

# Investition und Finanzierung, Vertiefung Tutorium 1

HENRY HAUSTEIN

## Kapitalanlage - Einfache Verzinsung

Wir müssen folgende Gleichung lösen:

$$\begin{aligned}2 \cdot K_0 &= K_0 \cdot (1 + i \cdot n) \\2 \cdot K_0 &= K_0 \cdot (1 + 0.1 \cdot n) \\2 &= 1 + 0.1 \cdot n \\1 &= 0.1 \cdot n \\n &= 10\end{aligned}$$

## Kapitalanlage - Zinseszinsrechnung

Wir müssen folgende Gleichung lösen:

$$\begin{aligned}2 \cdot K_0 &= K_0 \cdot (1 + i)^n \\2 \cdot K_0 &= K_0 \cdot (1 + 0.05)^n \\2 &= (1 + 0.05)^n \\\log(2) &= n \cdot \log(1 + 0.05) \\n &= \frac{\log(2)}{\log(1 + 0.05)} \\n &\approx 14.21\end{aligned}$$

## Rentenzahlung - Vorschüsse Ratenzahlung

Der Betrag ist

$$\begin{aligned}K &= \underbrace{200 \cdot \left(1 + \frac{12}{12} \cdot 5\%\right)}_{\text{Januar}} + \underbrace{200 \cdot \left(1 + \frac{11}{12} \cdot 5\%\right)}_{\text{Februar}} + \dots + \underbrace{200 \cdot \left(1 + \frac{1}{12} \cdot 5\%\right)}_{\text{Dezember}} \\&= \sum_{m=1}^{12} 200 \cdot \left(1 + \frac{12 - m + 1}{12} \cdot 5\%\right) \\&= 2465\end{aligned}$$

## Rentenzahlung - Nachschüssige Ratenzahlung

Berechnen wir zuerst den Betrag bei nachschüssiger Rentenzahlung

$$\begin{aligned} K &= \underbrace{200 \cdot \left(1 + \frac{11}{12} \cdot 5\%\right)}_{\text{Januar}} + \underbrace{200 \cdot \left(1 + \frac{10}{12} \cdot 5\%\right)}_{\text{Februar}} + \dots + \underbrace{200 \cdot \left(1 + \frac{0}{12} \cdot 5\%\right)}_{\text{Dezember}} \\ &= \sum_{m=1}^{12} 200 \cdot \left(1 + \frac{12-m}{12} \cdot 5\%\right) \\ &= 2455 \end{aligned}$$

Damit ist der Unterschied 10.

## Gemischte Verzinsung - Gemischte Verzinsung bei jährlicher Zinszahlung

Wir werden 3 Abschnitte betrachten:

- 10.6.2016 - 30.12.2016: 200 Tage
- 1.1.2017 - 30.12.2019: 3 Jahre
- 1.1.2020 - 20.12.2020: 350 Tage

Damit befinden sich auf dem Konto:

$$\begin{aligned} K &= 10000 \cdot \left(1 + \frac{200}{360} \cdot 5\%\right) \cdot (1 + 0.05)^3 \cdot \left(1 + \frac{350}{360} \cdot 5\%\right) \\ &= 12476.18 \end{aligned}$$

## Barwert und Endwert - Endwert

Die Endwertberechnung nach dem 6. Jahr ist:

$$\begin{aligned} EW_6 &= 100 \cdot 1.1^5 + 400 \cdot 1.1^3 + 200 \cdot 1.1^2 \\ &= 935.45 \end{aligned}$$

Für den Endwert nach dem 3. Jahr dürfen wir die Einzahlung im 4. Jahr nicht mehr betrachten:

$$\begin{aligned} EW_3 &= 100 \cdot 1.1^2 + 400 \\ &= 521 \end{aligned}$$

## Barwert und Endwert - Barwert

Der Barwert zu Beginn des Jahres 1 ist

$$\begin{aligned} BW_1 &= \frac{200}{1.05} + \frac{600}{1.05^2} + \frac{50}{1.05^3} + \frac{450}{1.05^4} + \frac{500}{1.05^5} \\ &= 1539.86 \end{aligned}$$

Für den Barwert zu Beginn des dritten Jahres müssen wir die ersten Zahlungen aufzinsen und die letzten Zahlungen abzinsen, also

$$BW_3 = 200 \cdot 1.05 + 600 + \frac{50}{1.05} + \frac{450}{1.05^2} + \frac{500}{1.05^3}$$

$$= 1697.70$$

## Umschuldung - Unternehmen A

Schauen wir uns an, wie sich die Verbindlichkeiten über die 6 Jahre entwickeln. Die zu zahlende Rate wird mit  $R$  bezeichnet.

Jahr	Anfang des Jahres	Zinsen	Ratenzahlung	Ende des Jahres
1	-10000	-500		-10500
2	-10500	-525		-11025
3	-11025	551.25	$R$	$K_3$
4	$K_3$	$Z_4$	$R$	$K_4$
5	$K_4$	$Z_5$		$K_5$
6	$K_5$	$Z_6$	$R$	0

Eine Möglichkeit wäre die Tabelle in Excel umzusetzen und mittels Excel-Solver lösen zu lassen, aber wir versuchen die Vorgänge in den 6 Jahren in eine Gleichung zu schreiben:

- Wir starten mit 10000 Schulden, die 3 mal verzinst werden bevor die erste Ratenzahlung kommt.
- Dieser Betrag wird noch mal verzinst und es wird noch eine Rate bezahlt.
- Jetzt folgen noch 2 Verzinsungen bevor die letzte Rate gezahlt wird.
- Am Ende ist das Konto bei 0.

$$0 = (((-10000 \cdot 1.05^3) + R) \cdot 1.05 + R) \cdot 1.05^2 + R$$

$$R \approx 4110.57$$

## Umschuldung - Unternehmen B

Analog zur vorherigen Aufgabe

Jahr	Anfang des Jahres	Zinsen	Ratenzahlung	Ende des Jahres
1	-50000	-4000		-54000
2	-54000	-4320	$R$	$K_2$
3	$K_2$	$Z_3$		$K_3$
4	$K_3$	$Z_4$		$K_4$
5	$K_4$	$Z_5$	$R$	$K_5$
6	$K_5$	$Z_6$	$R$	0

Wieder versuchen wir das in eine Gleichung zu schreiben:

- Wir starten mit 50000 Schulden, die 2 mal verzinst werden bevor die erste Ratenzahlung kommt.

- Dieser Betrag wird noch 3 mal verzinst und es wird noch eine Rate bezahlt.
- Jetzt folgt noch 1 Verzinsung bevor die letzte Rate gezahlt wird.
- Am Ende ist das Konto bei 0.

$$0 = (((-50000 \cdot 1.08^2) + R) \cdot 1.08^3 + R) \cdot 1.08 + R$$

$$R \approx 23061.76$$