



# INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA

ENGENHARIA INFORMÁTICA – 1º ano /2º Semestre

ANÁLISE MATEMÁTICA I

## Teste 1

02-jul-2014

Duração: 2h00m

### Importante:

A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efetuados.

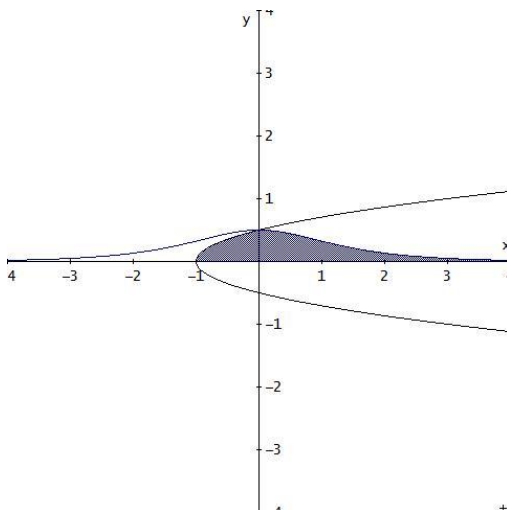
1. Considere a função  $f(x) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ .

a. Calcule  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ .

b. Determine os zeros da função  $f(x)$ .

c. Caracterize a função inversa de  $f(x)$ , indicando domínio, contradomínio e expressão analítica.

2. Considere a região  $A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \frac{e^x}{1+e^{2x}} \wedge x+1 \leq 4y^2 \right\}$  representada na figura



a. Utilizando o cálculo integral, identifique, sem calcular, a expressão que lhe permite determinar a área da região.

b. Que pode concluir sobre a existência da medida encontrada na alínea anterior? Justifique convenientemente a sua resposta.

3. Considere a região do plano  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq y^2 + 1 \wedge y \geq x - 3\}$ .

a. Represente graficamente a região  $B$ .

b. Reescreva o domínio plano  $B$  da forma:  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : g(y) \leq x \leq f(y) \wedge c \leq y \leq d\}$ .

c. Usando unicamente o cálculo integral, indique expressões simplificadas que lhe permitam calcular:

i. a área de  $B$ ;

ii. o volume do sólido de revolução que se obtém pela rotação de  $B$  em torno do eixo  $OY$ ;

iii. o perímetro de  $B$ .

d. Determine o volume do sólido de revolução que se obtém pela rotação de  $B$  em torno do eixo  $OX$ .

4. Considere a seguinte função real de variável real  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{6-3x}}$ .

a. Justifique que o integral  $\int_{-1}^2 f(x)dx$  é impróprio de 2ª espécie e determine a sua natureza.

b. Identifique, justificando, cada uma das seguintes expressões:

i.  $\int_2^4 f(x)dx$

ii.  $\int_{-\infty}^2 f(x)dx$

iii.  $\int_{-1}^0 f(x)dx$

5. Mostre que a equação diferencial  $t \sec(x) dt - \sqrt{1-t^2} dx = 0$  é de variáveis separáveis e determine a solução particular de  $x = g(t)$  que satisfaz a condição  $g(1) = \frac{\pi}{6}$ .

6. Considere a seguinte equação diferencial  $xy' - 2y = \frac{x^4}{\sqrt{1-x^2}}$

a. Verifique se  $y = -x^2 \sqrt{1-x^2}$  é solução particular da equação.

b. Resolva a equação diferencial.

#### Cotação

1a	1b	1c	2a	2b	3a	3b	3ci	3cii	3ciii	3d	4a	4b	5	6a	6b
0,75	1,25	2,0	1,5	1,5	1	1	1	1	1	1,5	1,5	1,0	1,5	1,25	1,25