INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA

ENGENHARIA INFORMÁTICA – 1º ano /2º Semestre

ANÁLISE MATEMÁTICA I

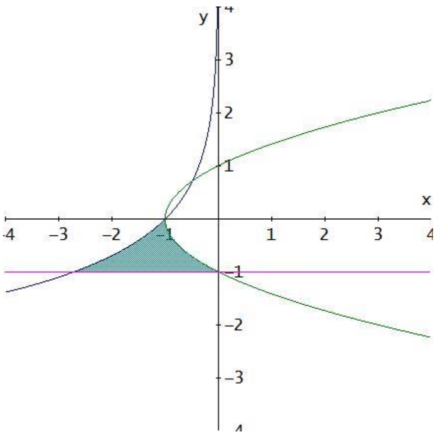
Teste A

27-jun-2013 **Duração:2h**

Importante:
a.A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efetuados.

---

1. Considere a região do plano, identificada na figura seguinte:



a. Justificando convenientemente a sua escolha, diga se algum dos seguintes conjuntos corresponde à região representada no gráfico. Em caso negativo, defina convenientemente o conjunto.

$$A_1 = \left\{(x,y) \in \Re^2 : x - 1 \geq y^2 \wedge x \geq -e^{-y} \wedge -1 \leq y \leq 0\right\}$$
$$A_2 = \left\{(x,y) \in \Re^2 : x \leq y^2 - 1 \wedge x \geq -e^{-y} \wedge -1 \leq y \leq 0\right\}$$
$$A_3 = \left\{(x,y) \in \Re^2 : x \geq (y-1)^2 \wedge x \geq -e^{y} \wedge -1 \leq y \leq 0\right\}$$
$$A_4 = \left\{(x,y) \in \Re^2 : x \geq y^2 - 1 \wedge x \leq -e^{y} \wedge -1 \leq y \leq 0\right\}$$

b. Indique, <u>sem calcular</u>, uma expressão simplificada que lhe permite determinar a medida da área da região, considerando *x* como variável independente.

c. Indique, <u>sem calcular</u>, uma expressão simplificada que lhe permite determinar a medida do volume do sólido que se obtém por rotação da região *D* em torno do eixo das ordenadas.

2. Considere a região do plano, definida pelo seguinte conjunto:

$$A = \left\{(x,y) \in \Re^2 : (x-2)^2 \leq y \wedge y \leq -2x + 4 \wedge y \geq -x + 2\right\}$$

a. Represente geometricamente a região *A*.

b. Identifique, <u>sem calcular</u>, a expressão que lhe permite determinar a medida do volume do sólido de revolução que se obtém por rotação da região *A* em torno do eixo das ordenadas.

c. Identifique, <u>sem calcular</u>, a expressão simplificada que lhe permite determinar a medida do perímetro total da região *A*.

3. Considere a região do plano, definida pelo seguinte conjunto:

$$E = \{(x, y) \in R^2 : xe^{-x^2} \leq y \leq 0, x \leq 0\}$$

a. Indique, <u>sem representar graficamente a região e sem calcular</u>, uma expressão que permite determinar a medida da área da região.

b. Que pode concluir da existência da medida identificada na alínea anterior?

4. Considere as seguintes expressões

1. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{3-3x}} dx$ 2. $\int_{-7}^{-2} \frac{1}{\sqrt{3-3x}} dx$

3. $\int_{-\infty}^{-2} \frac{1}{\sqrt{3-3x}} dx$ 4. $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{3-3x}} dx$

Justificando convenientemente a sua resposta, determine o valor lógico das seguintes proposições:

a. todas as expressões têm significado;
b. o integral definido é igual a 3;
c. o integral impróprio de 2ª espécie é convergente.

5. Considere a seguinte equação diferencial $sen(x)y' + cos(x)y = g(x)$

a. Determine $g(x)$ de modo que $y = 3 - 2xcosec(x)$ seja solução da equação dada.

b. Justifique que se trata de uma equação diferencial linear de 1ª ordem e determine a solução geral da equação diferencial, considerando $g(x) = 3 - 2sen(2x)$

6. Resolva a seguinte equação diferencial $\frac{1}{t}x' - \sqrt{\frac{1-x^2}{1-t^2}} = 0$ sujeita à condição inicial $x(1) = 0$.

7. Considere a função real de variável real $f(x) = -1 - 2cos(\frac{2x+\pi}{3})$.

a. Determine o domínio e o contradomínio da função *f*.

b. Determine os zeros da função *f*.

c. Caracterize a função inversa de *f* indicando o domínio e o contradomínio.

<u>Cotação</u>

.

1a	1b	1c	2a	2b	2c	3a	3b	4	5a	5b	6	7a	7b	7c
0,5	1,5	1,5	0,5	1,5	1	1	1,5	3	1	1,5	1,5	1,5	1	1,5