

Instituto Superior de Engenharia de Coimbra
DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA

Frequência 2 de ANÁLISE MATEMÁTICA I - Engenharia Informática

7 de Janeiro de 2014

Duração: 2h

Não é permitido utilizar máquina de calcular ou telemóvel durante a prova

[2.0 val.] 1. Indique, justificando, o valor lógico de cada umas das seguintes afirmações:

- (a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^{-2n+1}$ é uma série geométrica, convergente e de soma $\frac{6}{5}$.
- (b) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2 + 3n + 2}$ é uma série de Mengoli, convergente e de soma $\frac{1}{2}$.

[2.0 val.] 2. Determine, justificando, a natureza das seguintes séries numéricas:

- (a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin^2(\frac{\pi}{10})}{\sqrt[6]{n^5}}$; (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{5n+1}$.

[4.0 val.] 3. (a) Complete as termos assinalados com $[\cdot]$ por forma a que possam ser aplicadas regras da primitivação imediata e justifique qual foi a regra aplicada:

(i) $\int \frac{e^{2x+1}}{4 + 2e^{[\cdot]}} dx$; (ii) $\int \frac{\ln 5}{x \sqrt{2 - 4[\cdot]^2}} dx$.

(b) Resolva a seguinte primitiva imediata: $\int \frac{\cot g(\sqrt{x})}{\sqrt{x} \operatorname{cosec}^2(\sqrt{x})} dx$.

[2.0 val.] 4. Usando a técnica de primitivação por partes, determine $\int \frac{x^3}{(x^2 + 1)^6} dx$.

[4.0 val.] 5. (a) Usando a técnica de primitivação de funções trigonométricas, determine $\int \frac{\sin^3 t}{\sqrt[3]{\sec t}} dt$.

(b) Usando a mudança de variável indicada, mostre que a primitiva se reduz à primitiva da alínea (a) e estabeleça o respectivo resultado:

$$\int \frac{x^3}{\sqrt[3]{1 - x^2}} dx$$

$m.v. : \boxed{x = \sin t}, t \in] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.

[6.0 val.] 6. Calcule as seguintes primitivas:

- (a) $\int x^2 \operatorname{arctg}(x^3) dx$;
- (b) $\int \frac{x^3 + 9}{x^3 + 3x^2} dx$;
- (c) $\int \cos 1 dt$.