Statistik 2, Übung 9

Henry Haustein

Aufgabe 1

(a) Wir haben hier unabhängige Stichproben und ungleiche Varianzen, wir führen also den Welch-Test durch:
H_0: $\mu_A \leq \mu_B$
H_1: $\mu_A > \mu_B$
Die Teststatistik ergibt sich zu

$$T = \frac{140 - 134}{\sqrt{\frac{51}{16} + \frac{46}{11}}} = 2.2102$$

Die Berechnung des kritischen Wertes ist ein bisschen komplizierter:

$$R = \frac{11 \cdot 51}{16 \cdot 46} = 0.7622$$
$$df = \left\lfloor \frac{(1+R)^2}{\frac{R^2}{16-1} + \frac{1}{11-1}} \right\rfloor = \lfloor 22.3844 \rfloor = 22$$

Der kritische Wert ist nun $t_{22;0.99} = 2.50832$. Es gilt $T < t_{22;0.99}$ und damit kann H_0 nicht abgelehnt werden.

(b) Wir führen einen F-Test durch:
H_0: $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$
H_1: $\sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$
Die Teststatistik ist

$$T = \frac{51}{46} = 1.1087$$

Die kritischen Werte sind

- $F_{15,10;0.01} = 0.262816$
- $F_{15,10;0.99} = 4.55814$

Da die Teststatistik zwischen den beiden kritischen Werten liegt, kann H_0 nicht abgelehnt werden.

(c) Wir führen nun einen Zweistichprobentest durch:
H_0: $\mu_A \leq \mu_B$
H_1: $\mu_A > \mu_B$
Aber zuerst müssen wir die gemeinsame Varianz schätzen:

$$\tilde{\sigma}^2 = \frac{(16-1) \cdot 51 + (11-1) \cdot 46}{16 + 11 - 2} = 49$$

Dann berechnet sich die Teststatistik zu

$$T = \frac{140 - 134}{\sqrt{\tilde{\sigma}^2 \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{11}\right)}} = 2.1884$$

Der kritische Wert ist $t_{16+11-2;0.99} = 2.48511$ und da $T < t_{25;0.99}$ kann H_0 nicht abgelehnt werden.

Aufgabe 2

(a) Wir haben immer noch unabhängige Stichproben und führen wieder den Welch-Test durch: H_0: $\mu_M \leq \mu_P$
H_1: $\mu_M > \mu_P$
Die Teststatistik ergibt sich zu

$$T = \frac{10.7 - 1.6}{\sqrt{\frac{9.8^2}{20} + \frac{11.1^2}{20}}} = 2.7484$$

Die Berechnung des kritischen Wertes ist ein bisschen komplizierter:

$$R = \frac{20 \cdot 9.8^2}{20 \cdot 11.1^2} = 0.7795$$
$$df = \left\lfloor \frac{(1+R)^2}{\frac{R^2}{20-1} + \frac{1}{20-1}} \right\rfloor = \lfloor 37.4253 \rfloor = 37$$

Der kritische Wert ist nun $t_{37;0.99} = 2.43145$. Es gilt $T > t_{37;0.99}$ und damit kann H_0 abgelehnt werden und H_1 wird angenommen. Wir führen jetzt noch einen F-Test durch:
H_0: $\sigma_M^2 \geq \sigma_P^2$
H_1: $\sigma_M^2 < \sigma_P^2$
Die Teststatistik ist

$$T = \frac{9.8^2}{11.1^2} = 0.7795$$

Der kritische Wert ist $F_{19,19;0.05} = 0.461201$ und da $T > F_{19,19;0.05}$, kann H_0 nicht abgelehnt werden.

(b) Jetzt haben wir eine verbundene Stichprobe und testen:
H_0: $\mu_{vor} \leq \mu_{nach}$
H_1: $\mu_{vor} > \mu_{nach}$
Wir brauchen dazu die Differenzen der einzelnen Werte; diese sind

i	1	2	3	4	5
d_i	1.7	-1.7	20.4	24.6	-3.5

Die Teststatistik ist dann

$$T = \sqrt{5} \frac{8.3}{\sqrt{\frac{1}{5-1} \sum_{i=1}^{5} (d_i - \bar{d})^2}} = 1.4081$$

Der kritische Wert ist $t_{4;0.95} = 2.1318$ und da $T < t_{4;0.95}$ kann H_0 nicht abgelehnt werden.

(c) Mit 12%-iger Irrtumswahrscheinlichkeit behauptet der Test, dass das Medikament den Blutdruck senkt, obwohl das nicht so ist (Fehler 1. Art).