

Plano de Aquisição de Competências Essenciais

Representação gráfica de domínios planos

I-Algumas funções importantes e sua representação gráfica: Função afim e função quadrática, função exponencial e função logarítmica. Cónicas.

1. Função afim (Recta)

$$y = f(x) \text{ ou } x = f(y)$$

$$y = mx + b, m \text{ é o declive e } b \text{ a ordenada na origem}$$

Represente graficamente as seguintes rectas:

- $y = x$ que conclusões pode tirar para a representação das rectas $y = x + k, k \in \mathbb{R}$
- $y = -x$ que conclusões pode tirar para a representação das rectas $y = -x + k, k \in \mathbb{R}$
- Que conclusões pode tirar para a representação das rectas $y = mx, m \in \mathbb{R}$?
- $x = -y - 2$

2. Função quadrática (Parábola)

Caso 1: $y = f(x)$

$$i) y = ax^2 + bx + c$$

Vértice: mínimo da função ($y = f'(x) = 0$) para $a > 0$

máximo da função ($y = f'(x) = 0$) para $a < 0$

$$ii) y - y_0 = a(x - x_0)^2$$

Vértice: mínimo da função (x_0, y_0) para $a > 0$

máximo da função (x_0, y_0) para $a < 0$

Represente graficamente as parábolas e explicita-as como $x = f(y)$

$$a. y = x^2 - x - 2$$

$$c. y = -x^2 + 3x - 2$$

$$b. y = 2x^2 - 3x + 1$$

$$d. y - 2 = 2(x + 1)^2$$

Caso 2: $x = f(y)$

$$i) x = ay^2 + by + c$$

Vértice: mínimo da função ($x = f'(y) = 0$) para $a > 0$

máximo da função ($x = f'(y) = 0$) para $a < 0$

$$ii) x - x_0 = a(y - y_0)^2$$

Vértice: mínimo da função (x_0, y_0) para $a > 0$

máximo da função (x_0, y_0) para $a < 0$

Represente graficamente as parábolas e explicita-as como $y = f(x)$

$$a. x = -y^2 + y + 2$$

$$c. x = y^2 - 3y + 2$$

$$b. x = 2y^2 - 3y + 1$$

$$d. x - 2 = 2(y + 1)^2$$

3. Cónicas (Circunferência)

Não é considerada como $y = f(x)$ nem $x = f(y)$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2 \text{ tem centro } (x_0, y_0) \text{ e raio } r$$

Represente graficamente as seguintes circunferências

a. $x^2 + (y - 2)^2 = 9$

b. $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$

c. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3$

Defina cada uma das circunferências como funções $f(x)$ e $f(y)$.

4. Função exponencial

Trace geometricamente as seguintes funções:

a. $f(x) = e^{x-1}$

c. $f(x) = e^{x-1} - 2$

b. $f(x) = -e^x$

d. $f(x) = -e^{-x}$

e. $f(x) = e^{3x}$

f. $f(x) = 2e^x$

5. Função logarítmica

Trace geometricamente as seguintes funções:

a. $f(x) = \ln(x + 1)$

c. $f(x) = -\ln(x + 1)$

b. $f(x) = \ln(x + 1) + 1$

d. $f(x) = 3\ln(x)$

e. $f(x) = \ln(-x)$

f. $f(x) = -\ln(-x)$

II-Domínios planos

1. Definidos por limitação de curvas:

a. Limitada por $x = 1, x = e, y = \ln(x), y = 0$

b. Limitada por $y = x^2 + 2x - 1, y = 0$

c. Limitada por $y = \sin(x), y = \cos(x), x = 0, x = \frac{\pi}{2}$

d. Limitada por $x = y^2 + 4y + 3, y = x - 3$

2. Definidos por interseção de condições:

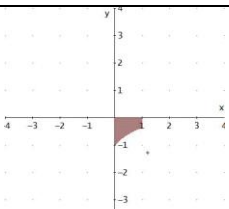
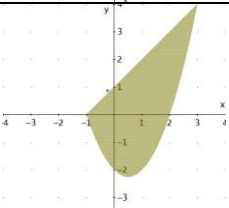
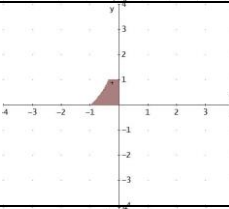
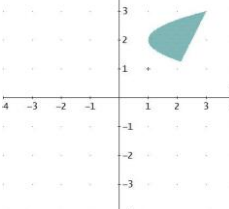
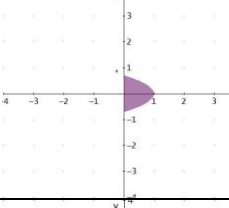
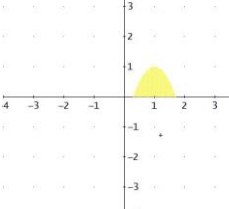
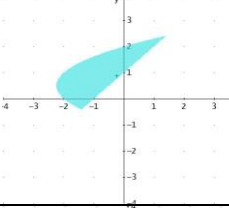
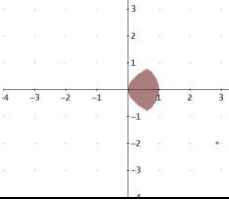
a. $D_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y - 1 \leq -2(x - 1)^2 \wedge y \geq 0\}$

b. $D_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq x + 1 \wedge y \geq x^2 - x - 2\}$

c. $D_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4 \wedge y \leq x - 2\}$

d. $D_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1 \wedge x \geq y^2\}$

III- Faça a correspondência entre a expressão do domínio plano e a sua representação gráfica:

Domínio plano \mathbb{R}	Representação gráfica
a) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y - 1 \leq -2(x - 1)^2 \wedge y \geq 0\}$	 <p>1.</p>
b) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0 \wedge x \leq -2y^2 + 1\}$	 <p>2.</p>
c) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x + 1 \wedge x \geq y^2 - y - 2\}$	 <p>3.</p>
d) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq 0 \wedge 0 \leq x \leq 1 \wedge y \geq -e^{-x}\}$	 <p>4.</p>
e) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1 \wedge x \geq y^2\}$	 <p>5.</p>
f) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq x + 1 \wedge y \geq x^2 - x - 2\}$	 <p>6.</p>
g) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq 0 \wedge 0 \leq y \leq 1 \wedge x \geq -e^{-y}\}$	 <p>7.</p>
h) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 2x - 3 \wedge x - 1 \geq 2(y - 2)^2\}$	 <p>8.</p>