

# Investition und Finanzierung, Vertiefung Tutorium 4

HENRY HAUSTEIN

## Zinsänderung

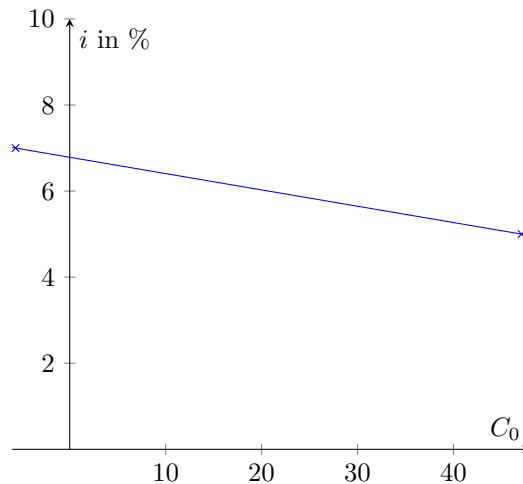
Wenn der Zins sinkt, so werden Erträge aus der Zukunft weniger abgezinst und damit sind sie heute mehr wert  $\Rightarrow$  der Barwert steigt  $\Rightarrow$  das Projekt wird vorteilhafter

## Lineare Interpolation

Die Formel für die lineare Interpolation ist

$$f(x) = y_1 + (x - x_1) \cdot \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Setzen wir auf die  $x$ -Achse den Kapitalwert und auf die  $y$ -Achse den Zinssatz, so erhalten wir folgendes Diagramm (lineare Interpolation schon mit eingezeichnet):



Wir interessieren uns genau für den Punkt, wo  $C_0 = 0$ , also

$$\begin{aligned} i = f(0) &= y_1 + (x - x_1) \cdot \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= 7\% + (0 - (-5.65)) \cdot \frac{5\% - 7\%}{47.1 - (-5.65)} \\ &= 6.79\% \end{aligned}$$

## Newton-Verfahren

Wir brauchen dazu den Kapitalwert in Abhängigkeit von  $q$ :

$$C_0(q) = -1000 + \frac{700}{q} + \frac{500}{q^2}$$
$$C'_0(q) = -\frac{700}{q^2} - \frac{1000}{q^3}$$

Damit gilt

$$q_1 = q_0 - \frac{C_0(q_0)}{C'_0(q_0)}$$
$$= 1.12 - \frac{23.597}{-1269.82}$$
$$= 1.1386$$

$$\Rightarrow i_1 = 13.86\%$$

## Kapitalwert

Für die verschiedenen Nutzungsdauern ergeben sich folgende Kapitalwerte:

- 0 Jahre:  $C_0 = -300 + \frac{300}{1.15^0} = 0$
- 1 Jahr:  $C_0 = -300 + \frac{120}{1.15} + \frac{240}{1.15} = 13.043$
- 2 Jahre:  $C_0 = -300 + \frac{120}{1.15} + \frac{115}{1.15^2} + \frac{180}{1.15^2} = 27.41$
- 3 Jahre:  $C_0 = -300 + \frac{120}{1.15} + \frac{115}{1.15^2} + \frac{95}{1.15^3} + \frac{120}{1.15^3} = 32.67$
- 4 Jahre:  $C_0 = -300 + \frac{120}{1.15} + \frac{115}{1.15^2} + \frac{95}{1.15^3} + \frac{75}{1.15^4} + \frac{70}{1.15^4} = 36.67$
- 5 Jahre:  $C_0 = -300 + \frac{120}{1.15} + \frac{115}{1.15^2} + \frac{95}{1.15^3} + \frac{75}{1.15^4} + \frac{40}{1.15^5} + \frac{0}{1.15^5} = 16.53$

$\Rightarrow$  optimale Haltedauer 4 Jahre, Kapitalwert 36.67

## Annuität

Die Annuitätenformel ist

$$A = C_0 \cdot \frac{q^n \cdot i}{q^n - 1}$$

Damit ergeben sich für die verschiedenen Haltedauern die folgenden Annuitäten:

- 1 Jahr:  $A = 13.043 \cdot \frac{1.15^1 \cdot 0.15}{1.15^1 - 1} = 14.999$
- 2 Jahre:  $A = 27.41 \cdot \frac{1.15^2 \cdot 0.15}{1.15^2 - 1} = 16.86$
- 3 Jahre:  $A = 32.67 \cdot \frac{1.15^3 \cdot 0.15}{1.15^3 - 1} = 14.309$
- 4 Jahre:  $A = 36.67 \cdot \frac{1.15^4 \cdot 0.15}{1.15^4 - 1} = 12.84$
- 5 Jahre:  $A = 16.53 \cdot \frac{1.15^5 \cdot 0.15}{1.15^5 - 1} = 4.93$

## Ertragssteuern

Die Abschreibung beträgt  $\frac{15000-3000}{4} = 3000$ , der Zinssatz  $i^S = 0.05 \cdot (1 - 0.38) = 0.031$ . Damit ergibt sich:

$$\begin{aligned} C_0^S &= -15 + \frac{4000 + 0.38 \cdot (4000 - 3000)}{1.031^1} + \frac{2500 + 0.38 \cdot (2500 - 3000)}{1.031^2} + \frac{5500 + 0.38 \cdot (5500 - 3000)}{1.031^3} \\ &\quad + \frac{4000 + 0.38 \cdot (4000 - 3000)}{1.031^4} + \frac{3000}{1.031^5} \\ &= 1052.60 \end{aligned}$$