Grundlagen des Finanzmanagements, Übung 1

Henry Haustein

Aufgabe 5.8: Die verschiedenen Bedeutungen der Zinssätze

Insgesamt wurde eine Rendite von 34.39 % erwirtschaftet.

(a) Pro Periode ist der Zinssatz $r = \sqrt[10]{1.3439} - 1 = 0.03$, damit wird im Jahr $1.03^2 - 1 = 0.0609$ erwirtschaftet.

(b) Pro Periode ist der Zinssatz $r = \sqrt[60]{1.3439} - 1 = 0.0049$, damit wird im Jahr $1.0049^{12} - 1 = 0.0604$ erwirtschaftet.

Der Zinssatz bei beiden Zahlungen sollte bei $\sqrt[5]{1.3439} - 1 = 0.0609$ liegen, aber durch Rundungsfehler kommt es zu kleinen Abweichungen.

Aufgabe 5.24: Die Determinanten von Zinssätzen

(a) Ja kann er. Einige Geldinstitute haben mittlerweile Strafzinsen für hohe Einlagen.

(b) Ja kann er. Wenn die Inflation deutlich größer als das Wachstum des Geldes ist.

Aufgabe 1K5: Finanz- und Investitionsmathematik

(a) Zuerst muss der Barwert am Anfang des Renteneintritts berechnet werden. Dafür gilt:

$$\begin{aligned} BW &= \underbrace{\frac{q^n - 1}{q^{n+1} - q^n}}_{\text{nach. Barwertfaktor}} \cdot 30000 \text{ €} \\ &= \frac{1.04^{10} - 1}{1.04^{11} - 1.04^{10}} \cdot 30000 \text{ €} \\ &= 243326.87 \text{ €} \end{aligned}$$

Der Zins von 6 % jährlich impliziert, dass der Monatszinssatz bei $\sqrt[12]{1.06} - 1 = 0.00487$ liegt. Um die Renteneinzahlung R zu berechnen, gilt:

$$\begin{aligned} 243326.87 \text{ €} &= \underbrace{\frac{q^n - 1}{q - 1}}_{\text{nach. Endwertfaktor}} \cdot R \\ R &= 243326.87 \text{ €} \cdot \frac{q - 1}{q^n - 1} \\ &= 243326.87 \text{ €} \cdot \frac{0.00487}{1.00487^{12 \cdot 25} - 1} \\ &= 359.64 \text{ €} \end{aligned}$$

(b) Bisher befinden sich in der Rentenkasse

$$\begin{aligned} & 359.64 \text{ €} \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \\ &= 359.64 \text{ €} \cdot \frac{1.00487^{12 \cdot 15} - 1}{0.00487} \\ &= 106080.60 \text{ €} \end{aligned}$$

Die restlichen 137246.27 € müssen in 5 Jahren eingezahlt werden, das bedeutet, dass die monatlich zu zahlende Summe R ist:

$$\begin{aligned} 137246.27 \text{ €} &= \underbrace{\frac{q^n - 1}{q - 1}}_{\text{nach. Endwertfaktor}} \cdot R \\ R &= 137246.27 \text{ €} \cdot \frac{q - 1}{q^n - 1} \\ &= 137246.27 \text{ €} \cdot \frac{0.00487}{1.00487^{12 \cdot 5} - 1} \\ &= 1975.02 \text{ €} \end{aligned}$$

(c) Das Auszahlungsschema ist jetzt monatlich, der Zinssatz ist jetzt also $\sqrt[12]{1.04} - 1 = 0.00327$. Der Barwert des ersten Jahres ist

$$\begin{aligned} BW_1 &= \frac{q^n - 1}{q^{n+1} - q^n} \cdot 2500 \text{ €} \\ &= \frac{1.00327^{12} - 1}{1.00327^{13} - 1.00327^{12}} \cdot 2500 \text{ €} \\ &= 29371.96 \text{ €} \end{aligned}$$

In den folgenden Jahren ist zugleich ein höherer Barwert nötig, weil die Rente steigt (um 4 % pro Jahr), aber auf der anderen Seite hat das Geld mehr Zeit sich durch den Zins (4 % pro Jahr) zu vermehren. Glücklicherweise heben sich beide Effekte genau auf, sodass der Barwert der gesamten Rente gleich

$$BW = 10 \cdot BW_1 = 293719.60 \text{ €}$$

ist. Die verursachten Mehrkosten sind also 293719.60 € − 243326.87 € = 50392.73 €.

Aufgabe 2K90: Investitionsrechnung mit Inflation

(a) Der nominale Zins nach Steuern ist

$$0.12 \cdot (1 - 0.4) = 0.072$$

Der reale Zins vor Steuern ist

$$\frac{0.12 - 0.03}{1 + 0.03} = 0.0874$$

Der reale Zins nach Steuern ist dann

$$\frac{0.072 - 0.03}{1 + 0.03} = 0.0408$$

(b) Die Zahlungsströme sind:

Periode	0	1	2	3	4
nominaler Zahlungsstrom nach Steuern	-150	$40 \cdot (1 - 0.4)$ 24	$50 \cdot (1 - 0.4)$ 30	$60 \cdot (1 - 0.4)$ 36	$70 \cdot (1 - 0.4)$ 42
realer Zahlungsstrom vor Steuern	-150	$\frac{40}{1.03}$ 38.38	$\frac{50}{1.03^2}$ 47.13	$\frac{60}{1.03^3}$ 54.91	$\frac{70}{1.03^4}$ 62.19
realer Zahlungsstrom vor Steuern	-150	$38.38 \cdot (1 - 0.4)$ 23.03	$47.13 \cdot (1 - 0.4)$ 28.28	$54.91 \cdot (1 - 0.4)$ 32.95	$62.19 \cdot (1 - 0.4)$ 37.32

(c) Die Kapitalwerte sind:

- $KW_1 = -150 + \frac{24}{1.12} + \frac{30}{1.12^2} + \frac{36}{1.12^3} + \frac{42}{1.12^4} = -52.34$
- $KW_2 = -150 + \frac{38.38}{1.12} + \frac{47.13}{1.12^2} + \frac{54.91}{1.12^3} + \frac{62.19}{1.12^4} = 0.45$
- $KW_3 = -150 + \frac{23.03}{1.12} + \frac{28.28}{1.12^2} + \frac{32.95}{1.12^3} + \frac{37.32}{1.12^4} = -59.72$

(d) Der einzig entscheidende Kapitalwert ist der reale nach Steuern. Da dieser negativ ist, sollte das Projekt nicht durchgeführt werden. Würde es keine Steuern geben, so sollte das Projekt gerade so durchgeführt werden.