

Câu 4. (1 điểm) Cho G là đồ thị đơn vô hướng có 6 đỉnh và 9 cạnh và các đỉnh có bậc lớn hơn 1. Biết rằng G có một đỉnh bậc 4 và có đỉnh bậc 5,

a) hãy tìm bậc của các đỉnh còn lại.

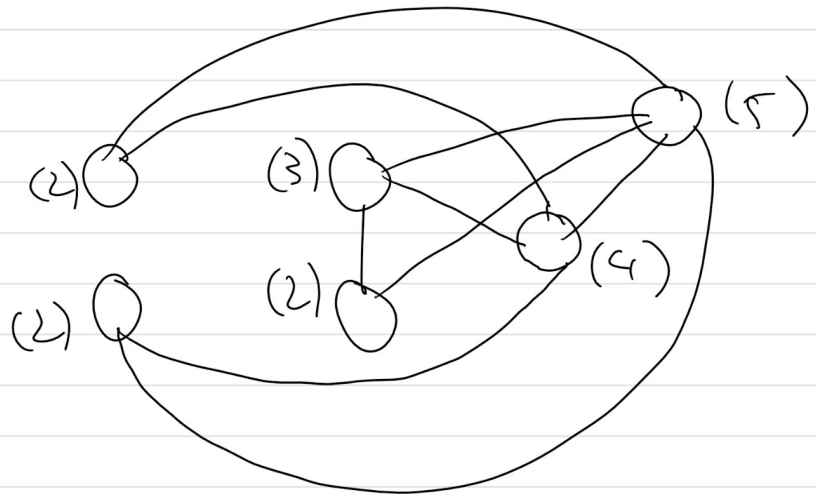
b) hãy vẽ phác họa đồ thị G .

$$1 \cdot 4 + 1 \cdot 5 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 18$$

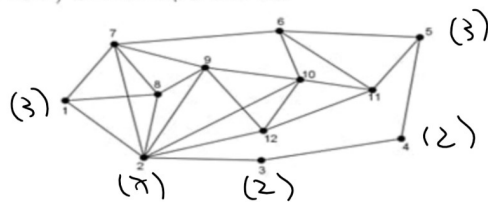
5 4 3 2 2 2

→ 3 2 1 1 1

→ 1 1 0 0



Câu 5. (2 điểm) Cho đồ thị G như sau



a) G có chu trình hay đường đi Euler không? Tại sao?

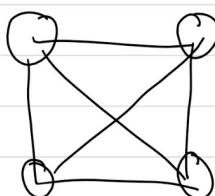
b) Tìm tất cả đồ thị con của G đẳng cấu với đồ thị đủ K_4 ?

c) Hãy tìm đường đi sơ cấp dài nhất của G .

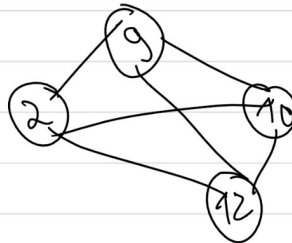
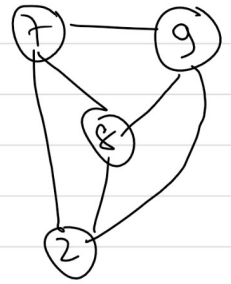
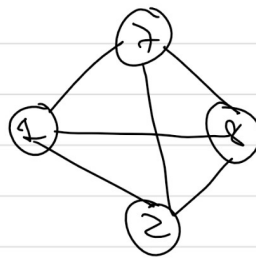
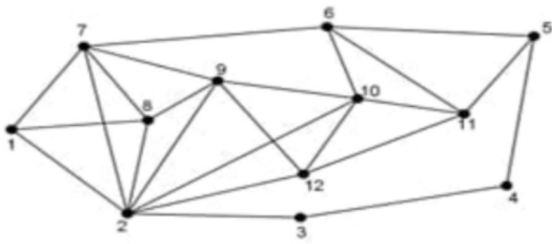
Ta có: G là đồ thị vô hướng liên thông

a/ G không có chu trình Euler vì có đỉnh 5 với bậc bằng 3 là số lẻ
 G không có đường đi Euler vì có nhiều hơn 2 đỉnh bậc lẻ
 (chẳng hạn đỉnh 1 có bậc 3, đỉnh 2 có bậc 7, đỉnh 5 có bậc 3, ...)

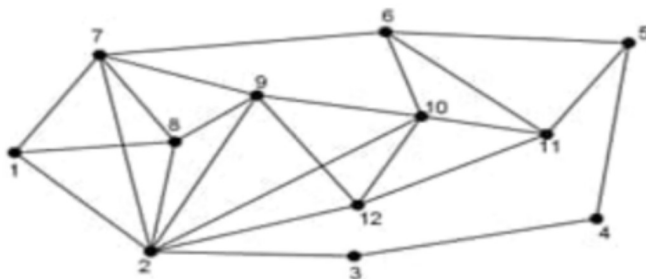
b/ (K_4) :



Các đồ thị con của G đầy đủ với K_4 :



c/



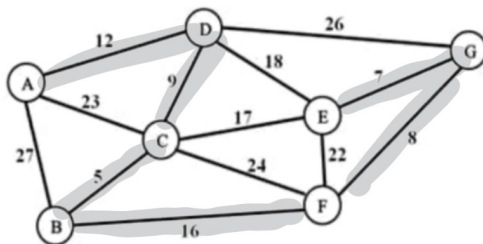
Đồ thị G có cấp 12 qua mỗi đỉnh đúng 1 lần.

Ta có đồ thị G có cấp

$1 - 7 - 6 - 5 - 4 - 3 - 2 - 8 - 9 - 10 - 11 - 12$

qua đỉnh 12 chính nên nó là một đồ thị hamilton và cũng là đồ thị G có cấp dài nhất của G .

Câu 6. (3 điểm) Cho đồ thị H như sau



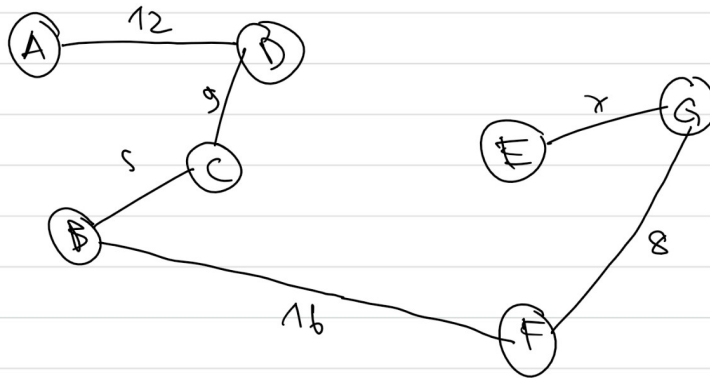
a) Hãy tìm và vẽ cây khung ngắn nhất của H .

Sắp xếp lại các cạnh theo trọng số tăng dần:

| | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| BC | EG | FG | CD | AD | BF | CE | DE |
| 5 | 7 | 8 | 9 | 12 | 16 | 17 | 18 |

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| EF | AC | CF | DG | AB |
| 22 | 23 | 24 | 26 | 27 |

Chọn lần lượt các cạnh, ưu tiên tăng số đỉnh hơn trước sao cho không tạo thành chu trình, một cây khung nguyên nhất của H là:



- Các bước chọn

+ chọn BC (5)

+ chọn EG (7)

+ chọn FG (8)

+ chọn CD (9)

+ chọn AD (12)

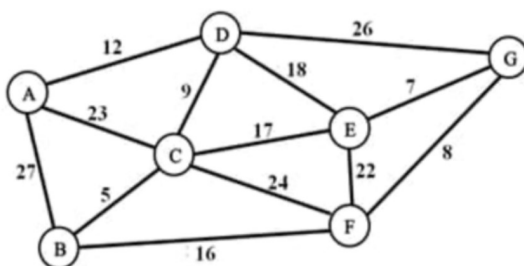
+ chọn BF (16)

+ Đã chọn đủ $|V| - 1 = 6$ cạnh tạo thành cây khung nguyên nhất, dừng thuật toán.

Tổng trọng số cây khung nguyên nhất của H là:

$$5 + 7 + 8 + 9 + 12 + 16 = 57.$$

b) Hãy tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh A tới các đỉnh còn lại của H . Khi đó các đường đi này sẽ tạo thành một cây có gốc (gốc A), hãy vẽ cây này.

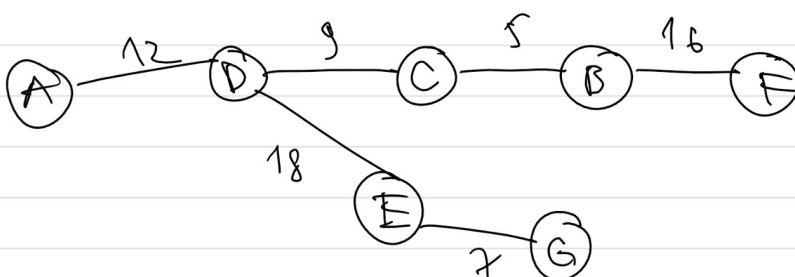


| A | B | C | D | E | F | G |
|----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0* | (∞; -) | (∞; -) | (∞; -) | (∞; -) | (∞; -) | (∞; -) |
| - | (27; A) | (23; A) | (12; A)* | (∞; -) | (∞; -) | (∞; -) |
| - | (27; A) | (21; D)* | - | (30; D) | (∞; -) | (38; D) |
| - | (26; C)* | - | - | (30; D) | (42; B) | (38; D) |
| - | - | - | - | (30; D)* | (42; B) | (38; D) |
| - | - | - | - | - | (42; B) | (37; E)* |
| - | - | - | - | - | (42; B)* | - |

Đường đi ngắn nhất từ A đến B

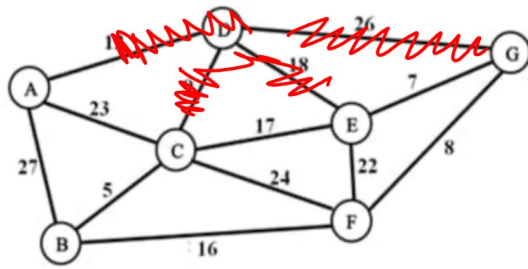
| Đường đi | Trọng số |
|-------------------|----------|
| A → D → C → B | 26 |
| A → D → C | 21 |
| A → D | 12 |
| A → D → E | 30 |
| A → D → C → B → F | 42 |
| A → D → E → G | 37 |

Cây đường đi



c) Hãy tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến đỉnh D nhưng phải qua đỉnh F.

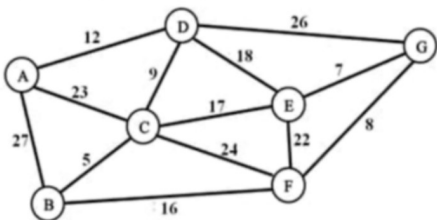
Ta tìm đường đi ngắn nhất từ A \rightarrow F nhưng không qua D bằng cách loại D ra khỏi G rồi tìm ĐĐNN từ A \rightarrow F



| A | B | C | E | F | G |
|----|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 0* | $(\infty; -)$ | $(\infty; -)$ | $(\infty; -)$ | $(\infty; -)$ | $(\infty; -)$ |
| - | $(27; A)$ | $(23; A)^*$ | $(\infty; -)$ | $(\infty; -)$ | $(\infty; -)$ |
| - | $(27; A)^*$ | - | $(40; C)$ | $(47; F)$ | $(\infty; -)$ |
| - | - | - | $(40; C)^*$ | $(43; B)$ | $(\infty; -)$ |
| - | - | - | - | $(43; B)^*$ | $(47; E)$ |
| - | - | - | - | - | $(47; E)^*$ |

ĐĐNN A \rightarrow F (không qua D) là A \rightarrow B \rightarrow F với tổng số = 43

Tìm ĐĐNN từ F đến D:



| A | B | C | D | E | F | G |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|----|---------------|
| $(\infty; -)$ | $(\infty; -)$ | $(\infty; -)$ | $(\infty; -)$ | $(\infty; -)$ | 0* | $(\infty; -)$ |
| $(\infty; -)$ | $(16; F)$ | $(24; F)$ | $(\infty; -)$ | $(22; F)$ | - | $(8; F)^*$ |
| $(\infty; -)$ | $(16; F)$ | $(24; F)$ | $(34; G)$ | $(15; G)^*$ | - | - |

| | | | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|---|---|---|
| (∞, r) | (16, F)* | (24, F) | (33, E) | - | - | - |
| (43, B) | - | (21, B)* | (33, E) | - | - | - |
| (43, B) | - | - | (30, C)* | - | - | - |
| - - - - - | | | | | | |

Đường từ F đến D là

$F \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ với tổng số 30

Vậy đường từ A → D qua E là:

$A \rightarrow B \rightarrow F \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ với tổng số = 73