INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA

ENGENHARIA INFORMÁTICA – 1º ano /2º Semestre

ANÁLISE MATEMÁTICA I

Teste 1

20-jun-2014 **Duração:2h00m**

Importante:

A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efetuados.

---

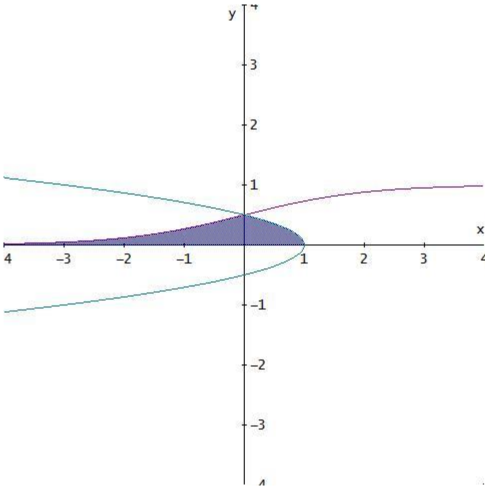
1. Considere a função $f(x) = \pi + arcsen(2x-1)$.

   a. Calcule $f(\frac{1}{4})$.

   b. Determine os zeros da função $f(x)$.

   c. Caracterize a função inversa de $f(x)$, indicando domínio, contradomínio e expressão analítica.

2. Considere a região $A = \left\{(x,y) \in \Re^2 : 0 \le y \le \dfrac{e^x}{1+e^x} \wedge x-1 \le -4y^2\right\}$ representada na figura



   a. Utilizando o cálculo integral, identifique, sem calcular, a expressão que lhe permite determinar a área da região.

   b. Que pode concluir sobre a existência da medida encontrada na alínea anterior? Justifique convenientemente a sua resposta.

3. Considere a região do plano $B = \{(x,y) \in \Re : -1 + x \le y \le 0 \wedge x^2 + y^2 \le 1\}$.

   a. Represente graficamente a região *B*.

   b. Reescreva o domínio plano *B* da forma: $\{(x,y) \in \Re^2 : g(y) \le x \le f(y) \wedge c \le y \le d\}$.

c. Usando unicamente o cálculo integral, indique expressões simplificadas que lhe permitam calcular:

i. a área de *B*;

ii. o volume do sólido de revolução que se obtém pela rotação de *B* em torno do eixo OX;

iii. o perímetro de *B*.

d. Determine o volume do sólido de revolução que se obtém pela rotação de *B* em torno do eixo OY.

4. Considere a seguinte função real de variável real $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[4]{2-2x}}$.

a. Prove que o integral $\int_{-1}^{1} f(x)dx$ é impróprio de 2ª espécie e determine a sua natureza.

b. Identifique, justificando, cada uma das seguintes expressões:

i. $\int_{2}^{4} f(x)dx$ ii. $\int_{-\infty}^{0} f(x)dx$ iii. $\int_{-1}^{0} f(x)dx$

5. Mostre que a equação diferencial $\sqrt{1-t^2}\,dv - v\,dt = 0$ é de variáveis separáveis e determine a solução particular de $t = g(v)$ que satisfaz a condição $g(1) = \dfrac{1}{2}$.

6. Considere a seguinte equação diferencial $xy' - y = 2x^3 cos(x^2)$

a. Verifique se $y = xsen(x^2)$ é solução da equação.

b. Resolva a equação diferencial.

Cotação

.

1a	1b	1c	2a	2b	3a	3b	3ci	3cii	3ciii	3d	4a	4b	5	6a	6b
0,75	1,25	2,0	1,5	1,5	1	1	1	1	1,5	1	1,5	1,0	1,5	1,25	1,25