Đáp án đề thi GK I

Môn XSTK (23DTV-CLC)

Phần 1: Tự luận

Câu 1: Giả sử 3 máy M_1, M_2, M_3 sản xuất lần lượt 600, 900, 1500 linh kiện mỗi ngày với tỉ lệ phế phẩm tương ứng là 5%; 6% và 7%. Vào cuối ngày làm việc nào đó, người ta lấy một linh kiện được sản xuất bởi một trong 3 máy trên một cách ngẫu nhiên, kết quả là được một phế phẩm. Dự đoán sản phẩm đó do máy nào sản xuất? Giải thích kết quả.

Bài làm.

Phép thử: Chọn ngẫu nhiên 1 linh kiện.

Đặt các biến cố

M_i: linh kiện đó do máy i sản xuất, i=1,2,3.

H: sản phẩm lấy ra là phế phẩm.

Theo đề ta có

$$P(M_1) = \frac{600}{3000} = 0{,}2; P(M_2) = \frac{900}{3000} = 0{,}3; P(M_3) = \frac{1500}{3000} = 0{,}5;$$

$$P(H|M_1) = 0{,}05; P(H|M_2) = 0{,}06; P(H|M_3) = 0{,}07.$$

Ta có: $\{M_1, M_2, M_3\}$ là một hệ đầy đủ.

Áp dụng công thức xác suất đầy đủ, ta có, xác suất nhận được phế phẩm là

$$P(H) = P(H|M_1)P(M_1) + P(H|M_2)P(M_2) + P(H|M_3)P(M_3)$$

$$= 0{,}2.\,0{,}05 + 0{,}3.0{,}06 + 0{,}5.0{,}07 = 0{,}063.$$

Áp dụng công thức Bayes, ta có

$$P(M_1|H) = \frac{P(H|M_1)P(M_1)}{P(H)} = \frac{0{,}05.\,0{,}2}{0{,}063} = 0{,}1587$$

$$P(M_2|H) = \frac{P(H|M_2)P(M_2)}{P(H)} = \frac{0{,}06.\,0{,}3}{0{,}063} = 0{,}2857$$

$$P(M_3|H) = \frac{P(H|M_3)P(M_3)}{P(H)} = \frac{0{,}07.\,0{,}5}{0{,}063} = 0{,}5556$$

Vậy khả năng phế phẩm đó do máy 3 sản xuất.

Câu 2. Một nhà xuất bản sách nhận thấy xác suất một trang bất kỳ có ít nhất một lỗi là 0,005 và các lỗi là độc lập giữa các trang. Tính xác suất để một cuốn tiểu thuyết 400 trang của họ chứa chính xác một trang có lỗi là bao nhiêu? Tối đa ba trang có lỗi là bao nhiêu?

Bài làm.

Gọi X là biến ngẫu nhiên " Số lỗi in trong 1 trang sách". $X \sim P(\lambda)$.

Gọi Y là "Số trang sách bị lỗi trong 400 trang sách". Y~B(400; p), trong đó $p = P(X \geq 1) = 0{,}005$.

Xác suất có đúng 1 trang sách bị lỗi trong 400 trang sách.

$$P(Y = 1) = C_{400}^{1}.\,0{,}005^{1}.\,0.995^{400-1} \approx 0{,}2707.$$

Xác suất có tối đa 3 trang sách bị lỗi trong 400 trang sách

$$P(Y \leq 3) = \sum_{y=0}^{3} C_{400}^{y}.\,0{,}005^{y}.\,0.995^{400-y} \approx 0{,}8576$$

Bài 3. Giả sử có 10% trong tổng số các trục thép được sản xuất bởi một quy trình là không phù hợp nhưng có thể được gia công lại (thay vì phải loại bỏ). Hãy xem xét một mẫu ngẫu nhiên gồm 200 trục và X biểu thị số lượng trục thép trong số này không phù hợp và có thể được gia công lại. Tính xác suất

a. Có ít nhất 30 trục thép không phù hợp và có thể được gia công lại.
b. Có từ 15 đến 25 trục thép không phù hợp và có thể được gia công lại.

Bài làm.

Gọi X là "Số trục thép không phù hợp và có thể được gia công lại trong mẫu 200 trục thép".

X~B(n,p), n=200, p=10%.

a. Xác suất có ít nhất 30 trục thép không phù hợp và có thể được gia cộng lại

$$P(X \geq 30) = 1 - P(X \leq 29) = 1 - \sum_{x=0}^{29} C_{200}^{x}.\,0{,}1^{x}.\,0{,}9^{200-x} = 0{,}0163$$

b. Xác suất có từ 15 đến 25 truc thép không phù hợp và có thể được gia công lại

$$P(15 \leq X \leq 25) = \sum_{x=15}^{25} C_{200}^{x}.\,0{,}1^{x}.\,0{,}9^{200-x} \approx 0{,}636$$

Cách 2

Ta có: $n.p = 200.0{,}1 = 20 > 5; n(1-p) = 200.0{,}9 = 180 > 5.$

Xấp xỉ nhị thức bằng phân phối chuẩn, hiệu chỉnh liên tục

a. $P(X \geq 30) = 1 - P(X \leq 29) = 1 - \phi\left(\frac{29-20+\frac{1}{2}}{\sqrt{200.0{,}1.0{,}9}}\right)$

$$= 1 - \phi(2{,}24) = 1 - 0{,}9875 = 0{,}0125$$

b. $P(15 \leq X \leq 25) = P(14 < X \leq 25) = \phi\left(\frac{25-20+\frac{1}{2}}{\sqrt{200.0{,}1.0{,}9}}\right) - \phi\left(\frac{14-20+\frac{1}{2}}{\sqrt{200.0{,}1.0{,}9}}\right)$

$$= \phi(1.30) - \phi(-1.30) = 0.9032 - (1 - 0.9032) = 0.8064$$