

**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ – KHÓA 2009**

**MÔN: XÁC SUẤT & THỐNG KÊ B**

**Thời gian làm bài: 45 phút**

*(Sinh viên không sử dụng tài liệu)*

**Câu 1:** (5 điểm)

Một loại linh kiện 3 máy tự động: I, II, III sản xuất với tỷ lệ là: 20%, 30%, 50%; còn tỷ lệ loại chất lượng cao tương ứng là: 70%, 80%, 90%.

- a) Kiểm tra ngẫu nhiên một linh kiện, tìm xác suất để linh kiện này loại chất lượng cao.
- b) Kiểm tra ngẫu nhiên một linh kiện thì được loại chất lượng cao, tìm xác suất để nó được sản xuất bởi máy II.
- c) Nếu chọn ngẫu nhiên 3 linh kiện do cùng một máy sản xuất, tìm xác suất để khi kiểm tra có được 2 linh kiện chất lượng cao.

**Câu 2:** (5 điểm)

Thời gian X (h/ngày) tự học của sinh viên là một đại lượng ngẫu nhiên có hàm mật độ:

$$f_x(x) = \begin{cases} A \sin \frac{\pi}{8} x, & x \in [0, 8] \\ 0, & x \notin [0, 8] \end{cases}$$

- a) Xác định A và tìm P ( $4 \leq X \leq 8$ ).
- b) Tìm thời gian trung bình tự học hàng ngày của sinh viên.
- c) Cần gặp ngẫu nhiên lần lượt (độc lập) bao nhiêu sinh viên để có xác suất có ít nhất một sinh viên với thời gian tự học hàng ngày từ 4 đến 8 (h/ngày) là trên 0,9.

**- - - HẾT - - -**

**Câu 1:** Gọi  $A = \{\text{Chọn được linh kiện loại chất lượng cao}\}$ .

$A_i = \{\text{Chọn được linh kiện do máy } i \text{ sản xuất}\}$ .

a)  $A_1, A_2, A_3$  là một hệ đầy đủ. Áp dụng công thức xác suất đầy đủ ta có:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A_1)P(A|A_1) + P(A_2)P(A|A_2) + P(A_3)P(A|A_3) \\ &= 0,2 \cdot 0,7 + 0,3 \cdot 0,8 + 0,5 \cdot 0,9 = 0,83. \end{aligned}$$

b) Áp dụng công thức Bayes ta có:

$$P(A_2|A) = \frac{P(A_2) \cdot P(A|A_2)}{P(A)} = \frac{0,3 \cdot 0,8}{0,83} = \frac{24}{83} \approx 0,29.$$

c) Gọi  $B = \{\text{Chọn được 3 linh kiện trong đó có 2 linh kiện chất lượng cao}\}$ .

$B_i = \{\text{Chọn được linh kiện do máy } i \text{ sản xuất}\}$ .

$B_1, B_2, B_3$  là một hệ đầy đủ. Áp dụng công thức xác suất đầy đủ ta có:

$$\begin{aligned} P(B) &= P(B_1)P(B|B_1) + P(B_2)P(B|B_2) + P(B_3)P(B|B_3) \\ &= 0,2 \cdot (0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,3) + 0,3 \cdot (0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2) + 0,5 \cdot (0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,1) = 0,1083. \end{aligned}$$

**Câu 2:**

a) Vì  $f_X(x)$  là hàm mật độ của  $X$  nên:  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ .

$$\Leftrightarrow \int_0^8 A \sin \frac{\pi}{8} x dx = 1 \Leftrightarrow -A \frac{8}{\pi} \cos \frac{\pi}{8} x \Big|_0^8 = 2A \frac{8}{\pi} = 1 \Leftrightarrow A = \frac{\pi}{16}.$$

$$P(4 \leq X \leq 8) = \int_4^8 f(x)dx = \int_4^8 A \sin \frac{\pi}{8} x dx = -A \frac{8}{\pi} \cos \frac{\pi}{8} x \Big|_4^8 = A \frac{8}{\pi} = 0,5.$$

b) Ta có:  $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_0^8 A x \sin \frac{\pi}{8} x dx = \frac{64}{\pi} A = 4$  (h/ngày).

c) Gọi  $Y$  là số sinh viên có thời gian tự học hàng ngày từ 4 đến 8 (h/ngày) trong số những sinh viên được khảo sát.

Ta có:  $Y \sim B(n, p)$  ; trong đó  $p = P(4 \leq X \leq 8) = 0,5$ .

$n$  là số sinh viên cần gặp.

$$P(Y \geq 1) = 1 - P(Y < 1) = 1 - P(Y = 0) = 1 - C_n^0 \cdot 0,5^0 \cdot 0,5^n = 1 - 0,5^n.$$

$$\Rightarrow P(Y \geq 1) > 0,9 \Leftrightarrow 1 - 0,5^n > 0,9 \Leftrightarrow 0,5^n < 0,1 \Rightarrow n > \log_{0,5} 0,1 \Rightarrow n \geq 4.$$

--- HẾT ---

*Ivanpham*