

Plano de Aquisição de Conhecimentos Essenciais
Álgebra dos limites de funções reais de variável real

Se $f(x)$ e $g(x)$, funções reais de variável real, têm limite no ponto a , também as funções $f + g$, $f - g$, $f \times g$, e no caso de $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$, f / g , têm limite no mesmo ponto e

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \times g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

Observação

Se a função $f(x)$ é contínua no ponto a então $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

Nota: No cálculo dos limites o ponto a pode ser: $a \in \mathbb{R}, a = +\infty, a = -\infty$

Exemplos

Calcule os limites das seguintes funções:

a. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4}{x - 1}$

b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x-1} + 3}{x + 1}$

c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x+1}$

d. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 1}$

e. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2}{x - 2}$

f. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 1}$

g. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x + 3)$

h. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x-1} + 3$

i. $\lim_{x \rightarrow 2} (\ln(x-2))$

j. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x-1}$

k. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x^2 - 1}$

l. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{e^x - 1}$

Indeterminações

1) $\frac{0}{0}$

Processo de resolução: fatorizar o numerador e o denominador e simplificar os fatores comuns

Exemplos

Calcule os limites das seguintes funções:

a. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

b. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 9}$

c. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$

$$2) \frac{\infty}{\infty}$$

Processo de resolução: pôr em evidência a maior potência de x no numerador e no denominador

Exemplos

Calcule os limites das seguintes funções:

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 9}{2x^2 - 3}$

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 5x + 6}{x^3 - 9}$

c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 4x + 4}{2x^2 - 2}$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2}$

e. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{\sqrt{x^4 - 9}}$

f. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 1}}{\sqrt{x^2 - 2}}$

3) Limites particulares

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x = e^k$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty$$

Exemplos

Calcule os limites das seguintes funções:

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{x^2}\right)^{x^2}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2 + 1)}{x^2 + 1}$

c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{3x}}{x^2}$