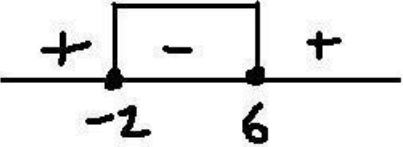
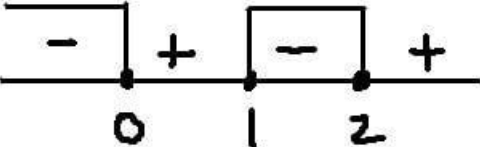


No	Contoh Soal
1	<p>Buktikan dengan induksi matematika bahwa</p> $P_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ <p>bernilai benar untuk setiap <math>n</math> bilangan asli.</p> <p>Jawab</p> <p><b>Basis Induksi:</b></p> <p>Diberikan</p> $P_n : 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ <p>Ambil <math>n = 1</math>, diperoleh</p> $P_1 : 1 = \frac{1(1+1)}{2}$ <p>Persamaan di atas bernilai benar, sehingga untuk <math>n = 1</math>, pernyataan yang akan dibuktikan di atas BENAR. Basis induksi selesai.</p> <p><b>Langkah Induksi:</b></p> <p>Misalkan</p> $P_k : 1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$ <p>Asumsikan pernyataan di atas bernilai benar. Akan ditunjukkan bahwa <math>P_{k+1}</math> juga benar.</p> <p>Sekarang, perhatikan bahwa</p> $P_{k+1} : 1 + 2 + 3 + \dots + k + (k+1)$ $= \frac{(k+1)(k+2)}{2} \star$ <p>Dalam hal ini, akan ditunjukkan bahwa ruas kiri sama dengan ruas kanan sebagai berikut.</p> $\underbrace{1 + 2 + 3 + \dots + k}_{P_k} + (k+1)$ $= \frac{k(k+1)}{2} + \frac{2(k+1)}{2}$ $= \frac{(k+1)(k+2)}{2} \star$ <p>Dari sini, disimpulkan bahwa kebenaran <math>P_k</math> mengimplikasikan kebenaran <math>P_{k+1}</math> sehingga berdasarkan Prinsip Induksi Matematis, pernyataan <math>P_n</math> benar untuk <math>n \in \mathbb{N}</math>. ■</p>
2	<p>Tentukan invers matriks <math>A = \begin{bmatrix} -8 &amp; -6 \\ 7 &amp; 5 \end{bmatrix}</math>.</p> <p>Jawab</p> $B^{-1} = \frac{1}{ A } \text{adj}(A)$ $B^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ $B^{-1} = \frac{1}{-8 \cdot 5 - (-6 \cdot 7)} \begin{bmatrix} 5 & -(-6) \\ -7 & -8 \end{bmatrix}$ $B^{-1} = \frac{1}{40+42} \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ -7 & -8 \end{bmatrix}$ $B^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ -7 & -8 \end{bmatrix}$
3	<p>Tentukan bayangan titik <math>(3, -7)</math> oleh translasi <math>\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}</math></p> <p>Jawab</p> <p>Misalkan titik <math>P(3, -7)</math></p> $T = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

	$P(3, -7) \rightarrow P'(3 + 4, -7 + 2) = (7, -5)$
4	<p>Tentukan bayangan titik A(1,4) direfleksikan dititik O(0,0).</p> <p><b>Jawab</b>  <math>A(x,y) \rightarrow A'(-x,-y)</math>  <math>A(1, 4) \rightarrow A'(-1, -4)</math></p>
5	<p>Titik C(3,-5) dicerminkan terhadap sumbu x. Tentukan koordinat bayangan titik C.</p> <p><b>Jawab</b>  <math>C(x,y) \rightarrow C'(x,-y)</math>  <math>C(3, -5) \rightarrow C'(3, 5)</math></p>
6	<p>Jika garis <math>x - 2y - 3 = 0</math> dicerminkan terhadap sumbu Y, maka tentukanlah persamaan bayangannya.</p> <p><b>Jawab</b>  <math>A(x,y) \rightarrow A'(-x,y)</math>  <math>x' = -x \rightarrow x = -x'</math>  <math>y' = y \rightarrow y = y'</math></p> <p>Dengan mensubstitusikan <math>x = -x'</math> dan <math>y = y'</math> pada persamaan garis, maka diperoleh:  <math>(-x') - 2(y') - 3 = 0</math>  <math>-x' - 2y' - 3 = 0</math>  Jadi, bayangan garis <math>x - 2y - 3 = 0</math> oleh pencerminan terhadap sumbu Y adalah <math>-x - 2y - 3 = 0</math>.</p>
7	<p>Tentukan bayangan titik K(6, -2) yang direfleksikan terhadap sumbu <math>y = x</math>.</p> <p><b>Jawab</b>  <math>K(x,y) \rightarrow K'(y,x)</math>  <math>K(6, -2) \rightarrow (-2, 6)</math></p>
8	<p>Bayangan persamaan lingkaran <math>x^2 + y^2 - 8y + 7 = 0</math> yang dicerminkan terhadap garis <math>y = -x</math> adalah ...</p> <p><b>Jawab</b>  <math>A(x,y) \rightarrow A'(-y,-x)</math>  <math>x' = -y \rightarrow y = -x'</math>  <math>y' = -x \rightarrow x = -y'</math></p> <p>kemudian disubstitusikan ke <math>x^2 + y^2 - 8y + 7 = 0</math>  <math>(-y')^2 + (-x')^2 - 8(-x') + 7 = 0</math>  <math>y'^2 + x'^2 + 8x' + 7 = 0</math>  <math>x'^2 + y'^2 + 8x' + 7 = 0</math>  Jadi bayangannya adalah <math>x^2 + y^2 + 8x + 7 = 0</math></p>
9	<p>Bayangan titik A oleh rotasi <math>R(0,45^\circ)</math> adalah <math>(-\sqrt{2}, \sqrt{2})</math>. Tentukanlah koordinat titik A.</p> <p><b>Jawab</b>  <math>\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha &amp; -\sin \alpha \\ \sin \alpha &amp; \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}</math>  <math>\begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 45^\circ &amp; -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ &amp; \cos 45^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}</math></p>

	$\begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2}x - \frac{1}{2}\sqrt{2}y \\ \frac{1}{2}\sqrt{2}x + \frac{1}{2}\sqrt{2}y \end{pmatrix}$ <p>Dengan demikian</p> $\frac{1}{2}\sqrt{2}x - \frac{1}{2}\sqrt{2}y = -\sqrt{2} \dots (1)$ $\frac{1}{2}\sqrt{2}x + \frac{1}{2}\sqrt{2}y = \sqrt{2} \dots (2)$ <p>Dengan menyelesaikan persamaan (1) dan (2) di atas, maka diperoleh <math>x = 0</math> dan <math>y = 2</math>. Jadi, koordinat titik A adalah (0,2).</p>
10	<p>Bayangan dari titik-titik A(1, 3) dan B(5, 7) jika di rotasi sejauh <math>90^\circ</math> adalah . . .</p> <p>Jawab</p> $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5-1 \\ -3-2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$
11	<p>Tentukan bayangan titik P(-6,3) oleh dilatasi terhadap titik pusat O(0,0) dengan faktor skala <math>-1/2</math> .</p> <p>Jawab</p> $P(x,y) \rightarrow P'((k.x), (k.y))$ $P(-6, 3) \rightarrow P' \left( \left( -\frac{1}{2} \cdot (-6) \right), \left( -\frac{1}{2} \cdot 3 \right) \right) = \left( 3, -\frac{3}{2} \right)$
12	<p>Tentukanlah bayangan titik A(2,-1) oleh dilatasi terhadap titik pusat P(3,4) dengan faktor skala -3.</p> <p>Jawab</p> $A(x,y) \rightarrow A'((k(x-p)+p), (k(y-q)+q))$ $A(2, -1) \rightarrow A'((-3(2-3)+3), (-3 \cdot (-1-4)+4)) = A'(6, 19)$
13	<p>Tentukan turunan dari :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>f(x) = 6</math></li> <li><math>f(x) = -2x</math></li> <li><math>f(x) = x^2</math></li> <li><math>f(x) = 2x^4</math></li> <li><math>f(x) = 2x^4 + x^2</math></li> <li><math>f(x) = (2x + 3)(x^2 + 2)</math></li> <li><math>f(x) = \frac{4x^3}{3x^2}</math></li> </ol> <p>Jawab</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>f(x) = 6</math> <math>f'(x) = 0</math></li> <li><math>f(x) = -2x</math> <math>f'(x) = -2</math></li> </ol>

	<p>c. <math>f(x) = x^2</math>  <math>f'(x) = 2x</math></p> <p>d. <math>f(x) = 2x^4</math>  <math>f'(x) = 2 \cdot 4x^{4-1} = 8x^3</math></p> <p>e. <math>f(x) = 2x^4 + x^2</math>  <math>f'(x) = 8x^3 + 2x</math></p> <p>f. <math>u(x) = 2x + 3</math>  <math>u'(x) = 2</math>  <math>v(x) = x^2 + 2</math>  <math>v'(x) = 2x</math>  <math>f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)</math>  <math>f'(x) = 2(x^2 + 2) + (2x + 3)2x</math>  <math>f'(x) = 2x^2 + 4 + 4x^2 + 6x</math>  <math>f'(x) = 6x^2 + 6x + 4</math></p> <p>g. <math>f(x) = \frac{4x^3}{3x^2}</math>  <math>u(x) = 4x^3</math>  <math>u'(x) = 12x^2</math>  <math>v(x) = 3x^2</math>  <math>v'(x) = 6x</math>  <math>f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{(v(x))^2}</math>  <math>f'(x) = \frac{12x^2 \cdot 3x^2 - 4x^3 \cdot 6x}{(3x^2)^2}</math>  <math>= \frac{36x^4 - 24x^4}{9x^4}</math>  <math>= \frac{12x^4}{9x^4}</math>  <math>= \frac{4}{3}</math></p>
14	<p>Tentukan nilai x agar fungsi <math>f(x) = x^2 - 8x - 9</math> naik</p> <p>Jawab  Agar naik maka <math>f'(x) &gt; 0</math>  <math>2x - 8 &gt; 0</math>  <math>x &gt; 4</math></p>
15	<p>Tentukan nilai x agar fungsi <math>f(x) = -2x^2 + 12x - 5</math> turun</p> <p>Jawab  Agar turun maka <math>f'(x) &lt; 0</math>  <math>-4x + 12 &lt; 0</math>  <math>-4x &lt; -12</math>  <math>x &gt; 3</math></p>
16	<p>Nilai-nilai x yang menyebabkan fungsi <math>f(x) = -x^3 + 6x^2 + 36x</math> tidak turun adalah . . .</p> <p>Jawab  Agar tidak turun maka <math>f'(x) \geq 0</math>  <math>-3x^2 + 12x + 36 \geq 0</math>  <math>x^2 - 4x - 12 \leq 0</math>  <math>(x-6)(x+2) \leq 0</math></p>

	 <p><math>-2 \leq x \leq 6</math></p>
17	<p>Batas-batas nilai <math>x</math> yang menyebabkan fungsi <math>f(x) = x^2 - 4x^3 + 4x^2 - 10</math> tidak naik adalah ....</p> <p><b>Jawab :</b></p> $4x^3 - 12x^2 + 8x \leq 0$ $x^3 - 3x^2 + 2x \leq 0$ $x(x^2 - 3x + 2) \leq 0$ $x(x-1)(x-2) \leq 0$  <p><math>x \leq 0</math> atau <math>1 \leq x \leq 2</math></p>
18	<p>Tentukan nilai stasioner dan titik stasioner dari fungsi <math>f(x) = x^2 - 4x</math></p> <p><b>Jawab</b></p> $f'(x) = 2x - 4$ $f'(x) \text{ stasioner} \Rightarrow f'(x) = 0$ $\Leftrightarrow 2x - 4 = 0$ $\Leftrightarrow 2x = 4$ $\Leftrightarrow x = 2$ <p>Maka nilai sebenarnya dari titik Stasioner <math>x = 2</math></p>
19	<p>Tentukan nilai dari <math>\int x^4 dx</math></p> <p><b>Jawab</b></p> $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$ $\int x^4 dx = \frac{1}{4+1} x^{4+1} + c = \frac{1}{5} x^5 + c$
20	<p>Tentukan nilai dari :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\int 2x^3 dx</math></li> <li><math>\int 2dx</math></li> <li><math>\int x^2 dx</math></li> <li><math>\int 2(x+1)dx</math></li> <li><math>\int (x^2 + 2x) dx</math></li> <li><math>\int (2x^3 - x)dx</math></li> </ol> <p><b>Jawab</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li> <math display="block">\int ax^n dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1} + c</math> <math display="block">\int 2x^3 dx = \frac{2}{3+1} x^{3+1} + c = \frac{2}{4} x^4 + c</math> </li> <li> <math display="block">\int k dx = kx + c</math> <math display="block">\int 2 dx = 2x + c</math> </li> <li> <math display="block">\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c</math> <math display="block">\int x^2 dx = \frac{x^{2+1}}{2+1} + c = \frac{x^3}{3} + c</math> </li> <li> <math display="block">\int kf(x) dx = k \int f(x) dx</math> </li> </ol>

	$\int 2(x+1)dx = 2 \int (x+1)dx = 2 \cdot \left( \frac{x^2}{2} + x \right) + c = x^2 + 2x + c$
e.	$\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x)dx + \int g(x) dx$ $\int (x^2 + 2x) dx = \int x^2 dx + \int 2x dx = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + c$
f.	$\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x)dx - \int g(x) dx$ $\int (2x^3 - x) dx = \int 2x^3 dx - \int x dx = \frac{2}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + c = \frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + c$