Einführung in die Produktion, Tutorium 6

Henry Haustein

Aufgabe 12

(a) Prämissen sind

- Disposition eines Gutes
- Zeitpunktgeballter Lagerzugang
- konstante Nachfrage
- keine Fehlmengen
- keine Kapazitätsbeschränkungen
- Daten sind sicher und bekannt
- keine Sicherheitsbestandsplanung

(b) Es gilt

$$\begin{aligned} K &= K_L + K_B \to \min \\ &= \underbrace{\underbrace{(k_{LM} + z \cdot q)}_{c_L} \cdot t_v \cdot n}_{k_L} \cdot \frac{r}{2} + k_B \cdot n \\ &= \frac{r}{2} k_L + k_B \frac{B}{r} \end{aligned}$$

Ableiten und Nullsetzen liefert

$$\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial r} = \frac{k_L}{2} - k_B \frac{B}{r^2} &= 0 \\ \frac{k_L}{2} &= k_B \frac{B}{r^2} \\ \frac{2}{k_L} &= \frac{r^2}{k_B \cdot B} \\ r &= \sqrt{\frac{2}{k_L} \cdot k_B \cdot B} \end{aligned}$$

(c) Die Stückkostenfunktion lautet

$$\begin{aligned} \frac{K}{r} &= \frac{K_L}{r} + \frac{K_B}{r} \\ &= \frac{1}{r} \frac{r}{2} k_L + \frac{1}{r} \frac{B}{r} k_B \\ &= \frac{1}{2} k_L + k_B \frac{B}{r^2} \to \min \end{aligned}$$

Ableiten und Nullsetzen liefert

$$\begin{aligned}\frac{\partial\left(\frac{K}{r}\right)}{\partial r} = -2k_B\frac{B}{r^3} &= 0\\ r^3 &= \frac{1}{k_B\cdot B}\\ r &= \sqrt[3]{\frac{1}{k_B\cdot B}}\end{aligned}$$

Aufgabe 13

(a) Die bestellmengenabhängigen Funktionen sind

$$q(r) = \begin{cases} 12 & r < 1000\\ 11.88 & 1000 \leq r < 3000\\ 11.76 & 3000 \leq r < 10000\\ 11.64 & r \geq 10000\end{cases}$$

$$k_L(r) = k_{LM} + z\cdot q(r) = \begin{cases} 1.36 & r < 1000\\ 1.3564 & 1000 \leq r < 3000\\ 1.3528 & 3000 \leq r < 10000\\ 1.3492 & r \geq 10000\end{cases}$$

(b) Ich wüsste nicht, was diese Aufgabe von der Aufgabe 12(b) unterscheidet...

(c) Bestimmen wir zuerst die optimale Bestellmenge unter der Annahme, dass wir den vollen Rabatt bekommen:

$$\begin{aligned}r_{opt} &= \sqrt{\frac{2}{k_L}\cdot k_B\cdot B}\\ &= \sqrt{\frac{2}{1.3492}\cdot 75\cdot 90000}\\ &= 3163.22\end{aligned}$$

Aber um diesen Rabatt zu bekommen, müssten wir mindesten 10000 Stück bestellen, was wir nicht machen. Also kommt diese Lösung für uns nicht in Frage. Gucken wir mal, ob wir die zweithöchste Rabattstufe bekommen können:

$$\begin{aligned}r_{opt} &= \sqrt{\frac{2}{k_L}\cdot k_B\cdot B}\\ &= \sqrt{\frac{2}{1.3528}\cdot 75\cdot 90000}\\ &= 3159\end{aligned}$$

Ja, diese Stufe wäre möglich. Vielleicht lohnt es sicher aber auch 10000 Stück zu bestellen, um den höchsten Rabatt zu bekommen. Wir vergleichen dafür die Gesamtkosten der Bestellung für beide

Bestellmengen

$$
\begin{aligned}
K(r=3159) &= K_L + K_B + K_{EV} \\
&= \frac{3159}{2} \cdot 1.3528 + 75 \cdot \frac{90000}{3159} + 11.76 \cdot 90000 \\
&= 1062673.50 \\
K(r=10000) &= K_L + K_B + K_{EV} \\
&= \frac{10000}{2} \cdot 1.3492 + 75 \cdot \frac{90000}{10000} + 11.64 \cdot 90000 \\
&= 1055021
\end{aligned}
$$

Es ist also am besten 10000 Stück auf einmal zu bestellen.

Aufgabe 14

(a) Im Optimum werden die durchschnittlichen Kosten pro Zeiteinheit minimal. Wir bestellen also solange weiter, bis die durchschnittlichen Kosten steigen.

(b) Wir sollten vorher noch $k_L = k_{LM} + z \cdot q = 2.1 + 0.9 = 3$ bestimmen. Es ergibt sich

b	l	$\frac{k_B + k_L \sum_{t=b}^{l}(t-b)B_t}{l-b+1}$
1	1	$\frac{250}{1-1+1} = 250$
1	2	$\frac{250+3(1\cdot 80)}{2-1+1} = 245$
1	3	$\frac{250+3(1\cdot 80+2\cdot 70)}{3-1+1} = 303.33$
3	3	$\frac{250}{3-3+1} = 250$
3	4	$\frac{250+3(1\cdot 100)}{4-3+1} = 275$
4	4	$\frac{250}{4-4+1} = 250$
4	5	$\frac{250+3(1\cdot 50)}{5-4+1} = 200$
4	6	$\frac{250+3(1\cdot 50+2\cdot 30)}{6-4+1} = 193.33$

Es laufen also drei Bestellungen in den Perioden 1, 3 und 4 ab mit den Bestellmengen $r_1 = 120 + 80 = 200$, $r_3 = 70$ und $r_4 = 100 + 50 + 30 = 180$.

(c) Im Optimum sind Lagergaltungs- und Bestellkosten gleich. Wir bestellen also solange weiter, wie die Lagerhaltungskosten die Bestellkosten nicht überschreitet.

(d) Auch hier gilt wieder $k_L = 3$. Es ergibt sich

b	l	$\sum_{t=b}^{l}(t-b)B_t$	kleiner als $\frac{k_L}{k_B} = \frac{250}{3} = 83.33$?
1	1	0	✓
1	2	$1 \cdot 80$	✓
1	3	$1 \cdot 80 + 2 \cdot 70$	
3	3	0	✓
3	4	$1 \cdot 100$	
4	4	0	✓
4	5	$1 \cdot 50$	✓
4	6	$1 \cdot 50 + 2 \cdot 30$	
6	6	0	✓

Es werden also 4 Bestellungen in den Perioden 1, 3, 4 und 6 ausgelöst mit den Mengen $r_1 = 120 + 80 = 200$, $r_3 = 70$, $r_4 = 100 + 50 = 150$ und $r_6 = 30$.