



INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA

ENGENHARIA INFORMÁTICA – 1º ano /2º Semestre

ANÁLISE MATEMÁTICA I-deslizante

Teste 2

09-junho-2015

Duração:2h

Importante:

A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efetuados.

1. Indique, justificando, o valor lógico de cada uma das afirmações:

a. $\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{3}{n^2 - n - 2}$ é uma série de Mengoli, convergente de soma igual $\frac{11}{6}$.

b. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^{2-2n}}{2^{n-1}}$ é uma série geométrica, convergente, de soma igual a $\frac{18}{17}$.

2. Determine justificando, a natureza das seguintes séries numéricas:

a. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{4\sqrt[3]{n}}}{n^2}$

b. $\sum_{n=3}^{+\infty} \cos ec\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{n}\right)$

3. Considere as seguintes equações diferenciais ordinárias de 1ª ordem:

(i) $xy' = 2y + x^2 \ln(x)$ (ii) $x^2 y' = xy - y^2$ (iii) $\frac{1}{t} x' - \sqrt{\frac{1-x^2}{1-t^2}} = 0$

a. Identifique, justificando, a equação (i) quanto ao tipo e determine a sua solução geral.

b. Averigue se $y = \frac{x}{\ln(x)}$ é uma solução da equação (ii).

c. Justifique que a equação (iii) é de variáveis separáveis e resolva-a sujeita à condição $x(1) = -1$.

4. Complete a seguinte expressão em $[\cdot]$ por forma a obter primitivas imediatas, justificando

qual(is) a(s) regra(s) aplicada(s) $\int \frac{e^{2x-1}}{\sqrt{9-4e^{[.]}}} dx$.

5. Considere a seguinte função $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{4+x^2}}$.

a. Calcule a primitiva $\int f(x)dx$ utilizando para o efeito a técnica de primitivação por partes.

b. Utilizando a técnica de primitivação de funções trigonométricas calcule

$$\int \frac{1}{\cotg^3(x)\cos(x)} dx$$

6. Calcule as seguintes primitivas:

d. $\int x^2 \arccot g(x^3) dx$

[illegible]