



## 5ª Lista de Física Geral IV

| Horários e salas |               |                      |
|------------------|---------------|----------------------|
| Terça-Feira      | 17:15 - 19:15 | Bloco C34 - Sala 105 |
| Quinta-Feira     | 17:15 - 19:15 | Bloco C34 - Sala 101 |
| Sexta-Feira      | 17:15 - 19:15 | Bloco C34 - Sala 101 |

**1** - (Circuito puramente resistivo em AC) Considere um circuito formado por um resistor  $R$  e um gerador de corrente alternada cuja força eletromotriz é dada pela equação

$$\epsilon(t) = V_m \cos(\omega t)$$

Escreva a tensão e a corrente em função do tempo no resistor. Escreva a Lei de Ohm para esse circuito. Faça um diagrama de fasores e descreva suas propriedades.

**2** - (Circuito puramente indutivo em AC) Considere um circuito formado por um indutor  $L$  e um gerador de corrente alternada cuja força eletromotriz é dada pela equação

$$\epsilon(t) = V_m \cos(\omega t)$$

Encontre a tensão e a corrente em função do tempo. Explique o que é a chamada reatância indutiva. Escreva a Lei de Ohm para esse circuito. Faça um diagrama de fasores e encontre a diferença de fase entre a corrente e a tensão.

**3** - (Circuito puramente capacitivo em AC) Considere um circuito formado por um capacitor  $C$  e um gerador de corrente alternada cuja força eletromotriz é dada pela equação

$$\epsilon(t) = V_m \cos(\omega t)$$

Encontre a tensão, a carga no capacitor e a corrente em função do tempo. Explique o que é a chamada reatância capacitiva. Escreva a Lei de Ohm para esse circuito. Faça um diagrama de fasores e encontre a diferença de fase entre a corrente e a tensão.

**4** - (Circuito RL em AC). Considere um circuito composto por um gerador AC  $\epsilon(t) = V_m \cos(\omega t)$ , um indutor e um resistor. Mostre que a corrente estacionária nesse sistema pode ser escrita como,

$$I(t) = \frac{V_m}{Z} \cos(\omega t - \phi_L)$$

sendo  $Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$  a chamada impedância do circuito e  $\phi_L = \arctan(\omega L/R)$  a fase da corrente. Represente a corrente e a tensão entre os terminais do indutor e do resistor usando fasores e verifique que a corrente está atrasada uma fase igual a  $\phi_L$  em relação a tensão. Verifique que para  $R \rightarrow 0$ ,  $\phi_L \rightarrow \pi/2$ , como encontramos ao resolver o Problema 2.

**5** - (Circuito RC em AC). Considere um circuito composto por um gerador AC  $\epsilon(t) = V_m \cos(\omega t)$ , um capacitor e um resistor. Mostre que a corrente estacionária nesse sistema pode ser escrita como,

$$I(t) = \frac{V_m}{Z} \cos(\omega t - \phi_C)$$



sendo  $Z = R^2 + 1/(\omega^2 C^2)$  a chamada impedância do circuito e  $\phi_C = \arctan(1/(\omega RC))$  a fase da corrente. Represente a corrente e a tensão entre os terminais do capacitor e do resistor usando fasores e verifique que a corrente está adiantada uma fase igual a  $\phi_L$  em relação a tensão. Verifique que para  $R \rightarrow 0$ ,  $\phi_C \rightarrow \pi/2$ , como encontramos ao resolver o Problema 3.

**6 -** (Circuito RLC em AC). Considere um circuito formado por um capacitor, um indutor, um resistor e um gerador AC  $\epsilon(t) = V_m \cos(\omega t)$ . Obtenha a expressão que descreve a corrente estacionária nesse sistema, isto é, mostre que:

$$I(t) = \frac{V_m}{Z} \cos(\omega t - \phi)$$

sendo  $Z$  o módulo da impedância complexa  $\bar{Z} = R + i[\omega L - 1/(\omega C)]$  e  $\phi = \arctan\left(\frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}\right)$  a fase da corrente. Esboce um gráfico da corrente máxima  $I_m = V_m/Z$  em função de  $\omega$  do problema anterior e verifique que essa função tem um máximo em  $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$

**7 -** A lei de Ampère na forma integral apresenta um problema relacionado à conservação da carga. Uma maneira de observar esse problema é considerar um processo de carga e descarga de um capacitor. A figura abaixo ilustra a aplicação da lei de Ampère para dois caminhos  $C$  e  $C'$  num circuito onde existe um capacitor sendo carregado. Aplique a lei de Ampère nas duas situações para observar que há uma descontinuidade na corrente.

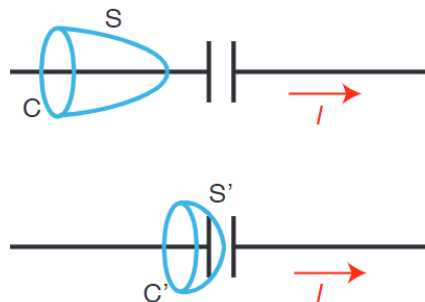


Figura 1: Figura referente ao problema 7.

**8 -** Quais são as equações de Maxwell (já com a correção na lei de Ampere) e qual a interpretação física de cada uma? Utilizando os teoremas de *Stokes* (rotacional) e *Gauss* (divergente), passe as equações de Maxwell da forma integral para a diferencial.

**9 -** Utilizando as equações de Maxwell obtenha a equação de onda para o campo elétrico  $\vec{E}$ , para o campo magnético  $\vec{B}$  e para o caso geral unidimensional.

**10 -** A densidade de energia armazenada eletromagnética pode ser escrita como

$$U = \frac{1}{2} \epsilon_0 \vec{E}^2 + \frac{1}{2} \frac{\vec{B}^2}{\mu_0}$$

Sendo a taxa de variação temporal de  $U$  expressa por

$$-\frac{\partial U}{\partial t} = \vec{J} \cdot \vec{E} + \nabla \cdot \vec{S}$$



com  $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$  sendo o vetor de *Poynting*. (a) Argumente que o primeiro termo dessa expressão ( $\vec{J} \cdot \vec{E}$ ) representa o trabalho por unidade de tempo e volume realizado pelo campo  $\vec{E}$  sobre as cargas. (b) Integrando a expressão para  $-\frac{\partial U}{\partial t}$  em um volume  $V$  e usando o Teorema da Divergência, mostre que  $\vec{S}$  deve representar um fluxo de energia eletromagnética para fora do volume  $V$ .

**11 -** Para uma onda eletromagnética plana ( $\vec{E} = \vec{e}E$  e  $\vec{B} = \frac{1}{c}\hat{v} \times \vec{E}$ ) calcule a densidade de energia  $U$ . Observe que, em cada instante de tempo, metade dessa densidade de energia encontra-se na forma magnética e metade na forma elétrica. Aproveite e calcule também o vetor de *Poynting*.

**12 -** (a) Enuncie o princípio de *Huygens* e o princípio de *Fermat*. (b) Utilizando o princípio de *Fermat* deduza a lei de Reflexão e a lei de *Snell*.

**13 -** Um feixe de luz monocromático é refletido e refratado num ponto A da interface entre o material 1, cujo índice de refração é  $n_1 = 1,33$ , e o material 2, cujo o índice de refração é  $n_2 = 1,77$ . O feixe incidente faz um ângulo de  $50^\circ$  com a interface. Qual é o ângulo de reflexão no ponto A? Qual é o ângulo de refração?

**14 -** Um modelo simplificado de fibra óptica consiste em um material (a fibra) com índice de refração  $n_f$ , envolvido por um revestimento cujo índice de refração é  $n_c < n_f$ . Qual deve ser o ângulo de incidência  $\theta$  para que o feixe de luz fique confinado no interior da fibra? Suponha que o índice de refração no meio exterior a fibra seja  $n$ . Em seus cálculos, você deverá encontrar a quantidade  $n \sin(\theta)$ , a qual é conhecida como abertura numérica da fibra.



Figura 2: Figura referente ao problema 14.