

# Econometria I

## Exame 2

18/12/2023

Instruções:

- Você precisa justificar suas respostas com cuidado e mostrar seu trabalho para obter o crédito total. Crédito parcial pode ser dado para cada pergunta.
- Caso o tempo se esgote ou não consiga completar a argumentação/prova formal, crédito parcial poderá ser dado para uma resposta intuitiva.
- Salvo indicação em contrário, podem ser utilizados pressupostos padrão do modelo linear. Indique claramente as suposições que você está usando para resolver cada exercício.
- Cada item dentro de cada questão vale 7 pontos, enquanto que a última questão vale 16 pontos.

1. Considere o modelo

$$\begin{aligned}y_{1i} &= \beta y_{2i} + \varepsilon_{1i} \\ y_{2i} &= \alpha x_i + \varepsilon_{2i}\end{aligned}$$

onde

$$\varepsilon_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1i} \\ \varepsilon_{2i} \end{bmatrix} \sim iid N \left( \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{bmatrix} \right),$$

$y_{1i}$  e  $y_{2i}$  são as variáveis dependentes (univariadas) e  $x_i$  é uma variável aleatória exógena (univariada). A amostra contém  $n$  observações de  $(y_{1i}, y_{2i}, x_i)$ .

- a. Derive o estimador de OLS de  $\beta$ . Analise a consistência desse estimador.
- b. Se não for consistente, você pode impor algumas restrições nos parâmetros do modelo para recuperar consistência? Interprete e discuta seu resultado.
- c. Derive o estimador de OLS de  $\alpha$ . Analise a consistência desse estimador.
- d. Se não for consistente, você pode impor algumas restrições nos parâmetros do modelo para recuperar consistência? Interprete e discuta seu resultado.
- e. Derive o estimador IV de  $\beta$  usando  $x$  como instrumento e estude sua consistência. Qual estimador de  $\beta$  deve ser usado? Interprete e discuta sua resultado.

2. Considere o modelo de regressão linear múltipla:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \epsilon_i$$

A matriz de covariância  $\Sigma$  é dada por:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

onde a variância do erro para a observação  $i$ ,  $\sigma_i^2$ , é dada por  $\lambda_i \sigma^2$ , onde  $\lambda_i$  é uma constante conhecida.

- a. Discuta as implicações de se estimar o modelo acima pelo método OLS. Lembre-se de explicitar quaisquer pressupostos usados em sua resposta.
  - b. Derive o estimador de mínimos quadrados generalizados (GLS) para o modelo acima.
  - c. Compare os estimadores de OLS ( $\mathbf{b}_{OLS}$ ) e GLS ( $\mathbf{b}_{GLS}$ ) em termos de eficiência e consistência.
  - d. Derive uma forma de construir a matriz de covariância de  $\mathbf{b}_{OLS}$  levando em conta a estrutura heteroscedástica de  $\varepsilon$ .
  - e. Descreva um teste formal para a presença de heteroscedasticidade no modelo de regressão. Esboce os passos para conduzir o teste e interprete os resultados.
3. Responda as seguintes questões sobre dados em painel:
- a. Mostre que na presença de heterogeneidade não observada correlacionada com a variável principal  $X$ , o estimador de desvio de média (*within estimator*) é consistente e não-viesado.
  - b. Se existe heterogeneidade não observada que não está correlacionada com a variável  $X$  de interesse, qual estimador seria mais apropriado: efeito fixo ou efeito aleatório? Por que?
4. Suponha que você deseja estimar o efeito causal de um programa de acesso a crédito agrícola sobre a produtividade de pequenos agricultores. O programa consiste em concessão de crédito subsidiado para agricultores que satisfaçam os seguintes critérios: i. ter uma propriedade inferior a 4 hectares; ii. ter renda mensal inferior a 3 salários mínimos.

Suponha que o programa escolha de forma aleatória a quem fornecer o crédito dentre os agricultores inscritos no programa. Para tanto você possui uma amostra de tamanho  $n = 50000$ , a nível individual, para o ano de 2020, com as seguintes informações:

- sexo
- idade
- situação matrimonial (casado(a), solteiro(a), divorciado(a), viúvo(a))
- tipo de cultura cultivada
- renda mensal média
- tamanho da propriedade
- município de residência
- situação junto à instituição financeira: 1 se inscrito, 0 caso contrário
- situação do sorteio: 1 se sorteado, 0 caso contrário

Descreva sua estratégia de identificação, explicitando equação(ões) de regressão, hipóteses, potenciais violações/ameaças à validade de sua estratégia, bem como caminhos para testar tais hipóteses e/ou ameaças. Note que sua nota nesta questão dependerá do nível de detalhes e formalização da sua exposição.