Interpolation der Runge-Funktion und anderer Funktionen mit Octave

Henry Haustein, Lars Ortscheidt

2. November 2018

Inhaltsverzeichnis

1 Interpolation der Runge-Funktion **2**
1.1 Berechnung der Splines . . . 2
1.1.1 Polynomsplines aus $\mathcal{S}_1^0(\Delta)$ . . . 2
1.1.2 Polynomsplines aus $\mathcal{S}_3^1(\Delta)$ . . . 3
1.2 Fehlerbetrachtung . . . 3
1.3 Diskussion der Ergebnisse . . . 3

2 Interpolation der anderen Funktion **3**
2.1 Berechnung der Splines . . . 4
2.1.1 Polynomsplines aus $\mathcal{S}_1^0(\Delta)$ . . . 4
2.1.2 Polynomsplines aus $\mathcal{S}_3^1(\Delta)$ . . . 4
2.2 Fehlerbetrachtung . . . 4
2.3 Diskussion der Ergebnisse . . . 4

1 Interpolation der Runge-Funktion

$$
\begin{aligned}
f(x) &= \frac{1}{1+25x^2} \\
f'(x) &= -\frac{50x}{625x^4+50x^2+1}
\end{aligned}
$$

1.1 Berechnung der Splines

1.1.1 Polynomsplines aus $\mathcal{S}_1^0(\Delta)$

Eine Polynomspline $s \in \mathcal{S}_1^0(\Delta)$ ist eine affin lineare Funktion, das heißt er hat die Form $s(x) = mx + n$ mit Anstieg m und y-Achsenverschiebung n.

Die Interpolationsfunktion g_N, mit $N+1$ Stützstellen, besteht nun also aus Splines $s_i \in \mathcal{S}_1^0(\Delta)$, wobei für jeden Spline gilt:

$$
\begin{aligned}
\text{Definitionsbereich: } &[x_i, x_{i+1}] \\
m_i =& \frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i} \\
n_i =& f_i
\end{aligned}
$$

wobei x_i die Stützstellen und f_i die Stützwerte sind. Dabei läuft i von 0 bis $N-1$.

Der Quelltext für Octave sieht dann so aus:

```
runge = @(x) 1./(1+25*x.^2);
xreal = -1:0.01:1;

n = input('Anzahhl der Stuetzstellen - 1 := N: ');

%Schritweite h berechnen
h = 2/n
%Stuetzstellenvektor x berechnen
x = -1:h:1;

for i=1:n+1
 %Stutzwertevektor f berechnen
 f(i) = runge(x(i));
endfor

for i=1:n
 %Anstiege m_i berechnen
 m(i) = (f(i+1)-f(i))./(x(i+1)-x(i));
 %Achsenabschnitte n_i berechnen
```

```
 n(i) = f(i);
endfor

plot(x, f, "-;Interpol.;", xreal, runge(xreal), "-;Rungefkt.;")
```

Das Interessante hierbei ist, dass die berechneten Werte in den Arrays `m` und `n` gar nicht für die Interpolation gebraucht werden - die Funktion `plot` interpoliert automatisch linear, wenn man ihr die Stützstellen und -werte übergibt.

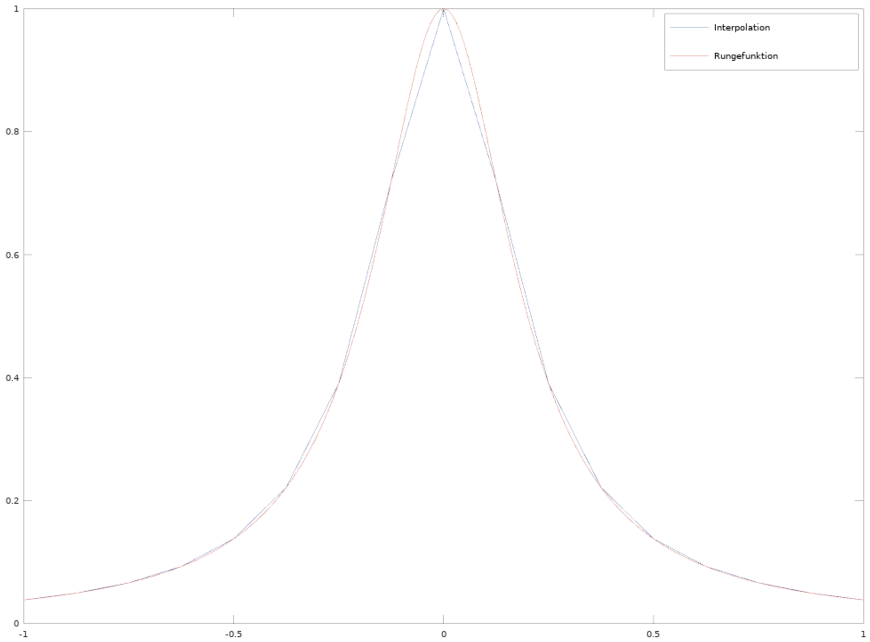

Abbildung 1: lineare Splineinterpolation mit $N = 16$

1.1.2 Polynomsplines aus $\mathcal{S}_3^1(\Delta)$

1.2 Fehlerbetrachtung

1.3 Diskussion der Ergebnisse

2 Interpolation der anderen Funktion

$$
\begin{aligned}
f(x) &= \left(1 + \cos\left(\frac{3}{2}\pi x\right)\right)^{2/3} \\
f'(x) &= -\frac{\pi \sin\left(\frac{3}{2}\pi x\right)}{\sqrt[3]{1 + \cos\left(\frac{3}{2}\pi x\right)}}
\end{aligned}
$$

2.1 Berechnung der Splines

2.1.1 Polynomsplines aus $\mathcal{S}_1^0(\Delta)$

2.1.2 Polynomsplines aus $\mathcal{S}_3^1(\Delta)$

2.2 Fehlerbetrachtung

2.3 Diskussion der Ergebnisse