

Investition und Finanzierung, Vertiefung Tutorium 2

HENRY HAUSTEIN

Rentenbarwert

Der Rentenbarwertfaktor ist

$$\text{RBF} = \frac{q^n - 1}{q^n \cdot (q - 1)}$$

Damit ergibt sich für die ersten 6 Jahre:

$$\begin{aligned} BW_1 &= \frac{1.06^6 - 1}{1.06^6 \cdot 0.06} \cdot 50000 \\ &= 245866.22 \end{aligned}$$

Der Barwert der Rente für die zweiten 6 Jahre ist (im Jahr 6!). Dieser muss dann noch 6 Jahre abgezinst werden:

$$\begin{aligned} BW_2 &= \frac{\frac{1.04^6 - 1}{1.04^6 \cdot 0.04} \cdot 50000}{1.06^6} \\ &= 184774.98 \end{aligned}$$

In Summe ergibt sich 430641.20.

Restrentenansprüche

Dazu müssen wir die zukünftigen Rentenansprüche auf das Jahr 2020 abzinsen. Silvio bekommt noch 3 Renten á 50000 mit 6% und 6 Renten á 50000 mit 4%, die dann aber noch 3 mal abgezinst werden müssen:

$$\begin{aligned} BW_1 &= \frac{1.06^3 - 1}{1.06^3 \cdot 0.06} \cdot 50000 \\ &= 133650.60 \\ BW_2 &= \frac{\frac{1.04^6 - 1}{1.04^6 \cdot 0.04} \cdot 50000}{1.06^3} \\ &= 220069.96 \end{aligned}$$

In Summe 353720.56.

Annuitätendarlehen

Berechnen wir zuerst den Barwert zu Anfang des Jahres 4 (bzw. Ende des Jahres 3), den wir dann noch 3 mal abzinsen müssen:

$$\begin{aligned} BW &= \frac{1.1^{12} - 1}{1.1^{12} \cdot 0.1} \cdot 10000 \\ &= 68136.92 \end{aligned}$$

3 mal abzinsen liefert das Ergebnis von $\frac{68136.92}{1.1^3} = 51192.28$.

Zeitungsabo

(a) Wir brauchen zuerst den Monatszins i , für den gilt:

$$\begin{aligned} 1.05 &= (1 + i)^{12} \\ i &= 4.074123784 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

Damit ist er Barwert:

$$\begin{aligned} BW_{\text{monatlich}} &= \frac{(1 + i)^{36} - 1}{(1 + i)^{36} \cdot i} \cdot 30 \\ &= 1002.64 \end{aligned}$$

(b) Hier können wir den Barwert klassisch berechnen (Achtung: Zahlung am Jahresanfang!):

$$\begin{aligned} BW_{\text{jährlich}} &= 340 + \frac{340}{1.05} + \frac{340}{1.05^2} \\ &= 972.20 \end{aligned}$$

(c) Wir lösen das wieder mit dem Monatszins i :

$$\begin{aligned} BW_{\text{einmalig}} &= \frac{1020}{(1 + i)^{18}} \\ &= 948.02 \end{aligned}$$

Offensichtlich ist der Barwert des 3-Jahres-Abos am geringsten, also sollten wir das kaufen.

Sparkonto

Am Ende der Ansparphase sind auf dem Konto:

$$\begin{aligned} K &= 10000 \cdot 1.05^2 \cdot 1.06 \cdot 1.07 \cdot 1.08 \\ &= 13504.92 \end{aligned}$$

Diese können jetzt in Renten aufgeteilt werden:

$$\begin{aligned} 13504.92 &= r \cdot \frac{1.04^5 - 1}{1.04^5 \cdot 0.04} \\ r &= 3033.57 \end{aligned}$$