INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA

ENGENHARIA INFORMÁTICA – 1º ano /2º Semestre

ANÁLISE MATEMÁTICA I

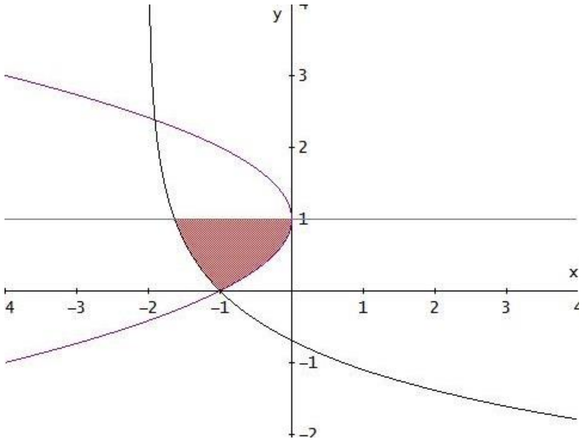
Teste A

17-jul-2013 **Duração:2h**

Importante:
A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efetuados.

---

1. Considere a região do plano, identificada na figura seguinte:



a. Justificando convenientemente a sua escolha, diga se algum dos seguintes conjuntos corresponde à região representada no gráfico. Em caso negativo, defina convenientemente o conjunto.

$$A_1 = \{(x,y) \in \Re^2 : x \geq -y^2 - 1 \wedge x + 2 \geq e^{-y} \wedge y \leq 1\}$$
$$A_2 = \{(x,y) \in \Re^2 : x \geq -(y-1)^2 \wedge x + 2 \geq -e^{-y} \wedge y \leq 1\}$$
$$A_3 = \{(x,y) \in \Re^2 : x \geq -y^2 - 1 \wedge x + 2 \geq -e^{-y} \wedge y \leq 1\}$$
$$A_4 = \{(x,y) \in \Re^2 : x \geq -(y-1)^2 \wedge x + 2 \geq e^{-y} \wedge y \leq 1\}$$

b. Utilizando o cálculo integral, identifique, <u>sem calcular</u>, expressões simplificadas que lhe permitem determinar:

i. a medida da área da região.

ii. a medida do volume do sólido que se obtém por rotação da região em torno do eixo das abcissas.

2. Considere a região do plano, definida pelo seguinte conjunto:

$$A = \{(x,y) \in \Re^2 : y \geq (x-1)^2 \wedge y \leq x^2 - 1 \wedge y \leq 1\}$$

a. Represente geometricamente a região A.

b. Utilizando o cálculo integral, identifique, <u>sem calcular</u>, expressões simplificadas que lhe permitem determinar:

   i. a medida do volume do sólido de revolução que se obtém por rotação da região *A* em torno do eixo das ordenadas.

   ii. a medida do perímetro total da região *A*.

3. Considere a seguinte função $f(x)=\dfrac{1}{x(1+ln^2(x))}$.

   a. Determine o domínio da função.

   b. Justificando convenientemente as suas escolhas, determine *a* e *b* por forma que a expressão $\displaystyle\int_a^b \frac{1}{x(1+ln^2(x))}dx$ represente:

      i. um integral definido. Calcule o seu valor.

      ii. um integral impróprio de 2ª espécie. Determine a sua natureza.

   c. <u>Sem representar graficamente a região</u>, que pode concluir da existência da medida da área da região $E=\{(x,y)\in R^2 : 0\le y\le \dfrac{1}{x(1+ln^2(x))}, x\ge 1\}$.

4. Considere a seguinte equação diferencial $cos(t)y'+sen(t)y=g(t)$

   a. Determine $g(t)$ de modo que $y=sen(t)+\dfrac{C}{sec(t)}$ seja solução da equação dada.

   b. Justifique que se trata de uma equação diferencial linear de 1ª ordem e determine a solução geral da equação diferencial, considerando $g(t)=cos^3(t)e^{sen(t)}$.

5. Resolva a seguinte equação diferencial $yy'-\dfrac{1-y^2}{1+x^2}=0$ sujeita à condição inicial $y(0)=0$.

6. Considere a função real de variável real $f(x)=1+2sen(\dfrac{3x+\pi}{2})$.

   a. Determine o domínio e o contradomínio da função *f*.

   b. Determine os zeros da função *f*.

   c. Caracterize a função inversa de *f* indicando o domínio e o contradomínio.

<u>Cotação</u>

.

1a	1b	2a	2b	3a	3b	3c	4a	4b	5	6a	6b	6c
0,5	3	0,5	2,5	0,5	2,5	2,5	1	1,5	1,5	1,5	1	1,5