# CHƯƠNG 0
# GIỚI THIỆU

Bùi Tiến Lên

Đại học Khoa học Tự nhiên TPHCM

01/01/2017

## NỘI DUNG

1. GIỚI THIỆU ĐỒ THỊ

2. CÁC PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH

3. PHƯƠNG PHÁP LUẬN GIẢI BÀI TOÁN BẰNG ĐỒ THỊ

# GIỚI THIỆU ĐỒ THỊ

## Lời nói đầu

- Tất cả các nội dung trong giáo trình đều được tham khảo dựa trên các tài liệu về lý thuyết đồ thị (xem phần tài liệu tham khảo)
- Tác giả biên soạn lại theo chủ kiến của mình
- Tác giả rất mong nhận được những đóng góp về giáo trình qua email (btlen@fit.hcmus.edu.vn)

## Lý thuyết đồ thị là gì?

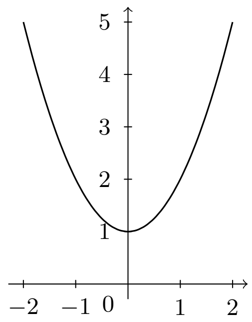
**Định nghĩa 0.1**

**Lý thuyết đồ thị** (**graph theory**) là môn học nghiên cứu các tính chất của **đồ thị** (**graph**), và áp dụng để giải quyết các bài toán thực tế.

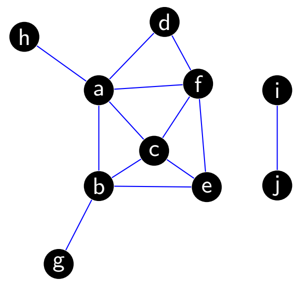
- Đồ thị ở đây không phải là đồ thị hàm toán học hay một biểu đồ nào đó
- Đồ thị ở đây là tập hợp các "đỉnh" có "liên kết" với nhau qua các "cạnh"



## Lý thuyết đồ thị là gì? (cont.)




(a) Đồ thị $y = x^2 + 1$




(b) Đồ thị

**Hình 0.1:** Đồ thị thông thường và đồ thị trong lý thuyết đồ thị



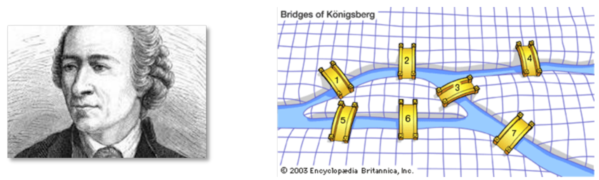
## Tại sao phải nghiên cứu?

- Lý thuyết đồ thị là nền tảng cho các ngành khoa học khác
- Lý thuyết đồ thị có rất nhiều ứng dụng
  - Bài toán tìm đường đi trên bản đồ giao thông
  - Bài toán lập lịch



## Lịch sử của lý thuyết đồ thị

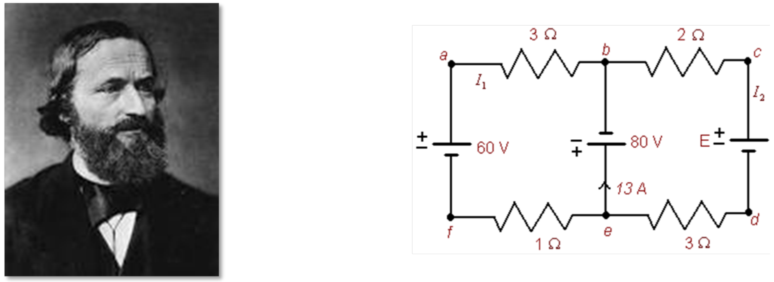
- Năm 1753, Leonhard Euler công bố bài báo giải bài toán "Seven Bridges of Königsberg"




**Hình 0.2:** Leonhard Euler

## Lịch sử của lý thuyết đồ thị (cont.)

- Năm 1845, Gustav Kirchhoff đưa ra định luật Kirchhoff cho mạch điện để tính điện thế và cường độ dòng điện trong mạch điện

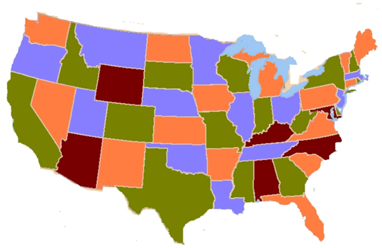



**Hình 0.3:** Gustav Kirchhoff



## Lịch sử của lý thuyết đồ thị (cont.)

- Năm 1852 Francis Guthrie đưa ra giả thuyết bốn màu rằng với bốn màu có thể tô màu một bản đồ bất kì sao cho không có hai nước nào cùng biên giới được tô cùng màu
- Bài toán này được giải hoàn chỉnh sau một thế kỉ vào năm 1976 bởi Kenneth Appel và Wolfgang Haken

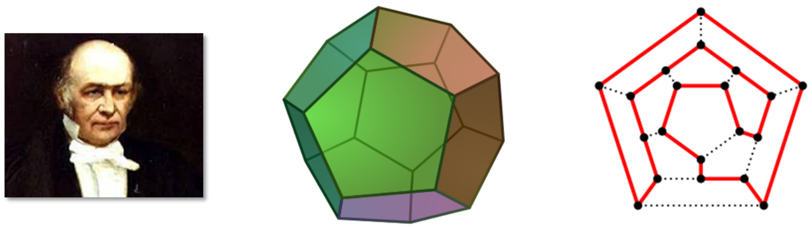


**Hình 0.4:** Tô màu bản đồ



## Lịch sử của lý thuyết đồ thị (cont.)

- Năm 1859, W. R. Hamilton phát minh ra một trò chơi như sau: một khối gỗ có 12 mặt (mỗi mặt là một ngũ giác đều) và 20 góc (3 cạnh giao nhau tại 1 góc). Các góc được đánh dấu bằng tên gọi của 20 thành phố quan trọng: London, NewYork, Delhi, Paris... Người chơi cần tìm ra cách đi dọc theo các cạnh của khối gỗ, sao cho đi ngang qua 20 thành phố đúng một lần



**Hình 0.5:** W. R. Hamilton



## Lịch sử của lý thuyết đồ thị (cont.)

- Trong thời hiện đại, có rất nhiều nhà khoa học đã đóng góp cho sự phát triển và hoàn thiện "lý thuyết đồ thị hiện đại" như Edsger Dijkstra, Richard Bellman, Robert Prim, Joseph Kruskal

## Nội dung môn học

- Chương 0: Giới thiệu môn học
- Chương 1: Các khái niệm cơ bản
- Chương 2: Đồ thị dạng cây & DAG
- Chương 3: Đồ thị dạng phẳng
- Chương 4: Bài toán về tô màu
- Chương 5: Bài toán về đường đi
- Chương 6: Bài toán về ghép cặp
- Chương 7: Bài toán về mạng
- Chương 8: Bài toán về đếm



# CÁC PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH

## Ý nghĩa

**Định nghĩa 0.2**

**Phương pháp chứng minh** (**methods of proof**) đưa ra cách suy diễn **đúng đắn** (**correctness**). Dùng để

- Xây dựng lý thuyết
- Kiểm chứng sự đúng đắn của lý thuyết



## Những thành phần cơ bản của lý thuyết

**Định nghĩa 0.3**

- **Khái niệm** (**concept**) trong lý thuyết
- **Tiên đề** (**axiom**) là một phát biểu được xem là đúng
- **Định lý** (**theorem**) là một phát biểu được chứng minh đúng
- **Bổ đề** (**lemma**) là một định lý "nhỏ" được sử dụng để chứng minh một định lý "lớn"
- **Hệ quả** (**corollary**) là một định lý "nhỏ" được suy ra từ một định lý "lớn"
- **Luật suy diễn** (**rule of inference**) là quy tắc suy ra những phát biểu đúng

## Định lý

Định lý thường được phát biểu dưới dạng

- Mệnh đề điều kiện
$$p \to q$$
nghĩa là **nếu** $p$ **đúng thì** $q$ **đúng**
- Mệnh đề vị từ tồn tại
$$\exists x P(x)$$
nghĩa là **tồn tại** $x$ **sao cho** $P(x)$ **đúng**
- Mệnh đề vị từ với mọi
$$\forall x P(x)$$
nghĩa là **với mọi** $x$ **thì** $P(x)$ **đúng**



## Điều kiện

**Định nghĩa 0.4**

Trong một mệnh đề điều kiện
$$p \to q$$
Thì

- $q$ là **điều kiện cần** để có $p$
- $p$ là **điều kiện đủ** để có $q$



## Luật suy diễn

Các luật suy diễn mệnh đề

- Luật *modus ponens*
$$\frac{p \to q \qquad p}{q}$$
- Luật *modus tolens*
$$\frac{p \to q \qquad \neg q}{\neg p}$$
- Luật *resolution*
$$\frac{p \vee q \qquad \neg p \vee r}{q \vee r}$$
- Luật *and-elimination*
$$\frac{p \wedge q}{p}$$



## Luật suy diễn (cont.)

- Luật *and-introduction*
$$\frac{p \qquad q}{p \wedge q}$$

Luật suy diễn với lượng từ

- Luật *universal instantiation*
$$\frac{\forall x P(x)}{P(c) \text{ nếu } c \in U}$$
- Luật *universal generalization*
$$\frac{P(c) \text{ với một } c \text{ bất kỳ} \in U}{\forall x P(x)}$$
- Luật *existential instantiation*
$$\frac{\exists x P(x)}{P(c) \text{ với } c \text{ nào đó} \in U}$$

## Luật suy diễn (cont.)

- Luật *existential generalization*

$$\frac{P(c) \text{ với } c \text{ nào đó} \in U}{\exists x P(x)}$$



## Chứng minh

**Định nghĩa 0.5**

**Chứng minh** (**proof**) là dãy các phát biểu $p_1, p_2, ..., p_n$. Trong đó

- Các phát biểu đầu tiên được gọi là tiền đề được cho trước
- Các phát biểu còn lại là kết quả của việc áp dụng các luật suy diễn lên các phát biểu trước
- Phát biểu cuối cùng được gọi là kết luận



## Các phương pháp chứng minh

*Những chiến lược chứng minh cơ bản*

- Chứng minh bằng suy diễn tiến (**proof by forward reasoning**): suy diễn từ tiền đề đến kết luận
- Chứng minh bằng suy diễn lùi (**proof by backward reasoning**): suy diễn từ kết luận đến tiền đề
- Chứng minh bằng phân rã trường hợp (**proof by cases**): chia bài toán lớn thành các bài toán nhỏ



## Các phương pháp chứng minh (cont.)

*Một số kỹ thuật chứng minh đặc biệt*

- Chứng minh bằng phản chứng (**proof by contradiction**)
- Chứng minh bằng phản ví dụ (**proof by counterexample**)
- Chứng minh bằng quy nạp (**proof by induction**)

## Các phương pháp chứng minh (cont.)

*Một số chứng minh đặc biệt*

- Chứng minh sự tồn tại (**existence proof**)
- Chứng minh sự duy nhất (**uniqueness proof**)



## Các phương pháp chứng minh (cont.)

**Bài toán 0.1**

Chứng minh $\sqrt{2}$ là số vô tỉ

**Bổ đề 0.1**

*Bình phương của một số tự nhiên là số chẵn thì số đó là số chẵn*

**Chứng minh**

1. Giả sử $\sqrt{2}$ là số hữu tỉ
2. Nghĩa là tồn tại một phân số tối giản $\frac{m}{n} = \sqrt{2}$ với $m, n \in N$ và $m, n$ nguyên tố cùng nhau
3. Ta có $m^2 = 2n^2$
4. Suy ra $m$ là số chẵn
5. Suy ra $m = 2k$ với $k \in N$



## Các phương pháp chứng minh (cont.)

6. Suy ra $n^2 = 2k^2$
7. Suy ra $n$ là số chẵn
8. Vô lý
9. Vậy $\sqrt{2}$ là số vô tỷ

■



# PHƯƠNG PHÁP LUẬN GIẢI BÀI TOÁN BẰNG ĐỒ THỊ

## Phương pháp luận

Để giải bài toán bằng đồ thị ta thực hiện theo các bước sau

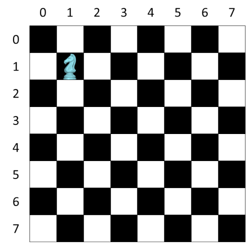
- Bước 1: Xây dựng đồ thị $G = (V, E)$ mô tả đầy đủ các thông tin của bài toán, trong đó
  - Mỗi **đỉnh** biểu diễn cho một **đối tượng** hoặc một **trạng thái**
  - Mỗi **cạnh** biểu diễn cho mối **quan hệ** hoặc **toán tử** giữa hai đối tượng hoặc trạng thái tương ứng
  - Vẽ đồ thị nếu cần thiết
- Bước 2: Định nghĩa bài toán trên đồ thị
- Bước 3: Vận dụng các định nghĩa, định lý, tính chất về lý thuyết đồ thị cũng như những kiến thức cần thiết để tìm lời giải.



## Bài toán tìm đường đi cho con mã

**Bài toán 0.2**

Hãy xác định các bước đi để di chuyển một con mã từ một ô này sang một ô khác trên bàn cờ quốc tế $8 \times 8$




**Hình 0.6:** Bàn cờ quốc tế $8 \times 8$



## Bài toán tìm đường đi cho con mã (cont.)

Đồ thị của bài toán được định nghĩa như sau:

- Đỉnh là vị trí của con mã trên bàn cờ
- Giữa hai đỉnh có cạnh liên kết nếu như hai vị trí tương ứng trên bàn cờ có thể đi được con mã



## Bài toán 8-puzzle

**Bài toán 0.3**

Trò chơi 8-puzzle là một hình vuông gồm $3x3$ ô. Trong đó có 8 ô có số và 1 ô trống. Cách chơi là mỗi ô cạnh ô trống có thể di chuyển sang thế ô trống. Yêu cầu là làm sao di chuyển các ô để chuyển hình vuông từ trạng thái 1 (bắt đầu) đến trạng thái 2 (đích)

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 8 | | 4 |
| 7 | 6 | 5 |

**(a)** trạng thái 1

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | |

**(b)** trạng thái 2

**Hình 0.7:** Trò chơi 8-puzzle

## Bài toán rubik

**Bài toán 0.4**
Hãy xoay rubik sao cho các mặt của chúng cùng màu

**Hình 0.8:** Rubik 3x3



## Tài liệu tham khảo


Diestel, R. (2005).
*Graph theory. 2005.*
Springer-Verlag.

Rosen, K. H. and Krithivasan, K. (2012).
*Discrete mathematics and its applications.*
McGraw-Hill New York.

Trần, T. and Dương, D. (2013).
*Giáo trình lý thuyết đồ thị. 2013.*
NXB Đại Học Quốc Gia TPHCM.

West, D. B. et al. (2001).
*Introduction to graph theory.*
Prentice hall Englewood Cliffs.