

# Statistik 1, Test 5

## Aufgabe 1

(a) Die 4-Felder-Tafel ist

	nicht infiziert	infiziert	$\Sigma$
Test positiv	0.0198	0.008	0.0278
Test negativ	0.9702	0.002	0.9722
$\Sigma$	0.99	0.01	1

Wobei  $0.99 \cdot 0.98 = 0.9702$  und  $0.01 \cdot 0.8 = 0.008$ .

(b) Die Wahrscheinlichkeit dafür ist  $\frac{0.008}{0.0278} = 0.2878$ .

(c) Die Wahrscheinlichkeit dafür ist  $\frac{0.9702}{0.9722} = 0.9979$ .

(d) Die neue 4-Felder-Tafel ist nun

	nicht infiziert	infiziert	$\Sigma$
Test positiv	0.018	0.08	0.098
Test negativ	0.882	0.02	0.902
$\Sigma$	0.90	0.1	1

Die Wahrscheinlichkeiten sind dann  $\frac{0.08}{0.098} = 0.8163$  bzw.  $\frac{0.882}{0.902} = 0.9778$ .

## Aufgabe 2

(a) Damit es sich um eine Dichtefunktion handelt, muss gelten

$$\begin{aligned}
 \int_1^2 f(x) dx &= 1 \\
 \int_1^2 a \cdot x \cdot \exp(-x) dx &= 1 \\
 \frac{(2e - 3)a}{e^2} &= 1 \\
 a &= \frac{e^2}{2e - 3} \\
 &= 3.0326
 \end{aligned}$$

(b) Für die Verteilungsfunktion  $F(t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$  gilt

$$F(x) = \begin{cases} \int_1^x f(t) dt & x \in [1, 2] \\ 0 & x \notin [1, 2] \end{cases} = \begin{cases} a \left( \frac{2}{\exp(1)} - \exp(-x)(x+1) \right) & x \in [1, 2] \\ 0 & x \notin [1, 2] \end{cases}$$

(c) Der Erwartungswert ist

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(X) &= \int_1^2 x \cdot (3.0326 \cdot x \cdot \exp(-x)) dx \\ &= 1.4740 \end{aligned}$$

(d) Der Erwartungswert ist

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left( \frac{1}{3} X^3 + 2X^2 \right) &= \int_1^2 \left( \frac{1}{3} X^3 + 2X^2 \right) \cdot (3.0326 \cdot x \cdot \exp(-x)) dx \\ &= 5.6971 \end{aligned}$$

(e) Die Varianz ist

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= \int_1^2 x^2 \cdot (3.0326 \cdot x \cdot \exp(-x)) dx - 1.4740^2 \\ &= 0.0815 \end{aligned}$$

## Aufgabe 3

Die Aussagen sind

- Die Ereignisse  $A$  und  $B$  heißen genau dann stochastisch unabhängig, ... RICHTIG
- Die Varianz ist linear. FALSCH, es gilt  $\text{Var}(a \cdot X) = a^2 \cdot \text{Var}(X)$ .
- Der Erwartungswert ist linear. RICHTIG
- Es gilt  $\text{Var}(X) = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2$ . RICHTIG
- Die standardisierte Zufallsvariable hat Erwartungswert 1 und Varianz 0. FALSCH, der Erwartungswert ist 0 und die Varianz ist 1.

## Aufgabe 4

Die richtigen Eigenschaften sind

- $\mathbb{P}(X > a) = \int_a^\infty f(t) dt$
- $\int_{-\infty}^\infty f(t) dt = 1$

## Aufgabe 5

Die richtigen Eigenschaften sind

- $F$  ist rechtsseitig stetig.
- $F(\infty) = 1$  und  $F(-\infty) = 0$ .
- $F$  ist monoton wachsend.