

Criação de Ferramenta para Cálculo de Derivadas Compostas

José Henrique Ricordi Cruz¹, Rafael dos Santos Braz¹

¹Centro de Ciências Tecnológicas – Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP)
Bandeirantes – PR – Brasil

henriquericordi@gmail.com, rafinha.santos.braz@gmail.com

1. Introdução

O objetivo do presente trabalho é desenvolver e apresentar uma ferramenta para o auxílio na Disciplina de Cálculo I, que especificamente soluciona funções, que para serem resolvidas usam da "regra da cadeia" (derivadas compostas). A motivação para o desenvolvimento de tal ferramenta se baseia no fato de ser enfrentada grande dificuldade por docentes e discentes no processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo, principalmente pela deficiência de conceitos de matemática básica que são de grande importância para o estudo desse conteúdo, que está presente no ensino superior e que possui um alto índice de reprovação. Além disso, o objetivo de utilizar os recursos tecnológicos é justamente para que os cursistas aprendam a linguagem de tais softwares e resgatem conceitos de Derivadas, mas de uma maneira diferenciada em que há possibilidade de se fazer simulações de maneira rápida e eficiente. [de Figueiredo et al. 2013] [Gasparin and Kestring 2014]

A ferramenta desenvolvida tem como principal objetivo propiciar a relação entre "teoria e prática", auxiliando o aluno na compreensão da teoria com o uso dos recursos tecnológicos e na prática com uma aplicação do conceito de derivadas em problemas da área de ciência da computação. [de Figueiredo et al. 2013]

O *software* desenvolvido foi para ser executado em ambientes computacionais que utilizam os sistemas operacionais Windows ou distribuições Linux. A aplicação, é executada diretamente por meio do terminal de processamento de comandos e sua utilização é possível pela inserção de linhas de texto contendo a função que deseja-se calcular, e a saída também é uma linha de texto contendo o produto final da derivação.

2. Ferramenta para Cálculo de Derivadas Compostas

As seções e subseções a seguir dedicam-se à descrever e apresentar a ferramenta desenvolvida, bem como os recursos utilizados no processo de codificação e, por fim, apresentar exercícios de teste do *software*.

2.1. Recursos Utilizados

Como recursos foram utilizados a linguagem de programação C/C++, Interface de Desenvolvimento Integrado Atom [GitHub 2016]. A Linguagem C foi criada na década de 1970 por Dennis Ritchie, a linguagem C++, por sua vez, foi desenvolvida por Bjarne Stroustrup, que adaptou a linguagem C para o paradigma orientado a objetos. A popularização da linguagem veio do seu uso para a construção do sistema operacional UNIX, mas outros sistemas usam a linguagem como base, tais como o mundialmente popular Windows, entre outros sistemas operacionais. [Merlin et al. 2013]

Atom é um editor de texto de código aberto e livre, desenvolvido pela *GitHub Inc.* que permite personalização para ser usado como Interface de Desenvolvimento Integrado.

2.2. Estrutura Lógica e Código Fonte

A seguir consta-se o código fonte da aplicação desenvolvida, bem como a descrição de seu funcionamento e estrutura lógica. É importante ressaltar que o código foi desenvolvido em duas partes distintas: a principal que contém o método de execução inicial do *software*; e a biblioteca de funções utilizadas para execução da aplicação.

2.2.1. Arquivo Principal

```
1  #include <iostream>
2  #include <cstdlib>
3  #include <cstdio>
4  #include "bib.h"
5
6  using namespace std;
7  int main() {
8      char op;
9      do{
10         limpatela();
11         cabecalho();
12         derivada(inserir_funcao());
13         printf("Opcoes:\n1 - Novo Calculo\n2 - Sair\n3 - Ver\nExemplos\n\nDigite a Opcao: ");
14         cin >> op;
15         cin.ignore();
16         op = tolower(op);
17         primaria = "";
18         if (op == '3'){
19             limpatela();
20             cabecalho();
21             cout << "\nDigite:\nf(x)=[Funcao Trigonometrica]([Expressao1*x]^[Expressao2])\nExemplos:\nf(x)=sen(x^2)\nf'(x)=cos(x^2)*2*x\n";
22             string c;
23             cin >> c;
24             cin.ignore();
25         }
26     } while (op != '2');
27     return 0;
28 }
```

Este arquivo contém a função principal da ferramenta, por onde o aplicativo é iniciado e guia todas as operações a serem executadas até a obtenção do resultado final, sua estrutura baseia-se em um laço de repetição onde o usuário informa a operação desejada bem como a função a ser derivada, tendo como resultado uma única linha de texto com o resultado do processo de derivação.

2.3. Biblioteca de Funções

```
1 #include <iostream>
2 #include <cstdlib>
3 #include <string>
4 #include <sstream>
5
6 using namespace std;
7
8 void cabecalho(void);
9 string inttostring (int);
10 void limpatela(void);
11 string inserir_funcao(void);
12 void derivada(string);
13 string copiar(string);
14 void derivada_dentro(string);
15 void simplificacao(string);
16
17 string primaria = "";
18 int x, y;
19
20 void cabecalho(void) {
21     cout << "
22         +-----+\\
23         n";
24     cout << "|Software para Calculo de Derivadas Compostas (
25         Regra da Cadeia)|\\n";
26     cout << "|UENP/CLM - CCT - Ciencia da Computacao -
27         Professora: Caroline |\\n";
28     cout << "|Alunos: Rafael dos Santos Braz  || Jose Henrique
29         Ricordi Cruz |\\n";
30     cout << "
31         +-----+\\
32         n\\n";
33 }
34
35 void limpatela(void) {
36     #ifdef _WIN32
37     system("cls");
38     #endif
39     #ifdef __linux__
40     system("clear");
41     #endif
42 }
43
44 string inserir_funcao(void) {
45     string funcao;
46     cout << "f(x)=";
47     getline(cin, funcao);
48     return funcao;
49 }
```

```

42 }
43
44 void derivada(string funcao){
45     for (int cont = 0; cont < funcao.length(); cont++){
46         funcao[cont] = tolower(funcao[cont]);
47     }
48     cout << "f' (x)=";
49     if (funcao.find("-sen") != -1){
50         primaria += "-cos(" + copiar(funcao) + ")*";
51         derivada_dentro(copiar(funcao));
52     } else if (funcao.find("-cos") != -1 ){
53         primaria += "sen(" + copiar(funcao) + ")*";
54         derivada_dentro(copiar(funcao));
55     } else if (funcao.find("sen") != -1 ){
56         primaria += "cos(" + copiar(funcao) + ")*";
57         derivada_dentro(copiar(funcao));
58     } else if (funcao.find("cos") != -1 ){
59         primaria += "-sen(" + copiar(funcao) + ")*";
60         derivada_dentro(copiar(funcao));
61     }
62     cout << endl;
63 }
64
65 string copiar(string funcao){
66     string f = "";
67     for (int c = funcao.find('(') + 1; c < funcao.find(')'); c
68         ++){
69         f += funcao[c];
70     }
71     return f;
72 }
73
74 string inttostring (int n){
75     stringstream s;
76     s << n;
77     return s.str();
78 }
79
80 void derivada_dentro(string funcao){
81     string f1 = "", f2 = "", mostrar = "";
82     string f1_1 = "", f1_2 = "";
83     string f2_1 = "", f2_2 = "";
84     for (int c = 0; c < funcao.find('^'); c++){
85         f1 += funcao[c];
86     }
87     for (int c = funcao.find('^') + 1; c < funcao.length(); c++)
88     {
89         f2 += funcao[c];
90     }

```

```

89     int statusf1 = f1.find('*');
90     int statusf2 = f2.find('*');
91     if (statusf1 != -1){
92         for (int c = 0; c < statusf1; c++){
93             f1_1 += f1[c];
94         }
95         for (int c = statusf1 + 1; c < f1.length(); c++){
96             f1_2 += f1[c];
97         }
98     }
99     if (statusf2 != -1){
100         for (int c = 0; c < statusf2; c++){
101             f2_1 += f2[c];
102         }
103         for (int c = statusf2 + 1; c < f2.length(); c++){
104             f2_2 += f2[c];
105         }
106     }
107     if (statusf1 == -1 && statusf2 == -1){
108         if (f1[0] != 'x'){
109             mostrar += '0';
110         } else{
111             if (isdigit(f2[0]) && f2.length() == 1){
112                 if (f2.length() == 1){
113                     if (f2[0] != '1'){
114                         mostrar += f2 + '*' + f1;
115                         int n = atoi(f2.c_str()) - 1;
116                         mostrar += '^' + inttostring(n);
117                     } else{
118                         mostrar += f2 + '*' + f1;
119                         int n = atoi(f2.c_str()) - 1;
120                         mostrar += '^' + inttostring(n);
121                     }
122                 } else{
123                     mostrar += f2 + '*' + f1;
124                     int n = atoi(f2.c_str()) - 1;
125                     mostrar += '^' + inttostring(n);
126                 }
127             } else if (f2.find('/') == -1){
128                 mostrar += f2 + '*' + f1 + '^' + f2 + "-1";
129             } else if (f2.find('/') != -1){
130                 mostrar += f2 + '*' + f1 + '^' + '(' + f2 + ')'
131                     + "-1";
132             }
133         } else if (statusf1 != -1 && statusf2 == -1){
134             if (((f1_1.find('/') == -1 && f2.find('/') == -1) && (
135                 isdigit(f1_1[0]) || f1_1[0] == '-') && (isdigit(f2
136                 [0]) || f2[0] == '-'))){

```

```

135         int n1 = atoi(f1_1.c_str());
136         int n2 = atoi(f2.c_str());
137         int aux = n1 * n2;
138         int exp = n2 - 1;
139         mostrar += inttostring(aux) + '*' + f1_2 + '^' +
                inttostring(exp);
140     } else if (f2.find('/') == -1 && f1_1.find('/') == -1){
141         mostrar += f1_1 + '*' + f2 + '*' + f1_2 + '^' + f2 +
                "-1";
142     } else if (f2.find('/') != -1 && f1_1.find('/') == -1){
143         mostrar += f1_1 + '*' + '(' + f2 + ')' + '*' + f1_2
                + '^' + '(' + f2 + ')' + "-1";
144     } else if (f2.find('/') != -1 && f1_1.find('/') != -1){
145         mostrar += '(' + f1_1 + ')' + '*' + '(' + f2 + ')' +
                '*' + f1_2 + '^' + '(' + f2 + ')' + "-1";
146     } else if (f2.find('/') == -1 && f1_1.find('/') != -1){
147         mostrar += '(' + f1_1 + ')' + '*' + f2 + '*' + f1_2
                + '^' + f2 + "-1";
148     }
149 } else if (statusf1 == -1 && statusf2 != -1){
150     if (((isdigit(f2_1[0]) || f2_1[0] == '-') && f2_1.find(
        '/') == -1) && ((isdigit(f2_2[0]) || f2_2[0] == '-')
        && f2_2.find('/') == -1)){
151         int n1 = atoi(f2_1.c_str());
152         int n2 = atoi(f2_2.c_str());
153         int aux = n1 * n2;
154         int exp = aux - 1;
155         mostrar += inttostring(aux) + '*' + f1 + '^' +
                inttostring(exp);
156     } else if ((f2_1.find('/') == -1) && (f2_2.find('/') ==
        -1)){
157         mostrar += f2 + '*' + f1 + '^' + f2 + "-1";
158     } else if ((f2_1.find('/') == -1) && (f2_2.find('/') !=
        -1)){
159         mostrar += f2_1 + '*' + '(' + f2_2 + ')' + '*' + f1 +
                '^' + f2_1 + '*' + '(' + f2_2 + ')' + "-1";
160     } else if ((f2_1.find('/') != -1) && (f2_2.find('/') ==
        -1)){
161         mostrar += '(' + f2_1 + ')' + '*' + f2_2 + '^' + '('
                + f2_1 + ')' + '*' + f2_2 + "-1";
162     } else if ((f2_1.find('/') != -1) && (f2_2.find('/') !=
        -1)){
163         mostrar += '(' + f2_1 + ')' + '*' + '(' + f2_2 + ')'
                + f1 + '^' + '(' + f2_1 + ')' + '*' + '(' + f2_2
                + ')' + "-1";
164     }
165 } else if (statusf1 != -1 && statusf2 != -1){
166     if (((isdigit(f2_1[0]) || f2_1[0] == '-') && f2_1.find(
        '/') == -1) && ((isdigit(f2_2[0]) || f2_2[0] == '-')

```

```

167         && f2_2.find('/') == -1) && ((isdigit(f1_1[0]) ||
168         f1_1[0] == '-') && f1_1.find('/') == -1)){
169             int n1 = atoi(f2_1.c_str());
170             int n2 = atoi(f2_2.c_str());
171             int base = atoi(f1_1.c_str());
172             int aux = n1 * n2;
173             int exp = aux - 1;
174             int aux2 = aux * base;
175             mostrar += inttostring(aux2) + '*' + f1_2 + '^' +
176             inttostring(exp);
177         }
178     else if ((f1_1.find('/') == -1) && (f2_1.find('/') ==
179     -1) && (f2_2.find('/') == -1)){
180         mostrar += f1_1 + '*' + f2 + '*' + f1_2 + '^' + f2 +
181         "-1";
182     }
183     else if ((f1_1.find('/') == -1) && (f2_1.find('/') ==
184     -1) && (f2_2.find('/') != -1)){
185         mostrar += f1_1 + '*' + f2_1 + '*' + '(' + f2_2 + ')'
186         + '*' + f1_2 + '^' + f2_1 + '*' + '(' + f2_2 +
187         ')' + "-1";
188     }
189     else if ((f1_1.find('/') == -1) && (f2_1.find('/') !=
190     -1) && (f2_2.find('/') == -1)){
191         mostrar += f1_1 + '*' + '(' + f2_1 + ')' + '*' +
192         f2_2 + '*' + f1_2 + '^' + '(' + f2_1 + ')' + '*'
193         + f2_2 + "-1";
194     }
195     else if ((f1_1.find('/') != -1) && (f2_1.find('/') ==
196     -1) && (f2_2.find('/') == -1)){
197         mostrar += '(' + f1_1 + ')' + '*' + f2 + '*' + f1_2
198         + '^' + f2 + "-1";
199     }
200     else if ((f1_1.find('/') != -1) && (f2_1.find('/') !=
201     -1) && (f2_2.find('/') != -1)){
202         mostrar += '(' + f1_1 + ')' + '*' + f2_1 + '*' + '('
203         + f2_2 + ')' + '*' + f1_2 + '^' + f2_1 + '*' + '('
204         + f2_2 + ')' + "-1";
205     }
206     else if ((f1_1.find('/') != -1) && (f2_1.find('/') !=
207     -1) && (f2_2.find('/') == -1)){
208         mostrar += '(' + f1_1 + ')' + '*' + '(' + f2_1 + ')'
209         + '*' + f2_2 + '*' + f1_2 + '^' + '(' + f2_1 + '

```

```

        )' + '*' + f2_2 + "-1";
195     }
196     else if ((f1_1.find('/') != -1) && (f2_1.find('/') !=
        -1) && (f2_2.find('/') != -1)){
197         mostrar += '(' + f1_1 + ')' + '*' + '(' + f2_1 + ')'
            + '*' + '(' + f2_2 + ')' + '*' + f1_2 + '^' + '('
            + f2_1 + ')' + '*' + '(' + f2_2 + ')' + "-1";
198     }
199 }
200 simplificacao(mostrar);
201 }
202
203 void simplificacao(string funcao){
204     x = (funcao.find("0*"));
205     string simplificada = funcao;
206     if (funcao.find("*0") != -1 || x != -1){
207         if((x == 0) || x != 0 && isdigit(x - 1) == false){
208             simplificada = "0";
209             primaria = "";
210         }
211         else{
212             simplificada = funcao;
213         }
214     }
215     else {
216         simplificada = funcao;
217     }
218     x = simplificada.find("^1");
219     if (x != -1){
220         if (x + 1 == simplificada.length() - 1){
221             simplificada.erase(x, 2);
222         }
223         else {
224             if(isdigit(x + 2) == false){
225                 simplificada.erase(x, 2);
226             }
227         }
228     }
229     x = simplificada.find("^0");
230     if (x != -1){
231         if (x + 1 == simplificada.length() - 1){
232             if (simplificada.find_last_of("*", x)){
233                 simplificada.erase(simplificada.find("*") + 1, x
                    + 1);
234                 simplificada += '1';
235             } else{
236                 simplificada.erase(0, x + 1);
237                 simplificada += '1';
238             }

```



```

239     }
240 }
241 x = simplificada.find("*1");
242 if(x != -1){
243     if (x + 1 == simplificada.length() - 1){
244         simplificada.erase(x, 2);
245         if (simplificada.length() == 1 && simplificada[0] ==
            '1'){
246             simplificada = "";
247             primaria.erase(primaria.length() - 1 ,1);
248         }
249     }
250 }
251 x = simplificada.find("^");
252 y = simplificada.find("-");
253 if(x && y && isdigit(simplificada[y + 1]) && isdigit(
    simplificada[y - 1])){
254     string simpl1 = "", simpl2 = "";
255     for(int i = x + 1; i < y ; i++){
256         simpl1 += simplificada[i];
257     }
258     for(int i = y + 1; i < simplificada.length(); i++){
259         simpl2 += simplificada[i];
260     }
261     int n1 = atoi(simpl1.c_str());
262     int n2 = atoi(simpl2.c_str());
263     int aux = n1 - n2;
264     simplificada.erase(x + 1);
265     simplificada += inttostring(aux);
266 }
267 cout << primaria << simplificada << endl;
268 }

```

Este arquivo é subdividido em várias funções, que executam tarefas diferentes:

- cabecalho (linhas 20–26): Mostra uma apresentação da ferramenta, dos autores e demais pessoas envolvidas por meio de códigos de saída de texto;
- inttostring (linhas 73–77): Converte um dado de texto (string) em um dado numérico inteiro (int);
- limpatela (linhas 28–35): Apaga da janela de visualização todo o texto exibido anteriormente, por meio de código verificador de sistema operacional, que define o comando adequado;
- inserir_funcao (linhas 37–42): Permite ao usuário informar a função a ser derivada;
- derivada (linhas 44–63): Realiza a primeira etapa do processo de derivação: "derivada da de fora"(-sen, -cos, sen, cos para sua respectiva derivada), utiliza estrutura de comparação e condição para a escolha;
- copiar (linhas 65–71): Responsável por identificar a função interna da função composta por meio de uma estrutura de repetição, comparação e condição;

- derivada_dentro (linhas 79–201): A maior seção do código, que é responsável por efetivamente realizar a derivação da função interna, retornando um resultado que pode ainda não estar simplificado, utiliza uma estrutura de repetição, condição, comparação e as demais funções presentes na biblioteca;
- simplificacao (linhas 203–268): Encontra no retorno da função anterior possíveis simplificações, como por exemplo: $*0$, 1 , 0 , $*1$ e após esse processo ela realiza as conversões e correções necessárias, fornecendo a função final já derivada.

2.4. Exercícios

Consta-se, abaixo, dez exercícios de teste da ferramenta desenvolvida:

1. Função de Entrada: $f(x) = \text{sen}(x^2)$;
 Função de Saída: $f'(x) = \cos(x^2) * 2 * x$;
 Processo de Integração:
 $\int \cos(x^2) * 2x \, dx$
 $u = x^2$
 $du = 2x \, dx$
 $\int \cos(u) \, du \rightarrow |\text{sen}(u) \, du$
 $f(x) = \text{sen}(x^2) + C$
2. Função de Entrada: $f(x) = \cos(2 * x^2)$;
 Função de Saída: $f'(x) = -\text{sen}(2 * x^2) * 4 * x$;
 Processo de Integração:
 $\int -\text{sen}(2x^2) * 4x \, dx$
 $u = 2x^2$
 $du = 4x \, dx$
 $\int -\text{sen}(u) \, du \rightarrow |\cos(u) \, du$
 $f(x) = \cos(2x^2) + C$
3. Função de Entrada: $f(x) = -\text{sen}(\pi * x^{2*e})$;
 Função de Saída: $f'(x) = -\cos(\pi * x^{2*e}) * \pi * 2 * e * x^{2*e-1}$;
 Processo de Integração:
 $\int -\cos(\pi x^{2e}) * 2\pi e * x^{2e-1} \, dx$
 $u = \pi x^{2e}$
 $du = 2\pi e x^{2e-1} \, dx$
 $\int -\cos(u) \, du \rightarrow |-\text{sen}(u) \, du$
 $f(x) = -\text{sen}(\pi x^{2e}) + C$
4. Função de Entrada: $f(x) = -\cos(25 * x^{25*25})$;
 Função de Saída: $f'(x) = \text{sen}(25 * x^{25*25}) * 15625 * x^{624}$;
 Processo de Integração:
 $\int \text{sen}(25x^{625}) * 15625x^{624} \, dx$
 $u = 25x^{625}$
 $du = 15625x^{624} \, dx$
 $\int \text{sen}(u) \, du \rightarrow |-\cos(u) \, du$
 $f(x) = -\cos(25x^{625}) + C$

5. Função de Entrada: $f(x) = \text{sen}(x^0)$;

Função de Saída: $f'(x) = 0$;

Processo de Integração:

$$\int 0 \, dx$$

$$0 \mid x dx$$

$$f(x) = 0 + C$$

6. Função de Entrada: $f(x) = -\cos(x^1)$;

Função de Saída: $f'(x) = \text{sen}(x^1)$;

Processo de Integração:

$$\int -\cos(x) \, dx$$

$$0 \mid \text{sen}(x) dx$$

$$f(x) = \text{sen}(x) + C$$

7. Função de Entrada: $f(x) = -\cos(2x^1)$;

Função de Saída: $f'(x) = \text{sen}(2x^1) * 2$;

Processo de Integração:

$$\int \text{sen}(2x) * 2 \, dx$$

$$u = 2x$$

$$du = 2dx$$

$$\int \text{sen}(u) \, du \rightarrow -\cos(u) \, du$$

$$f(x) = -\cos(2x) + C$$

8. Função de Entrada: $f(x) = \text{sen}(x^e)$;

Função de Saída: $f'(x) = \cos(x^e) * e * x^{e-1}$;

Processo de Integração:

$$\int \cos(x^e) * e * x^{e-1} \, dx$$

$$u = x^e$$

$$du = ex^{e-1} dx$$

$$\int \cos(u) \, du \rightarrow \text{sen}(u) \, du$$

$$f(x) = \text{sen}(x^e) + C$$

9. Função de Entrada: $f(x) = \cos(x^{-\pi})$;

Função de Saída: $f'(x) = -\text{sen}(x^{-\pi}) * -\pi * x^{-\pi-1}$;

Processo de Integração:

$$\int -\text{sen}(x^{-\pi}) * -\pi * x^{-\pi-1} \, dx$$

$$u = x^{-\pi}$$

$$du = -\pi x^{-\pi-1} dx$$

$$\int -\text{sen}(u) \, du \rightarrow \cos(u) \, du$$

$$f(x) = \cos(x^{-\pi}) + C$$

10. Função de Entrada: $f(x) = -\text{sen}(x^{\frac{1}{2}})$;
 Função de Saída: $f'(x) = -\cos(x^{\frac{1}{2}}) * \frac{1}{2} * x^{\frac{1}{2}-1}$;
 Processo de Integração:
 $\int -\cos(x^{\frac{1}{2}}) * \frac{1}{2} * x^{-\frac{1}{2}} dx$
 $u = x^{\frac{1}{2}}$
 $du = \frac{1}{2} * x^{-\frac{1}{2}} dx$
 $\int -\cos(u) du \rightarrow -\text{sen}(u) du$
 $f(x) = -\text{sen}(x^{\frac{1}{2}}) + C$

Referências

- de Figueiredo, E. B., Siple, I. Z., Longen, L. G., and Boeing, F. K. (2013). Integral definida: Um recurso tecnológico para o professor. In ULBRA, editor, *Congresso Internacional de Ensino da Matemática*.
- Gasparin, P. P. and Kestring, F. B. F. (2014). Cálculo diferencial e integral na ponta da tecnologia: Geogebra e winplot como recurso de ensino aprendizagem. In EPREM, editor, *Encontro Paranaense de Educação Matemática*.
- GitHub, I. (2016). Atom.
- Merlin, J. R., Costa, E. B. B., and Mura, W. D. (2013). Programação i - notas de aula. *Universidade Estadual do Norte do Paraná*, 1(1):1 – 81.