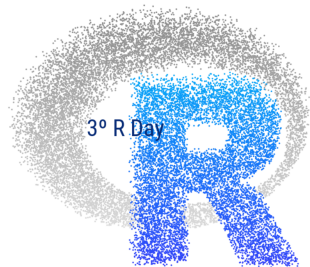


# Implementando modelos estatísticos de maneira eficiente com o TMB

Um tutorial

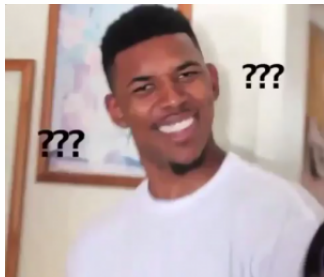


**Henrique Laureano, Ricardo Petterle & Wagner Bonat**

LEG @ UFPR

9 de setembro, 2021

# TMB: Template Model Builder



O quê?



Por quê?



Como?

# O que é o Template Model Builder?



Pelas palavras dos autores:



Kristensen et al. (2016).

*Um pacote R (R Core Team 2021) para a rápida implementação de complexos modelos de efeitos aleatórios através de simples templates C++.*

**Complexos modelos de efeitos aleatórios?** Do simples ao complicado.

De modelos simples como um

- um modelo linear (**LM**) ou
- um modelo linear generalizado (**GLM**),

até

- **modelos não-lineares com efeitos aleatórios e**
- complexos **modelos espaço-temporais.**

# Inúmeras possibilidades...



- 1 Estudar o efeito de características numa certa variável? **Modelos lineares** (LM);
- 2 A resposta é não-Normal/Gaussiana? **Modelos lineares generalizados** (GLM);
- 3 Função não-linear nos parâmetros? **Modelos não-lineares**;
- 4 Múltiplas respostas/variáveis? **Modelos multivariados**;
- 5 Presença de dependência não-observada/latente?  
**Modelos de efeito aleatório/latente/misto.**
  - 1 Modelos para **dados longitudinais** (medidas repetidas, séries temporais);
  - 2 Modelos para **dados espaciais** e **espaço-temporais**;
- 6 ...

O TMB possibilita o ajuste de todos esses modelos.

# TMB: Automatic Differentiation and Laplace Approximation



Características-chave:

- 1 Diferenciação automática;  
*o estado-da-arte na computação de derivadas*
- 2 Aproximação de Laplace.  
*Uma maneira eficiente de aproximar as integrais do efeito aleatório*

## Um pouco de matemática para justificar as coisas...

Considere que  $f(u, \theta)$  seja o

negativo da sua função de log-verossilhança **conjunta nll**),

em que  $u \in \mathbb{R}^n$  são os **efeitos aleatórios desconhecidos** e  $\theta \in \mathbb{R}^m$  são os **parâmetros**.

**Conjunta?** Num modelo estatístico especificamos uma distribuição de probabilidade para o que observamos (**dados**) e outra para o que não observamos (**efeito aleatório**). **E é aí que mora o problema!**

# Por que usar o TMB?



**Paradigmas:** Verossimilhancista e Bayesiano.

**Bayesiano:** Atribuição de distribuições *à priori* para os parâmetros, que passam a serem vistos como variáveis. Não mais estimamos os "parâmetros", e sim amostramos de sua distribuição *a posteriori*. Funciona, mas é **computacionalmente intensivo**.

**Verossimilhancista:** Temos um problema, já que o efeito aleatório é **não observável**. Contudo, da estatística básica: se temos uma **conjunta**, basta **integrarmos** na variável que não queremos mais. Resultando numa

Função de verossimilhança **marginal** :

$$L(\theta) = \int_{\mathbb{R}^n} \exp(-f(u, \theta)) \, du.$$

Bem, essa é a ideia básica. Na prática não é bem assim...

Quando a distribuição que especificamos pro **dado** não é Gaussiana, não conseguimos resolver aquela integral analiticamente.

Aí que entra a **aproximação de Laplace** :  $L^*(\theta) = \sqrt{2\pi}^n \det(H(\theta))^{-1/2} \exp(-f(\hat{u}, \theta))$ ,

com

- $H$
- $f$

## Workflow

- 1 Write your objective function in a .cpp through a `#include <TMB.hpp>`;
- 2 Compile and load it in R via `TMB::compile()` and `base::dyn.load(TMB::dynlib())`;
- 3 Compute your objective function derivatives with `obj <- TMB::MakeADFun()`;
- 4 Perform the model fitting, `opt <- base::nlminb(obj$par, obj$fn, obj$gr)`;
- 5 Compute the parameters standard deviations, `TMB::sdreport(obj)`.



Key features:

- 1 Automatic differentiation;  
*The state-of-art in derivatives computation*
- 2 Laplace approximation.  
*An efficient fashion to approximate the latent effect integrals*



For details about TMB, AD, and Laplace approximation: Laureano ([2021](#)).

# Ideia de estrutura (slide 1 de 2)



Quatro pontos principais:

**o que é, por quê usar, estrutura e características, e exemplos.**

- 1 Explicar em um slide **o que é** o TMB;
- 2 Tá, mas **por que usar** o TMB?
  - 1 **Motivação**: modelos mistos;
  - 2 **Exemplos**: dados longitudinais, modelos multivariados, espaciais (espaço-temporal, talvez pra mostrar quão longe podemos ir);
  - 3 Não dá pra falar bem dessas coisas sem explicar o que é e qual a estrutura de um **GLM** e de um **GLMM**;
  - 4 Consequentemente, falar do *calcanhar de Aquiles* dum GLMM: como fazer a **marginalização** de maneira eficiente -> aproximação de Laplace;



## 3 Estrutura e características do TMB:

- 1 C++;
- 2 Bibliotecas eficientes (listar elas) e paralelismo;
- 3 **Diferenciação automática**  
(um exemplo, talvez o da minha dissertação);



Kristensen, K., A. Nielsen, C. W. Berg, H. J. Skaug, and B. M. Bell. 2016. “TMB: Automatic Differentiation and Laplace Approximation.” *Journal of Statistical Software* 70 (5): 1–21.

Laureano, H. A. 2021. “Modeling the Cumulative Incidence Function of Clustered Competing Risks Data: A Multinomial Glmm Approach.” Master’s thesis, Federal University of Paraná (UFPR).

R Core Team. 2021. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria.