Universidade Federal do Rio de Janeiro

UFRJ



Compósitos – Macromecânica

Aluno: Henrique Karl Fernandes Maia

Data: 03/11/2014

Professor: Fernando Luiz Bastian

1 - O Trabalho

1.1 - Relatório

1.2 - Matrizes T

1.3 - Matrizes Ql

1.4 - Gráfico Teta x Pmax

2 - Trabalho com resolução semicontinua

3.1 - Relatório

3.2 - Matrizes T

3.3 - Matrizes Ql

3.4 - Valores Teta x Pmax

3.5 - Gráfico Teta x Pmax

O código do programa pode ser baixado em: goo.gl/5a9B0f

Ele requer que o computador tenha o Python 3.4 instalado, assim como o módulo numpy

1 - Trabalho

Primeiramente, segue o trabalho com o que foi pedido

Problema proposto:

Encontrar P máxima para diferentes ângulos teta

Encontrar ângulo que suporta maior P máxima

Os parâmetros fornecidos pelo problema foram:

Diâmetro do tubo = 12 in

Matriz = Epoxi

Fibra = VidroE

Número de camadas = 6

Espessura das camadas = 0.5mm

Angulos teta = [0,15,30,45,60,75,90] - discreto

Arrânjo dos ângulos - [1,-1,1,1,-1,1]

Os parâmetros da fibra usada são:

E1 = 45600

E2 = 16200

G12 = 5830

v12 = 0.278

Xt = 1280

Xc = 800

Yt = 40

Yc = 145

S12 = 73

Com os parâmetros dados, pode-se calcular as alturas inicial e final de cada camada

Inicial Final

Camada 1 - -1.5 -1

Camada 2 - -1 -0.5

Camada 3 - -0.5 0

Camada 4 - 0 0.5

Camada 5 - 0.5 1

Camada 6 - 1 1.5

Com os parâmetros da fibra, pode-se calcular a matriz Q, onde:

Q11 = E1/(1-(v12\*\*2)\*E2/E1)

Q12 = v12\*E2/(1-(v12\*\*2)\*E2/E1)

Q21 = Q12

Q22 = E2/(1-(v12\*\*2)\*E2/E1)

Q33 = G12

e Q = [Q11 Q12 0 ]

[Q21 Q22 0 ]

[ 0 0 Q33]

Então, as matrizes T foram obtidas e podem ser encontradas no anexo

O formato da matriz T é:

T11 = cos(teta)^2; T12 = sin(teta)^2; T13 = 2\*sin(teta)\*cos(teta)

T21 = sin(teta)^2; T22 = cos(teta)^2; T23 = -2\*sin(teta)\*cos(teta)

T31 = -sin(teta)\*cos(teta); T32 = sin(teta)\*cos(teta); T33 = cos(teta)^2 - sin(teta)^2

As matrizes Ql foram obtidas e estão em anexo

Ql é obtido através da equação:

Ql(camada) = [T(teta)^-1]\*[Q]\*[T(teta)^-1]t

onde [] indicam matrizes e []t indica a matriz transposta

Para cada Ql podemos obter as matrizes A, B e D

Onde A = somatório(Ql(camada)\*(Zf-Zi)) para cada camada

B = somatório(Ql(camada)\*(Zf^2-Zi^2)/2) para cada camada

D = somatório(Ql(camada)\*(Zf^3-Zi^3)/3) para cada camada

Zf = altura final da camada e Zi = Altura inicial da camada

A matriz ABD é obtida encaixando as matrizes A B e D da seguinte forma:

[[A] [B]]

[[B] [D]]

Expandindo:

[ A A A B B B ]

[ A A A B B B ]

[ A A A B B B ]

[ B B B D D D ]

[ B B B D D D ]

[ B B B D D D ]

Com essa matriz, é importante guardar também ABD^-1

Com tudo isso pronto, pudemos passar para a parte de cálculo de esforços

Primeiramente obtemos a matriz de carregamento:

[P\*d/4]

[P\*d/2]

[ 0 ] = C

[ 0 ]

[ 0 ]

[ 0 ]

A matriz def\_cur = [e0x ] = (ABD^-1)\*C

[e0y ]

[e0xy]

[ Kx ]

[ Ky ]

[Kxy ]

Com isso, podemos calcular as tensões e deformações em cada superficie de cada camada

[ex ] [e0x + z\*Kx ]

[ey ] = [e0y + z\*Ky ] = def\_xyz

[Yxy] [e0xy+ z\*Kxy]

[e1 ]

[e2 ] = [[T]t^-1\*[def\_xyz]] = def\_123

[Y12]

[sigmax]

[sigmay] = [Qll\*[def\_xyz]] = sigma\_xyz

[tauxy ]

[sigma1]

[sigma2] = [Tl\*[sigma\_xyz]] = sigma\_xyz

[tau12 ]

Com isso, para cada ângulo, foi seguido o seguinte procedimento:

1 - Estipular o valor P = 0

2 - Comparar matriz sigma\_xyz com os valores Xt e Yt da fibra e calcular as diferenças entre eles

3 - Dar um passo em P proporcional a diferença entre sigma\_xyz e Xt/Yt

De modo que P se aproxima do valor Pmax

4 - Recalcular tensões e deformações

5 - Voltar ao segundo passo

Com isso, obtem-se os valores máximos de P para cada ângulo:

Pmax(0) = 0.789Mpa

Pmax(15) = 0.827Mpa

Pmax(30) = 1.023Mpa

Pmax(45) = 1.579Mpa

Pmax(60) = 1.869Mpa

Pmax(75) = 1.644Mpa

Pmax(90) = 1.571Mpa

O gráfico encontra-se em anexo

Com isso, conclúi-se que o ângulo que suporta maior pressão é o de 60 graus, suportando 1.869Mpa

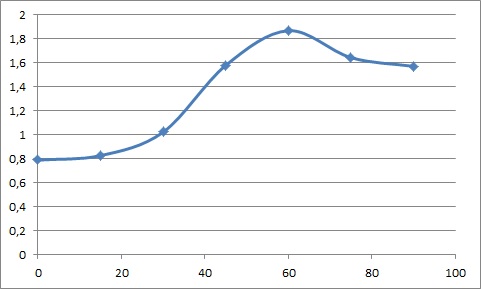


Gráfico Teta x Pmax

T(-90.0) =

[0.0, 1.0, -0.0]

[1.0, 0.0, 0.0]

[0.0, -0.0, -1.0]

------------------------------------

T(-75.0) =

[0.06699, 0.93301, -0.5]

[0.93301, 0.06699, 0.5]

[0.25, -0.25, -0.86603]

------------------------------------

T(-59.99999999999999) =

[0.25, 0.75, -0.86603]

[0.75, 0.25, 0.86603]

[0.43301, -0.43301, -0.5]

------------------------------------

T(-45.0) =

[0.5, 0.5, -1.0]

[0.5, 0.5, 1.0]

[0.5, -0.5, 0.0]

------------------------------------

T(-29.999999999999996) =

[0.75, 0.25, -0.86603]

[0.25, 0.75, 0.86603]

[0.43301, -0.43301, 0.5]

------------------------------------

T(-14.999999999999998) =

[0.93301, 0.06699, -0.5]

[0.06699, 0.93301, 0.5]

[0.25, -0.25, 0.86603]

------------------------------------

T(0.0) =

[1.0, 0.0, 0.0]

[0.0, 1.0, -0.0]

[-0.0, 0.0, 1.0]

------------------------------------

T(14.999999999999998) =

[0.93301, 0.06699, 0.5]

[0.06699, 0.93301, -0.5]

[-0.25, 0.25, 0.86603]

------------------------------------

T(29.999999999999996) =

[0.75, 0.25, 0.86603]

[0.25, 0.75, -0.86603]

[-0.43301, 0.43301, 0.5]

------------------------------------

T(45.0) =

[0.5, 0.5, 1.0]

[0.5, 0.5, -1.0]

[-0.5, 0.5, 0.0]

------------------------------------

T(59.99999999999999) =

[0.25, 0.75, 0.86603]

[0.75, 0.25, -0.86603]

[-0.43301, 0.43301, -0.5]

------------------------------------

T(75.0) =

[0.06699, 0.93301, 0.5]

[0.93301, 0.06699, -0.5]

[-0.25, 0.25, -0.86603]

------------------------------------

T(90.0) =

[0.0, 1.0, 0.0]

[1.0, 0.0, -0.0]

[-0.0, 0.0, -1.0]

Ql(-90.0) =

[16657.34674226295, 4630.742394349101, 0.0]

[4630.742394349101, 46887.346385629055, 0.0]

[0.0, 0.0, 5830.0]

------------------------------------

Ql(-75.0) =

[16747.217857744316, 6565.8187359787225, -426.835438318004]

[6565.818735978721, 42927.32258688845, -7130.669611623461]

[-426.835438318004, -7130.669611623461, 7765.156728461912]

------------------------------------

Ql(-60.0) =

[18409.297136254125, 10436.286772099515, -3193.130524711166]

[10436.286772099513, 33524.30723613705, -9896.770689862684]

[-3193.1305247111663, -9896.770689862686, 11635.490689928472]

------------------------------------

Ql(-45.0) =

[24031.544479147553, 12371.544479147553, -7557.499910841526]

[12371.544479147553, 24031.544479147553, -7557.499910841526]

[-7557.499910841526, -7557.499910841526, 13570.802084798452]

------------------------------------

Ql(-30.0) =

[33524.30723613705, 10436.286772099513, -9896.770689862684]

[10436.286772099515, 18409.297136254125, -3193.130524711166]

[-9896.770689862686, -3193.1305247111663, 11635.490689928472]

------------------------------------

Ql(-15.0) =

[42927.32258688845, 6565.818735978721, -7130.669611623461]

[6565.8187359787225, 16747.217857744316, -426.835438318004]

[-7130.669611623461, -426.835438318004, 7765.156728461912]

------------------------------------

Ql(0.0) =

[46887.346385629055, 4630.742394349101, 0.0]

[4630.742394349101, 16657.34674226295, 0.0]

[0.0, 0.0, 5830.0]

------------------------------------

Ql(15.0) =

[42927.32258688845, 6565.818735978721, 7130.669611623461]

[6565.8187359787225, 16747.217857744316, 426.835438318004]

[7130.669611623461, 426.835438318004, 7765.156728461912]

------------------------------------

Ql(30.0) =

[33524.30723613705, 10436.286772099513, 9896.770689862684]

[10436.286772099515, 18409.297136254125, 3193.130524711166]

[9896.770689862686, 3193.1305247111663, 11635.490689928472]

------------------------------------

Ql(45.0) =

[24031.544479147553, 12371.544479147553, 7557.499910841526]

[12371.544479147553, 24031.544479147553, 7557.499910841526]

[7557.499910841526, 7557.499910841526, 13570.802084798452]

------------------------------------

Ql(60.0) =

[18409.297136254125, 10436.286772099515, 3193.130524711166]

[10436.286772099513, 33524.30723613705, 9896.770689862684]

[3193.1305247111663, 9896.770689862686, 11635.490689928472]

------------------------------------

Ql(75.0) =

[16747.217857744316, 6565.8187359787225, 426.835438318004]

[6565.818735978721, 42927.32258688845, 7130.669611623461]

[426.835438318004, 7130.669611623461, 7765.156728461912]

------------------------------------

Ql(90.0) =

[16657.34674226295, 4630.742394349101, 0.0]

[4630.742394349101, 46887.346385629055, 0.0]

[0.0, 0.0, 5830.0]

03 - Resolução\_semicontinua

Um dos recursos do programa desenvolvido é obter o ângulo ideal dentro de um intervalo com variações discretas dos ângulos

O relatório a seguir é um exemplo dessa funcionalidade

Ela pode ser usada através da manipulação dos parâmetros

Problema proposto:

Encontrar P máxima para diferentes ângulos teta

Encontrar ângulo que suporta maior P máxima

Os parâmetros fornecidos pelo problema foram:

Diâmetro do tubo = 12 in

Matriz = Epoxi

Fibra = VidroE

Número de camadas = 6

Espessura das camadas = 0.5mm

Angulos teta = [0 até 90] - semicontinuo com passo de 1 grau

Arrânjo dos ângulos - [1,-1,1,1,-1,1]

Os parâmetros da fibra usada são:

E1 = 45600

E2 = 16200

G12 = 5830

v12 = 0.278

Xt = 1280

Xc = 800

Yt = 40

Yc = 145

S12 = 73

Com os parâmetros dados, pode-se calcular as alturas inicial e final de cada camada

Inicial Final

Camada 1 - -1.5 -1

Camada 2 - -1 -0.5

Camada 3 - -0.5 0

Camada 4 - 0 0.5

Camada 5 - 0.5 1

Camada 6 - 1 1.5

Com os parâmetros da fibra, pode-se calcular a matriz Q, onde:

Q11 = E1/(1-(v12\*\*2)\*E2/E1)

Q12 = v12\*E2/(1-(v12\*\*2)\*E2/E1)

Q21 = Q12

Q22 = E2/(1-(v12\*\*2)\*E2/E1)

Q33 = G12

e Q = [Q11 Q12 0 ]

[Q21 Q22 0 ]

[ 0 0 Q33]

Então as matrizes T foram obtidas, mas não estão em anexo, pois a quantidade de entradas foi muito grande

O formato da matriz T é:

T11 = cos(teta)^2; T12 = sin(teta)^2; T13 = 2\*sin(teta)\*cos(teta)

T21 = sin(teta)^2; T22 = cos(teta)^2; T23 = -2\*sin(teta)\*cos(teta)

T31 = -sin(teta)\*cos(teta); T32 = sin(teta)\*cos(teta); T33 = cos(teta)^2 - sin(teta)^2

As matrizes Ql foram obtidas, mas não estão em anexo, pois a quantidade de entradas foi muito grande

Ql é obtido através da equação:

Ql(camada) = [T(teta)^-1]\*[Q]\*[T(teta)^-1]t

onde [] indicam matrizes e []t indica a matriz transposta

Para cada Ql podemos obter as matrizes A, B e D

Onde A = somatório(Ql(camada)\*(Zf-Zi)) para cada camada

B = somatório(Ql(camada)\*(Zf^2-Zi^2)/2) para cada camada

D = somatório(Ql(camada)\*(Zf^3-Zi^3)/3) para cada camada

Zf = altura final da camada e Zi = Altura inicial da camada

A matriz ABD é obtida encaixando as matrizes A B e D da seguinte forma:

[[A] [B]]

[[B] [D]]

Expandindo:

[ A A A B B B ]

[ A A A B B B ]

[ A A A B B B ]

[ B B B D D D ]

[ B B B D D D ]

[ B B B D D D ]

Com essa matriz, é importante guardar também ABD^-1

Com tudo isso pronto, pudemos passar para a parte de cálculo de esforços

Primeiramente obtemos a matriz de carregamento:

[P\*d/4]

[P\*d/2]

[ 0 ] = C

[ 0 ]

[ 0 ]

[ 0 ]

A matriz def\_cur = [e0x ] = (ABD^-1)\*C

[e0y ]

[e0xy]

[ Kx ]

[ Ky ]

[Kxy ]

Com isso, podemos calcular as tensões e deformações em cada superficie de cada camada

[ex ] [e0x + z\*Kx ]

[ey ] = [e0y + z\*Ky ] = def\_xyz

[Yxy] [e0xy+ z\*Kxy]

[e1 ]

[e2 ] = [[T]t^-1\*[def\_xyz]] = def\_123

[Y12]

[sigmax]

[sigmay] = [Qll\*[def\_xyz]] = sigma\_xyz

[tauxy ]

[sigma1]

[sigma2] = [Tl\*[sigma\_xyz]] = sigma\_xyz

[tau12 ]

Com isso, para cada ângulo, foi seguido o seguinte procedimento:

1 - Estipular o valor P = 0

2 - Comparar matriz sigma\_xyz com os valores Xt e Yt da fibra e calcular as diferenças entre eles

3 - Dar um passo em P proporcional a diferença entre sigma\_xyz e Xt/Yt

De modo que P se aproxima do valor Pmax

4 - Recalcular tensões e deformações

5 - Voltar ao segundo passo

Com isso, obtem-se os valores máximos de P para cada ângulo:

Como foram estudados 90 ângulos, os valores foram colocados em anexo

O gráfico encontra-se em anexo

Com isso, conclúi-se que o ângulo que suporta maior pressão é o de 57 graus, suportando 1.887Mpa

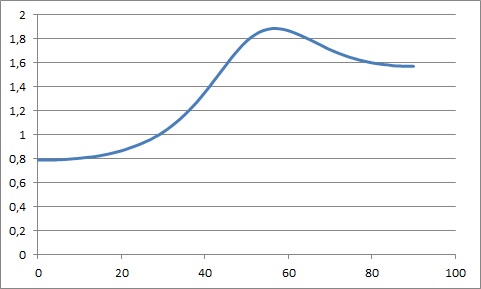


Gráfico Teta x Pmax

Pmax(0.0) = 0.7885314094370353

Pmax(1.0) = 0.7886848458208378

Pmax(2.0) = 0.7891541741834099

Pmax(3.0) = 0.7899360080344042

Pmax(4.0) = 0.7910404296962154

Pmax(5.0) = 0.7924747168369699

Pmax(6.0) = 0.7942494590798926

Pmax(7.0) = 0.7963781415902501

Pmax(8.0) = 0.7988819727274188

Pmax(9.0) = 0.8017744451250355

Pmax(10.0) = 0.8050803988167378

Pmax(11.0) = 0.8088279285726843

Pmax(12.0) = 0.813038108593643

Pmax(13.0) = 0.8152457160430937

Pmax(14.0) = 0.8208230382617334

Pmax(15.0) = 0.8269595866644428

Pmax(16.0) = 0.8336941250341837

Pmax(17.0) = 0.8410624948985654

Pmax(18.0) = 0.8491196214036822

Pmax(19.0) = 0.8579062617262234

Pmax(20.0) = 0.8674901323724986

Pmax(21.0) = 0.877920468465913

Pmax(22.0) = 0.8911936372752749

Pmax(23.0) = 0.9029242467780904

Pmax(24.0) = 0.915868105137717

Pmax(25.0) = 0.9301225168809026

Pmax(26.0) = 0.9457731969912624

Pmax(27.0) = 0.9614258872663356

Pmax(28.0) = 0.9812759984195238

Pmax(29.0) = 1.0

Pmax(30.0) = 1.023493656168324

Pmax(31.0) = 1.045754920872374

Pmax(32.0) = 1.0734066523070394

Pmax(33.0) = 1.1007171160145333

Pmax(34.0) = 1.129720304973186

Pmax(35.0) = 1.1631110618586098

Pmax(36.0) = 1.1969260545956906

Pmax(37.0) = 1.2326446987949686

Pmax(38.0) = 1.2701180316930583

Pmax(39.0) = 1.3123523360829963

Pmax(40.0) = 1.3540752729564656

Pmax(41.0) = 1.3970756285874597

Pmax(42.0) = 1.4436971754567587

Pmax(43.0) = 1.4890206113293942

Pmax(44.0) = 1.534396826476551

Pmax(45.0) = 1.579191883539102

Pmax(46.0) = 1.6260359516931253

Pmax(47.0) = 1.6685552815452802

Pmax(48.0) = 1.7085385604559058

Pmax(49.0) = 1.7479911763008693

Pmax(50.0) = 1.7815325516932856

Pmax(51.0) = 1.8108138037407944

Pmax(52.0) = 1.8354653679544237

Pmax(53.0) = 1.8552656959043705

Pmax(54.0) = 1.8701468333229172

Pmax(55.0) = 1.8801871807797792

Pmax(56.0) = 1.8855912198412297

Pmax(57.0) = 1.8867025630936574

Pmax(58.0) = 1.883923685945343

Pmax(59.0) = 1.8776984179661542

Pmax(60.0) = 1.8685417583576505

Pmax(61.0) = 1.8569541092694335

Pmax(62.0) = 1.843440002059147

Pmax(63.0) = 1.8284290120979876

Pmax(64.0) = 1.8123883334058868

Pmax(65.0) = 1.795662912000502

Pmax(66.0) = 1.7786402625397042

Pmax(67.0) = 1.7615713446425187

Pmax(68.0) = 1.7447184620096836

Pmax(69.0) = 1.7259010760151765

Pmax(70.0) = 1.7102480629556758

Pmax(71.0) = 1.6953043132163281

Pmax(72.0) = 1.6811416823301013

Pmax(73.0) = 1.6678537772034363

Pmax(74.0) = 1.6554778703704889

Pmax(75.0) = 1.6440641726487135

Pmax(76.0) = 1.6336173593450534

Pmax(77.0) = 1.6241487071350378

Pmax(78.0) = 1.6156120828469247

Pmax(79.0) = 1.6080154275764258

Pmax(80.0) = 1.6013230318110319

Pmax(81.0) = 1.5954750938785192

Pmax(82.0) = 1.5904346518002817

Pmax(83.0) = 1.5861598850179586

Pmax(84.0) = 1.582581101791443

Pmax(85.0) = 1.577201022574296

Pmax(86.0) = 1.5749305104682054

Pmax(87.0) = 1.573218529628857

Pmax(88.0) = 1.5720185821967132

Pmax(89.0) = 1.5713204860124634

Pmax(90.0) = 1.5710793729270505