



INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA

ENGENHARIA INFORMÁTICA – 1º ano /2º Semestre

ANÁLISE MATEMÁTICA I-deslizante

Exame

02-julho-2014

Duração: 2h 30m

Importante:

A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efetuados.

1. Considere a função $f(x) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$.

a. Determine os zeros da função $f(x)$.

b. Caracterize a função inversa de $f(x)$, indicando domínio, contradomínio e expressão analítica.

2. Considere a região do plano $B = \{(x, y) \in \mathbb{R} : x \geq y^2 + 1 \wedge y \geq x - 3\}$.

a. Represente graficamente a região B .

b. Usando unicamente o cálculo integral, indique expressões simplificadas que lhe permitam calcular:

i. a área de B ;

ii. o volume do sólido de revolução que se obtém pela rotação de B em torno do eixo OX.

iii. o perímetro de B .

3. Considere a seguinte função real de variável real $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{6-3x}}$.

a. Identifique, justificando, cada uma das seguintes expressões:

i. $\int_2^4 f(x) dx$

ii. $\int_{-1}^2 f(x) dx$

iii. $\int_{-1}^0 f(x) dx$

b. Determine a natureza do integral impróprio.

4. Resolva a equação diferencial $xy' - 2y = \frac{x^6}{\sqrt{1-x^2}}$.

5. Considere a seguinte função $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{4+x^2}}$.

a. Utilizando a técnica de primitivação de funções trigonométricas calcule

$$\int \frac{1}{\cot^3(x)\cos(x)} dx$$

b. Considerando a substituição $x = 2tg(t)$, mostre que $\int f(x)dx$ se reduz à primitiva da alínea anterior e estabeleça o respetivo resultado.

6. Calcule as seguintes primitivas:

a. $\int \frac{x^2 - 4x + 6}{(x-1)(x^2 + x - 2)} dx$

b. $\int \frac{e^{4x-1} - 3e^{2x}}{9 + 4e^{4x}} dx$

Cotação

1a	1b	2a	2bi	2bii	2biii	3a	3b	4	5a	5b	6a	6b
0,75	1,25	1	1	1	1	1	1	4	2	2	2	2