Investition und Finanzierung, Test Zins- und Rentenrechnung

Henry Haustein

Zinseszinseffekt

Mit Zinseszinseffekt ist das Konto nach 8 Jahren auf

$$\begin{aligned} K &= K_0 \cdot (1+i)^n \\ &= 25000 \text{ €} \cdot (1+0.02)^8 \\ &= 29291.48 \text{ €} \end{aligned}$$

angewachsen. Ohne Zinseszinseffekt bekommen wir jedes Jahr $2\% \cdot 25000 \text{ €} = 500 \text{ €}$ Zinsen, also nach 8 Jahren 4000 €. Damit wäre das Konto bei 29000 €. Der Zinseszinseffekt ist damit $29291.48 \text{ €} - 29000 \text{ €} = 291.48 \text{ €}$.

Wert einer Zahlungsreihe

Da wir den Wert der Zahlungsreihe am Ende des Jahres 4 berechnen sollen, müssen wir die ersten 4 Jahre aufzinsen und die letzten beiden Jahre abzinsen, also

$$\begin{aligned} KW &= 5000 \text{ €} \cdot 1.07^3 + 8000 \text{ €} \cdot 1.07^2 + 1000 \text{ €} \cdot 1.07 + 1000 \text{ €} + \frac{7000 \text{ €}}{1.07} + \frac{6000 \text{ €}}{1.07^2} \\ &= 29137.10 \text{ €} \end{aligned}$$

Effektiver Zinssatz

Für den durchschnittlichen Zinssatz muss man das geometrische Mittel der Zinsen nehmen:

$$\begin{aligned} p_{eff} &= \sqrt[6]{1.04 \cdot 1.01 \cdot 1.06 \cdot 1.07 \cdot 1.01 \cdot 1.10} - 1 \\ &= 0.0478 \\ &= 4.78\% \end{aligned}$$

Laufzeit einer Zahlungsreihe

Wir brauchen hier den vorschüssigen Rentenbarwertfaktor, da gilt:

$$R_{0,v} = R \cdot \mathrm{RBF}_{vor}$$

Wir wissen, dass $\mathrm{RBF}_{vor} = \mathrm{RBF}_{nach} \cdot q$ gilt und weiterhin

$$\mathrm{RBF}_{nach} = \frac{q^n - 1}{q^{n+1} - q^n}$$

Setzen wir das alles zusammen, müssen wir folgende Gleichung lösen:

$$\begin{aligned}
R_{0,v} &= R \cdot \frac{q^n - 1}{q^{n+1} - q^n} \cdot q \\
14000 \text{ €} &= 3000 \text{ €} \cdot \frac{1.03^n - 1}{1.03^{n+1} - 1.03^n} \cdot 1.03 \\
n &= 4.9424
\end{aligned}$$

Anlage

Der Betrag aus dem Jahr 2 wird 9 Jahre verzinst, der Betrag aus dem Jahr 3 wird 8 Jahre verzinst und der Betrag aus dem Jahr 8 wird 3 Jahre verzinst. Damit ergibt sich folgende Gleichung:

$$\begin{aligned}
30000 \text{ €} &= x \cdot 1.02^9 + x \cdot 1.02^8 + x \cdot 1.02^3 \\
x &= 8751.56
\end{aligned}$$