# Multivariate Statistik, Hausaufgabe 8

Henry Haustein

## Aufgabe 1

(a) Die Klasse $R_1$ ist wie folgt definiert und vereinfacht sich in dieser Aufgabe zu

$$\begin{aligned} R_1 &= \left\{ x \in \mathbb{R}^k \;\middle|\; \frac{f_1(x)}{f_2(x)} \geq \frac{c(1 \mid 2)\mathbb{P}(Y=2)}{c(2 \mid 1)\mathbb{P}(Y=1)} \right\} \\ &= \left\{ x \in \mathbb{R}^k \;\middle|\; \frac{f_1(x)}{f_2(x)} \geq 1 \right\} \end{aligned}$$

wobei

$$\frac{f_1(x)}{f_2(x)} = \exp\left(-\frac{1}{2}x'(\Sigma_1^{-1} - \Sigma_2^{-1})x + (\mu_1'\Sigma_1^{-1} - \mu_2'\Sigma_2^{-1})x\right) \cdot \frac{\sqrt{\det(\Sigma_2)}}{\sqrt{\det(\Sigma_1)}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mu_1'\Sigma_1^{-1}\mu_1 - \mu_2'\Sigma_2^{-1}\mu_2)\right)$$

Die dazu benötigten inversen Matrizen lauten

$$\Sigma_1^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \qquad \Sigma_1^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

Damit ist

$$\frac{f_1(x)}{f_2(x)} = \exp\left(-\frac{1}{2}x'\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}x + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \end{pmatrix}x\right) \cdot \sqrt{2} \cdot \exp\left(\frac{21}{4}\right)$$

(b) Einsetzen von $x = (2,2)$ liefert $\frac{f_1(x)}{f_2(x)} = 1.815886$, damit wird $x$ der Klasse 1 zugeordnet.

(c) Durch Einbeziehen der Fehlklassifikationskosten ändert sich $R_1$ auf

$$\begin{aligned} R_1 &= \left\{ x \in \mathbb{R}^k \;\middle|\; \frac{f_1(x)}{f_2(x)} \geq \frac{c(1 \mid 2)\mathbb{P}(Y=2)}{c(2 \mid 1)\mathbb{P}(Y=1)} \right\} \\ &= \left\{ x \in \mathbb{R}^k \;\middle|\; \frac{f_1(x)}{f_2(x)} \geq \frac{c(1 \mid 2)}{c(2 \mid 1)} \right\} \\ &= \left\{ x \in \mathbb{R}^k \;\middle|\; \frac{f_1(x)}{f_2(x)} \geq \frac{350}{100} \right\} \\ &= \left\{ x \in \mathbb{R}^k \;\middle|\; \frac{f_1(x)}{f_2(x)} \geq 3.5 \right\} \end{aligned}$$