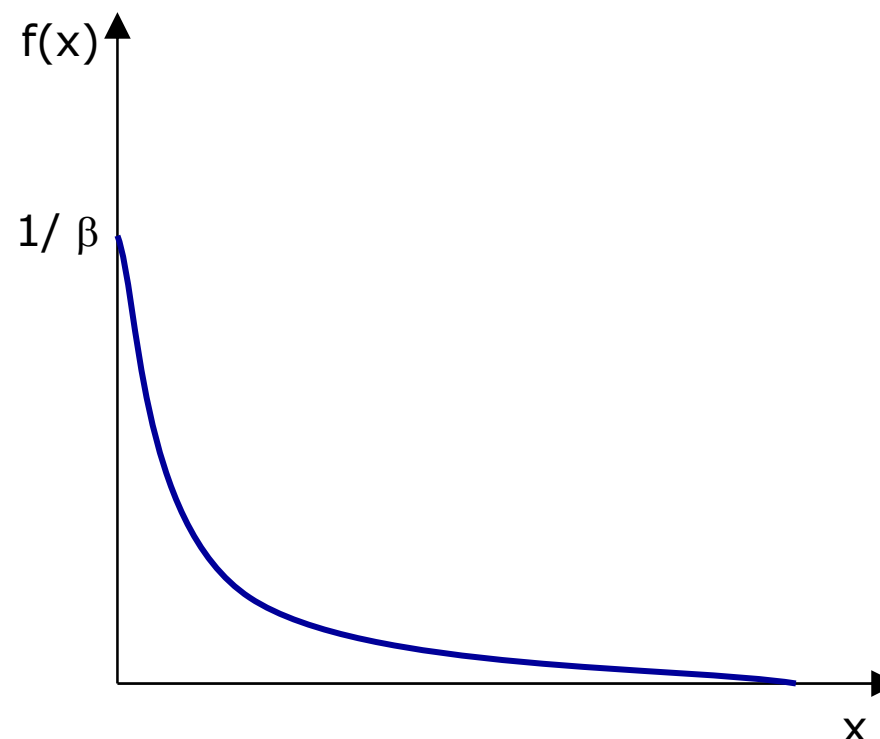
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta} & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Função distribuição:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x/\beta} & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

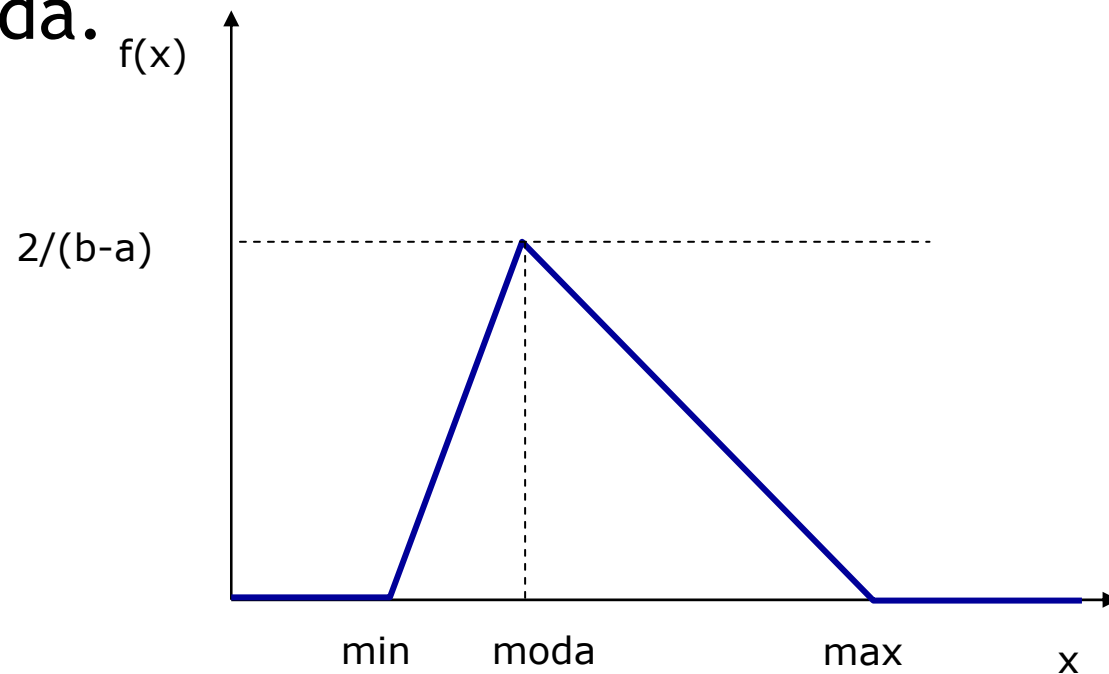
Média: β

Variância: β^2



Distribuição Triangular – Triang (Min, Moda, Max)

- Usos mais comuns: Aproximação na ausência de dados que permitam obter uma distribuição mais adequada.



Função de Distribuição de Probabilidade Triangular

Distribuição Triangular – Triang (Min, Moda, Max)

Função densidade

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(m-a)(b-a)} & \text{se } a \leq x \leq m \\ \frac{2(b-x)}{(b-m)(b-a)} & \text{se } m < x \leq b \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Função distribuição

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < a \\ \frac{(x-a)^2}{(m-a)(b-a)} & \text{se } a \leq x \leq m \\ 1 - \frac{(b-x)^2}{(b-m)(b-a)} & \text{se } m < x \leq b \\ 1 & \text{se } b \leq x \end{cases}$$

Média:

$$E(x) = (a + m + b) / 3$$

Variância:

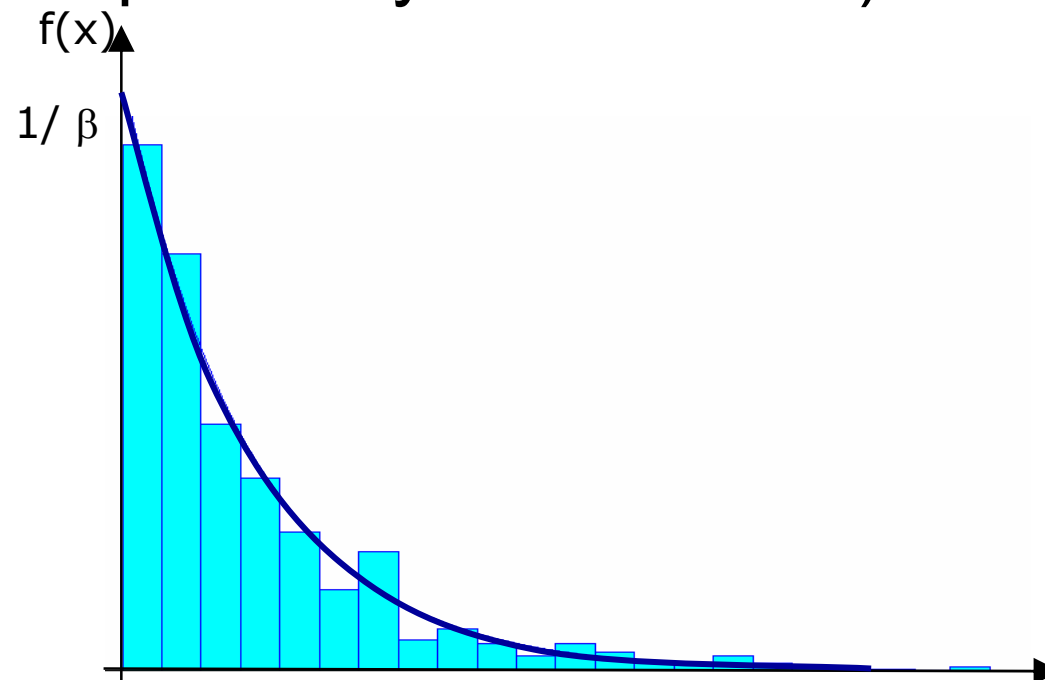
$$\text{Var}(x) = (a^2 + m^2 + b^2 - ma - ab - mb) / 18$$

Outra Distribuições Comuns

- Contínuas:
 - Distribuição Uniforme – $U(a,b)$.
 - Distribuição Gama – $\Gamma(\alpha,\beta)$
 - Distribuição Weibull – $Weibull(\alpha,\beta)$
 - Distribuição Normal – $Normal(\mu,\sigma^2)$
 - Distribuição Lognormal – $Lognormal(\mu,\sigma^2)$
 - Distribuição Beta – $B(\beta,\alpha)$
 - Distribuição Triangular – $Triang(Max, Moda, Min)$
- Discretas:
 - Distribuição de Bernoulli – $Bernoulli(p)$
 - Distribuição Binomial - $Bin(p)$
 - Distribuição Poisson - $Poisson(\lambda)$

Histograma

- A distribuição pode ser obtida dos dados amostrados em situações reais através da construção de histogramas e ajustes de curvas (Best-fit – ver Input Analyser do Arena).



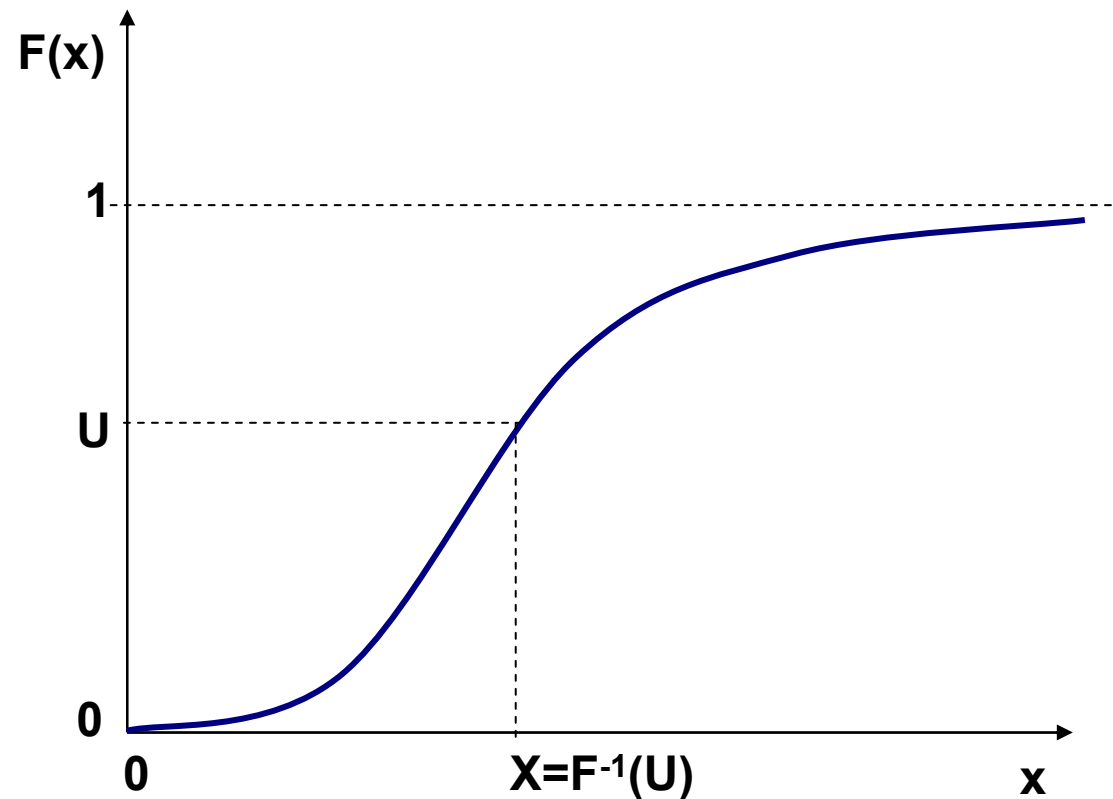
Geração de Números Aleatórios

- Como obter números aleatórios com uma determinada distribuição de probabilidade a partir de números aleatórios com distribuição uniforme?
- Soluções:
 - Transformada Inversa.
 - Aceitação/Rejeição.
 - Convolução (ou Composição).
 - Redução.

Método de Transformada Inversa

- Seja $F(X)$ a função de distribuição de probabilidade da qual se quer obter a amostra X .
- Consideremos que a variável aleatório $U = F(X)$ possui distribuição uniforme no intervalo $[0, 1]$ (lembrar que $F(x)$ indica uma probabilidade).
- Sorteamos um valor aleatório U entre 0 e 1 e calculamos $X = F^{-1}(U)$. Que será o valor aleatório de acordo com a função de distribuição de probabilidade desejada.

Método de Transformada Inversa



Exemplo: Método de Transformada Inversa

- Geração de número aleatório com distribuição exponencial
 - A função de distribuição de probabilidade de uma variável aleatória exponencial é

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

onde $1/\lambda$ é o valor médio da variável x .

- Fazendo $F(x) = u$, temos

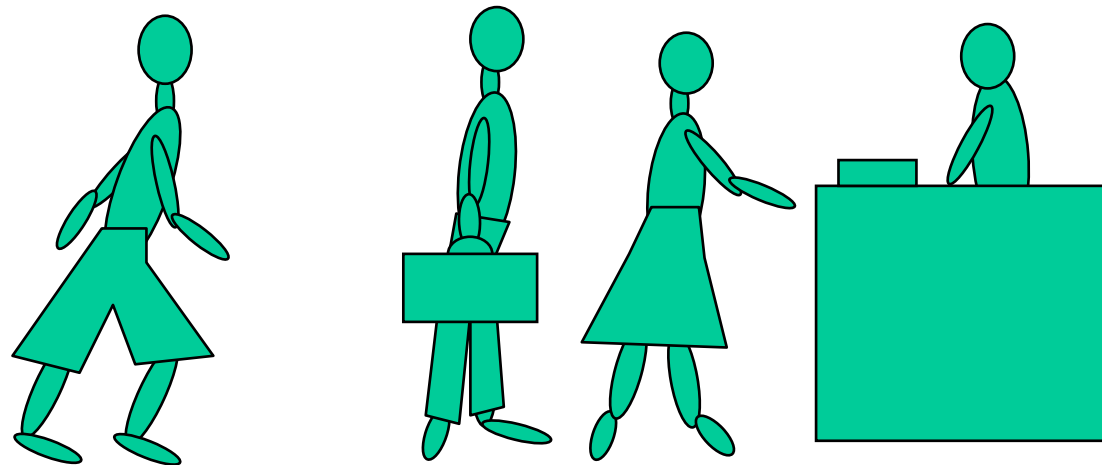
$$x = -(1/\lambda) \ln(1 - u)$$

- Assim se u tem distribuição uniforme no intervalo $[0,1]$, então x , calculado pela equação acima, tem distribuição exponencial com média $1/\lambda$.

Sistema de Filas de Eventos Discretos

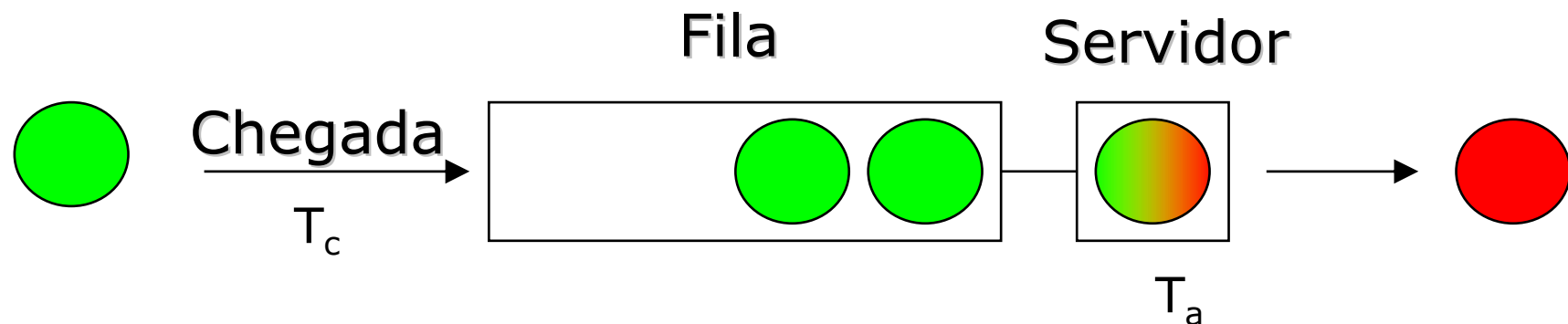
Modelo de fila simples

- A maior parte dos sistemas de serviços tais como bancos, supermercados, postos de gasolina, lanchonetes, são sistemas de fila que se enquadram na categoria de **sistemas de eventos discretos**.



Modelo de fila simples

- As filas simples são definidas por dois parâmetros:
 - T_c - Intervalo entre chegadas que é parâmetro de carga
 - T_a - Tempo de atendimento que é parâmetro de sistema
- Os parâmetros T_c e T_a em geral são variáveis aleatórias descritas por distribuições de probabilidade.



Modelo de fila simples

- Uma distribuição muito utilizada nos modelos de fila é a **exponencial** cujo parâmetro β pode representar o intervalo médio de chegada ou tempo médio de atendimento.
- Sistemas em que a chegada e o tempo de serviço ambos têm distribuição exponencial são denominados M/M/1 (M de Makoviano) e são apresentados no capítulo 3.

Resultados Analíticos:

Taxa de Chegada e Vazão de Saída

- Sendo T_c o intervalo médio de chegada, a **taxa de chegada** λ é o inverso de T_c , isto é:

$$\lambda = 1/T_c.$$

- Exemplo: Se o intervalo médio entre chegadas é 10 minutos, então a taxa de chegada é 1/10 clientes por minuto ou 6 clientes por hora.
- A **vazão de saída X** é o número de clientes que saem do sistema por unidade de tempo.
- Em um sistema bem dimensionado $X = \lambda$

Resultados Analíticos: Taxa de Atendimento e Utilização do Sistema

- Sendo T_a o tempo médio de atendimento, a **taxa de atendimento** μ é o inverso de T_a , isto é:
$$\mu = 1/T_a$$
- Exemplo: Se o tempo médio entre atendimento é 10 minutos, então a taxa de atendimento é 1/10 clientes por minuto ou 6 clientes por hora.
- A relação $U = \lambda/\mu$ é conhecida como **porcentagem de utilização** do sistema (em um sistema com uma fila e um servidor)

Resultados Analíticos: Tempo de Resposta ou Tempo Total

- **Tempo de Resposta** é a soma do tempo que o cliente levou para ser atendido com o tempo que ficou na fila.

$$T_r = T_a + T_w$$

Resultados Analíticos

- A teoria será vista mais adiante no curso.

- **Utilização do Recurso**

$$U = \lambda / \mu$$

- **Tempo de Resposta**

$$Tr = (1/\mu) / (1 - U)$$

- **Tempo de Atendimento**

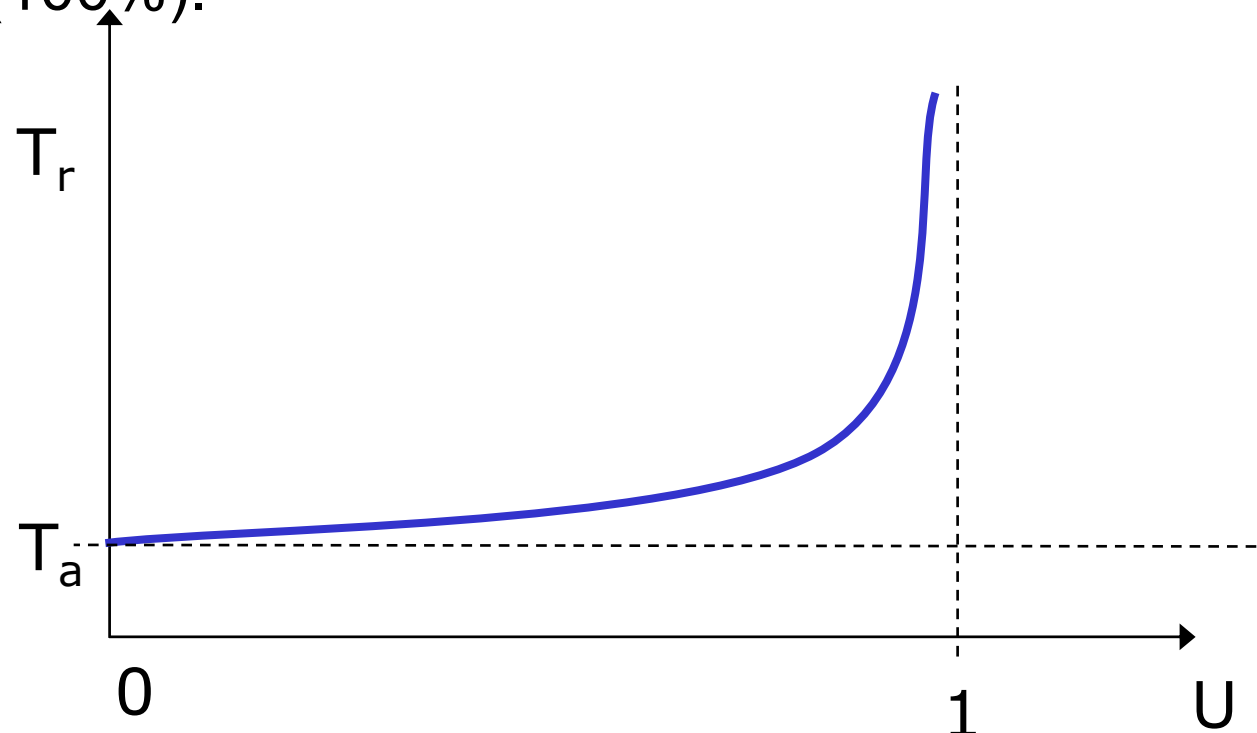
$$Ta = 1/\mu$$

- **Tempo de Espera**

$$Tw = U / [\mu * (1 - U)]$$

Tempo de Resposta x Utilização do Sistema

- Quando a utilização do sistema se aproxima de 1, o tempo de resposta tende a infinito, como mostra o gráfico a seguir. Em um sistema bem dimensionado U deve ser menor que 1 (100%).



Ferramentas de Simulação

Linguagens e Bibliotecas

- FORTRAN
 - Física, Astronomia, Meteorologia, Engenharia de minas.
- Simula67
 - 1ª linguagem voltada a simulações.
- C/C++
 - Amplamente usadas e disponíveis.
- Java
- FORTRAN Simulation Environment (FSE)
- SimLib (C – Kelton & Law)
- C++Sim
- Huffman (SimLib em Java)
- JavaSim (C++Sim em Java)
- J-Sim

Linguagens e Bibliotecas

- Limitações:
 - Linguagens de uso geral não dispõem de facilidades para análise estatística (escolha da distribuição, tratamento dos dados de entrada e saída).
 - Bibliotecas dedicadas permitem somente modelagem em “baixo nível” (código fonte).
 - Programação adicional (envolvendo eventualmente outras bibliotecas) é necessária para apresentar os dados adequadamente.

Aplicativos de Simulação

- Diminuem o tempo de desenvolvimento dos modelos.
- Recursos adicionais para visualização e animação.
- Uso geral (modelagem abstrata) ou uso específico (redes, manufatura, reengenharia de processos e serviços, genética, química, etc.).

Aplicativos de Simulação

- Pacotes de Uso Geral
 - Arena
 - GPSS/H
 - MODSIM, CACI e Marti
 - SES/workbench
 - SIMUL8
- Pacotes de uso em Manufatura
 - AutoMod
 - ProModel
 - Quest

Aplicativos de Simulação

- Pacotes para uso Redes de Computadores
 - Opnet
 - Comnet
 - NS-2 (software aberto)

Simulação de Eventos Discretos com ARENA

Arena

- Lançado pela empresa Systems Modeling em 1993, sucessor do SIMAN, desenvolvido em 1982. Atualmente é um produto da Rockwell Software.
- Possui uma interface gráfica GUI que permite a modelagem do sistema através de módulos.
- A versão Arena 7 Academic, disponível para uso livre de pagamento, e que será utilizada nos exemplos, possui limitações no número de entidades que podem ser criadas.
- Permite a modelagem de sistemas de eventos discretos envolvendo filas.

Etapas principais da simulação

1. Identificar as distribuições de probabilidade dos parâmetros e fatores;
2. Elaborar a modelagem utilizando os elementos da ferramenta escolhida (ARENA);
3. Validar o modelo de simulação;
4. Planejar e realizar os experimentos utilizando o simulador;
5. Analisar os resultados.

Elementos da Modelagem

- Entidades
 - São criadas ou entram no sistema e percorrem o sistema até a sua saída ou destruição.
- Atributos
 - Informações armazenadas junto com as entidades.
- Recursos
 - São requisitados pelas entidades para realizar atividades.
- Filas
 - Quando um recurso não está disponível a entidade espera em uma fila.

Elementos da Modelagem

Tipo de sistema	Entidades	Atributos	Recursos	Filas
Manufatura	Partes	Código de peças, datas de entrega	Máquinas, trabalhadores	Filas, estoques
Comunicações	Mensagens	Destino, comprimento da mensagem	Nós, enlaces	Buffers
Aeroporto	Aviões	Número do voo Capacidade	Pistas, terminais	Filas
Supermercados	Compradores	Tamanho da compra	Caixas	Filas

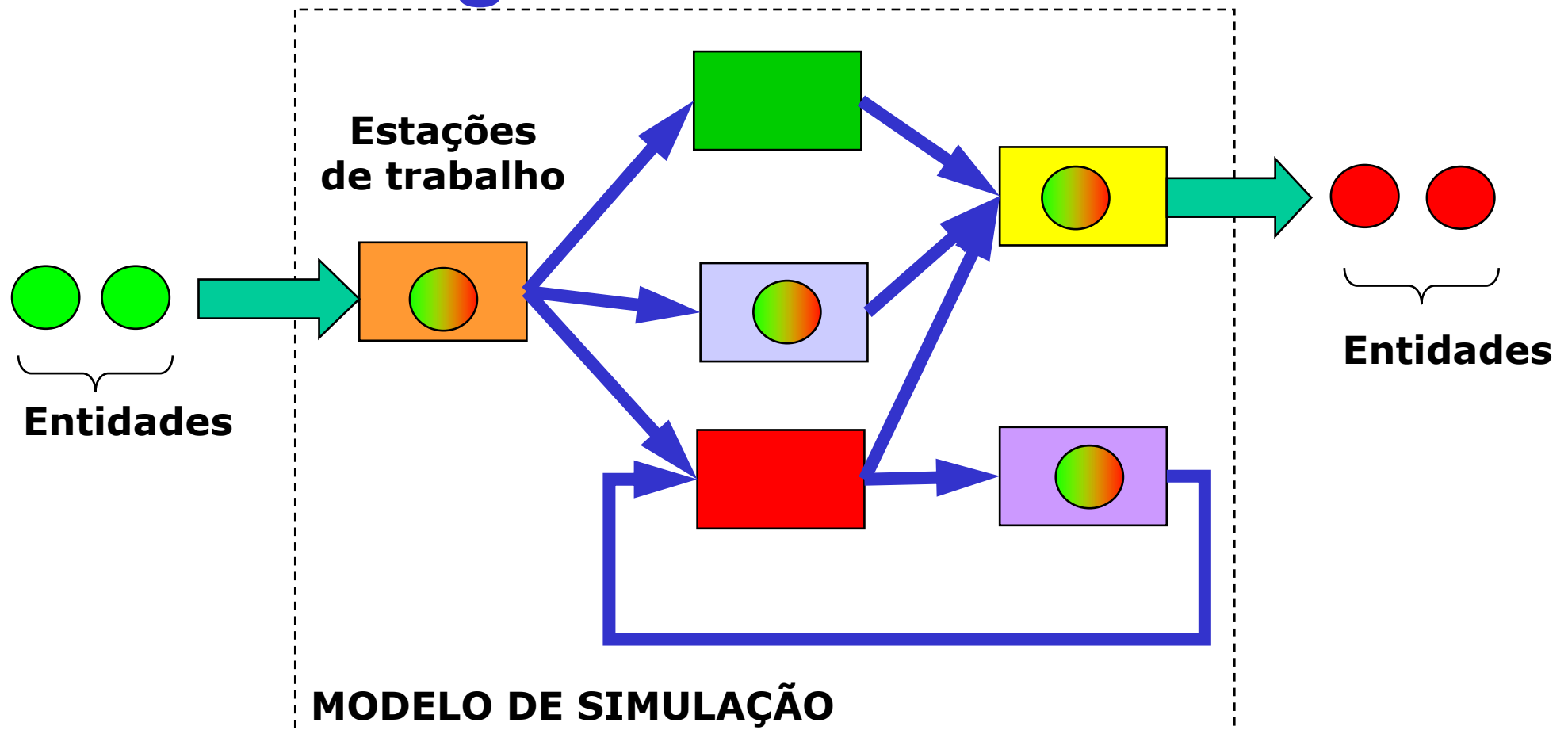
Ferramentas do Arena

- **Arena**: A ferramenta de modelagem e simulação
- **Input Analyser**: Realiza a análise estatística dos dados de entrada do sistema permitindo determinar a distribuição que mais se ajusta aos dados para entrada no simulador.
- **Output Analyser**: Realiza a análise estatística dos resultados da simulação.
- **Arena Viewer**: Visualizador da simulação.

Elementos da Modelagem

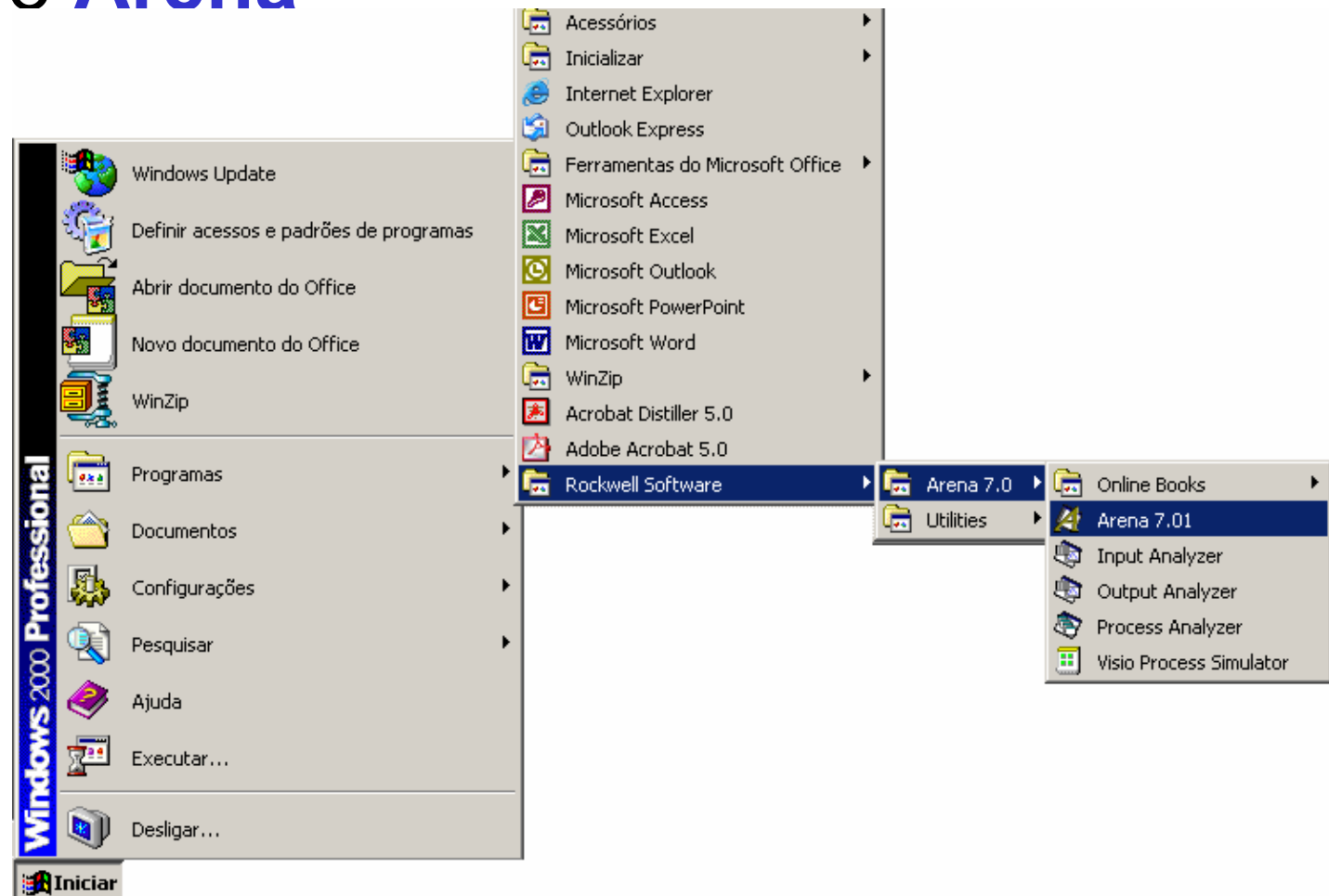
- **Entidades:** são as pessoas, transações ou tarefas que se movem ao longo do sistema.
- **Estações de trabalho:** onde será realizado algum serviço.
- **Fluxo:** caminhos que a entidade irá percorrer ao longo de estações.

Elementos em uma modelagem



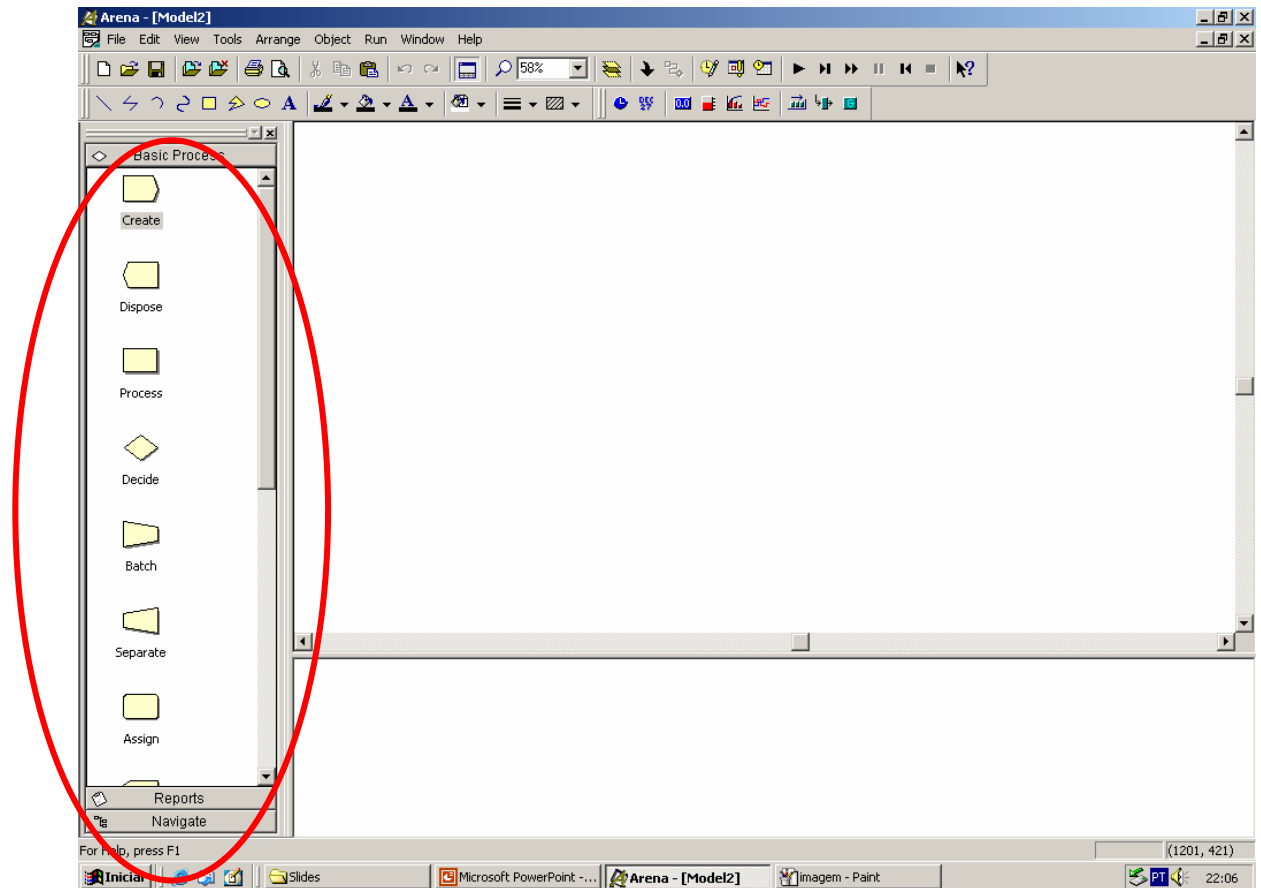
Primeiros passos

- Executar o **Arena**



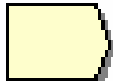
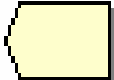


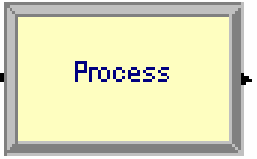

Criação de um Modelo

- Selecionando **File** e **New**, o Arena abrirá uma janela em branco para você editar o modelo. Do lado esquerdo aparecem os elementos básicos de simulação.

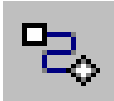


Criação de um Modelo

- Para inserir um módulo no modelo basta clicar em um elemento do **Basic process** e arrasta-lo para a janela de edição do modelo:

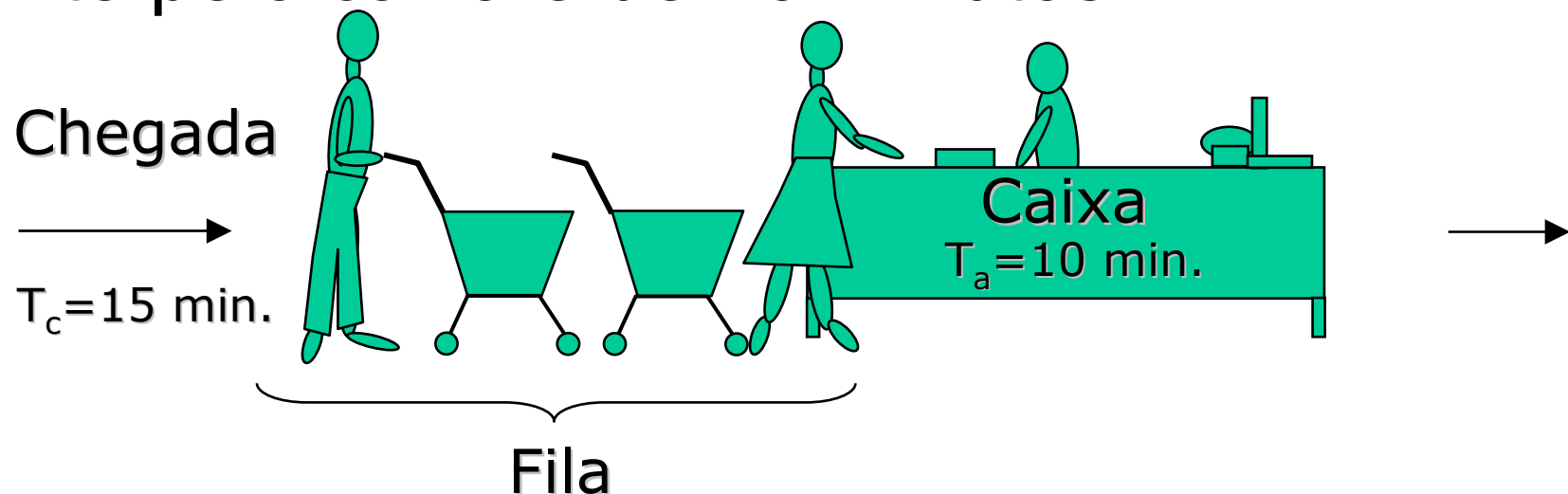
Elemento	 Create	 Dispose	 Process
Módulo inserido			

Criação de um Modelo

- Para definir os parâmetros do módulo, posicionar o cursor no retângulo que contem o nome do módulo e dar um duplo clique sobre o mesmo.
- Uma das formas de conectar módulos é através do ícone  que fica no menu na parte superior da janela principal.
- Clique neste ícone e, em seguida, clique no triângulo negro do módulo inicial e depois dê um clique duplo no retângulo negro do módulo final.

Exemplo 1: Fila única de supermercado

- Um pequeno supermercado possui uma única caixa sendo que os clientes chegam à fila do caixa em intervalos de tempo cuja média é 15 minutos. O tempo médio de atendimento de um cliente pelo caixa é de 10 minutos.



Exemplo 1: Fila única de supermercado

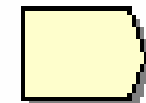
- Considerando que as distribuições dos intervalos de tempo de chegada e atendimento são exponenciais então o sistema será considerado M/M/1.
 - Intervalo de chegada exponencial com média 15 min.
 - Tempo médio de atendimento de 10 min.
 - Fila de tamanho infinito.

Construção do modelo

- Na construção deste primeiro modelo usaremos os seguintes elementos do Arena:
 - **Create**
 - **Process**
 - **Dispose**

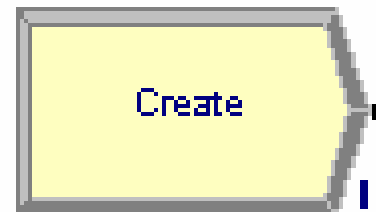
Construção do modelo

- O primeiro módulo a ser incluído é o **Create** ao selecionar o ícone



Create

- O **Create** tem como objetivo gerar entidades segundo uma distribuição especificada.



- O módulo gerado é

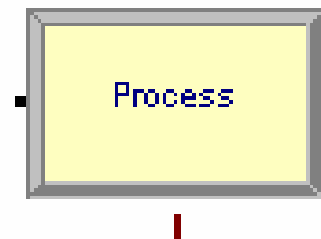
Construção do modelo

- Vamos agora incluir o módulo **Process** através do ícone



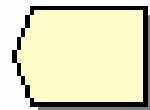
Process

- O **Process** representa um sistema com uma fila e um ou mais servidores, podendo-se especificar uma distribuição para o tempo de atendimento.
- O módulo gerado é



Construção do modelo

- Este modelo será finalizado com o módulo **Dispose** que define a saída do sistema. Este módulo é gerado ao selecionar o ícone



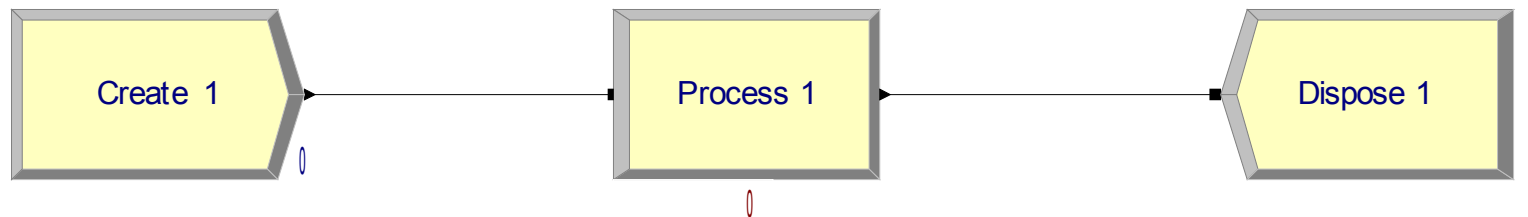
Dispose


- O módulo gerado é



Construção do modelo

- O modelo criado até este ponto é

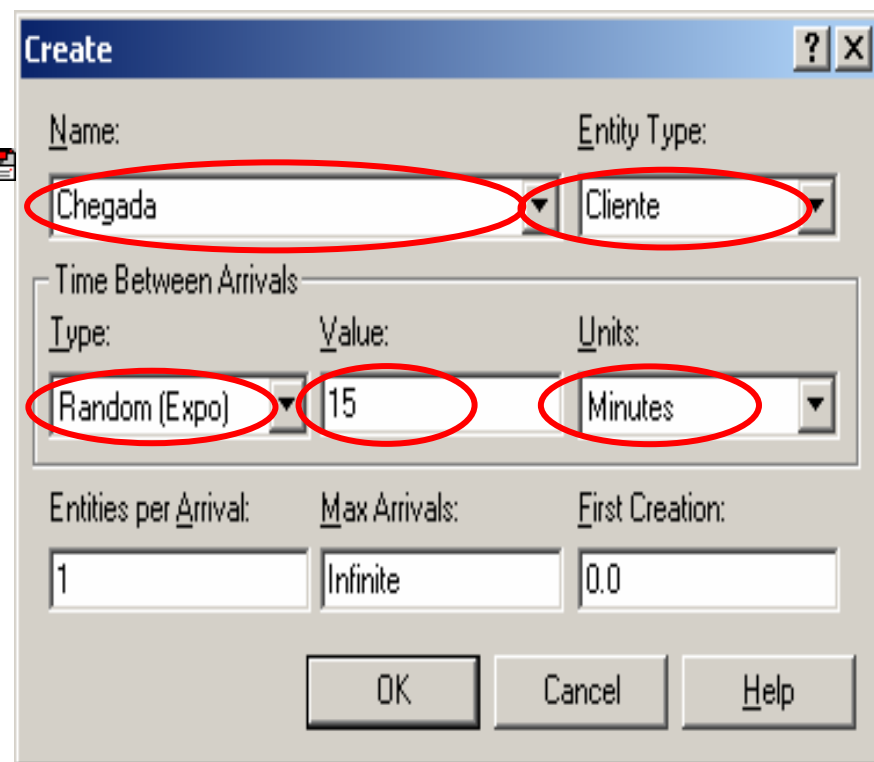


- Caso os módulos não estejam conectados, basta clicar em  e em seguida fazer a ligação dos módulos.
- Clicando duas vezes em cada módulo abrirá uma janela de definição de parâmetros do módulo.

Definição dos Parâmetros do Modelo

- Após dois cliques no retângulo do módulo **Create**, irá aparecer a janela de opções que permite definir os parâmetros do módulo.

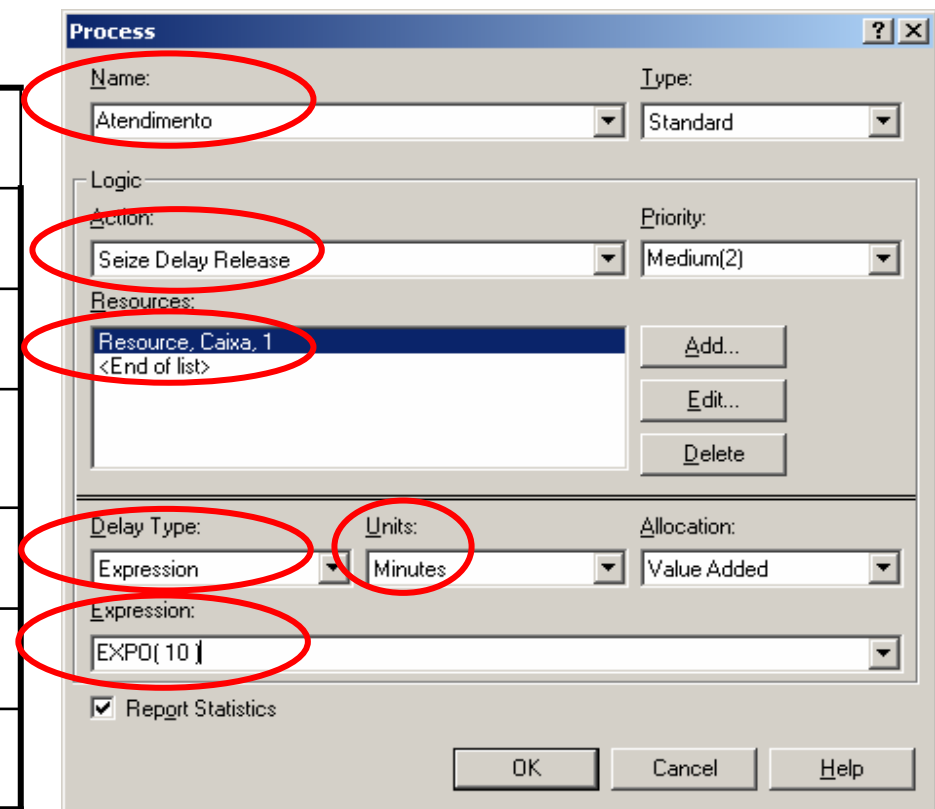
Parâmetro	Valor
Name	Chegada
Entity Type	Cliente
Type	Random (Expo)
Value	15
Units	Minutes



Definição dos Parâmetros do Modelo

- Após dois cliques no retângulo do módulo **Process** irá aparecer a janela de opções que permite definir os parâmetros do módulo.

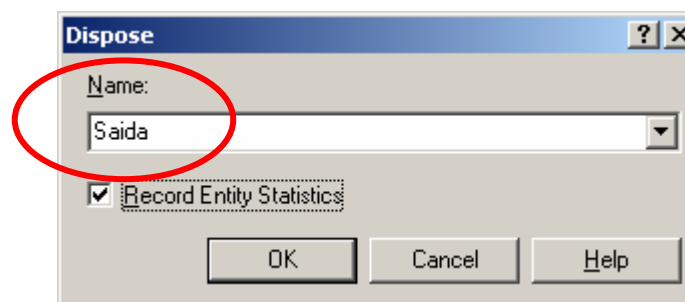
Parâmetro	Valor
Name	Atendimento
Action	Seize delay Release
Resources	Caixa, 1
Delay Type	Expression
Units	Minutes
Expression	EXPO(10)



Definição dos Parâmetros do modelo

- Finalmente dar dois cliques no retângulo do módulo **Dispose** e irá aparecer a janela para definição de parâmetros.
- Nesta janela em **Name**, onde aparece **Dispose 1** colocar **Saida**.

Parâmetro	Valor
Name	Saida

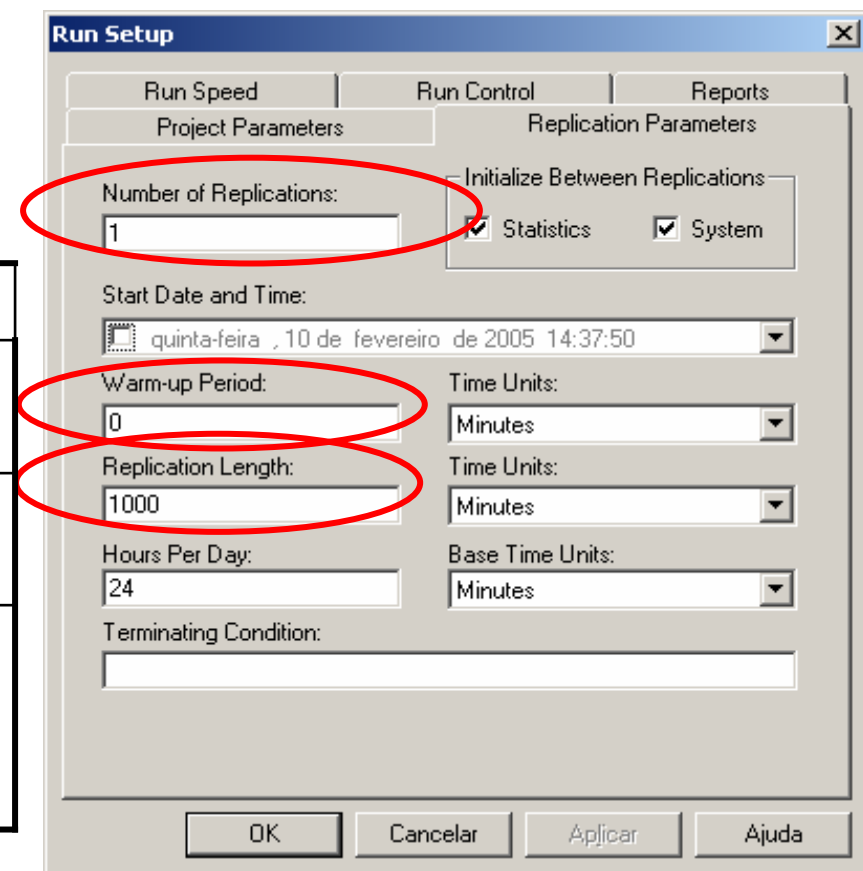


- Outra alternativa para alterar parâmetros é selecionando o módulo e alterando diretamente na janela da parte inferior da tela.
- Atenção: Não use acentuação ou c-cedilha nos nomes ou vírgula para número decimal.

Parâmetros da Simulação

- Clicando em **Run** do menu principal e em seguida em **Setup...**, irá aparecer a janela ao lado que permite definir parâmetros da simulação na pasta **Replication Parameters**.

Parâmetro	Valor	Significado
Number of Replication	1	Número de repetições da Simulação
Warm-up	0 min.	Tempo até o sistema atingir o equilíbrio
Replication Length	1000 min.	Tempo escolhido para duração de cada replicação da simulação (tempo simulado)



Run Setup

Run Speed | Run Control | Reports

Project Parameters | Replication Parameters

Number of Replications: 1

Initialize Between Replications: ☒ Statistics ☒ System

Start Date and Time: quinta-feira, 10 de fevereiro de 2005 14:37:50

Warm-up Period: 0

Replication Length: 1000

Hours Per Day: 24


Terminating Condition:

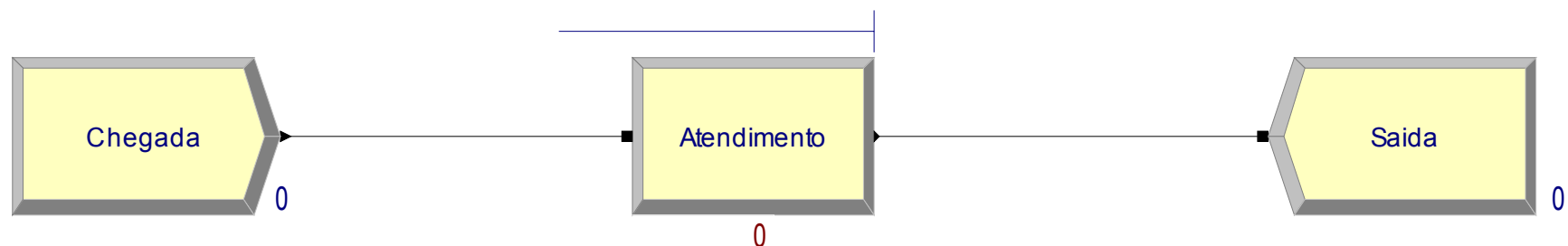
Time Units: Minutes

Base Time Units: Minutes

OK Cancel Aplicar Ajuda

Modelo de simulação

- Para executar a simulação basta selecionar nas opções do menu **Run** e **Go** ou clicar em  na barra de ferramentas sob o menu principal.



Relatórios da Simulação

Entity

Time

V/A Time

	Average
Cliente	12.1197

NVA Time

	Average
Cliente	0.00

Wait Time

	Average
Cliente	27.4469

Transfer Time

	Average
Cliente	0.00

Other Time

	Average
Cliente	0.00

Total Time

	Average
Cliente	39.5668

Other

Number In

	Value
Cliente	64

Queue

Time

Waiting Time

	Average
Atendimento.Queue	27.0488

Other

Number Waiting

	Average
Atendimento.Queue	1.6864

Resource

Usage

Instantaneous Utilization

	Average
Caixa	0.7525

Number Busy

	Average
Caixa	0.7525

Number Scheduled

	Average
Caixa	1.0000

Scheduled Utilization

	Value
Caixa	0.7525

Total Number Seized

	Value
Caixa	61.0000

Relatório da Simulação

- Entre os resultados apresentados destacam-se (valores médios):

Value Added Time da entidade Cliente (tempo médio de atendimento)	12.1197 min.
Wait Time da entidade Cliente (tempo de espera)	27.4469 min.
Tempo na fila de atendimento	27.0488 min.
Total Time da entidade Cliente	39.5666 min.
Utilização do caixa (tempo ocupado)	0.7525 (75,25%)
Number in (Clientes que chegaram ao supermercado)	64
Total number seized (Clientes atendidos)	61

Cálculos analíticos

- Podemos comparar os resultados da simulação com os analíticos utilizando as fórmulas apresentadas anteriormente para sistemas M/M/1:

Taxas de Chegada e Atendimento

$$\lambda = 1/T_c = 1/15$$

$$\mu = 1/T_a = 1/10$$

Utilização do Recurso

$$U = \lambda/\mu = 10/15 = 0,6666...$$

Tempo de Resposta

$$Tr = (1/\mu)/(1 - U) = (10/1)/(1 - 10/15) = 30 \text{ min.}$$

Tempo de Atendimento

$$Ta = 1/\mu = 10 \text{ min}$$

Tempo de Espera

$$Tw = U/[\mu*(1 - U)] = (10/15)/((1/10)*(1 - 10/15)) = 20 \text{ min.}$$

Exercícios com o Simulador de caixa de Supermercado

1. Execute a simulação especificando um tempo de Warm-up de 100 minutos. Qual a diferença nos valores em relação a sem Warm-up?
2. Realize a simulação por tempos maiores, tais como 5.000 min., 10.000 min., etc. Verifique se os valores da simulação (Tempo médio total, Tempo médio de espera, Utilização do sistema) se aproximam dos valores analíticos. Faça os gráficos da aproximação.

Exercícios com o Simulador de caixa de Supermercado

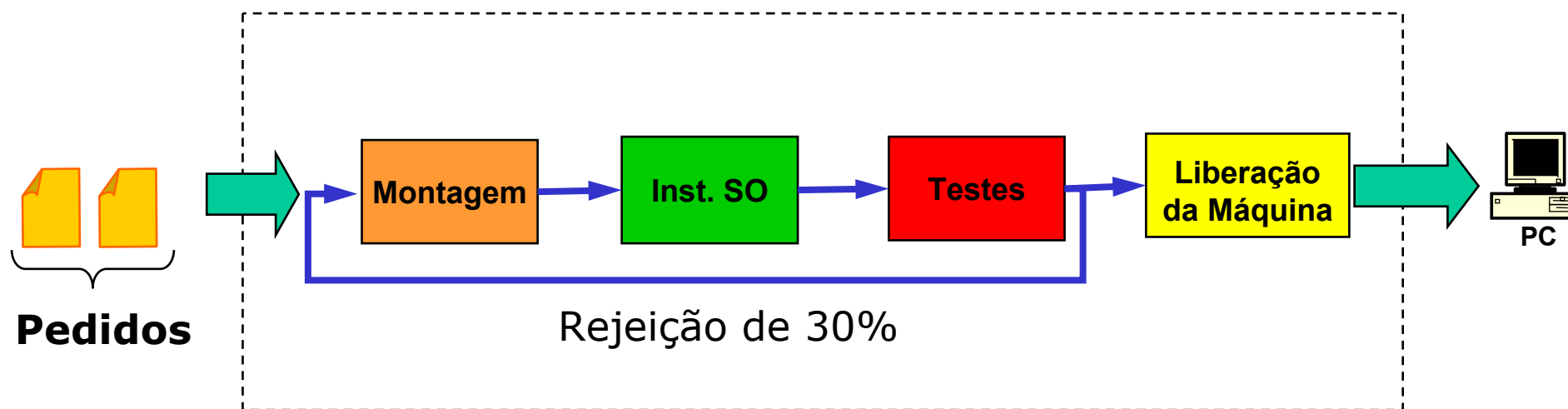
3. Execute a simulação com 10 replicações de 10000 minutos cada uma e compare as médias dos resultados com os resultados anteriores e com os valores analíticos. Houve uma melhoria na aproximação?
4. Que alteração deve ser feita no modelo para colocar 2 ou mais caixas com fila única? Dica: Clicar no bloco **Resource** no painel de ferramentas à esquerda da tela.
5. Verifique o que é melhor:
 - a) Uma fila única com 3 caixas ou
 - b) Três caixas com filas independentes (a chegada se divide com igual probabilidade entre as três caixas).

Exercícios com o Simulador de caixa de Supermercado

- Envie por e-mail um relatório com as análises realizadas juntamente com os arquivos .doe correspondentes aos modelos de simulação.

Exemplo 2: Linha de Montagem

- Ao entrar um pedido de um computador em uma linha de montagem, o pedido é processado nas etapas: montagem do hardware, instalação do SO, testes e liberação da máquina. Se a máquina não passar nos testes o pedido volta ao início da linha.

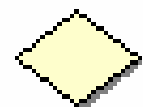


Exemplo 2: Linha de Montagem

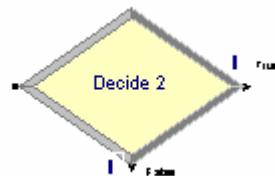
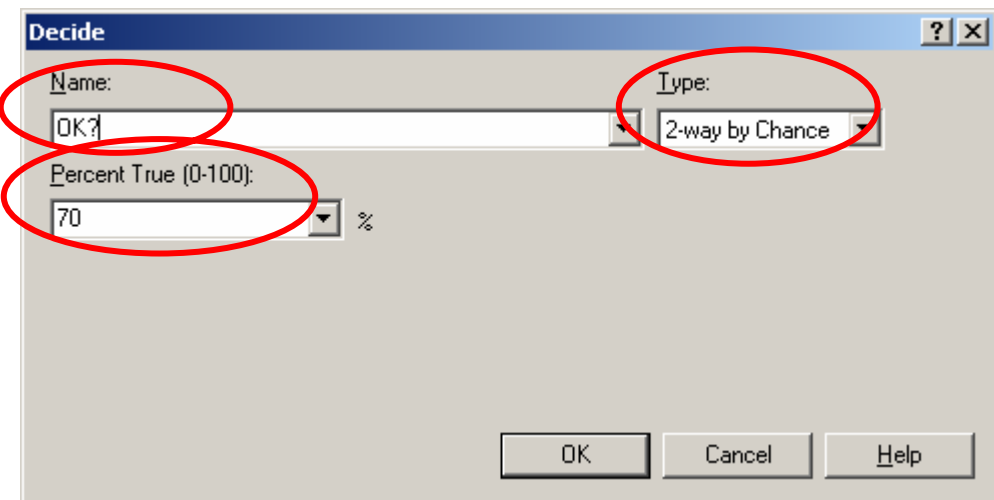
- Etapas da montagem:
 1. Intervalo entre chegadas de pedido (Exponencial, média=100);
 2. Tempo de montagem de módulos (Triangular, mínimo=60, moda=80 min, máximo=100);
 3. Tempo de instalação do sistema operacional (Triangular, mínimo=80, moda=100 min, máximo=120);
 4. Tempo de testes de funcionamento (Triangular, mínimo=50, moda=60, máximo=70)
 5. Índice de falhas=30% de montage,
 6. Se for aprovada nos testes a máquina é liberada, caso contrário, o pedido volta à etapa 2.
- Desejamos saber:
 - O tempo médio para liberação de um computador após o pedido.
 - A produção da empresa após 2 dias de simulação considerando dia de 8 horas.

Exemplo 2: Módulo Decide

- Permite a especificação de condições a serem verificadas sobre variáveis ou atributos, ou então probabilidades de seguirem em duas ou mais direções. No exemplo será utilizado probabilidade de ir em diferentes direções (70% e 30%)



Decide

Decide

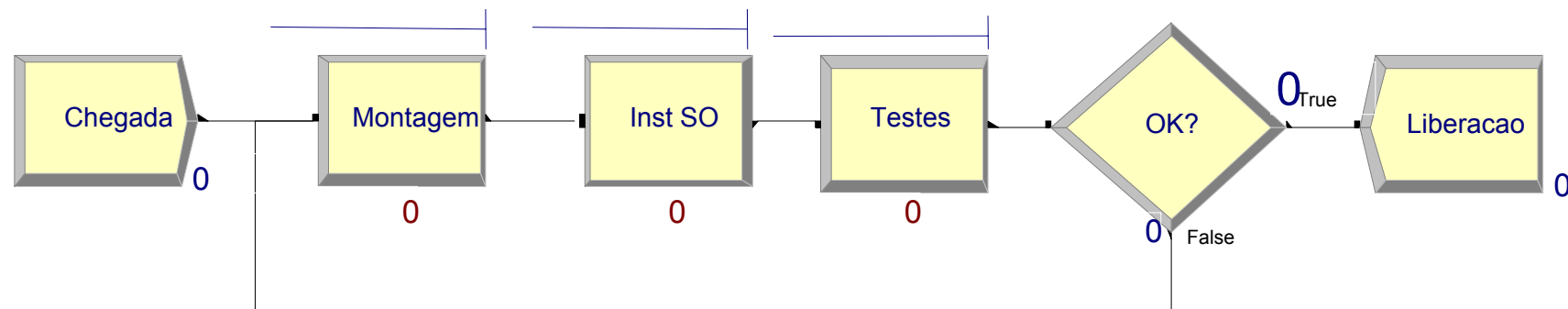
Name: OK?

Type: 2-way by Chance

Percent True (0-100): 70 %

OK Cancel Help

Exemplo 2: Modelo da Linha de Montagem



Exemplo 2: Relatório

Entity

Time

VA Time	Average
Pedido	314.21
NVA Time	Average
Pedido	0.00
Wait Time	Average
Pedido	214.87
Transfer Time	Average
Pedido	0.00
Other Time	Average
Pedido	0.00
Total Time	Average
Pedido	529.07
Number In	Value
Pedido	13

Queue

Time

Waiting Time	Average	Half Width	Minimum Value	Maximum Value
Inst S.O. Queue	65.0774	(Insufficient)	0.00	152.73
Montagem Queue	195.84	(Insufficient)	0.00	290.93
Testes Queue	0.00	(Insufficient)	0.00	0.00



Other

Number Waiting	Average	Half Width	Minimum Value	Maximum Value
Inst S.O. Queue	0.8318	(Insufficient)	0.00	2.0000
Montagem Queue	3.5075	(Insufficient)	0.00	6.0000
Testes Queue	0.00	(Insufficient)	0.00	0.00



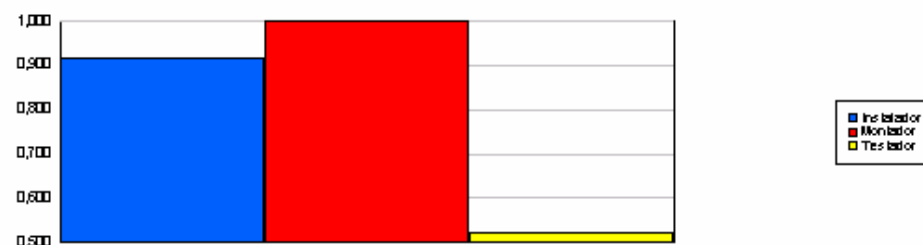
Exemplo 2: Relatório

Resource

Usage

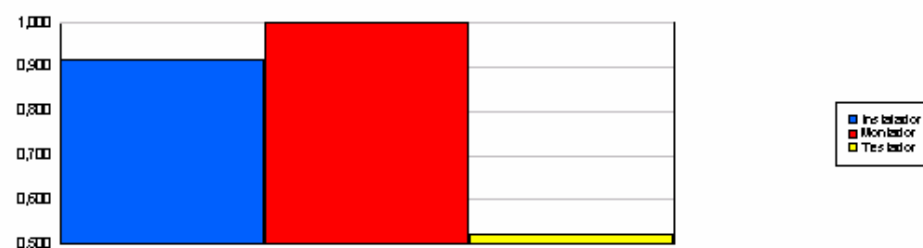
Instantaneous Utilization

	Ave rage	Half Width	Minimum Value	Maximum Value
Instalador	0.9162	(Insufficient)	0.00	1.0000
Montador	1.0000	(Insufficient)	0.00	1.0000
Testador	0.5243	(Insufficient)	0.00	1.0000



Number Busy

	Ave rage	Half Width	Minimum Value	Maximum Value
Instalador	0.9162	(Insufficient)	0.00	1.0000
Montador	1.0000	(Insufficient)	0.00	1.0000
Testador	0.5243	(Insufficient)	0.00	1.0000



Gargalo do Sistema

- Quando o sistema é uma rede de estações com servidores, então o **gargalo do sistema** é a estação com a maior taxa de utilização.
- O desempenho do sistema será limitado pela estação que é o gargalo do sistema.

Exercício

1. Verifique quais são os gargalos do sistema.
2. Como a linha de montagem deve ser redimensionada para garantir a vazão de 0.01 máquinas por hora que corresponde à taxa de chegada de pedidos?
3. Altere o modelo de forma a incluir uma etapa de re-processamento de máquinas com falhas em lugar de refazer o pedido do zero.
 - Envie um relatório por e-mail com as análises realizadas.

Referências

- Kelton, W. D., Sadowski, R. P., Sadowski, D. A., “Simulation with ARENA”, 3rd Edition, McGraw-Hill, ISBN 0-07-0285694-7, 2004. Inclui CD com o ARENA versão 7 Acadêmica.

Perguntas?