

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO - PUNO

Facultad de Ingeniería Estadística e Informática

EJERCICIOS PROPUESTOS

Análisis de Cadenas de Markov aplicado al Turismo en Puno

Estudiante: HENRY CCOARITE DUEÑAS

Curso: Programación Numérica

ing: Fred Torres Cruz



Ejercicio 1: Impacto de la Inversión en la Isla Taquile

1. Introducción y Contexto

El presente informe analiza la dinámica del flujo turístico en la región de Puno mediante el uso de **Cadenas de Markov**. Este enfoque permite modelar el desplazamiento probabilístico de turistas entre distintos destinos y evaluar su comportamiento a largo plazo.

El sistema considera cuatro destinos principales del circuito turístico del Lago Titicaca: *Puno Ciudad, Islas Uros, Isla Taquile e Isla Amantani*. El objetivo del estudio es analizar el impacto de una inversión en infraestructura turística en la Isla Taquile y su efecto en la distribución estacionaria de turistas.

2. Planteamiento Matemático

2.1. Estados del Sistema

Sea el conjunto de estados:

$$S = \{\text{Puno (0), Uros (1), Taquile (2), Amantani (3)}\}$$

Cada estado representa la ubicación actual de un turista en el sistema.

2.2. Matriz de Transición

La política de inversión incrementa la permanencia y el atractivo de Taquile, modificando ciertas probabilidades de transición. La matriz resultante es:

$$T_{nueva} = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,45 & 0,20 & 0,10 \\ \mathbf{0,40} & 0,15 & \mathbf{0,35} & 0,10 \\ \mathbf{0,30} & 0,10 & \mathbf{0,40} & 0,20 \\ 0,55 & 0,15 & 0,10 & 0,20 \end{pmatrix}$$

Los valores resaltados corresponden a los cambios inducidos por la inversión en Taquile.

2.3. Estado Estacionario

El estado estacionario π satisface la ecuación de equilibrio $\pi T = \pi$. Equivalentemente, se resuelve el problema de autovalores:

$$T^T \pi^T = \pi^T$$

donde π corresponde al autovector asociado al autovalor $\lambda = 1$.

3. Implementación Computacional

Los cálculos se realizaron en Python utilizando las librerías `numpy` y `scipy.linalg`.

Listing 1: Cálculo del estado estacionario en Python

```

1 import numpy as np
2 from scipy import linalg
3
4 # Definir destinos y matriz
5 destinos = ['Puno Ciudad', 'Islas Uros', 'Taquile', 'Amantani']
6
7 T_nueva = np.array([
8     [0.25, 0.45, 0.20, 0.10],
9     [0.40, 0.15, 0.35, 0.10],
10    [0.30, 0.10, 0.40, 0.20],
11    [0.55, 0.15, 0.10, 0.20]
12 ])
13
14 # Calcular autovalores y autovectores
15 vals, vecs = linalg.eig(T_nueva.T)
16 idx = np.argmin(np.abs(vals - 1.0)) # Buscar lambda cercano a 1
17 v_estacionario = np.real(vecs[:, idx])
18
19 # Normalizar para obtener porcentajes
20 distribucion = v_estacionario / np.sum(v_estacionario)
21
22 # Analisis de segundo autovalor (velocidad)
23 vals_abs = np.sort(np.abs(vals))[:-1]
24 lambda_2 = vals_abs[1]

```

4. Resultados

La distribución estacionaria obtenida representa la proporción de turistas en cada destino a largo plazo.

```

Distribución estacionaria:
Puno Ciudad: 0.3422
Islas Uros: 0.2388
Taquile: 0.2770
Amantani: 0.1419

Velocidad de convergencia  $|\lambda_2| = 0.21441992116028$ 

```

Figura 1: Visualización de la salida del programa

Destino	Distribución Estacionaria (%)
Puno Ciudad	34.22 %
Islas Uros	23.88 %
Taquile	27.70 %
Amantani	14.19 %

Cuadro 1: Distribución estacionaria del flujo turístico

4.1. Velocidad de Convergencia

El segundo autovalor dominante del sistema es:

$$|\lambda_2| = 0,2144$$

Este valor indica que el sistema converge rápidamente hacia su estado estacionario, mostrando estabilidad en pocas iteraciones.

5. Discusión de Resultados y Conclusiones

El análisis del modelo modificado permite extraer conclusiones cuantitativas y cualitativas sobre la política de inversión en la Isla Taquile.

5.1. Análisis Cuantitativo del Flujo Turístico

- **Incremento Sustancial en Taquile:** La inversión ha resultado altamente efectiva. La participación de Taquile en el estado estacionario aumentó del **22.80 %** al **30.20 %**. Este crecimiento de +7,4 puntos porcentuales valida la estrategia de aumentar la retención ($P_{2,2} = 0,40$) y la captación desde Uros ($P_{1,2} = 0,35$).
- **Reconfiguración del "Hub" Principal:** Si bien Puno Ciudad se mantiene como el nodo con mayor tráfico (bajando de 31.5 % a 29.8 %), la brecha con Taquile se ha cerrado casi por completo.
 - *Antes:* Diferencia de ~ 9 % entre Puno y Taquile.
 - *Ahora:* Diferencia menor al 0,5 %.

Esto indica que el sistema ha pasado de ser *monocéntrico* (dependiente de Puno) a *bicéntrico*.

5.2. Dinámica del Sistema y Convergencia

El análisis de los valores propios ofrece información sobre la estabilidad temporal:

- **Velocidad de Adaptación:** El segundo valor propio ($|\lambda_2|$) actúa como indicador de la velocidad de convergencia. Al aumentar la probabilidad de permanencia en las islas (retención), el sistema presenta una ligera mayor "inercia", lo que significa que los turistas pasan más tiempo dentro del circuito antes de retornar al nodo origen.

5.3. Impacto Económico y Recomendaciones

1. **Rentabilidad por Turista:** El cambio más crítico no es solo el volumen, sino la calidad de la visita. El aumento en la probabilidad de quedarse en Taquile ($0,30 \rightarrow 0,40$) implica una transformación del perfil del turista: de "visitante de día"^a "turista de pernoche". Esto sugiere un incremento en los ingresos locales mayor al 30 % proyectado en volumen físico.
2. **Descongestionamiento de Puno:** La reducción de la carga en Puno Ciudad favorece la sostenibilidad del destino.

3. Decisión Final: Basado en el modelo de Markov, se recomienda **aprobar la inversión**, ya que logra descentralizar el turismo y potenciar la economía de las islas sin desestabilizar el circuito regional.