

**ĐỀ THI GIẢI TÍCH 2**  
**DÀNH CHO KHOA CNTT, NĂM 2015-2016**

**Thời gian: 120 phút**

***Không sử dụng tài liệu, smart phone, máy tính bảng, multimedia, v.v..***

**Lưu ý: Đề có 2 mặt**

**Câu 1-12** Làm đúng mỗi câu sau sẽ đạt 0.5 điểm.

1. Cho hàm số  $g$  định bởi  $g(x, y) = x \sin \frac{1}{x^2 + y^2}$  tại  $(x, y) \neq (0, 0)$ ;  $g(0, 0) = 0$ . Chứng minh hàm số  $g$  liên tục tại  $(0, 0)$
2. Cho hàm số  $g$  định bởi  $g(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ ,  $\forall (x, y) \neq (0, 0)$ . Chứng minh  $g$  không có giới hạn tại  $(0, 0)$ .
3. Cho  $f(x, y) = \sqrt[3]{xy}$ . Tìm  $f_x(x, y)$  tại điểm  $(x, y)$  thỏa  $x \neq 0$
4. Cho  $f(x, y) = \sqrt[3]{xy}$ . Tính  $f_x(0, 0)$
5. Cho  $w = xe^{y/z}$ ,  $x = e^t$ ,  $y = 1 - t$ ,  $z = 1 + 2t$ . Dùng quy tắc mắt xích (chain rule), hãy tính  $dw/dt$  tại  $t = 1$
6. Tính  $\partial z/\partial x$  và  $\partial z/\partial y$ , biết  $yz = \ln(x + z)$
7. Cho  $f(x, y) = ye^{-x}$ . Tính đạo hàm theo hướng của  $f$  tại điểm  $(0, 4)$  với góc chỉ hướng là  $\theta = 2\pi/3$
8. Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt  $y = x^2 - z^2$  tại điểm  $(4, 7, 3)$
9. Tính  $\iint_R x \, dA$  với  $R = \{(x, y) \mid x \in [0, \pi] \text{ và } 0 \leq y \leq \sin x\}$
10. Cho  $f$  là hàm số liên tục. Hãy phác họa miền lấy tích phân trong tích phân lặp  $\int_0^1 \int_{4x}^4 f(x, y) \, dy \, dx$ , sau đó đổi thứ tự lấy phân
11. Giải phương trình vi phân  $y'e^y = 2x$
12. Giải phương trình vi phân  $xy' + 2y = x^3$ ,  $x > 0$  và  $y(1) = 0$

**Câu 13-16** Làm đúng mỗi câu sau sẽ đạt 1 điểm.

13. Cho hàm số  $f$  định bởi  $f(x, y) = \sqrt{x + e^{4y}}$ .  
(a) Giải thích vì sao  $f$  khả vi tại  $(3, 0)$  và viết biểu thức  $L(x, y)$  là tuyến tính hóa của  $f$  tại  $(3, 0)$ .  
(b) Tính xấp xỉ  $\sqrt{2.95} + \frac{1}{e^{0.2}}$ . Phép xấp xỉ này “chấp nhận được” không, tại sao?
14. Cho hàm số  $f$  định bởi  $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 2$ .  
(a) Chứng minh hàm số  $f$  có các điểm dừng là  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$  và  $(-1, -1)$   
(b) Mỗi điểm dừng ở trên là cực tiểu, cực đại hay là điểm yên ngựa?
15. Cho trường vectơ  $\vec{F} = \langle P, Q \rangle = \langle \ln y + 2xy^3, 3x^2y^2 + x/y \rangle$  xác định trên miền  $D : y > 0$ .  
(a) Chứng minh  $\vec{F}$  là trường bảo toàn trên  $D$ .  
(b) Tính  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$  với  $C$  là đường cong  $4x^2 + (y - 1)^2 = 4$ ,  $y \geq 1$ , nối từ  $(-1, 1)$  đến  $(1, 1)$ .
16. Cho trường vectơ  $\vec{F} = \langle -y, x, z \rangle$ .  
(a) Dùng định lý Stokes, tính  $\int_S \text{curl } \vec{F} \cdot d\vec{S}$  với  $S$  là nửa mặt cầu  $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ ,  $z \geq 0$ , định

hướng theo hướng dương của trục Oz.

(b) Kiểm tra lại kết quả câu (a) bằng cách tính trực tiếp.

HẾT