

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
TÊN HỌC PHẦN: ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH
Thời gian: 90 phút



Câu 1:

Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & m \\ m & 2 & 1 \end{pmatrix}$

- Tìm m để ma trận A khả nghịch.
- Tìm ma trận nghịch đảo của A (theo ẩn m).
- Với $m = 2$. Tìm chính xác giá trị của: $|2 \cdot A^{-1}|$, $|\text{adj}(A^T)|$

Câu 2:

- Cho $W = \{(x; y; z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 3z\}$, $W' = \{(x; y; z) \in \mathbb{R}^3 | xy = z^2\}$. Kiểm tra W và W' có là không gian con của không gian vectơ \mathbb{R}^3 hay không? Giải thích?
- Cho W là không gian con của \mathbb{R}^4 sinh bởi các vector:
 $u_1 = (1, 2, 2, 1)$; $u_2 = (0, 2, 0, 1)$; $u_3 = (-2, 3, -4, 1)$.
b.1. Chứng minh $B = (u_1, u_2, u_3)$ là cơ sở của W .
b.2. Cho $u = (a, b, c, d)$. Tìm điều kiện để u thuộc W .

Câu 3:

Trong không gian \mathbb{R}^3 , cho 2 cơ sở: $B = \{u_1, u_2, u_3\}$; $B' = \{v_1, v_2, v_3\}$.

Với $u_1 = (1, 2, 2)$, $u_2 = (1, -1, 1)$, $u_3 = (-1, 2, -1)$, $v_1 = (1, 1, 2)$, $v_2 = (1, -2, 1)$, $v_3 = (2, 1, 4)$.

- Tìm ma trận chuyển cơ sở $(B \rightarrow B')$ và $(B' \rightarrow B)$.
- Tìm $[u]_B$, biết $u = (1, 2, 3)$.

c) Tìm v thuộc \mathbb{R}^3 , biết rằng $[v]_B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

d) Tìm $[w]_{B'}$, biết rằng $[w]_B = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Câu 4: Cho toán tử tuyến tính f thuộc $L(\mathbb{R}^3)$ xác định bởi:

$$f(x, y, z) = (x + y + z, x + 2y - z, 2x + y + 4z)$$

- Tìm một cơ sở của $\text{Ker} f$. Tìm $\dim(\text{Im} f)$.
- Xác định ma trận biểu diễn theo cơ sở $B = \{(1, 0, 1); (0, 1, 1); (1, 1, 1)\}$ của \mathbb{R}^3 .