ENGENHARIA INFORMÁTICA (deslizante) – 1º ano

ANÁLISE MATEMÁTICA I

Teste 1

08-julho-2016 **Duração:2h**

Importante:
A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efetuados. Não é permitida utilizar máquina de calcular ou telemóvel durante a prova.

---

1. Considere a função $f(x)=2+4\cos(\frac{3x-\pi}{6})$.

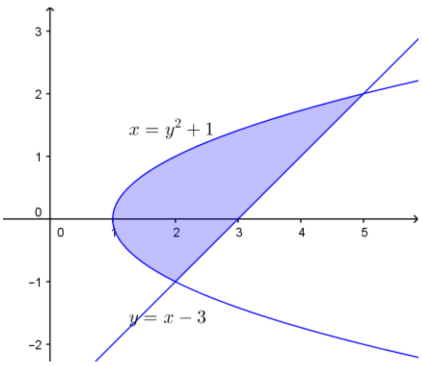
   a. Determine o domínio da função.

   b. Calcule $f(4\pi)$.

   c. Resolva a seguinte equação $f(x)=\frac{3}{\pi}\operatorname{arccotg}(-\frac{\sqrt{3}}{3})-2$.

   d. Caracterize a função inversa de f, indicando domínio, contradomínio e expressão analítica.

2. Considere a região E representada na figura seguinte:



   a. Usando integrais, calcule a área de E.

   b. Usando integrais, <u>indique expressões simplificadas</u> que lhe permitam calcular os volumes dos sólidos de revolução obtidos a partir da rotação da região E em torno:

      I. do eixo OX;

      II. do eixo OY.

3. Considere a região $B=\{(x,y)\in\Re^2 : y\geq e^{-x} \wedge x\geq (y-1)^2 \wedge x\leq 1\}$.

   a. Represente graficamente a região B.

   b. Reescreva o domínio plano na forma: $B=\{(x,y)\in\Re^2 : g(x)\leq y\leq f(x)\wedge a\leq x\leq b\}$.

   c. Utilizando o cálculo integral identifique, <u>sem calcular</u>, uma expressão simplificada que lhe permita determinar:

      i. a medida da área do domínio B.

      ii. a medida do volume do sólido de revolução que se obtém por rotação da região B em torno do eixo das ordenadas.

      iii. a medida do perímetro da região B.

4. Considere os seguintes integrais:

I. $\int_{-\infty}^{0} \frac{e^{-x}}{9+e^{-2x}} dx$

II. $\int_{-1}^{0} \frac{3}{(x-1)\, ln(1-x)} dx$

a. Identifique, justificando, cada um dos integrais.

b. Qual o valor lógico das seguintes afirmações? Justifique.

i. "A natureza do integral de primeira espécie é convergente"

ii. "O integral impróprio de segunda espécie é convergente"

c. Considere a seguinte região $A = \left\{(x, y) \in \Re^2 : 0 \leq y \leq \frac{e^{-x}}{9+e^{-2x}} \wedge x \geq 1\right\}$. Determine a área da região *A*, caso seja possível.

.

<u>Cotação</u>

1a	1b	1c	1d	2a	2b	3a	3b	3c	4a	4b	4c
0,5	1	1,25	1,25	1,5	3	1	1	4,5	1	2,5	1,5

ENGENHARIA INFORMÁTICA (deslizante) – 1º ano

ANÁLISE MATEMÁTICA I

Teste 2

08-julho-2016 **Duração:2h**

Importante:
A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efetuados. Não é permitida utilizar máquina de calcular ou telemóvel durante a prova.

---

1. Considere a seguinte equação diferencial $ln\,(x)y' + \frac{1}{x}y = \frac{ln\,(x)}{x^2}$

   a. Justifique que se trata de uma equação linear de 1ª ordem e resolva-a.

   b. Determine a solução particular que satisfaz a condição $y(e) = 1$.

   c. Verifique se $y = ln(\sqrt{x})$ é solução da equação dada.

2. Resolva a seguinte equação diferencial $(xy - y)y' - (y^2 + 1)(x^2 - 1) = 0$.

3. Complete $[..]$ com expressões por forma a obter primitivas imediatas, justificando quais as possíveis regras que podem ser aplicadas:

   i. $\int \frac{sen\,(x)}{\sqrt{[...]^3}}dx$ ii. $\int \frac{sen(x)}{\sqrt{4-[...]}}dx$

4-Resolva a seguinte primitiva $\int \frac{e^{\sqrt{x}} - 2e^{2\sqrt{x}}}{(e^{2\sqrt{x}} + 1)\sqrt{x}}dx$ utilizando:

   a. A técnica da decomposição e a primitivação imediata;

   b. A mudança de variável $x = ln^2(t)$ com $t \in [1, +\infty[$.

5-Resolva a primitiva $\int \frac{x^3}{(1+x^2)^3}dx$ utilizando para o efeito a técnica de primitivação por partes.

6-Determine as seguintes primitivas:

   a. $\int \frac{2tg(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx$ b. $\int \frac{tg^3(x)}{\sqrt{sec(x)}}dx$ c. $\int \frac{2}{(x+1)(x^2+2x-3)}dx$

Cotação

1a	1b	1c	2a	3	4a	4b	5	6a	6b	6c
1,25	0,5	1	1,25	3	2	2	2	2	2	2

ENGENHARIA INFORMÁTICA (deslizante) – 1º ano
ANÁLISE MATEMÁTICA I

Exame

08-julho-2016 **Duração:2h**

Importante:
A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efetuados. Não é permitida utilizar máquina de calcular ou telemóvel durante a prova.

---

1. Considere a função $f(x) = 2 + 4cos(\frac{3x-\pi}{6})$.

   a. Calcule $f(4\pi)$.

   b. Caracterize a função inversa de f, indicando domínio, contradomínio e expressão analítica.

2. Considere a região $B = \{(x,y) \in \Re^2 : y \geq e^{-x} \wedge x \geq (y-1)^2 \wedge x \leq 1\}$.

   a. Represente graficamente a região *B*.

   b. Reescreva o domínio plano da forma: $B = \{(x,y) \in \Re^2 : g(x) \leq y \leq f(x) \wedge a \leq x \leq b\}$.

   c. Utilizando o cálculo integral identifique, sem calcular, uma expressão simplificada que lhe permita determinar:

      i. a medida da área do domínio *B*.

      ii. a medida do volume do sólido de revolução que se obtém por rotação da região *B* em torno do eixo das ordenadas.

      iii. a medida do perímetro da região *B*.

3. Considere os seguintes integrais:

   I. $\int_{-\infty}^{0} \frac{e^{-x}}{9+e^{-2x}}dx$ II. $\int_{-1}^{0} \frac{3}{(x-1)\,ln(1-x)}dx$

   a. Identifique, justificando, cada um dos integrais.

   b. Justifique o valor lógico da seguinte afirmação: ”A natureza do integral de primeira espécie é convergente”

4. Resolva a seguinte equação diferencial $ln(x)y' + \frac{1}{x}y = \frac{ln(x)}{x^2}$, sujeita à condição inicial $y(e) = 1$.

5. Calcule $\int \frac{e^{\sqrt{x}} - 2e^{2\sqrt{x}}}{(e^{2\sqrt{x}}+1)\sqrt{x}}dx$ recorrendo à mudança de variável $x = ln^2(t)$ com $t \in [1,+\infty[$.

6. Determine as seguintes primitivas:

   a. $\int \frac{2tg(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx$ b. $\int \frac{x^3}{(1+x^2)^3}dx$

   c. $\int \frac{tg^3(x)}{\sqrt{sec(x)}}dx$ d. $\int \frac{2}{(x+1)(x^2+2x-3)}dx$

Cotação

1a	1b	2a	2b	2c	3	4	5	6a	6b	6c	6d
0,75	1,25	1	1	4	2	2	2	1,5	1,5	1,5	1,5