Grundlagen des Finanzmanagements, Tutorium 5

Henry Haustein

Aufgabe 4K126: Investitions- und Finanzierungstheorie

(a) Für einen Fremdkapitalgeber ist das Bereitstellen von Fremdkapital solange risikolos, wie er garantiert sein Geld + Zinsen zurückbekommt. Bei dem Investitionsobjekt kommen in jedem Fall mindestens 795 000 € zurück, das Geld muss für Kredit K + Zinsen Z reichen, also

$$\begin{aligned} 795\,000\text{ €} &= K + Z \\ &= 1.06 \cdot K \\ K &= 750\,000\text{ €} \end{aligned}$$

Mit 750 000 € Fremdkapital besteht das Investitionsobjekt nur noch aus weiteren 250 000 € Eigenkapital, das heißt der Verschuldungsgrad ist 3.

(b) Der erwartete Bruttorückfluss ist

$$\mathbb{E}(\text{Bruttorückfluss}) = \frac{795\,000\text{ €} + 1\,200\,000\text{ €} + 1\,500\,000\text{ €}}{3} = 1\,165\,000\text{ €}$$

also ein *Gewinn* von 165 000 €. Das entspricht 16.5 %.

(c) Die Leverage-Formel lautet

$$r_E = r_U + \underbrace{\frac{D}{E}}_{\text{Verschuldungsgrad}} (r_U - r_D)$$

- Verschuldungsgrad 1: $r_E = 0.165 + 1(0.165 - 0.06) = 0.27$
- Verschuldungsgrad 2: $r_E = 0.165 + 2(0.165 - 0.06) = 0.375$
- Verschuldungsgrad 3: $r_E = 0.165 + 3(0.165 - 0.06) = 0.48$

(d) Von dem zu erwartenden Bruttorückfluss müssen Kreditsumme, Zinsen und eingesetztes Eigenkapital abgezogen werden, der Rest sind die *Zinsen* des Eigenkapitals, also 1 165 000 € - 750 000 € - 45 000 € - 250 000 € = 120 000 €. Und das entspricht $r_E = 48$ %.

(e) Schauen wir uns die Zufallsvariable Y als den Rest des Bruttorückflusses nach Abzug von Fremdkapital, Zinsen und Eigenkapital an. Für einen Verschuldungsgrad von 0 hat Y die Ausprägungen -205 000 €, 200 000 € und 500 000 €. Mit $\mu = 165\,000$ € folgt $\sigma^2 = 83\,450\,000$ € und damit $\sigma = 288\,889$ €. Bei einem Eigenkapital von 1 Million € ist das $\sigma(r_E) = 28.89$ %.

Bei einem Verschuldungsgrad von 3 hat Y die Ausprägungen -250 000 €, 155 000 € und 455 000 €. $\mu = 120\,000$ €, aber σ^2 bleibt gleich. Bei jetzt aber nur 250 000 € Eigenkapital folgt $\sigma(r_E) = 115.55$ %.

(f) Offensichtlich ist σ unabhängig vom Verschuldungsgrad und $\sigma(r_E) = \frac{288\,889\text{ €}}{E}$ lässt auf einen inversen Zusammenhang schließen.

Aufgabe 4K149: Kapitalstruktur

(a) Offensichtlich ist der Marktwert des Gesamtkapitals 20 000 €, $r_D = \frac{1\ 000\ €}{10\ 000\ €} = 10\%$, $r_E = \frac{100 \text{ Aktien} \cdot 12\ € \text{ Dividende/Aktie}}{10\ 000\ €} = 12\%$ und damit $r_{GK} = \frac{10\ 000\ €}{20\ 000\ €} \cdot 10\% + \frac{10\ 000\ €}{20\ 000\ €} \cdot 12\% = 11\%$. Da das Unternehmen Vollausschüttung betreibt, können wir aus den Ausgaben die Einnahmen bestimmen. Die Ausgaben sind 1 000 € + $100 \cdot 12$ € = 2 200 €, was also dem Betriebsergebnis entsprechen muss.

(b) Das Fremdkapital ändert sich gar nicht, nur das Eigenkapital steigt um 5 000 € und damit $r_E = \frac{100 \text{ Aktien} \cdot 12\ € \text{ Dividende/Aktie}}{15\ 000\ €} = 8\%$ und $r_{GK} = \frac{10\ 000\ €}{25\ 000\ €} \cdot 10\% + \frac{15\ 000\ €}{25\ 000\ €} \cdot 8\% = 8.8\%$. Das Betriebsergebnis ändert sich nicht, weil sich die Ausgaben nicht ändern und damit ändert sich auch nicht die Dividende.

(c) Das Unternehmen B ist unterbewertet, verspricht aber die gleichen Ausschüttungen wie A. Damit sollte man sein Kapital aus A abziehen und in B stecken. Der Verkauf aller Anteile von A bringt $C = a \cdot 10\ 000$ €. Jetzt nimmt man noch einen Kredit auf, in Höhe von

$$\begin{aligned} NOM &= C \cdot \frac{L_A - L_B}{L_B + 1} \\ &= C \end{aligned}$$

mit $L_A = 1$ (Verschuldungsgrad 1) und $L_B = 0$ (Verschuldungsgrad 0). Das gesamte Kapital in Höhe von $2a \cdot 10\ 000$ € steckt man nun in B und erhält als Arbitragegewinn

$$\text{Arbitragegewinn} = \frac{C + NOM}{E_B} \cdot \text{Nettogewinn}_B - NOM \cdot r_f - a \cdot \text{Nettogewinn}_A$$

mit

- $\text{Nettogewinn}_B = 2\ 200$ €, da kein Kredit abbezahlt werden muss.
- $r_f = 0.1$, da dieser auf dem Kapitalmarkt überall identisch ist und Unternehmen A 10% FK-Zinsen zahlen muss.
- $\text{Nettogewinn}_A = 2\ 200$ € - 1 000 € = 1 200 €.
- Unternehmen B gehört der gleichen leistungswirtschaftlichen Risikoklasse wie Unternehmen A an, damit sind die WACC's der Unternehmen gleich. Das bedeutet

$$\begin{aligned} 0.11 = r^B_{WACC} &= \frac{\text{Bruttoergebnis}}{E_B + D_B} \\ E_B &= 20\ 000\ € \end{aligned}$$

  Allerdings würde das nur gelten, wenn B fair bewertet wäre. Weiterhin gilt für das Eigenkapital $E_B = \#\ \text{Aktien} \cdot P$. Der Preis pro Aktie des Unternehmens B ist im Gleichgewicht 100 €, genau wie der Preis einer Aktie von Unternehmen A ($\frac{10\ 000\ €}{100 \text{ Aktien}}$), da ja beide Unternehmen der selben leistungswirtschaftlichen Risikoklasse angehören. Das heißt von Unternehmen B werden 200 Aktien gehandelt. Da der Preis einer Aktie von B kleiner als der faire Preis von 100 € ist, ist der Marktwert des Eigenkapitals $E_B = 200 \cdot (100\ € - \varepsilon)$.

Damit ergibt sich

$$\begin{aligned} \text{Arbitragegewinn} &= \frac{2a \cdot 10\ 000\ €}{200 \cdot (100\ € - \varepsilon)} \cdot 2\ 200\ € - a \cdot 10\ 000\ € \cdot 0.1 - a \cdot 1\ 200\ € \\ &= \frac{100a}{100\ € - \varepsilon} \cdot 2\ 200\ € - a \cdot 2\ 200\ € \\ &= \frac{a \cdot \varepsilon \cdot 2\ 200\ €}{100\ € - \varepsilon} \end{aligned}$$

Der individuelle Zinssatz ist dann

$$\begin{aligned} r_i &= \frac{\frac{C+NOM}{E_B} \cdot \text{Nettogewinn}_B - NOM \cdot r_f}{C} \\ &= \frac{\frac{a \cdot 1000 \text{ €} \cdot (\varepsilon + 120 \text{ €})}{100 \text{ €} - \varepsilon}}{a \cdot 10\ 000 \text{ €}} \\ &= \frac{\varepsilon + 120 \text{ €}}{10(100 \text{ €} - \varepsilon)} \end{aligned}$$

Und damit ist der Barwert dann

$$\begin{aligned} BW(\text{Arbitragegewinn}) &= \frac{\text{Arbitragegewinn}}{r_i} \\ &= \frac{\frac{a \cdot \varepsilon \cdot 2\ 200 \text{ €}}{100 \text{ €} - \varepsilon}}{\frac{\varepsilon + 120 \text{ €}}{10(100 \text{ €} - \varepsilon)}} \\ &= \frac{a \cdot \varepsilon \cdot 22\ 000 \text{ €}}{\varepsilon + 120 \text{ €}} \end{aligned}$$