Einführung in die Produktion, Tutorium 1

Henry Haustein

Aufgabe 1

(a) Vergrößerung eines Produktionsfaktors (bei konstantem Einsatz der anderen Produktionsfaktoren) führt zuerst zu steigenden, dann zu fallenden und schließlich zu negativen Ertragszuwächsen.

(b) Ende Phase I: $\max\{x'_B\}$

$$\begin{aligned} x'_B &= -6r_w^2 + 84r_w + 90 \\ x''_B &= -12r_w + 84 = 0 \\ r_w &= 7 \end{aligned}$$

Ende Phase II: $\max\{e\}$

$$\begin{aligned} e &= -2r_w^2 + 42r_w + 90 \\ e' &= -4r_w + 42 = 0 \\ r_w &= 10,5 \end{aligned}$$

Ende Phase III: $\max\{x_B\}$

$$\begin{aligned} x'_B &= -6r_w^2 + 84r_w + 90 = 0 \\ r_w &= 15 \end{aligned}$$

$\Rightarrow x_B(r_w = 15) = 4050$

(c) Durchschnittsertrag: $e = ar^2 + br + c \xRightarrow{\max} r^* - \frac{b}{2a}$
Grenzproduktivität: $x' = 3ar^2 + 2br + c$

Durchschnittsertrag in r^*:

$$\begin{aligned} e(r^*) &= a\left(-\frac{b}{2a}\right) + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c \\ &= a\left(\frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{2a} + c \\ &= \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c \\ &= \frac{b^2 - 2b^2}{4a} + c \\ &= -\frac{b^2}{4a} + c \end{aligned}$$

Grenzproduktivität in r^*:

$$\begin{aligned}
x'(r^*) &= 3a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + 2b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c \\
&= 3a\left(\frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{a} + c \\
&= \frac{3b^2}{4a} - \frac{b^2}{a} + c \\
&= \frac{3b^2 - 4b^2}{4a} + c \\
&= -\frac{b^2}{4a} + c
\end{aligned}$$

Aufgabe 2

(a) $K'(x) = \frac{3}{85}x^2 - \frac{6}{25}x + \frac{7}{10}$
$k(x) = \frac{1}{85}x^2 - \frac{3}{25}x + \frac{7}{10} + \frac{10}{x}$
$k_v(x) = \frac{1}{85}x^2 - \frac{3}{25}x + \frac{7}{10}$
$k_f(x) = \frac{10}{x}$

(b) Ende Phase I: $\min\{K'(x)\}$

$$\begin{aligned}
K''(x) &= \frac{6}{85}x - \frac{6}{25} = 0 \\
x &= 3,4
\end{aligned}$$

Ende Phase II: $\min\{k_v(x)\}$

$$\begin{aligned}
k_v'(x) &= \frac{2}{85}x - \frac{3}{25} = 0 \\
x &= 5,1
\end{aligned}$$

Ende Phase III: $\min\{k(x)\}$

$$\begin{aligned}
k'(x) &= \frac{2}{85}x - \frac{3}{25} - \frac{10}{x^2} = 0 \\
x &= 9,6571
\end{aligned}$$

(c) $K(x) = ax + b$
$k(x) = a + \frac{b}{x}$
$K'(x) = a$