

Statistik 2, Test 3

HENRY HAUSTEIN

Aufgabe 1

Die erwartungstreuen Schätzer sind $\hat{\mu}_3$ und $\hat{\mu}_4$.

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(\hat{\mu}_3) &= \mathbb{E}\left(\frac{n^2 - 1}{(3n - 3)(n + 1)}(X_1 + X_2 + X_3)\right) \\ &= \frac{n^2 - 1}{3n^2 + 3n - 3n - 3}\mathbb{E}(X_1) + \mathbb{E}(X_2) + \mathbb{E}(X_3) \\ &= \frac{n^2 - 1}{3(n^2 - 1)}3\mu \\ &= \mu \\ \mathbb{E}(\hat{\mu}_4) &= \mathbb{E}\left(\frac{1}{5}\sum_{i=1}^5 X_i\right) \\ &= \frac{1}{5} \cdot 5\mu \\ &= \mu\end{aligned}$$

Aufgabe 2

Die wichtigen Quantile für diese Aufgabe sind $z_{0.975} = 1.95996$ für $\alpha = 0.05$ und $z_{0.95} = 1.64485$ für $\alpha = 0.1$. Zusätzlich muss man aufpassen, dass "krumme" n nicht zulässig sind, man muss also entsprechend runden. Die Lösungen der Gleichungen sind

- (a) $n \geq 170.73 \Rightarrow n = 171$
- (b) $n \geq 120.25 \Rightarrow n = 121$
- (c) $\alpha = 0.16$ (Die Lösung ist etwas komplizierter zu bestimmen, ich gehe darauf später ein)
- (d) $s = 7.26048$

Nun zur Bestimmung von α :

- Lösen der Gleichung $\frac{10}{\sqrt{90 \cdot x \leq 1.5}}$ ergibt $x \leq 1.42$
- Suchen in der Formelsammlung auf Seite 23 nach einem z_α was kleiner als 1.42 ist. (Auszug aus dieser Tabelle:)

α	z_α
0.925	1.4395
0.920	1.4051
0.915	1.3722

$$\Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.92$$

- Umstellen nach α ergibt $\alpha = 0.16$. (Dieses Verfahren ist sehr ungenau, eine Computerlösung ergibt $\alpha = 0.15473$.)

Aufgabe 3

Die Lösung ist

- Der wahre Parameter liegt mit einer Wahrscheinlichkeit von 5% außerhalb des KI. **wahr**
- Die Wahrscheinlichkeit, dass der wahre Parameter innerhalb des KI liegt, ist 97.5%. **falsch, die Wahrscheinlichkeit ist 95%.**
- Der Wert 60 bildet die Mitte des KI. **wahr**
- Um das KI zu berechnen, müssen die tabellarischen Werte der Normalverteilung verwendet werden. **falsch, es muss die t -Verteilung benutzt werden, da σ^2 unbekannt ist.**
- Das KI ist asymmetrisch. **falsch, nein das KI ist symmetrisch**

Aufgabe 4

Die einzige richtige Antwort ist, dass mit steigendem α das KI kleiner wird. Wenn α größer wird, so steigt die Chance, dass man mit dem KI nicht mehr den wahren Wert erreicht. Das klappt natürlich nur, wenn das KI kleiner wird.

Aufgabe 5

Das KI ist

$$KI = \left[\bar{X} \mp z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sqrt{\sigma^2}}{\sqrt{n}} \right]$$

Einsetzen der Werte gibt $[23.48; 25.72]$.

Aufgabe 6

Mit der Formel für das KI aus Aufgabe muss, mann folgende Gleichung lösen:

$$1.95996 \cdot \frac{\sqrt{\sigma^2}}{\sqrt{n}} = 5$$

Umstellen liefert $n \geq 188.23$, also muss $n = 189$ sein.