

## ĐỀ THI CUỐI HỌC KỲ – KHÓA 2009

## MÔN: XÁC SUẤT &amp; THỐNG KÊ B

Khoa: Vật Lý – Thời gian làm bài: 90 phút

*(Sinh viên chỉ được sử dụng bảng phân phối xác suất)***Câu 1:** (2 điểm)

Một loại hàng bán trên thị trường xuất xứ từ ba nguồn: I, II, III với tỷ lệ thị phần tương ứng: 25%, 35%, 40%; còn tỷ lệ chất lượng cao tương ứng: 80%, 70%, 60%.

- Mua ngẫu nhiên một sản phẩm loại này, tính xác suất nó là sản phẩm có chất lượng cao.
- Nếu mua ngẫu nhiên một sản phẩm loại này thì được sản phẩm chất lượng cao, khả năng nó có xuất xứ từ nguồn nào? Tại sao?

**Câu 2:** (2 điểm)

Giả sử số lần X bão đổ bộ vào tỉnh H trong mỗi năm là một đại lượng ngẫu nhiên có luật phân phối như sau:

X (lần/năm)	0	1	2	3	4
$P_X$	0,1	0,2	0,25	0,4	A

- Xác định A và số lần bão đổ bộ trung bình hàng năm vào tỉnh H.
- Giả sử số lần bão đổ bộ hàng năm là độc lập với nhau, tìm xác suất 5 năm thì có 3 năm có số lần không quá 2 (lần/năm).

**Câu 3:** (2 điểm)

Có 24 đề kiểm tra trắc nghiệm dành cho 24 sinh viên, trong đó có 8 đề dễ. Lần lượt mỗi người bốc ngẫu nhiên một đề.

- Chứng tỏ rằng xác suất bốc được đề dễ của sinh viên thứ nhất, thứ hai là như nhau.
- Chứng tỏ rằng xác suất bốc được đề dễ của các sinh viên này là như nhau.

**Câu 4:** (4 điểm)

Một khảo sát về mức chi tiêu một năm của sinh viên tại Tp có:

Mức chi tiêu (triệu đồng)	10	12	14	16	18	20	22	24
Số sinh viên	4	6	7	18	25	20	16	4

- Hãy ước lượng mức chi tiêu trung bình, tỷ lệ chi tiêu từ 20 (triệu đồng) trở lên với độ tin cậy 90%.
- Có ý kiến cho rằng: “Mức chi tiêu trung bình, tỷ lệ chi tiêu từ 20 (triệu đồng) trở lên của sinh viên và công nhân ngành may là như nhau”, biết mức chi tiêu trung bình của công nhân là 18 (triệu đồng) còn tỷ lệ từ 20 (triệu đồng) trở lên là 42%. Với mức ý nghĩa 5% có chấp nhận ý kiến này không?

- - - HẾT - - -

**Câu 1:** Gọi  $A = \{\text{Mua được sản phẩm có chất lượng cao}\}$

$A_i = \{\text{Mua được sản phẩm xuất xứ từ nguồn } i\}$

a)  $A_1, A_2, A_3$  là một hệ đầy đủ. Áp dụng công thức xác suất đầy đủ, ta có:

$$P(A) = P(A_1)P(A|A_1) + P(A_2)P(A|A_2) + P(A_3)P(A|A_3) = 0,25 \cdot 0,8 + 0,35 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,6 = 0,685.$$

b) Áp dụng công thức Bayes ta có:

$$P(A_1|A) = \frac{P(A_1)P(A|A_1)}{P(A)} = 0,292; \quad P(A_2|A) = \frac{P(A_2)P(A|A_2)}{P(A)} = 0,358; \quad P(A_3|A) = \frac{P(A_3)P(A|A_3)}{P(A)} = 0,35$$

$$\Rightarrow P(A_1|A) < P(A_3|A) < P(A_2|A) \Rightarrow \text{Khả năng lớn nhất sản phẩm đó xuất xứ từ nguồn II.}$$

**Câu 2:** a)  $* A = P(X = 4) = 1 - P(X < 4) = 1 - (0,1 + 0,2 + 0,25 + 1,4) = 0,05.$

\* Số lần bảo đồ bộ trung bình hàng năm vào tỉnh H:  $E(X) = \sum_{i=0}^4 P_{X_i} \cdot X_i = 2,1.$

b) Xác suất 1 năm có không quá 2 cơn bão:  $P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0,55.$

Gọi Y là số năm có không quá 2 cơn bão trong 5 năm.  $Y \sim B(5; 0,55)$

Ta có:  $P(Y = 3) = C_5^3 (0,55)^3 (0,45)^2 \approx 0,337.$

**Câu 3:** a) Gọi  $A_i$  là biến cố sinh viên thứ i bốc được đề dễ.

$\bar{A}_i$  là biến cố sinh viên thứ i bốc không được đề dễ.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} P(A_1) = \frac{C_8^1}{C_{24}^1} = \frac{1}{3}. \\ P(A_2) = P(A_1)P(A_2|A_1) + P(\bar{A}_1)P(A_2|\bar{A}_1) = \frac{C_8^1}{C_{24}^1} \cdot \frac{C_7^1}{C_{23}^1} + \frac{C_{16}^1}{C_{24}^1} \cdot \frac{C_8^1}{C_{23}^1} = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Vậy: Xác suất bốc được đề dễ của sinh viên thứ 1 và thứ 2 là như nhau.

b) Gọi x là số đề dễ hiện hữu trước khi người thứ i bốc đề. ( $i = 1, 2, 3, \dots$ )

$$\text{Ta có: } \begin{cases} P(A_i) = \frac{x}{24 + (1 - i)} = \frac{x}{25 - i}. \\ P(A_{i+1}) = P(A_i)P(A_{i+1}|A_i) + P(\bar{A}_i)P(A_{i+1}|\bar{A}_i) = \frac{x}{25 - i} \cdot \frac{x - 1}{24 - i} + \left(1 - \frac{x}{25 - i}\right) \frac{x}{24 - i} = \frac{x}{25 - i}. \end{cases}$$

Vậy: Xác suất bốc được đề dễ của 24 sinh viên là như nhau.

**Câu 4:** a)  $\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{n} = \frac{1796}{100} = 17,96$  ;  $s^2 = \frac{\sum n_i x_i^2 - n_i (\bar{x})^2}{n - 1} = \frac{1135,84}{99} \approx 11,47 \Rightarrow s \approx 3,39.$

Độ tin cậy 90%  $\Rightarrow 1 - \alpha = 0,9 \Rightarrow \alpha = 0,1 \Rightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{0,95} = 1,65.$

\* Gọi  $\mu$  là mức chi tiêu trung bình của sinh viên. Ta có khoảng tin cậy của  $\mu$ :

$$\left( \bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \right) = \left( 17,96 - 1,65 \frac{3,39}{\sqrt{100}} ; 17,96 + 1,65 \frac{3,39}{\sqrt{100}} \right) = (17,40 ; 18,52).$$

$$* f = \frac{40}{100} = 0,4.$$

Gọi p là tỷ lệ chi tiêu của sinh viên từ 20 (triệu đồng) trở lên. Ta có khoảng tin cậy của p:

$$\left( f - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} ; f + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \right) = \left( 0,4 - 1,65 \sqrt{\frac{0,4(1-0,4)}{100}} ; 0,4 + 1,65 \sqrt{\frac{0,4(1-0,4)}{100}} \right) \\ = (0,32 ; 0,48).$$

b) \* Gọi  $\mu$  là mức chi tiêu trung bình của sinh viên.

Ta cần kiểm định:  $\begin{cases} H_0: \mu = 18 \\ H_1: \mu \neq 18 \end{cases}$

$$\alpha = 0,05 \Rightarrow \text{Miền bác bỏ: } W_\alpha = \{ |z| > z_{1-\frac{\alpha}{2}} \} = \{ z < -z_{1-\frac{\alpha}{2}} \} \cup \{ z > z_{1-\frac{\alpha}{2}} \} \\ = \{ z < -z_{0,975} \} \cup \{ z > z_{0,975} \} = \{ z < -1,96 \} \cup \{ z > 1,96 \}.$$

$$\text{Ta có: } z = \frac{\bar{x} - m_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{17,96 - 18}{\frac{3,39}{\sqrt{100}}} = -0,12 \notin W_\alpha$$

$\Rightarrow$  Chưa đủ bằng chứng thống kê để bác bỏ  $H_0$ .

\* Gọi  $p$  là tỷ lệ chi tiêu của sinh viên từ 20 (triệu đồng) trở lên.

Ta cần kiểm định:  $\begin{cases} H_0: p = 0,42 \\ H_1: p \neq 0,42 \end{cases}$

$$\alpha = 0,05 \Rightarrow \text{Miền bác bỏ: } W_\alpha = \{ |z| > z_{1-\frac{\alpha}{2}} \} = \{ z < -1,96 \} \cup \{ z > 1,96 \}$$

$$\text{Ta có: } z = \frac{(f - p_0)\sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{(0,4 - 0,42)\sqrt{100}}{\sqrt{0,42(1-0,42)}} = -0,41 \notin W_\alpha$$

$\Rightarrow$  Chưa đủ bằng chứng thống kê để bác bỏ  $H_0$ .

Vậy: Ý kiến đề bài đưa ra có thể chấp nhận được.

**--- HẾT ---**

*Ivanpham*