TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN TP.HCM

ĐỀ THI CUỐI KỲ – KHÓA 2012

MÔN: XÁC SUẤT & THỐNG KÊ B

Thời gian làm bài: 90 phút

(Sinh viên chỉ được sử dụng bảng (số) phân phối và máy tính cầm tay)

Câu 1: *(3 điểm)*

Một dây chuyền tự động sản xuất nước đóng chai, xác suất sản xuất ra mỗi chai bị lỗi là 0,05. Sản phẩm được đóng thành từng thùng và mỗi thùng đều có 12 chai. Tính xác suất:

a) Mỗi thùng có một hoặc hai chai bị lỗi.

b) Mỗi thùng có chai bị lỗi.

c) Muốn trong mỗi thùng không có sản phẩm bị lỗi với xác suất hơn 73% thì đóng tối đa bao nhiêu chai.

Câu 2: *(2 điểm)*

Thời gian X (phút) chờ gửi xe của sinh viên là biến ngẫu nhiên có hàm mật độ:

$$f_x(x) = \begin{cases} Ax^2(5-x), x \in [0;5] \\ 0, x \notin [0;5] \end{cases}$$

a) Tìm A và xác suất để X $\geq$ 2.

b) Tính thời gian chờ gửi xe trung bình của sinh viên.

Câu 3: *(2 điểm)*

Bắt 1200 con cá trong một hồ đánh dấu và thả lại vào hồ, sau đó bắt 800 con thấy có 56 con được đánh dấu. Với độ tin cậy 97%, ước lượng:

a) Tỉ lệ cá được đánh dấu trong hồ.

b) Số cá có trong hồ.

Câu 4: *(3 điểm)*

Một khảo sát chiều cao X của học sinh (hs) ở thành phố có bảng số liệu như sau:

X(cm)	140-145	145-150	150-155	155-160	160-165	165-170	Trên 170
Số hs	5	12	20	30	23	18	12

Giả thiết X có phân phối chuẩn.

a) Với độ tin cậy là 90%; ước lượng chiều cao trung bình của học sinh.

b) Với ước lượng chiều cao trung bình ở trên, nếu muốn tăng độ tin cậy lên 97% thì độ chính xác phải bằng bao nhiêu?

c) Với mức ý nghĩa là 5% có thể coi trung bình chiều cao của học sinh như 10 năm trước đây là 160 cm được không?

- - - HẾT - - -

Câu 1: Gọi X là số chai được kiểm tra $\Longrightarrow$ $X \sim B(12\,;0{,}05)$

a) Gọi A là biến cố có 1 hoặc 2 chai bị lỗi $\Longrightarrow$ $P(A) = P(X = 1) + P(X = 2)$.

$$P(X = 1) = C_{12}^{1}.0{,}05^{1}.0.95^{11} \quad ; \quad P(X = 2) = C_{12}^{2}.0{,}05^{2}.0.95^{10}$$

Ta có: $P(A) = P(X = 1) + P(X = 2)$ $\Longrightarrow$ $P(A) \approx 0{,}44$

b) Gọi B là biến cố có chai bị lỗi, $\overline{B}$ là biến cố không có chai bị lỗi.

$\Longrightarrow$ $\{B;\overline{B}\}$ là một hệ đầy đủ $\Longrightarrow$ $P(B) = 1 - P(\overline{B})$

Ta có: $P(\overline{B}) = P(X = 0) = C_{12}^{0}.0{,}05^{0}.0.95^{12}$ $\Longrightarrow$ $P(B) \approx 0{,}46$

c) Để mỗi thùng không có sản phẩm lỗi với xác suất hơn 73% thì: $P(X = 0) > 0{,}73$

$\Longrightarrow$ $C_{n}^{0}.0{,}05^{0}.0.95^{n} > 0{,}73$ $\Longrightarrow$ $n < \log_{0,95} 0{,}73$ $\Longrightarrow$ $n < 6{,}13$ (Với n là số chai tối đa).

Mà $n \in \mathbb{N}^{*}$ nên $n = 6$. Vậy cần phải đóng tối đa 6 chai.

Câu 2: a) Do $f_{(x)}$X là hàm mật độ nên:

$$\begin{cases} f_{(x)} \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f_{(x)}dx = 1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} A > 0 \\ \int_{0}^{5} Ax^2(5-x)dx = 1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} A > 0 \\ A = \frac{12}{625}\text{(nhận)} \end{cases}$$

$\Longrightarrow$ $P(X \ge 2) = \int_{2}^{+\infty} f_{(x)}dx = \int_{2}^{5} \frac{12}{625}x^2(5-x)dx = 0{,}8208$. Vậy: $P(X \ge 2) = 0{,}8208$

b) Gọi E(X) là thời gian gửi xe trung bình của sinh viên.

$$\Longrightarrow E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_{(x)}dx = \int_{0}^{5} \frac{12}{625}.x^3(5-x)dx = 3$$

Câu 3: a) Tỉ lệ mẫu: $f = \frac{m}{n} = \frac{56}{800}$.

Ta có: $1 - \alpha = 0{,}97$ $\Longrightarrow$ $\varphi(t_\alpha) = 0{,}485$ $\Longrightarrow$ $t_\alpha = 2{,}17$ $\Longrightarrow$ $\varepsilon = t_\alpha\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 0{,}02$.

Tỉ lệ số con cá được đánh dấu trong hồ là: $(f - \varepsilon\,; f + \varepsilon) = (0{,}05\,; 0{,}09)$

b) Số cá có trong hồ là: $\left(\frac{1200}{f+\varepsilon};\frac{1200}{f-\varepsilon}\right) = (13333\,; 24000)$ con

Câu 4: Số liệu tính toán được quy về bảng sau:

X(cm)	142,5	147,5	152,5	157,5	162,5	167,5	172,5
Số hs	5	12	20	30	23	18	12

Ta có $\overline{x} = 159$; $s = 8{,}007$; $n = 120$

a) $1 - \alpha = 0{,}9$ $\Longrightarrow$ $\varphi(t_\alpha) = 0{,}45$ $\Longrightarrow$ $t_\alpha = 1{,}64$ $\Longrightarrow$ $\varepsilon = t_\alpha\frac{s}{\sqrt{n}} = 1{,}64.\frac{8{,}007}{\sqrt{120}} = 1{,}2$.

Chiều cao trung bình của học sinh ước lượng trong khoảng: $(\overline{x} - \varepsilon\,; \overline{x} + \varepsilon) = (157{,}8\,; 160{,}2)$

b) $1 - \alpha = 0{,}97$ $\Longrightarrow$ $\varphi(t_\alpha) = 0{,}485$ $\Longrightarrow$ $t_\alpha = 2{,}17$ $\Longrightarrow$ $\varepsilon = t_\alpha\frac{s}{\sqrt{n}} = 2{,}17.\frac{8{,}007}{\sqrt{120}} = 1{,}59$.

c) Ta có $\mu_0 = 160$ cm. Ta đi kiểm chứng giả thuyết $\mu = \mu_0$.

Ta có: $\alpha = 0{,}05$ $\Longrightarrow$ $1 - \alpha = 0{,}95$ $\Longrightarrow$ $\varphi(t_\alpha) = 0{,}475$ $\Longrightarrow$ $t_\alpha = 1{,}96$.

$$t = \frac{|\overline{x} - \mu_0|}{s}\sqrt{n} = \frac{|159 - 160|}{8{,}007}.\sqrt{120} = 1{,}37.$$

Do $t \le t_\alpha$ $\Longrightarrow$ Có thể chấp nhận giả thuyết thống kê.

Kết luận: Với mức ý nghĩa là 5% ta có thể coi trung bình chiều cao của học sinh như mười năm trước đây là 160 cm.

- - - HẾT - - -

Justin.nguyen