Statistik 2, Übung 1

Henry Haustein

Aufgabe 1

(a) Sei X die Anzahl der erwischten Schwarzfahrer. Es ist sinnvoller, zuerst die Wahrscheinlichkeit für das Gegenereignis *niemand wird beim Schwarzfahren erwischt* ($X = 0$) zu berechnen, um dann $\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - \mathbb{P}(X = 0)$ zu berechnen:

$$\mathbb{P}(X = 0) = 0.97^{10} = 0.7374$$

Also ist $\mathbb{P}(X \geq 1) = 1 - 0.7374 = 0.2626$.

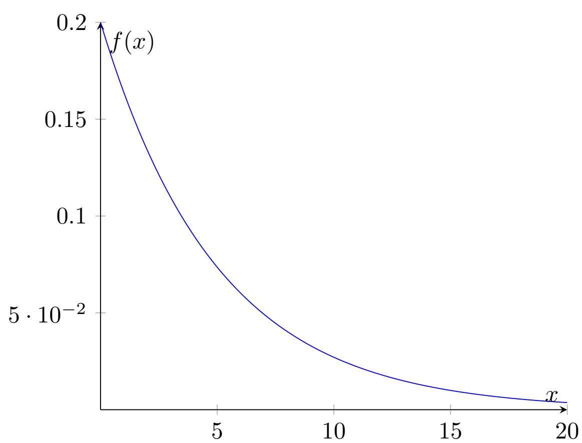
(b) Damit der Kontrolleur erst bei der 10. Kontrolle einen Schwarzfahrer findet, muss er neunmal keinen erwischen und beim 10. mal einen Schwarzfahrer finden. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist

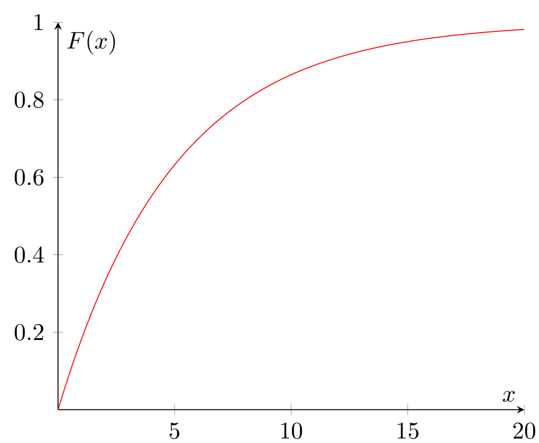
$$0.97^9 \cdot 0.03 = 0.0228$$

1 Aufgabe 2

(a) Die Dichte f und Verteilungsfunktion F einer Exponentialverteilung sind definiert als

$$\begin{aligned} f(x) &= \lambda \cdot e^{-\lambda x} \\ F(x) &= \int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t = 1 - e^{-\lambda x} \end{aligned}$$





(b) $F(3) = 0.4512$

(c) $1 - F(3) = 0.5488$

(d) $F(3) - F(2) = 0.1215$

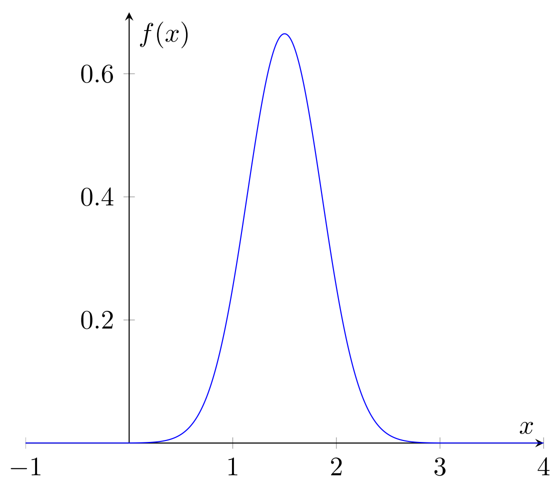
(e) Erwartungswert und Varianz der Exponentialverteilung sind definiert als

$$\text{Erwartungswert} = \frac{1}{\lambda} = 5$$
$$\text{Varianz} = \frac{1}{\lambda^2} = 25$$

Aufgabe 3

(a) Die Dichte f einer Normalverteilung ist

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$



(b) Das Einzeichnen der Fläche sollte eigentlich ziemlich logisch sein, ich lasse es deswegen weg

(i) $\int_0^{1.6} f(x)\,\mathrm{d}x = 0.6094$

(ii) $\int_0^{1.4} f(x)\,\mathrm{d}x = 0.3906$

(iii) $\int_{1.4}^{\infty} f(x)\,\mathrm{d}x = 0.6094$

(iv) $1 - \int_{1.14}^{1.9} f(x)\,\mathrm{d}x = 0.2919$

(v) $\int_{1.75}^{\infty} f(x)\,\mathrm{d}x = 0.2437$

(vi) $\int_{1.3}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 0.6283$

(c) Der 10%-Quantilswert sagt aus, bis zu welchem x 10% aller Beobachtungen liegen werden.

$$\int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t = 0.1$$

Für solche Berechnungen gibt es die Quantilsfunktion (hier für die Normalverteilung: https://en.wikipedia.org/wiki/Normal_distribution). Setzt man die Werte ein und berechnet $\mathrm{erf}^{-1}(-0.8)$, so ergibt sich

$$x = \mu - 1.2816\sigma = 1.5 - 1.2816 \cdot 0.36 = 1.0386$$

Das heißt, 10% der beobachteten Preise von Erdbeeren wird unter 1.0386 Euro liegen.