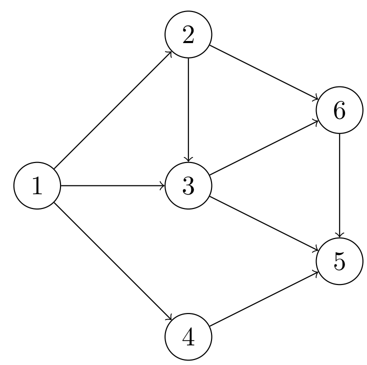
Einführung in die Logistik, Übung 1

Henry Haustein

Aufgabe 1

(a) grafische Darstellung von $\vec{G}$



(b) Die Adjazenzmatrix A lautet:

$A(G) =$

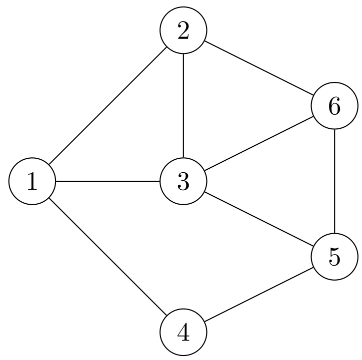
	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0
3	1	1	0	0	0	0
4	1	0	0	0	0	0
5	0	0	1	1	0	1
6	0	1	1	0	0	0

Die Ausgangsgrade sind die Spaltensummen, die Eingangsgrade die Zeilensummen

(c) Zyklenfreiheit ist gegeben, für topologische Sortierung müssen die Knoten 5 und 6 zu 6 und 5 umnummeriert werden.[1]

(d) zugehörige Graph G

[1] Ein Graph ist dann topologisch sortiert, wenn die Adjazenzmatrix eine echte untere Dreiecksmatrix ist, das heißt auch auf der Hauptdiagonalen stehen nur noch Nullen.

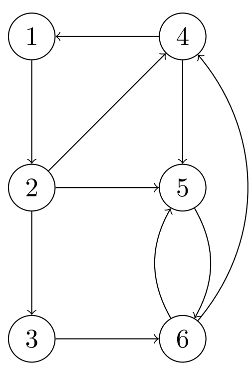


$\vec{G}$ ist offensichtlich nicht stark zusammenhängend, da z.B. $1 \not\rightsquigarrow 2$ gilt. Aber da G zusammenhängend ist, ist $\vec{G}$ wenigstens schwach zusammenhängend.

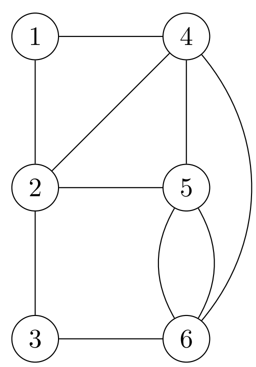
Aufgabe 2

(a) Die Graphen $\vec{G}$ und $G = Z(\vec{G})$

$\vec{G}$



$G = Z(\vec{G})$



(b) Es gilt $A(Z(\vec{G})) = A(\vec{G}) + A(\vec{G})^T$

$$A(\vec{G}) = \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

$$A(Z(\vec{G})) = \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

(c) Graph $\vec{G}$:

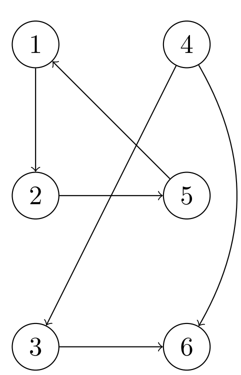
- offene Hamiltonsche Linie: (4,1,2,3,6,5)
- keine Eulersche Linie möglich, da Knoten 5 nicht 3 mal besucht, aber nur einmal verlassen werden kann

Graph G

- geschlossene Hamiltonsche Linie: [1,2,3,6,5,4,1]
- offene Eulersche Linie: [6,5,2,3,6,4,1,2,4,5]

Aufgabe 3

(a) Wir zeichnen den Graphen zuerst



$$A(\vec{G}) = \begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
6 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0
\end{array}$$

Man kann den Graphen in 2 Untergraphen unterteilen, das heißt $\vec{G}$ ist nicht zusammenhängend.