Econometria I

Exame 1 (Gabarito)

26/10/2023

1. a. O estimador de β_1 obtido através da regresão de $\mathbf{y}$ em $\mathbf{X}_1$ é

$$\begin{aligned}\mathbf{b}_1 &= (\mathbf{X_1'X_1})^{-1}\mathbf{X_1'y}\\ &= (\mathbf{X_1'X_1})^{-1}\mathbf{X_1'}(\mathbf{X_1}\beta_\mathbf{1} + \mathbf{X_2}\beta_\mathbf{2} + \varepsilon)\\ &= \beta_\mathbf{1} + (\mathbf{X_1'X_1})^{-1}(\mathbf{X_1'X_2})\beta_\mathbf{2} + (\mathbf{X_1'X_1})^{-1}\mathbf{X_1'}\varepsilon\end{aligned}$$

e podemos deduzir o viés:

$$E[\mathbf{b}|\mathbf{X}] - \beta_\mathbf{1} = \mathbf{P_{12}}\beta_\mathbf{2}, \text{ onde } \mathbf{P}_{12} = (\mathbf{X_1'X_1})^{-1}\mathbf{X_1'X_2}$$

dado que $E[\varepsilon|\mathbf{X}] = 0$, seqguindo as hipóteses clássicas.

b. A matriz $\mathbf{P}_{12}$ é tal que

$$\mathbf{P}_{12} = \left(\frac{\mathbf{X_1'X_1}}{n}\right)^{-1}\left(\frac{\mathbf{X_1'X_2}}{n}\right)$$

onde: $\mathbf{X_1'X_1}/n$ é a variância amostral de $\mathbf{X}_1$ e $\mathbf{X_1'X_2}/n$ é a covariância amostral entre $\mathbf{X}_1$ e $\mathbf{X}_2$. $\mathbf{b}_1$ será não-viesado caso $\mathbf{X_1'X_2}/n = 0$, ou seja, se a covariância amostral entre $\mathbf{X}_1$ e $\mathbf{X}_2$ for exatamente zero. $\mathbf{b}_1$ também será não-viesado caso $\beta_2 = 0$, ou seja, se $\mathbf{X}_2$ forem variáveis explicativas irrelevantes.

c. Suponha o seguinte processo gerador de dados:

$$Q_i = \alpha + \beta P_i + \gamma R + \varepsilon,$$

onde Q é a quantidade demandada, P é o preço e R é a renda. Com base na questão acima, o viés da estimativa de OLS da variável preço é dado por

$$E[\mathbf{b}|\mathbf{X}] - \beta = \left(\frac{\text{covariância amostral entre } P \text{ e } R}{\text{variância amostral de } P}\right) \times \gamma$$

Espera-se que γ seja positivo. Caso a covariância amostral entre P e R seja positiva, o viés será positivo, caso contrário, negativo.