

### **Aplicação em *Risers***

Inicialmente, o estudo da aplicação de dutos compósitos como *risers* foi realizado pela *Koch Exploration & Development Company*, durante a década de 1950, com o objetivo de produzir o petróleo a partir de poços altamente corrosivos, utilizando materiais reforçados por fibras de vidro [4].

Tarnopol'skii *et al.* [6], em seu estudo, mostraram a importância dos materiais compósitos na indústria *offshore* e avaliaram a aplicação de *risers* híbridos metal-compósito submetidos a pressões interna e externa, gravidade e forças aplicadas no topo. Para eles, o *riser* deve apresentar uma camada interna metálica, servindo como mandril para o enrolamento filamentar e garantindo a estanqueidade do duto. Deve também conter camadas circunferenciais de material compósito, assegurando resistência às pressões interna e externa, além de camadas helicoidais para suportar as tensões axiais. Desta maneira, estes materiais são uma boa escolha para aplicações em profundidades maiores que 1500m.

Odrú *et al.* [7] concluíram que *risers* de produção compósitos levam à grande diminuição de peso nas estruturas. Porém, tal redução de peso do *riser*, quando cheio de gás, deve ser ajustada para que a estrutura não apresente flutuabilidade e venha causar flambagem longitudinal.

Adicionalmente, Gibson [8] cita que com o advento da produção em águas profundas, a utilização de materiais compósitos em *risers* rígidos é motivada por benefícios como a redução do custo dos sistemas de flutuação e a redução da seção transversal do *riser*, levando à diminuição das tensões causadas pelo arrasto hidrodinâmico.

### **3.3. Mecânica de Materiais Compósitos**

Segundo Kollár e Springer [9], os passos do projeto de uma estrutura constituída por laminados compósitos, mostrado Figura 3.3 (adaptada de [9]), partem das propriedades dos constituintes; utilizando a micromecânica para o cálculo das propriedades da lâmina, a partir da qual já não importam mais as relações microestruturais e esta é tratada como um material ortotrópico homogêneo [1]. Subsequentemente, faz-se o estudo da macromecânica para a avaliação do comportamento mecânico do laminado como um conjunto de lâminas empilhadas e, por fim, a estrutura formada pelos laminados é analisada de maneira global.

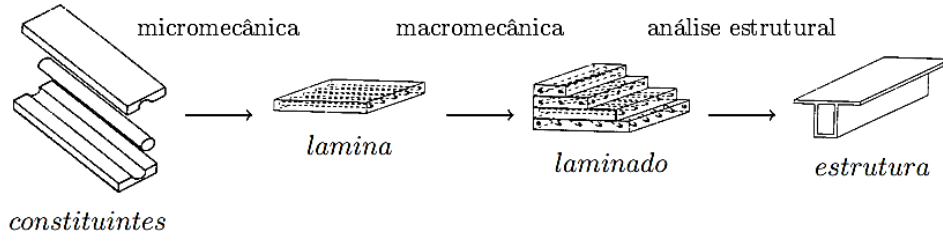


Figura 3.3 Etapas do projeto de uma estrutura de laminados compósitos.

### Mecânica de Lâminas Unidirecionais

Lâminas unidirecionais são definidas como camadas onde a fase de reforço, ou fibra, está distribuída de maneira uniforme na matriz e alinhada segundo apenas uma direção.

Dentro de um laminado compósito, as lâminas podem ser ditas como as unidades básicas, já que neste estágio do projeto as propriedades dos constituintes já não importam mais, visto que após as considerações da micromecânica as lâminas são consideradas materiais ortotrópicos com suas próprias constantes de engenharia.

Na relação constitutiva de um material ortotrópico (Equação 3.1), que relaciona as tensões ( $\sigma_i$  e  $\tau_{ij}$ ) com as deformações ( $\epsilon_i$  e  $\gamma_{ij}$ ), a matriz de rigidez  $[C]$  apresenta apenas 9 coeficientes independentes para o caso tridimensional, ao contrário dos 21 presentes em um material sem planos de simetria, ou anisotrópico [1].

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & sim & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

Para o caso particular de uma lâmina ortotrópica pode-se assumir o estado plano de tensões. Em sua relação constitutiva (Equação 3.2), a matriz de rigidez é chamada de matriz de rigidez reduzida,  $[Q]$ , e possui apenas 4 coeficientes independentes [10].

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ & Q_{22} & 0 \\ sim & & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

Em que  $Q_{ij}$  podem ser expressos em termos das constantes de engenharia ( $E_i$ ,  $\nu_{ij}$  e  $G_{ij}$ ).

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} ; Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} ; Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} ; Q_{66} = G_{12} \quad (3.3)$$

De maneira geral, os laminados compósitos são constituídos por mais de uma lâmina, muitas vezes posicionadas com um ângulo  $\theta$  entre seu sistema de coordenadas (1-2) e o sistema de coordenadas do laminado, ou global (X-Y), como mostrado na Figura 3.4.

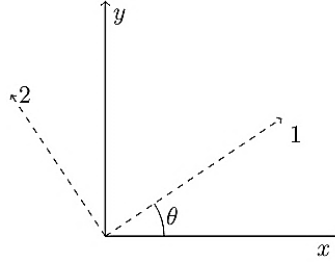


Figura 3.4 Sistemas de coordenadas local e global

Portanto, para a obtenção das tensões e deformações em coordenadas globais (Equação 3.5) é necessário que se realize uma transformação de sistema de coordenadas, utilizando a matriz de transformação  $[T]$  (Equação 3.4) [10,11].

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin^2(\theta) & 2\sin(\theta)\cos(\theta) \\ \sin^2(\theta) & \cos^2(\theta) & -2\sin(\theta)\cos(\theta) \\ -\sin(\theta)\cos(\theta) & 2\sin(\theta)\cos(\theta) & \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-T} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

Então, reescrevendo a relação constitutiva (Equação 3.2) em termos de tensões e deformações globais (Equação 3.5), obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ & Q_{22} & 0 \\ sim & & Q_{66} \end{bmatrix} [T]^{-T} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

E considerando a matriz de rigidez reduzida em coordenadas globais  $[Q'] = [T]^{-1}[Q][T]^{-T}$ , a relação constitutiva pode ser escrita como:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [Q'] \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

## Análise de Laminados

Laminados compósitos são constituídos por lâminas onde geralmente as dimensões planares estão uma ou duas ordens acima da espessura e são normalmente solicitados em tração e flexão. Portanto, segundo Reddy [12], estes elementos podem ser tratados como placas. Reddy [12] ainda classifica as teorias de análise de placas, ou laminados compósitos, em grupos, mostrados na Figura 3.5.

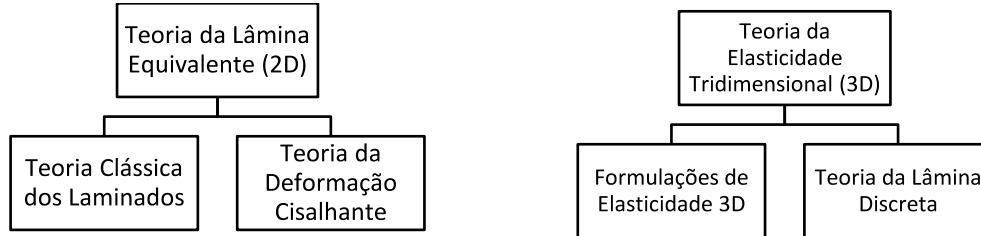


Figura 3.5 Teorias de análise de laminados compósitos

Como o modelo desenvolvido neste estudo, mostrado na Seção 4.1, baseia-se na teoria clássica dos laminados, esta será a única aqui tratada.

A teoria clássica dos laminados é uma extensão da teoria das placas, aplicada aos materiais compósitos laminados. Nela são asseguradas as hipóteses de Kirchhoff [12], ou seja, normais ao plano médio não sofrem alongamento, somente rotação, permanecendo retas e perpendiculares ao plano médio na configuração deformada. Além das hipóteses de Kirchhoff, outras considerações são feitas para o desenvolvimento do modelo:

- i. As camadas estão perfeitamente aderidas entre si.
- ii. O material de cada camada é linear elástico e ortotrópico.
- iii. As camadas possuem espessura constante.
- iv. As deformações e deslocamentos são pequenos.
- v. O cisalhamento transversal nas faces externas do laminado é zero.

### Cinemática

Considerando uma placa solicitada mecanicamente, mostrada na Figura 3.6, o deslocamento em  $x$  de um ponto  $B$  afastado por  $z_B$  do plano médio da placa pode ser dividido em duas parcelas: uma referente ao deslocamento da normal que contém este ponto,  $u_{AA'}$ , e a segunda é resultante da rotação desta normal,  $u_{A'B'}$ . Portanto:

$$u = u_{AA'} + u_{A'B'} \quad (3.8)$$

No entanto é possível reescrever a parcela  $u_{A'B'}$  em termos do ângulo de rotação,  $\beta$ , considerando pequenos deslocamentos ( $\beta \approx \tan \beta$ ).

$$u = u_{AA'} - z_B \tan \beta \quad (3.9)$$

Ou

$$u = u_{AA'} - z_B \frac{\partial w(x)}{\partial x} \quad (3.10)$$

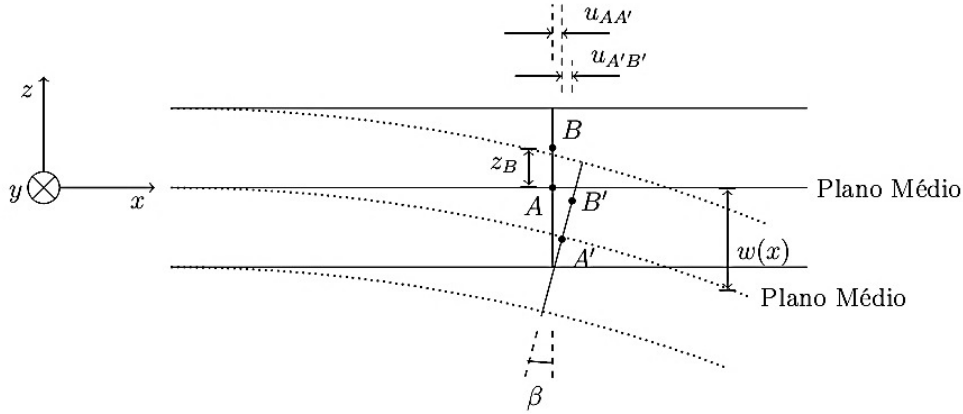


Figura 3.6 Configurações original (—) e deformada (---) de uma lamina (plano x-z).

Onde  $w(x)$  é a distância entre o plano de referência da configuração original e da deformada. Reescrevendo para quaisquer pontos  $A$  e  $B$ , e analogamente para  $y$ , o campo de deslocamentos para o caso bidimensional (sendo  $w = w(x, y)$ ), é dado por:

$$\begin{aligned} u &= u_0 - z_B \frac{\partial w}{\partial x} \\ v &= v_0 - z_B \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Portanto, substituindo os deslocamentos nas equações da cinemática, obtêm-se o campo de deformações na placa:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u_0}{\partial x} - z_B \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v_0}{\partial y} - z_B \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} &= \left( \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - z_B \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Sendo as curvaturas do plano médio,  $k$ , dadas por:

$$k_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad , \quad k_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad , \quad k_{xy} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (3.13)$$

O campo de deformações pode ser reescrito, na forma vetorial como:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

Em que  $\epsilon_x^0, \epsilon_y^0, \gamma_{xy}^0$  são as deformações no plano médio da placa.

### Equilíbrio

Para a descrição das forças e momentos resultantes na placa (Equação 3.15), considerando-se o sistema mostrado na Figura 3.7.

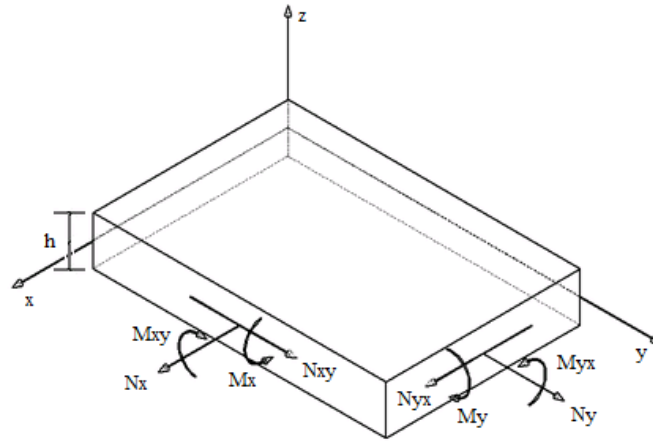


Figura 3.7 Sistema de forças e momentos aplicados à placa.

$$\begin{aligned} N_x &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x dz \quad , \quad N_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y dz \quad , \quad N_{xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy} dz \\ M_x &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z \sigma_x dz \quad , \quad M_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z \sigma_y dz \quad , \quad M_{xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z \tau_{xy} dz \end{aligned} \quad (3.15)$$

Aplicando a relação constitutiva (Equação 3.7) e equação da cinemática (Equação 3.14) obtém-se:

$$\begin{aligned} \{N\} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [Q'] \{\epsilon^0\} + z [Q'] \{k\} dz \\ \{M\} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z [Q'] \{\epsilon^0\} + z^2 [Q'] \{k\} dz \end{aligned} \quad (3.16)$$

De onde é possível obter as matrizes de rigidez do laminado  $[A]$ ,  $[B]$  e  $[D]$ .

$$[A] = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [Q'] dz \quad , \quad [B] = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z [Q'] dz \quad , \quad [D] = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^2 [Q'] dz \quad (3.17)$$

Integrando para um laminado com  $n$  camadas, assumindo rigidez constante para cada uma das camadas, as matrizes de rigidez podem ser escritas como o somatório da rigidez individual de cada camada.

$$\begin{aligned} [A] &= \sum_{k=1}^n [Q'] (z_k - z_{k-1}) \\ [B] &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [Q'] (z_k^2 - z_{k-1}^2) \\ [D] &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [Q'] (z_k^3 - z_{k-1}^3) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Em que  $z$  é a cota de cada superfície de cada uma das camadas, como mostrado na Figura 3.8.

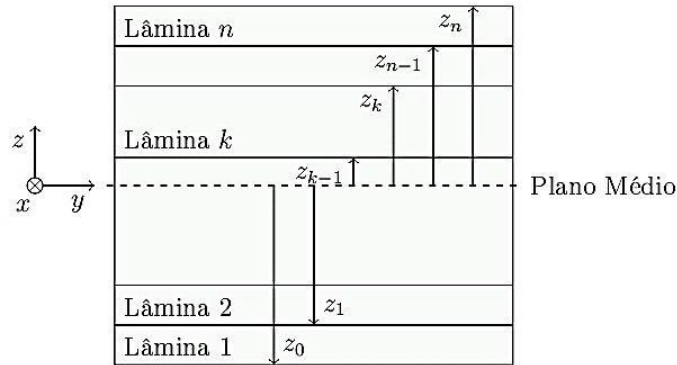


Figura 3.8 Disposição das  $n$  camadas de um laminado.

Portanto a relação entre as forças e momentos resultantes e as deformações e curvaturas no laminado, são escritas como:

$$\begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\epsilon\} \\ \{k\} \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

A Figura 3.9 mostra o procedimento descrito por Sheno e Wellicome [10] para o cálculo das tensões e deformações em cada lâmina de um laminado, dados a matriz de rigidez do material  $[Q]_k$  e o ângulo de orientação  $\theta_k$  de cada camada, submetido a um sistema de forças  $\{N\}$  e momentos  $\{M\}$ .

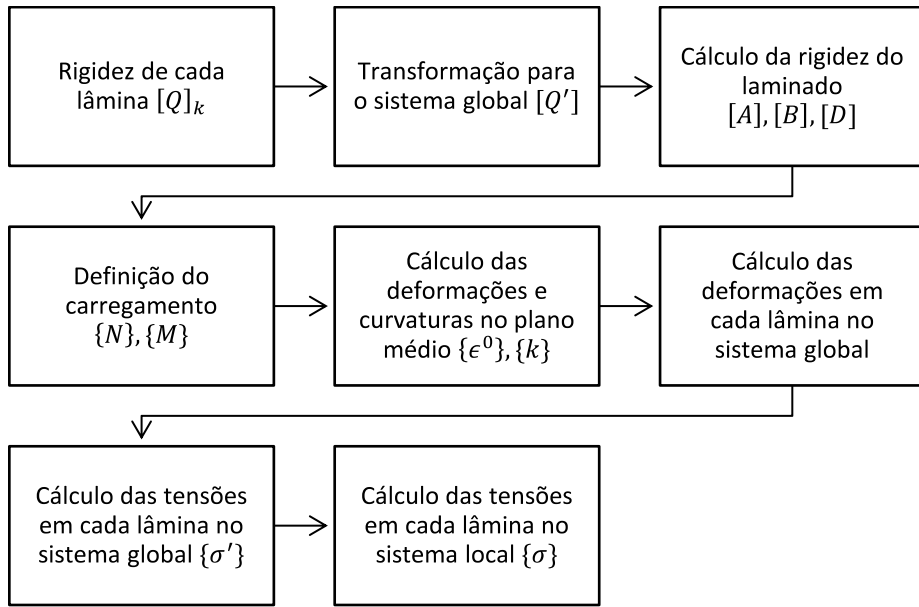


Figura 3.9 Procedimento para o cálculo das tensões em cada lamina.

### Critérios de Falha

De maneira geral, os critérios de falha para materiais ortotrópicos foram propostos como extensões ou adaptações dos critérios existentes para materiais isotrópicos.

#### Critério de Máxima Tensão

O critério de máxima tensão é uma extensão do critério de Rankine (máxima tensão normal), aplicado aos materiais ortotrópicos. Nele assume-se a falha quando um dos componentes da tensão atinge valor igual ou superior ao limite de resistência na respectiva direção. O envelope de falha no espaço das tensões está mostrado na Figura 3.10.

$$\sigma_1 = \begin{cases} X_t, & \text{se } \sigma_1 > 0 \\ -X_c, & \text{se } \sigma_1 < 0 \end{cases} \quad \text{Modo I}$$

$$\sigma_2 = \begin{cases} Y_t, & \text{se } \sigma_2 > 0 \\ -Y_c, & \text{se } \sigma_2 < 0 \end{cases} \quad \text{Modo II}$$

$$|\tau_{12}| = S_{12} \quad \text{Modo III} \quad (3.20)$$