INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA

ENGENHARIA INFORMÁTICA – 1º ano /1º Semestre

ANÁLISE MATEMÁTICA I

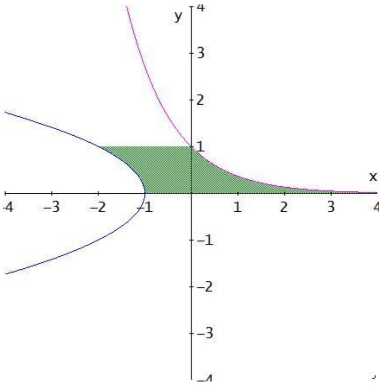
Teste 1

15-fev-2013 **Duração:2h**

Importante:
• A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efetuados.

---

1. Considere a região do plano, identificada na figura seguinte:



   a. Justificando convenientemente a sua escolha, diga se algum dos seguintes conjuntos corresponde à região representada no gráfico. Em caso negativo, defina o conjunto.

$$A_1 = \{(x,y) \in \Re^2 : 1 - y^2 \le x \le -ln(y) \wedge 0 \le y \le 1\}$$

$$A_2 = \{(x,y) \in \Re^2 : -1 - y^2 \le x \le -ln(y) \wedge 0 \le y \le 1\}$$

$$A_3 = \{(x,y) \in \Re^2 : -1 - y^2 \le x \le ln(-y) \wedge 0 \le y \le 1\}$$

$$A_4 = \{(x,y) \in \Re^2 : 1 - y^2 \le x \le ln(-y) \wedge 0 \le y \le 1\}$$

   b. Identifique, <u>sem calcular</u>, a expressão que lhe permite determinar a medida da área da região considerada na figura quando $x \le 1$.

   c. Identifique, <u>sem calcular</u>, a expressão que lhe permite determinar a medida do volume do sólido de revolução que se obtém por rotação da região em torno do eixo das abcissas.

   d. Que pode concluir sobre a existência da medida encontrada na alínea anterior?

2. Considere a região do plano definida pelo seguinte conjunto:

$$D = \{(x,y) \in \Re^2 : x^2 \le y + 1 \wedge y \le -x + 1\}$$

   a. Represente geometricamente a região *D*.

   b. Reescreva o domínio plano D da forma: $D = \{(x,y) \in \Re^2 : g(x) \le y \le f(x) \wedge a \le x \le b\}$.

   Calcule a medida da área da região *D*.

c. Identifique, <u>sem calcular</u>, a expressão que lhe permite determinar a medida do volume do sólido de revolução que se obtém por rotação da região *D* em torno do eixo das ordenadas.

d. Identifique, <u>sem calcular</u>, a expressão simplificada que lhe permite determinar a medida do perímetro total da região *D*.

3. Considere a função real de variável real $f(x) = \pi + 2arctg(2\sqrt{x})$.

   a. Caracterize a função inversa de *f* indicando o domínio e o contradomínio.

   b. Determine o valor $f(\frac{1}{4})$.

   c. Determine a expressão analítica da derivada da função, f'.

   d. Justifique em que medida a expressão encontrada na alínea c. pode ajudar no cálculo da primitiva $\int \frac{4}{\sqrt{x}(1+4x)}dx$.

   e. Considere os seguintes integrais:

   1. $\int_0^{1/4} \frac{4}{\sqrt{x}(1+4x)}dx$ 2. $\int_{1/4}^{+\infty} \frac{4}{\sqrt{x}(1+4x)}dx$

   3. $\int_{1/4}^{1/16} \frac{4}{\sqrt{x}(1+4x)}dx$ 4. $\int_{-1}^{0} \frac{4}{\sqrt{x}(1+4x)}dx$

   Indique, justificando convenientemente a sua escolha, quais dos integrais são impróprios e determine a respetiva natureza.

4. Considere a seguinte equação diferencial $xy' + y = g(x,y)$, onde $g(x,y)$ é uma função contínua

   a. Seja $g(x,y) = x^2 y$.

      i. Verifique, sem resolver, se a função $y = C\frac{e^{x^2}}{x}, C \in \Re$ é solução da equação diferencial.

      ii. Prove que se trata de uma equação diferencial de variáveis separáveis e confirme o resultado anterior, determinando analiticamente a sua solução.

   b. Resolva a equação diferencial considerando $g(x,y) = xsen(x^2)$.

<u>Cotação</u>

.

1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d	3a	3b	3c	3d	3e	4a	4b
0,5	1	1	1	1,5	1,5	1,5	1	1,5	0,5	1	1	3	2,5	1,5