

# **Técnicas de Primitivação**

## **Funções Racionais**

## Resultados da Aprendizagem

### Primitivação de funções racionais

A. Conhecimento	B. Compreensão
<p>Caso 1. Frações próprias <math>\frac{N(x)}{D(x)}</math> com raízes simples de <math>D(x)</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\int \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx</math></li> <li><math>\int \frac{x-1}{x(x-2)} dx</math></li> <li><math>\int \frac{x^2+1}{(x-1)(x-2)x} dx</math></li> </ol>	<p>1. Para cada uma das seguintes primitivas, explique a aplicação da técnica de primitivação de funções racionais:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\int \frac{x}{x^2-4x+4} dx</math> (caso 2)</li> <li><math>\int \frac{x+1}{2x^2-10x+12} dx</math> (caso 1)</li> <li><math>\int \frac{x^2+x}{x^2-3x+2} dx</math> (casos 1 e 4)</li> <li><math>\int \frac{x}{(x-3)(x-1)^2} dx</math> (caso 3)</li> </ol>
<p>Caso 2. Frações próprias <math>\frac{N(x)}{D(x)}</math> com raízes múltiplas de <math>D(x)</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\int \frac{x-2}{(x-1)^3} dx</math></li> <li><math>\int \frac{x}{x^2+4x+4} dx</math></li> <li><math>\int \frac{x+1}{(x-2)^2(x-1)^2} dx</math></li> </ol>	<p>2.a) Considere o seguinte polinómio <math>P_3(x) = x^3 - x^2 - x + 1</math> e decompõe-o num produto de fatores do tipo <math>(x-a)</math>, com <math>a</math> raiz real do polinómio.</p> <p>b) Seja <math>f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - x + 1}{P_3(x)}</math>.</p> <p>Utilizando o algoritmo da divisão determine <math>A, B, C</math> e <math>D</math> tais que</p>
<p>Caso 3. Frações próprias <math>\frac{N(x)}{D(x)}</math> com raízes simples e múltiplas de <math>D(x)</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\int \frac{x-1}{x(x+1)^3} dx</math></li> <li><math>\int \frac{x+1}{3x^3-6x^2+3x} dx</math></li> <li><math>\int \frac{x+1}{x^3-3x+2} dx</math></li> </ol>	$f(x) = A + \frac{Bx^2 + Cx + D}{P_3(x)}$ <p>c) Utilizando a técnica de primitivação de funções racionais, determine</p> $\int \frac{x^3 - 3x^2 - x + 1}{(x^2-1)(x-1)} dx$
<p>Caso 4. Frações impróprias <math>\frac{N(x)}{D(x)}</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\int \frac{x^2+1}{x^2-2x+1} dx</math></li> <li><math>\int \frac{x^3-2x+1}{(x^2-3x+2)(x-1)} dx</math></li> </ol>	<p><b>C. Aplicação</b></p> <p>Resolva as seguintes primitivas, utilizando a técnica de primitivação de funções racionais</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\int \frac{2x-1}{(x^2-3x+2)(x-1)} dx</math></li> <li><math>\int \frac{x^2-1}{(x^2-4)(x+2)} dx</math></li> <li><math>\int \frac{x^3-1}{2x^3-6x^2+4x} dx</math></li> </ol>

$$4. \int \frac{x^3 - 1}{(x-1)^3} dx$$

$$5. \int \frac{x+2}{(x+1)^2(x-1)} dx$$

$$6. \int \frac{x+2}{(x-1)^2(x^2-1)} dx$$

$$7. \int \frac{x-2}{(x^2-9)(x-3)} dx$$

$$8. \int \frac{x-2}{(x^2-9)(x^2-4)} dx$$

#### D.Análise

Distinga, no conjunto das primitivas, as que se resolvem através da técnica da primitivação de funções racionais.

$$1. \int \frac{3}{x^2 - 4x + 4} dx$$

$$2. \int \frac{1}{2x+1} dx$$

$$3. \int \frac{1}{2x^2 + 8} dx$$

$$4. \int \frac{x^2}{2x^2 - 8} dx$$

$$5. \int \frac{x+2}{x^2 + 4} dx$$

$$6. \int \frac{3}{x^2 - 3x + 2} dx$$

#### E.Síntese

1.Estabeleça, justificando, a relação entre as seguintes primitivas e resolva-as.

$$a. \int \frac{1}{x^2 - 2x + 2} dx$$

$$b. \int \frac{1}{(x-1)^2 + 1} dx$$

2. Estabeleça, justificando, a relação entre as seguintes primitivas e resolva-as.

$$a. \int \frac{1}{2x^2 - 8x + 10} dx$$

$$b. \int \frac{1}{(x-2)^2 + 1} dx$$

#### F.Avaliação

1.Resolva as seguintes primitivas de funções racionais:

$$a. \int \frac{x+2}{x^2 - 2x + 2} dx$$

$$b. \int \frac{x+3}{x^2 + 4x + 5} dx$$