

BÀI TOÁN VỀ GHÉP CẶP

Bùi Tiến Lên

Đại học Khoa Học Tự Nhiên

01/01/2017



ĐỒ THỊ PHÂN ĐÔI

NỘI DUNG

1. ĐỒ THỊ PHÂN ĐÔI
2. ĐỒ THỊ PHÂN ĐÔI CÓ TRỌNG SỐ
3. ĐỒ THỊ TỔNG QUÁT

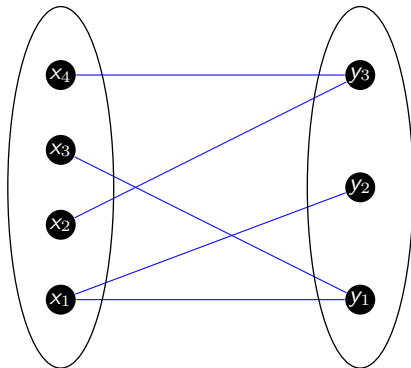
Các khái niệm

Định nghĩa 6.1

Đồ thị phân đôi $G = (V, E)$ là đồ thị đơn vô hướng có tập đỉnh chia thành hai tập con X và Y rời nhau ($V = X \cup Y$) sao cho

- ▶ Các đỉnh của X không kề nhau
- ▶ Các đỉnh của Y không kề nhau

Các khái niệm (cont.)



Hình 6.1: Đồ thị phân đôi

Các khái niệm (cont.)

Đồ thị $G = (V, E)$ là đồ thị đơn, liên thông

Algorithm 1 Thuật toán kiểm tra G phân đôi

```
1:  $v \in V$  là một đỉnh bất kỳ
2:  $X \leftarrow \{v\}$ 
3:  $Y \leftarrow \emptyset$ 
4: repeat
5:    $Y \leftarrow Y \cup Adj(X)$ 
6:    $X \leftarrow X \cup Adj(Y)$ 
7: until  $X \cap Y \neq \emptyset$  hoặc  $X$  hoặc  $Y$  không thay đổi
8: if  $X \cap Y \neq \emptyset$  then
9:   Đồ thị  $G$  không phân đôi
10: else
11:   Đồ thị  $G$  phân đôi
```

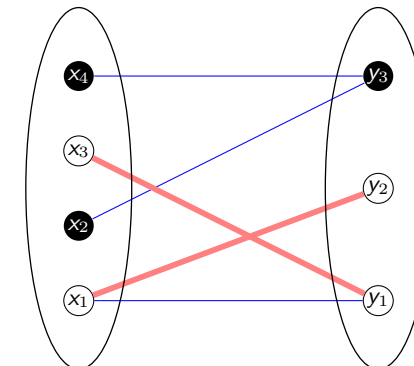
Các khái niệm (cont.)

Định nghĩa 6.2

Cho đồ thị $G = (V, E)$, tập hợp $M \subset G$ với các cạnh không có đỉnh chung được gọi là **bộ ghép (matching set)**

- ▶ Các đỉnh thuộc M được gọi là các **đỉnh đã ghép (matched vertex)**
- ▶ Các đỉnh không thuộc M được gọi là các **đỉnh chưa ghép (unmatched vertex)**
- ▶ Các cạnh thuộc M được gọi là các **cạnh đã ghép (matched edge)**
- ▶ Các cạnh không thuộc M được gọi là các **cạnh chưa ghép (unmatched edge)**

Các khái niệm (cont.)

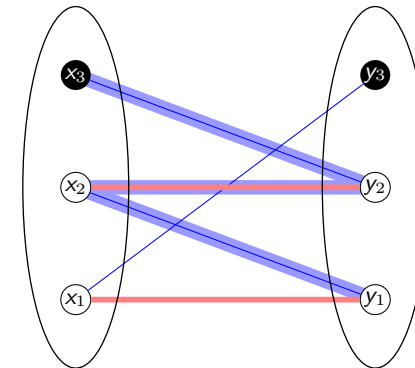


Hình 6.2: Bộ ghép $M = \{(x_1, y_2), (x_3, y_1)\}$, các đỉnh đã được ghép là $\{x_1, x_3, y_1, y_2\}$, các đỉnh chưa được ghép là $\{x_2, x_4, y_3\}$

Các khái niệm (cont.)

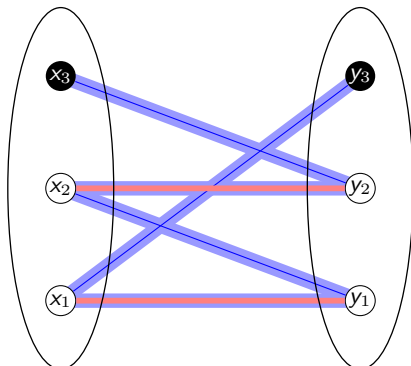
Định nghĩa 6.3

- ▶ **Đường pha (alternating path)** là một đường đi đơn bắt đầu từ một đỉnh *chưa ghép* của X , đi theo một cạnh *chưa ghép* sang Y , rồi theo một cạnh *đã ghép* về X , cứ luân phiên xen kẽ như vậy
- ▶ **Đường tăng (augmenting path)** là một đường pha bắt đầu từ một đỉnh chưa ghép của X và kết thúc tại đỉnh chưa ghép của Y



Hình 6.3: Đường pha x_3, y_2, x_2, y_1

Các khái niệm (cont.)



Hình 6.4: Đường tăng $x_3, y_2, x_2, y_1, x_1, y_3$

Bài toán ghép đôi tối đại

Bài toán 6.1

Cho đồ thị $G = (V, E)$, gọi \mathcal{M} là tập hợp các bộ ghép. Bài toán ghép đôi tối đại là tìm bộ ghép $M_{max} \in \mathcal{M}$ có nhiều cạnh nhất.

$$M_{max} = \operatorname{argmax}_{M \in \mathcal{M}} (|M|) \quad (6.1)$$

Thuật toán tìm ghép đôi tối đại

Cho một đồ thị phân đôi $G = (V = (X, Y), E)$

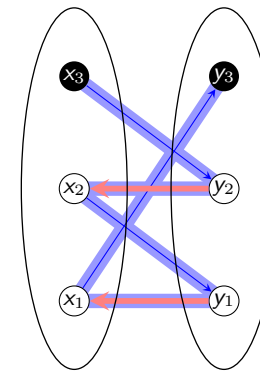
Algorithm 2 Thuật toán đường tăng

- 1: $M \leftarrow \emptyset$
- 2: **while** tồn tại một đường mở P từ X sang Y **do**
- 3: Các cạnh đã ghép của P chuyển thành chưa ghép
- 4: Các cạnh chưa ghép của P chuyển thành đã ghép

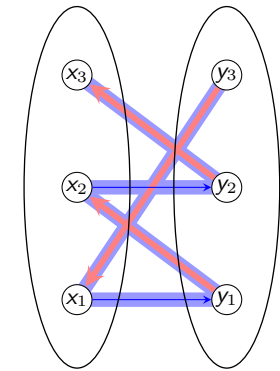
Để thuận tiện các cạnh sẽ được chuyển sang cạnh có hướng

- ▶ Cạnh chưa ghép có hướng từ X sang Y
- ▶ Cạnh đã ghép có hướng từ Y sang X

Thuật toán tìm ghép đôi tối đại (cont.)



(a) đường tăng

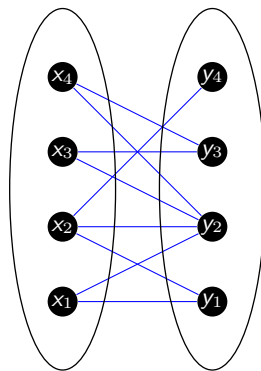


(b) chuyển trạng thái

Hình 6.5: Chuyển trạng thái cho các cạnh trên đường tăng

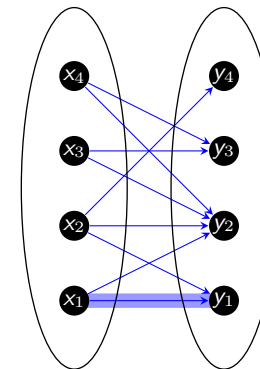
Minh họa thuật toán đường tăng

Tìm bộ ghép đôi cực đại của đồ thị phân đôi.

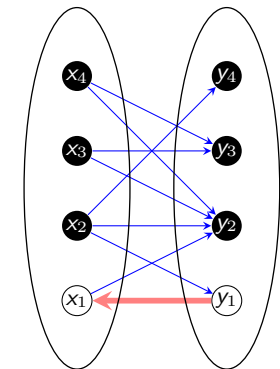


Hình 6.6: Đồ thị phân đôi

Minh họa thuật toán đường tăng (cont.)

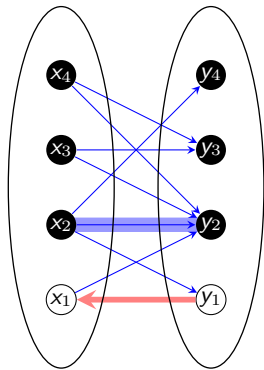


(a) đường tăng

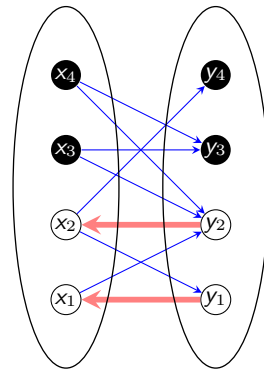


(b) cập nhật đường tăng

Minh họa thuật toán đường tăng (cont.)

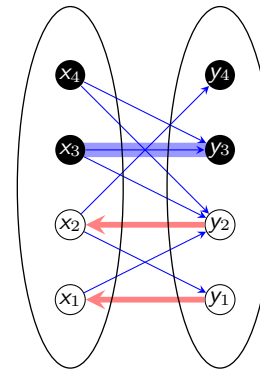


(a) đường tăng

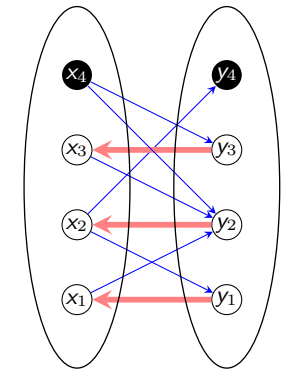


(b) cập nhật đường tăng

Minh họa thuật toán đường tăng (cont.)

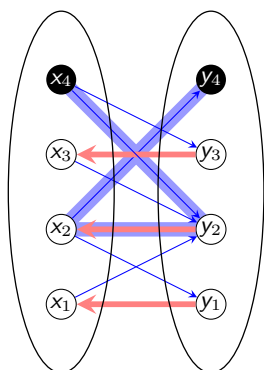


(a) đường tăng

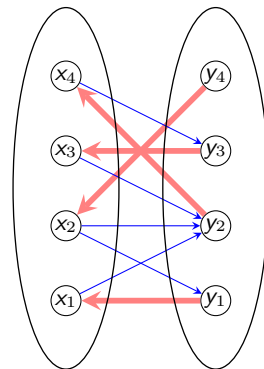


(b) cập nhật đường tăng

Minh họa thuật toán đường tăng (cont.)



(a) đường tăng



(b) cập nhật đường tăng và kết thúc

Một số ví dụ

Ví dụ 6.1

Có 5 việc cần tuyển người đảm nhận, mỗi người một việc. Gọi S_i là tập hợp các ứng viên thích hợp cho việc thứ i và giả sử rằng ta có

$$S_1 = \{A, B, C\}$$

$$S_2 = \{D, E\}$$

$$S_3 = \{D\}$$

$$S_4 = \{E\}$$

$$S_5 = \{A, E\}$$

Hãy tìm phương án tuyển người tối ưu

Một số ví dụ (cont.)

Ví dụ 6.2

Có 4 chàng trai B_1, B_2, B_3, B_4 và 5 cô gái G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 ; mỗi chàng trai có một danh sách các cô gái thích hợp như sau

$B_1 : \{G_1, G_4, G_5\}$

$B_2 : \{G_1\}$

$B_3 : \{G_2, G_3, G_4\}$

$B_4 : \{G_2, G_4\}$

Hãy tìm phương án mai mối tối ưu.

ĐỒ THỊ PHÂN ĐÔI CÓ TRỌNG SỐ

ĐỒ THỊ TỔNG QUÁT

Tài liệu tham khảo