

Técnicas de Primitivação

Primitivação por partes

Plano de treino intensivo das regras

Primitivação por partes

A. Conhecimento

Reproduza para cada um dos casos especificados a técnica da primitivação por partes

$$\int uv = \left(\int u\right)v - \int \left[\left(\int u\right)v'\right]$$

Caso 1-Só um dos fatores admite primitiva

i) Produto explícito de duas funções

1. $\int x \ln(x) dx$

2. $\int e^x \arctg(e^x) dx$

3. $\int x \arctg(x^2) dx$

4. $\int x \arcsen(x^2) dx$

5. $\int \sin(x) \ln(\cos(x)) dx$

6. $\int \cos(x) \ln(1 + \cos(x)) dx$

ii) Transformação da função integranda em produto de funções $f(x) = 1 \cdot f(x)$

7. $\int \ln(x) dx$

8. $\int \arctg(x) dx$

9. $\int \arcsen(x) dx$

10. $\int \ln(\sqrt{x}) dx$

Caso 2-Conhecimento da primitiva das duas funções. Um dos fatores é um polinómio

(Simplificação da derivada da função polinomial).

11. $\int x \sin(x) dx$

12. $\int x e^x dx$

13. $\int (x+1) 5^x dx$

14. $\int x \cos(2x) dx$

Caso 3-Aplicação recursiva da técnica

15. $\int x^2 e^x dx$

16. $\int (x+1)^2 \ln^2(x+1) dx$

17. $\int \sin(x) \ln^2(\cos(x)) dx$

18. $\int x^2 \cos(x) dx$

Caso 4-Aplicação recursiva da técnica recorrendo à resolução de uma equação algébrica em que a incógnita é a primitiva a calcular

19. $\int \sin(x) e^x dx$

20. $\int \sin(x) \cos(2x) dx$

21. $\int \cos(x) e^{2x} dx$

22. $\int \sin(x) 2^x dx$

Resultados da aprendizagem

Primitivação por partes

<p>B.Compreensão</p> <p>Para cada uma das seguintes primitivas, explique a aplicação de cada um dos casos indicados da técnica de primitivação por partes:</p> <ol style="list-style-type: none"> $\int x^3 \sqrt{1+x^2} dx$ (caso 2) $\int x^3 \cos(x^2) dx$ (caso 2) $\int \frac{x^3}{\sec(x^2)} dx$ (caso 2) $\int \cos(\ln(x)) dx$ (caso 1-ii) e caso 4) <p>Discuta que funções deverá introduzir em $[]$ de forma a poder utilizar cada caso de primitivação por partes indicado:</p> <ol style="list-style-type: none"> $\int [] \cos(x) dx$ (caso 2) $\int [] \cos(x) dx$ (caso 3) $\int [] \cos(x) dx$ (caso 4) $\int [] \cos(x) dx$ (caso 1) <p>C.Aplicação</p> <p>Resolva as seguintes primitivas, utilizando a técnica de primitivação por partes</p> <ol style="list-style-type: none"> $\int \ln^2(x) dx$ $\int \frac{x}{\sqrt[3]{x+1}} dx$ $\int \sin(x) \ln(\cos^2(x)) dx$ $\int e^x \cos(x+1) dx$ $\int (x^2 + 1) \cos(2x) dx$ 	<ol style="list-style-type: none"> $\int x^2 \ln(x) dx$ $\int \frac{x^3}{\sqrt[3]{1-x^2}} dx$ <p>D.Análise</p> <p>Distinga, no conjunto das primitivas, as que se resolvem através da técnica da primitivação por partes</p> <ol style="list-style-type: none"> $\int x \cos(x^2) dx$ $\int \sin(x) \cos(x) dx$ $\int x \cos(x) dx$ $\int x \sec(x^2) dx$ $\int x^{-1} \ln(x) dx$ $\int x^2 \ln(x) dx$ <p>E.Síntese</p> <p>Generalize, a expressão da primitiva para $\forall n \in \mathbb{N}$</p> <ol style="list-style-type: none"> $\int x^n \ln(x) dx, n \in \mathbb{N}$ $\int x^n \cos(nx) dx, n \in \mathbb{N}$ <p>F.Avaliação</p> <p>Justifique, convenientemente, se é possível calcular a seguinte primitiva pela técnica de primitivação por partes</p> <ol style="list-style-type: none"> $\int \arcsen x^2 dx$
--	---