



TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-HCM
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Học kỳ 1 – Năm học 2018-2019

MÃ LƯU TRỮ
(do phòng KT-ĐBCL ghi)
CK 1819.1-
MTH0050

Tên học phần: TOÁN HỌC TỔ HỢP

Mã HP: MTH00050

Thời gian làm bài: 100 phút

Ngày thi: 09/01/2019

Ghi chú: Sinh viên [☐ được phép / ☒ không được phép] sử dụng tài liệu khi làm bài.

Họ tên sinh viên: MSSV: STT:

Câu 1. (1,5 điểm) Tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 18 \quad (*)$$

a) thỏa điều kiện $x_1 \leq 3, x_2 \leq 4, x_3 \leq 5$.

b) thỏa đúng hai trong ba điều kiện: $x_1 \leq 3, x_2 \leq 4, x_3 \leq 5$.

a/ Đầu V là tập các nghiệm không âm của (*)

$$\text{Ta có } |V| = K_{4}^{18} = \binom{21}{18} = 1330.$$

Đầu A là tập nghiệm không âm của (*) thỏa $x_1 \geq 4$

B $x_2 \geq 5$

C $x_3 \geq 6$

Khi đó,

$$|A| = K_{4}^{18-4} = K_{4}^{14} = \binom{17}{14} = 680$$

$$|B| = K_{4}^{13} = \binom{16}{13} = 560$$

$$|C| = K_{4}^{12} = \binom{15}{12} = 455$$

$$|AB| = K_{4}^9 = \binom{12}{9} = 220$$

$$|AC| = K_{4}^8 = \binom{11}{8} = 165$$

$$|BC| = K_{4}^7 = \binom{10}{7} = 120$$

$$|ABC| = K_{4}^3 = \binom{6}{3} = 20$$

Vậy số nộ hợp kô âm của (*) là? $x_1 \leq 3; x_2 \leq 4; x_3 \leq 5$

$$\begin{aligned} |\overline{ABC}| &= |U| - |A| - |B| - |C| + |AB| + |AC| + |BC| - |ABC| \\ &= 1330 - 680 - 560 - 455 + 220 + 165 + 120 - 20 \\ &= 120 \text{ (nguyên)} \end{aligned}$$

b/ Thỏa đúng 2 trong 3 DK, hay ta nói, không thỏa đúng 1 trong các DK, tức là tìm

$$\begin{aligned} N_L &= \sum_{i=0}^{3-1} (-1)^i \cdot \binom{1+i}{1} \cdot S_{1+i} \\ &= \sum_{i=0}^2 (-1)^i \cdot (i+1) \cdot S_{1+i} \\ &= S_1 - 2S_2 + 3S_3 \end{aligned}$$

$$\text{vì: } \begin{cases} S_1 = |A| + |B| + |C| = 1695 \\ S_2 = |AB| + |BC| + |AC| = 505 \\ S_3 = |ABC| = 20 \end{cases}$$

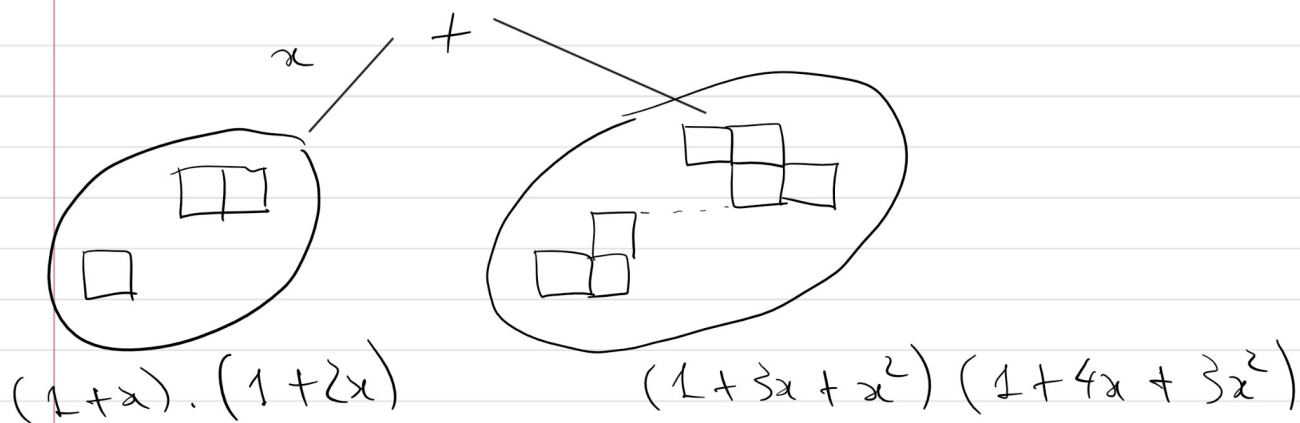
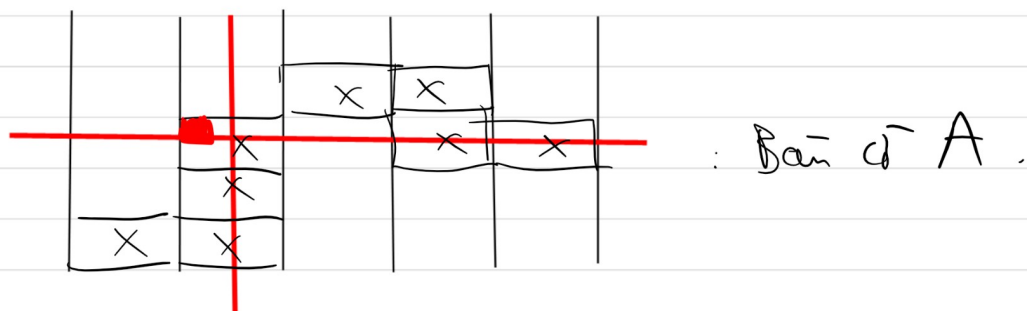
$$\Rightarrow N_L = 1695 - 2 \cdot 505 + 3 \cdot 20 = 745 \text{ (no thỏa)}$$

Câu 2. (1,5 điểm) Ta cần bố trí 4 người A, B, C, D vào 4 trong 5 công việc 1, 2, 3, 4, 5. Biết rằng A không thích hợp với công việc 1 và 2; B không thích hợp với công việc 3 và 4; C không thích hợp với công việc 2, 4 và 5; D không thích hợp với công việc 2. Hỏi có bao nhiêu cách phân công mỗi người với một công việc thích hợp?

	1	2	3	4	5
A	x	x			
B			x	x	
C		x		x	x
D		x			
E					

Bổ sung thêm 1 ng E phù hợp với mọi công việc.
Khi đó ta có bài toán chỉnh lại số hàng vị trí vị trí các như ban đầu trên.

Đó là $A \hookrightarrow E$:



$$\Rightarrow R(A) = x \cdot (1+x)(1+2x) + (1+3x+x^2)(1+4x+3x^2)$$

$$= 3x^4 + 15x^3 + 19x^2 + 8x + 1$$

Số hoán vị với vị trí cần là

$$\sum_{k=0}^5 (-1)^k \cdot (5-k)! \cdot r_k$$

$$3/1 \ 5/1 \ 9/0 \ 8/0 \ 1$$

$$= 5! \cdot 1 - 4! \cdot 8 + 3! \cdot 19 - 2! \cdot 15 + 1! \cdot 3$$

$$= 15 \text{ (cách)}$$