

# Econometria I

## Exame 1 (Segunda Chamada)

14/12/2023

### Instruções:

- Você precisa justificar suas respostas com cuidado e mostrar seu trabalho para obter o crédito total. Crédito parcial pode ser dado para cada pergunta.
- Caso o tempo se esgote ou não consiga completar a argumentação/prova formal, o crédito parcial poderá ser dado para uma resposta intuitiva.
- Salvo indicação em contrário, podem ser utilizados pressupostos padrão do modelo linear. Indique claramente as suposições que você está usando para resolver cada exercício.
- Cada questão vale 20 pontos, distribuídos igualmente entre os itens de cada uma.

1. Considere o seguinte modelo de regressão linear clássico particionado:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}_1\beta_1 + \mathbf{X}_2\beta_2 + \varepsilon,$$

onde  $\mathbf{y}$  é um vetor  $n \times 1$  de observações sobre a variável dependente, e  $\mathbf{X}_1$  e  $\mathbf{X}_2$  são matrizes de observações  $n \times K_1$  e  $n \times K_2$  nos regressores. Ademais, definimos  $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 \ \mathbf{X}_2]$  como uma matriz  $n \times K$ , onde  $K = K_1 + K_2$ .

- a. Mostre que ao omitirmos as variáveis incluídas em  $\mathbf{X}_2$  e estimarmos  $\beta_1$  executando uma regressão de  $\mathbf{y}$  apenas em  $\mathbf{X}_1$ , o estimador de OLS  $\mathbf{b}_1$  geralmente será viesado com o viés dado por  $\mathbf{P}_{12}\beta_2$ , onde  $\mathbf{P}_{12} = (\mathbf{X}_1'\mathbf{X}_1)^{-1}\mathbf{X}_1'\mathbf{X}_2$ .
  - b. Interprete os elementos da matriz  $\mathbf{P}_{12}$ . Sob quais condições  $\mathbf{b}_1$  será não-viesado?
  - c. Um pesquisador está estimando a equação de demanda por móveis usando dados em cross-section. Como regressores ela usa um termo de intercepto, o preço relativo dos móveis, e omite a variável renda, a qual é relevante para o modelo. Encontre uma expressão para o viés da estimativa de OLS da variável preço nesta regressão; discuta seu sinal.
2. Suponha duas amostras independentes  $(\mathbf{y}_1, \mathbf{X}_1)$  e  $(\mathbf{y}_2, \mathbf{X}_2)$  que satisfazem  $\mathbf{y}_1 = \mathbf{X}_1\beta_1 + \varepsilon_1$  e  $\mathbf{y}_2 = \mathbf{X}_2\beta_2 + \varepsilon_2$  onde  $E(\mathbf{X}_{1i}\varepsilon_{1i}) = 0$  e  $E(\mathbf{X}_{2i}\varepsilon_{2i}) = 0$  e tanto  $\mathbf{X}_1$  quanto  $\mathbf{X}_2$  têm  $K$  colunas. Sejam  $\mathbf{b}_1$  e  $\mathbf{b}_2$  os estimadores de OLS de  $\beta_1$  e  $\beta_2$ , respectivamente. Para simplificar, você pode assumir que ambas amostras possuem o mesmo número de observações  $n$ .

- a. Encontre a distribuição assintótica de

$$\sqrt{n}[(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) - (\beta_1 - \beta_2)]$$

quando  $n \rightarrow \infty$ .

- b. Encontre a estatística de teste apropriada para  $H_0 : \beta_1 = \beta_2$

- c. Encontre a distribuição assintótica desta estatística sob  $H_0$ .
3. Prove que o estimador de mínimos quadrados no modelo de regressão clássico é o estimador linear não-viesado de variância mínima.
4. Considere o modelo de regressão

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon$$

onde  $\mathbf{y}$  é um vetor de observações  $n \times 1$ ,  $\mathbf{X}$  é uma matrix  $n \times K$ ,  $\beta$  é um vetor  $K \times 1$  de coeficientes e  $\varepsilon$  é um vetor  $n \times 1$  de termos de erro.

- a. Mostre que o estimador de MQO  $\mathbf{b}$  é um estimador consistente de  $\beta$ . Explícite todas as hipóteses e resultados utilizados em sua prova.
- b. Derive a distribuição assintótica de  $\mathbf{b}$ , detalhando as hipóteses e resultados necessários em sua derivação.
5. A estimativa de um modelo misterioso usando um método misterioso produz o resultado fornecido a seguir. Sabe-se que  $E[y|x_2; x_3] = g(1 + 2x_2 + 3x_3)$  onde a forma funcional  $g()$  é desconhecida, mas sabe-se que  $g()$  é monotonicamente decrescente.

. sum y x2 x3						
Variable	Obs	Mean	Std. Dev.			
y	167	.3473054	.6202229			
x2	167	.0443812	1.020856			
x3	167	.0263457	.5186052			
Mystery regression				Number of obs	=	167
				chi2(2)	=	6.87
				Prob > chi2	=	0.0322
-----						
y	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
-----						
x2	.272362	.1331826	2.05	0.041	.0113289	.5333952
x3	.4223453	.2653977	1.59	0.112	-.0978247	.9425153
_cons	-1.141784	.1426118	-8.01	0.000	-1.421298	-.8622702
-----						

Forneça uma interpretação do resultado com a maior quantidade de detalhes possível.