Instituto Superior de Engenharia de Coimbra
DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA

ANÁLISE MATEMÁTICA I - **Engenharia Informática**

TPC nº1 — Data limite de entrega: 30/set/2016 (18h)

---

1. Calcule o valor da seguinte expressão numérica. Ilustre no círculo trigonométrico todos os cálculos que realizar.

$$\sin\left(\frac{31\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{31\pi}{6}\right) + \cot\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \sec(6\pi)\,.$$

Observações: tenha em conta que

- $\cot x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$ *(ver página 11 das Tabelas de Matemática)*
- $\sec x = \dfrac{1}{\cos x}$ *(ver página 1 das Tabelas de Matemática)*

2. [Compreensão - exercício 3]

Resolva as seguintes equações trigonométricas

e) $\sqrt{2}\,\sin x = 1$
Sugestão: escreva a equação na forma $\sin x = a$ *onde* a *é um dos valores de referência* $(0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$ *ou* $1\,)$ *e recorra ao círculo trigonométrico para descrever todos os casos possíveis.*

h) $\sin x = \cos x$
Sugestão: de acordo com a equação, pretende-se "determinar todos ângulos onde o seno e o cosseno têm o mesmo valor". Recorra ao círculo trigonométrico para descrever todos os casos possíveis.

Sugestão de resolução:

1. Atendendo às definições de cotangente e de secante, tem-se

$$\sin\left(\frac{31\pi}{3}\right) \quad + \cos\left(\frac{31\pi}{6}\right) \quad + \cot\left(-\frac{\pi}{4}\right) \quad + \sec(6\pi)$$

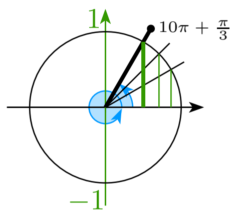
$$= \sin\left(\frac{31\pi}{3}\right) \quad + \cos\left(\frac{31\pi}{6}\right) \quad + \frac{\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)} \quad + \frac{1}{\cos(6\pi)}$$

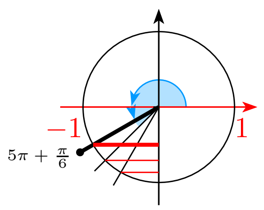
$$\frac{31\pi}{3} = \frac{30\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = 10\pi + \frac{\pi}{3}$$

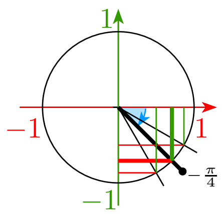
$$\frac{31\pi}{6} = \frac{30\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = 5\pi + \frac{\pi}{6}$$

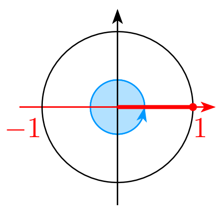
$$-\frac{\pi}{4}$$

$$6\pi$$









$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \quad + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \quad + \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \quad + \frac{1}{1}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \quad - \frac{\sqrt{3}}{2} \quad -1 \quad +1$$

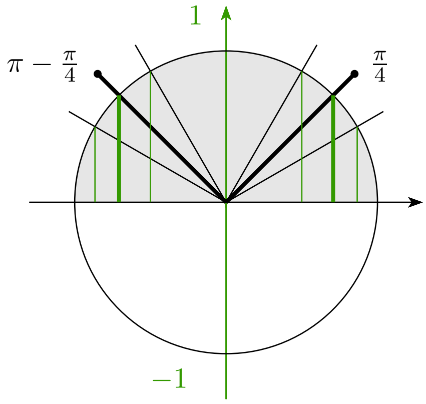
$$= 0$$

2. [Compreensão - exercício 3]

e) Começamos por notar que

$$\sqrt{2}\,\sin x \;=\; 1 \;\Leftrightarrow\; \sin x \;=\; \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}}}_{\times\sqrt{2}} \;\Leftrightarrow\; \sin x \;=\; \frac{\sqrt{2}}{2}\,,$$

Uma vez que o seno só é positivo no primeiro e no segundo quadrantes, vamos procurar os ângulos dessas regiões que verificam a igualdade anterior. Recorrendo ao círculo trigonométrico, tem-se

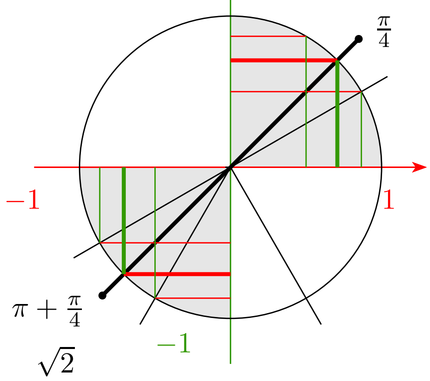


donde

$$\Leftrightarrow\; x = \frac{\pi}{4} + k\cdot 2\pi \;\vee\; x = \frac{3\pi}{4} + k\cdot 2\pi,\;\; k\in\mathbb{Z}\,.$$

h) De acordo com a equação, pretende-se "determinar todos ângulos onde o seno e o cosseno têm o mesmo valor". Não existem nenhuns ângulos nessas condições nos segundo e quarto quadrantes, pois aí o seno e o cosseno têm sinais diferentes. Então, a existirem, os ângulos pertencerão ao primeiro ou ao terceiro quadrantes. Recorrendo ao círculo trigonométrico, podemos localizar todos os ângulos que verificam essa condição:

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Então

$$\sin x \;=\; \cos x \;\Leftrightarrow\; x = \frac{\pi}{4} + k\cdot 2\pi \;\vee\; x = \frac{5\pi}{4} + k\cdot 2\pi,\;\; k\in\mathbb{Z}\,.$$

Uma vez que as soluções diferem de meia volta, a solução anterior também pode ser apresentada da seguinte forma:

$$\sin x \;=\; \cos x \;\Leftrightarrow\; x = \frac{\pi}{4} + k\cdot\pi,\;\; k\in\mathbb{Z}\,.$$