

# Einführung in die Logistik, Übung 4

HENRY HAUSTEIN

## Aufgabe 10

- (a) Quelle: Knoten 1, Senke: Knoten 3  
 (b) schwach zusammenhängend, da nicht jeder Knoten mit jedem Knoten verbunden ist  
 (c) Suche nach maximalen Wegen

| $W^0$ | 1        | 2        | 3        | 4        | 5        | $D^0$ | 1         | 2         | 3         | 4         | 5         |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 1     | 1        | 1        | $\infty$ | 1        | 1        | 1     | 0         | 5         | $-\infty$ | 3         | 10        |
| 2     | $\infty$ | 2        | 2        | $\infty$ | $\infty$ | 2     | $-\infty$ | 0         | 6         | $-\infty$ | $-\infty$ |
| 3     | $\infty$ | $\infty$ | 3        | $\infty$ | $\infty$ | 3     | $-\infty$ | $-\infty$ | 0         | $-\infty$ | $-\infty$ |
| 4     | $\infty$ | $\infty$ | 4        | 4        | 4        | 4     | $-\infty$ | $-\infty$ | 8         | 0         | 6         |
| 5     | $\infty$ | 5        | $\infty$ | $\infty$ | 5        | 5     | $-\infty$ | 8         | $-\infty$ | $-\infty$ | 0         |

| $W^2$ | 1        | 2        | 3 | 4        | 5        | $D^2$ | 1         | 2         | 3  | 4         | 5         |
|-------|----------|----------|---|----------|----------|-------|-----------|-----------|----|-----------|-----------|
| 1     | 1        | 1        | 2 | 1        | 1        | 1     | 0         | 5         | 11 | 3         | 10        |
| 2     | $\infty$ | 2        | 2 | $\infty$ | $\infty$ | 2     | $-\infty$ | 0         | 6  | $-\infty$ | $-\infty$ |
| 3     | $\infty$ | $\infty$ | 3 | $\infty$ | $\infty$ | 3     | $-\infty$ | $-\infty$ | 0  | $-\infty$ | $-\infty$ |
| 4     | $\infty$ | $\infty$ | 4 | 4        | 4        | 4     | $-\infty$ | $-\infty$ | 8  | 0         | 6         |
| 5     | $\infty$ | 5        | 2 | $\infty$ | 5        | 5     | $-\infty$ | 8         | 14 | $-\infty$ | 0         |

| $W^4$ | 1        | 2        | 3 | 4        | 5        | $D^4$ | 1         | 2         | 3  | 4         | 5         |
|-------|----------|----------|---|----------|----------|-------|-----------|-----------|----|-----------|-----------|
| 1     | 1        | 1        | 2 | 1        | 1        | 1     | 0         | 5         | 11 | 3         | 10        |
| 2     | $\infty$ | 2        | 2 | $\infty$ | $\infty$ | 2     | $-\infty$ | 0         | 6  | $-\infty$ | $-\infty$ |
| 3     | $\infty$ | $\infty$ | 3 | $\infty$ | $\infty$ | 3     | $-\infty$ | $-\infty$ | 0  | $-\infty$ | $-\infty$ |
| 4     | $\infty$ | $\infty$ | 4 | 4        | 4        | 4     | $-\infty$ | $-\infty$ | 8  | 0         | 6         |
| 5     | $\infty$ | 5        | 2 | $\infty$ | 5        | 5     | $-\infty$ | 8         | 14 | $-\infty$ | 0         |

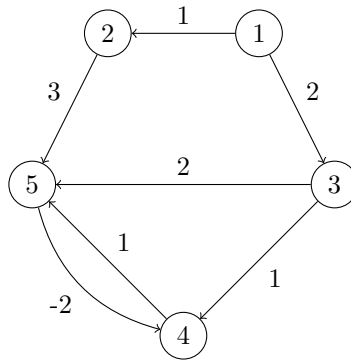
| $W^5$ | 1        | 2        | 3 | 4        | 5        | $D^5$ | 1         | 2         | 3  | 4         | 5         |
|-------|----------|----------|---|----------|----------|-------|-----------|-----------|----|-----------|-----------|
| 1     | 1        | 5        | 5 | 1        | 1        | 1     | 0         | 18        | 24 | 3         | 10        |
| 2     | $\infty$ | 2        | 2 | $\infty$ | $\infty$ | 2     | $-\infty$ | 0         | 6  | $-\infty$ | $-\infty$ |
| 3     | $\infty$ | $\infty$ | 3 | $\infty$ | $\infty$ | 3     | $-\infty$ | $-\infty$ | 0  | $-\infty$ | $-\infty$ |
| 4     | $\infty$ | 5        | 5 | 4        | 4        | 4     | $-\infty$ | 14        | 20 | 0         | 6         |
| 5     | $\infty$ | 5        | 2 | $\infty$ | 5        | 5     | $-\infty$ | 8         | 14 | $-\infty$ | 0         |

Längster Weg von 1 nach 3:  $1 - 5 - 2 - 3 = 24$

- (d) Es entsteht ein Zyklus:  $2 - 4 - 5 - 2 \Rightarrow$  Triple-Algorithmus nicht mehr anwendbar
- (e) Triple-Algorithmus: Distanz von allen zu allen Knoten, Baualgorithmen: Distanz von einem Knoten zu allen Knoten

## Aufgabe 11

- (a) Graph:



- (b) Graph enthält negative Zyklen zwischen 4 und 5  $\Rightarrow$  Triple-Algorithmus nicht anwendbar. Zudem enthält der Graph eine negative Bewertung, damit ist der Dijkstra-Algorithmus nicht anwendbar.

## Aufgabe 12

Die Matrizen lauten

| $W^0$ | 1        | 2        | 3        | 4        | 5 | $D^0$ | 1        | 2        | 3        | 4        | 5 |
|-------|----------|----------|----------|----------|---|-------|----------|----------|----------|----------|---|
| 1     | 1        | 1        | 1        | 1        | 1 | 1     | 0        | 3        | 2        | 5        | 8 |
| 2     | $\infty$ | 2        | $\infty$ | 2        | 2 | 2     | $\infty$ | 0        | $\infty$ | 1        | 6 |
| 3     | $\infty$ | 3        | 3        | $\infty$ | 3 | 3     | $\infty$ | 1        | 0        | $\infty$ | 5 |
| 4     | $\infty$ | $\infty$ | 4        | 4        | 4 | 4     | $\infty$ | $\infty$ | 2        | 0        | 4 |
| 5     | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | 5 | 5     | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | 0 |

| $W^2$ | 1        | 2        | 3        | 4        | 5 | $D^2$ | 1        | 2        | 3        | 4        | 5 |
|-------|----------|----------|----------|----------|---|-------|----------|----------|----------|----------|---|
| 1     | 1        | 1        | 1        | 2        | 1 | 1     | 0        | 3        | 2        | 4        | 8 |
| 2     | $\infty$ | 2        | $\infty$ | 2        | 2 | 2     | $\infty$ | 0        | $\infty$ | 1        | 6 |
| 3     | $\infty$ | 3        | 3        | 2        | 3 | 3     | $\infty$ | 1        | 0        | 2        | 5 |
| 4     | $\infty$ | $\infty$ | 4        | 4        | 4 | 4     | $\infty$ | $\infty$ | 2        | 0        | 4 |
| 5     | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | 5 | 5     | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | 0 |

| $W^3$ | 1        | 2        | 3        | 4        | 5 | $D^3$ | 1        | 2        | 3        | 4        | 5 |
|-------|----------|----------|----------|----------|---|-------|----------|----------|----------|----------|---|
| 1     | 1        | 1        | 1        | 2        | 3 | 1     | 0        | 3        | 2        | 4        | 7 |
| 2     | $\infty$ | 2        | $\infty$ | 2        | 2 | 2     | $\infty$ | 0        | $\infty$ | 1        | 6 |
| 3     | $\infty$ | 3        | 3        | 2        | 3 | 3     | $\infty$ | 1        | 0        | 2        | 5 |
| 4     | $\infty$ | 3        | 4        | 4        | 4 | 4     | $\infty$ | 3        | 2        | 0        | 4 |
| 5     | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | 5 | 5     | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | 0 |

| $W^4$ | 1        | 2        | 3        | 4        | 5 | $D^4$ | 1        | 2        | 3        | 4        | 5 |
|-------|----------|----------|----------|----------|---|-------|----------|----------|----------|----------|---|
| 1     | 1        | 1        | 1        | 2        | 3 | 1     | 0        | 3        | 2        | 4        | 7 |
| 2     | $\infty$ | 2        | 4        | 2        | 4 | 2     | $\infty$ | 0        | 3        | 1        | 5 |
| 3     | $\infty$ | 3        | 3        | 2        | 3 | 3     | $\infty$ | 1        | 0        | 2        | 5 |
| 4     | $\infty$ | 3        | 4        | 4        | 4 | 4     | $\infty$ | 3        | 2        | 0        | 4 |
| 5     | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | 5 | 5     | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | 0 |

| $W^5$ | 1        | 2        | 3        | 4        | 5 | $D^5$ | 1        | 2        | 3        | 4        | 5 |
|-------|----------|----------|----------|----------|---|-------|----------|----------|----------|----------|---|
| 1     | 1        | 1        | 1        | 2        | 3 | 1     | 0        | 3        | 2        | 4        | 7 |
| 2     | $\infty$ | 2        | 4        | 2        | 4 | 2     | $\infty$ | 0        | 3        | 1        | 5 |
| 3     | $\infty$ | 3        | 3        | 2        | 3 | 3     | $\infty$ | 1        | 0        | 2        | 5 |
| 4     | $\infty$ | 3        | 4        | 4        | 4 | 4     | $\infty$ | 3        | 2        | 0        | 4 |
| 5     | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | 5 | 5     | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | 0 |

Kürzester Weg von 1 nach 3:  $1 - 3 - 5 = 7$

## Aufgabe 13

- (a) Es gibt 6 Knoten, damit ist  $C_1$  nicht möglich. Auch  $C_2$  ist nicht möglich, da  $(2,6) \in \vec{E}$ , aber  $C_2(2,6) = \infty$ . Nur  $C_3$  ist möglich.
- (b) Es gibt negative Zyklen bei  $C_1$  ( $2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 2$ ) und bei  $C_3$  ( $2 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 2$ ). Nur  $C_2$  ist möglich.

| $W^0$ | 1        | 2        | 3 | 4        | $D^0$ | 1        | 2        | 3 | 4        |
|-------|----------|----------|---|----------|-------|----------|----------|---|----------|
| 1     | 1        | 1        | 1 | 1        | 1     | 0        | -1       | 3 | 4        |
| 2     | $\infty$ | 2        | 2 | 2        | 2     | $\infty$ | 0        | 2 | 1        |
| 3     | 3        | $\infty$ | 3 | $\infty$ | 3     | 5        | $\infty$ | 0 | $\infty$ |
| 4     | 4        | $\infty$ | 4 | 4        | 4     | 3        | $\infty$ | 2 | 0        |

| $W^1$ | 1        | 2 | 3 | 4 | $D^1$ | 1        | 2  | 3 | 4 |
|-------|----------|---|---|---|-------|----------|----|---|---|
| 1     | 1        | 1 | 1 | 1 | 1     | 0        | -1 | 3 | 4 |
| 2     | $\infty$ | 2 | 2 | 2 | 2     | $\infty$ | 0  | 2 | 1 |
| 3     | 3        | 1 | 3 | 1 | 3     | 5        | 4  | 0 | 9 |
| 4     | 4        | 1 | 4 | 4 | 4     | 3        | 2  | 2 | 0 |

| $W^2$ | 1        | 2 | 3 | 4 | $D^2$ | 1        | 2  | 3 | 4 |
|-------|----------|---|---|---|-------|----------|----|---|---|
| 1     | 1        | 1 | 2 | 2 | 1     | 0        | -1 | 1 | 0 |
| 2     | $\infty$ | 2 | 2 | 2 | 2     | $\infty$ | 0  | 2 | 1 |
| 3     | 3        | 1 | 3 | 2 | 3     | 5        | 4  | 0 | 5 |
| 4     | 4        | 1 | 4 | 4 | 4     | 3        | 2  | 2 | 0 |

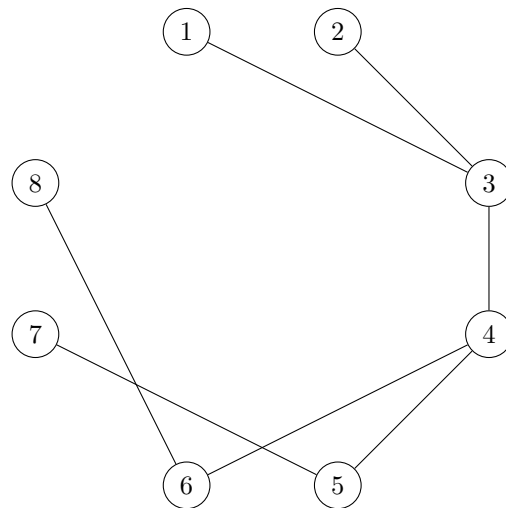
| $W^3$ | 1 | 2 | 3 | 4 | $D^3$ | 1 | 2  | 3 | 4 |
|-------|---|---|---|---|-------|---|----|---|---|
| 1     | 1 | 1 | 2 | 2 | 1     | 0 | -1 | 1 | 0 |
| 2     | 3 | 2 | 2 | 2 | 2     | 7 | 0  | 2 | 1 |
| 3     | 3 | 1 | 3 | 2 | 3     | 5 | 4  | 0 | 5 |
| 4     | 4 | 1 | 4 | 4 | 4     | 3 | 2  | 2 | 0 |

| $W^4$ | 1 | 2 | 3 | 4 | $D^4$ | 1 | 2  | 3 | 4 |
|-------|---|---|---|---|-------|---|----|---|---|
| 1     | 1 | 1 | 2 | 2 | 1     | 0 | -1 | 1 | 0 |
| 2     | 4 | 2 | 2 | 2 | 2     | 4 | 0  | 2 | 1 |
| 3     | 3 | 1 | 3 | 2 | 3     | 5 | 4  | 0 | 5 |
| 4     | 4 | 1 | 4 | 4 | 4     | 3 | 2  | 2 | 0 |

## Aufgabe 14

Graph  $G$ : offensichtlich kreisfrei



Graph  $G'$ : enthält Kreis 1 - 2 - 4 - 1

