



# INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA

ENGENHARIA INFORMÁTICA – 1º ano /2º Semestre

ANÁLISE MATEMÁTICA I(deslizante)

## Mini teste 2

15-maio-2013

Duração:1h30m

### Importante:

- A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efetuados.

1. Considere a seguinte função real de variável real  $f(x) = \frac{\ln(1-x)}{x-1}$ .

a. Prove que o integral  $\int_{-\infty}^0 f(x)dx$  é impróprio de 1ª espécie e determine a sua natureza.

b. Considere as seguintes expressões:

1.  $\int_0^1 f(x)dx$

2.  $\int_{-1}^0 f(x)dx$

3.  $\int_1^2 f(x)dx$

Determine o valor lógico das seguintes proposições, justificando convenientemente a sua resposta, com a apresentação dos respetivos cálculos:

- (1) todas as expressões têm significado;
- (2) o integral definido é igual a 2;
- (3) o integral impróprio é convergente.

c. Que pode concluir da natureza do seguinte integral impróprio  $\int_{-\infty}^1 f(x)dx$ ?

2. Considere o seguinte integral  $\int_1^{+\infty} \frac{e^{1/x}}{2x^2} dx$ .

a. O integral dado representa a área de uma região plana? Justifique convenientemente a sua resposta.

b. Que pode concluir da natureza do integral  $\int_0^{+\infty} \frac{e^{1/x}}{2x^2} dx$ ?

3. Considere a seguinte equação diferencial  $(t^2 + 1)x' - \frac{2xt}{t^2 + 1} = 0$ .

a. Justifique que se trata de uma equação diferencial de variáveis separáveis e resolva a equação dada.

b. Calcule o integral particular da equação que satisfaz a condição  $x(0) = 1$ .

4. Considere a seguinte equação diferencial linear de 1ª ordem  $\frac{1}{2x} y' - y = -2\cos(x^2)e^{x^2}$ .

a. Averigue se  $y(x) = -2e^{x^2} \sin(x^2)$  é solução da equação diferencial dada.

b. Resolva a equação dada.

c. Calcule a solução particular da equação que satisfaz a condição  $y(0) = 1$ .

5. Considere as equações seguintes:

$$\begin{array}{ll} \text{i.} & y - \frac{1}{x}y + xy = y' \\ \text{ii.} & y' - \frac{1}{x}y + y^2 = x \\ \text{iii.} & \left(\frac{1}{x} - y\right) + xy' = 0 \\ \text{iv.} & y - \frac{1}{x}y + y = x \end{array}$$

- a. Identifique, justificando convenientemente a sua resposta, cada uma das equações dadas.  
b. Resolva a equação diferencial **iii**.

---

**Cotação** (teste cotado para 16 valores)

1a	1b	1c	2a	2b	3a	3b	4a	4b	4c	5a	5b
1,5	3	1	1,5	1	1,5	0,5	1	1,5	0,5	2	1