Instrumente des Finanzmanagements, Übung 1

Henry Haustein

Aufgabe 10.4: Historische Erträge von Aktien und Anleihen

(a) Die Renditen sind

- bis 05.02.03: $r_1 = \frac{30.67\text{ €} - 33.88\text{ €}}{33.88\text{ €}} + \frac{0.17\text{ €}}{33.88\text{ €}} = -0.0897$
- bis 14.05.03: $r_2 = \frac{29.49\text{ €} - 30.67\text{ €}}{30.67\text{ €}} + \frac{0.17\text{ €}}{30.67\text{ €}} = -0.0329$
- bis 13.08.03: $r_3 = \frac{32.88\text{ €} - 29.49\text{ €}}{29.49\text{ €}} + \frac{0.17\text{ €}}{29.49\text{ €}} = 0.1038$
- bis 12.11.03: $r_4 = \frac{39.07\text{ €} - 32.38\text{ €}}{32.38\text{ €}} + \frac{0.17\text{ €}}{32.38\text{ €}} = 0.2119$
- bis 02.01.04: $r_5 = \frac{61.99\text{ €} - 39.07\text{ €}}{39.07\text{ €}} = 0.0747$

Die Gesamtrendite ist dann

$$\begin{aligned} r &= \prod_{i=1}^{5}(1 + r_i) - 1 \\ &= (1 - 0.0897)(1 - 0.0329)(1 + 0.1038)(1 + 0.2119)(1 + 0.0747) - 1 \\ &= 0.2656 \end{aligned}$$

(b) Die Renditen sind

- bis 06.02.08: $r_1 = \frac{79.91\text{ €} - 86.62\text{ €}}{86.62\text{ €}} + \frac{0.40\text{ €}}{86.62\text{ €}} = -0.0728$
- bis 07.05.08: $r_2 = \frac{84.55\text{ €} - 79.91\text{ €}}{79.91\text{ €}} + \frac{0.40\text{ €}}{79.91\text{ €}} = 0.0631$
- bis 06.08.08: $r_3 = \frac{65.40\text{ €} - 84.55\text{ €}}{84.55\text{ €}} + \frac{0.40\text{ €}}{84.55\text{ €}} = -0.2218$
- bis 05.11.08: $r_4 = \frac{49.55\text{ €} - 65.40\text{ €}}{65.40\text{ €}} + \frac{0.40\text{ €}}{65.40\text{ €}} = -0.2362$
- bis 02.01.09: $r_5 = \frac{45.25\text{ €} - 49.55\text{ €}}{49.55\text{ €}} = -0.0868$

Die Gesamtrendite ist dann

$$\begin{aligned} r &= \prod_{i=1}^{5}(1 + r_i) - 1 \\ &= (1 - 0.0728)(1 + 0.0631)(1 - 0.2218)(1 - 0.2362)(1 - 0.0868) - 1 \\ &= -0.4650 \end{aligned}$$

Aufgabe 10.5: Historische Erträge von Aktien und Anleihen

(a) $r = \sqrt[4]{1.1 \cdot 1.2 \cdot 0.95 \cdot 1.15} - 1 = 0.0958$

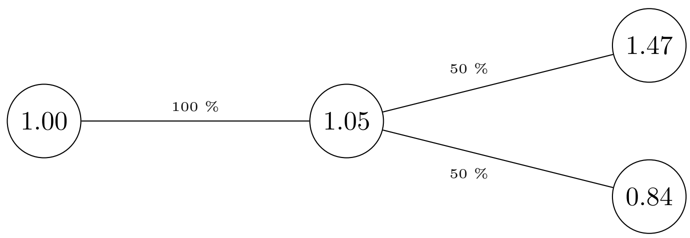
(b) $r = \frac{1.1+1.2+0.95+1.15}{4} = 0.1$

(c) Performance in der Vergangenheit: geometrisch, Renditen unabhängig und gleichwahrscheinlich: arithmetisch

Aufgabe 10.12: Diversifikation von Aktienportfolios

(a) Der Markt hat eine erwartete Rendite von 10 %. Investiert man nach Methode (i), so kann man nach 2 Jahren $\mathbb{E}(r_{(i)}) = 1.05 \cdot 1.1 = 1.155 \Rightarrow 15.5$ % erwarten. Für Methode (ii) gilt $\mathbb{E}(r_{(ii)}) = 1.1 \cdot 1.1 = 1.21 \Rightarrow 21$ %.

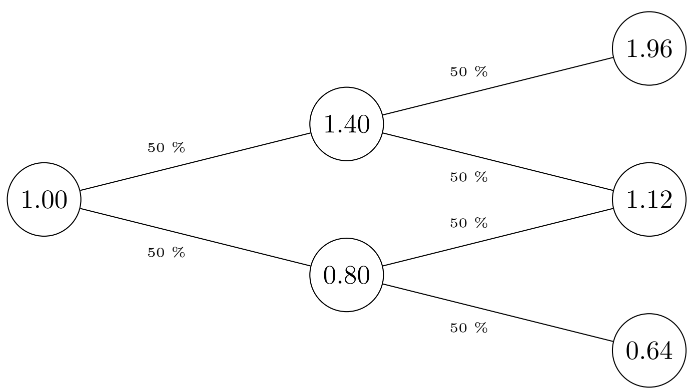
(b) Folgt man Strategie (i), so kann der Markt im 2. Jahr entweder fallen oder steigen:



Die Standardabweichung ist damit

$$\mathrm{SD}(r_{(i)}) = \sqrt{0.5(1.47 - 1.155)^2 + 0.5(0.84 - 1.155)^2} = 0.315$$

Bei der Strategie (ii) kann der Markt in beiden Jahren steigen oder fallen:



Die Standardabweichung ist damit

$$\mathrm{SD}(r_{(ii)}) = \sqrt{0.25(1.96 - 1.21)^2 + 0.5(1.12 - 1.21)^2 + 0.25(0.64 - 1.21)^2} = 0.4753$$

(c) nein, es steigt

Aufgabe 11.3: Die erwartete Rendite eines Portfolios

(a) 100 Mio. Aktien $\cdot$ 100 € + 50 Mio. Aktien $\cdot$ 120 € + 200 Mio. Aktien $\cdot$ 3 € = 22 Mrd. €

(b) Die Anteile sind

$$\text{Anteil First Bank} = \frac{100 \text{ Mio. Aktien} \cdot 100 \text{ €}}{22 \text{ Mrd. €}} = 0.4545$$
$$\text{Anteil Fast Mover} = \frac{50 \text{ Mio. Aktien} \cdot 120 \text{ €}}{22 \text{ Mrd. €}} = 0.2727$$
$$\text{Anteil Funny Bone} = \frac{200 \text{ Mio. Aktien} \cdot 3 \text{ €}}{22 \text{ Mrd. €}} = 0.2727$$

(c) $r = 0.4545 \cdot 0.18 + 0.2727 \cdot 0.12 + 0.2727 \cdot 0.15 = 0.1554$

Aufgabe 11.8: Die Volatilität eines Portfolios aus zwei Aktien

(a) Wir müssen folgende Gleichung lösen. α beschreibt den Anteil von Tex-Aktien im Portfolio:

$$\begin{aligned}
\text{Var(Mex-Aktien)} &= \text{Var}(\alpha \cdot \text{Var(Tex-Aktien)} + (1-\alpha) \cdot \text{Var(Mex-Aktien)}) \\
0.2^2 &= \alpha^2 \cdot 0.4^2 + (1-\alpha)^2 \cdot 0.2^2 \\
\Rightarrow \alpha_1 &= 0 \\
\Rightarrow \alpha_2 &= 0.4
\end{aligned}$$

(b) Für das Minimum-Varianz-Portfolio (bei unkorrelierten Aktien) sind die Anteile

$$\begin{aligned}
\text{Anteil Tex} &= \frac{\text{Var(Mex-Aktien)}}{\text{Var(Mex-Aktien)} + \text{Var(Tex-Aktien)}} = \frac{0.2^2}{0.4^2 + 0.2^2} = 0.2 \\
\text{Anteil Mex} &= \frac{\text{Var(Tex-Aktien)}}{\text{Var(Mex-Aktien)} + \text{Var(Tex-Aktien)}} = \frac{0.4^2}{0.4^2 + 0.2^2} = 0.8
\end{aligned}$$

Aufgabe 416.2: Erwartete Rendite und SA eines Portfolios

(a) Die Anteile der einzelnen Aktien sind:

$$\begin{aligned}
\text{Anteil Oracle} &= \frac{-35 \text{ Mio. } €}{85 \text{ Mio. } € - 35 \text{ Mio. } €} = -0.7 \\
\text{Anteil Intel} &= \frac{85 \text{ Mio. } €}{85 \text{ Mio. } € - 35 \text{ Mio. } €} = 1.7
\end{aligned}$$

Die Rendite ist damit

$$r = -0.7 \cdot 0.12 + 1.7 \cdot 0.145 = 0.1625$$

(b) Die Covarianz zwischen den beiden Aktien ist

$$\text{Cov}(r_O, r_I) = \text{Cor}(r_O, r_I) \cdot \text{SD}(r_O) \cdot \text{SD}(r_I) = 0.117$$

Damit ist die Varianz des Portfolios P

$$\begin{aligned}
\text{Var}(P) &= -0.7^2 \cdot 0.45^2 + 1.7^2 \cdot 0.4^2 + 2 \cdot -0.7 \cdot 1.7 \cdot 0.117 \\
&= 0.2832 \\
\text{SD}(P) &= \sqrt{0.2832} \\
&= 0.5321
\end{aligned}$$