Statistik 2, Übung 1, Tafelbild

Henry Haustein

Aufgabe 1

Binomialverteilung $X \sim B(n,p)$: Ein Bernoulli-Experiment (Experiment mit 2 verschiedenen Ergebnissen x_1, x_2) mit n mal wiederholt. Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Bernoulli-Experiment x_1 eintritt, ist p und X gibt an, wie oft x_1 eintritt.

$$\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \qquad \mathbb{P}(X \leq k) = \sum_{i=0}^{k} \mathbb{P}(X = i)$$

Geometrische Verteilung $X \sim G(p)$: Ein Bernoulli-Experiment wird solange wiederholt, bis das erste mal x_1 eintritt. X gibt an, wie viele Wiederholungen notwendig waren.

$$\mathbb{P}(X = k) = p(1-p)^{n-1} \qquad \mathbb{P}(X \leq k) = \sum_{i=0}^{k} \mathbb{P}(X = i)$$

Aufgabe 2

Exponentialverteilung $X \sim Exp(\lambda)$ (Anmerkung: $\exp(x) = e^x$)

$$f(x) = \begin{cases} \lambda \exp(-\lambda x) & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \qquad F(x) = \begin{cases} 1 - \exp(-\lambda x) & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

Die Exponentialverteilung ist eine stetige Verteilung, das heißt unter anderem $\mathbb{P}(X = k) = 0$ und

$$\mathbb{P}(a < X < b) = \int_a^b f(x)\, dx = F(b) - F(a)$$

Aufgabe 3

Verteilungsfunktion:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(y)\, dy$$

die Funktion in dieser Aufgabe ist abschnittsweise definiert, insbesondere $\int_{-\infty}^{1} f(y)\, dy = 0 \to$ untere Grenze sinnvoll wählen!

Aufgabe 4

Es gilt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = 1 \qquad \mathbb{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\, dx \qquad \mathrm{Var}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\, dx - \mathbb{E}(X)^2$$