



INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA

ENGENHARIA INFORMÁTICA – 1º ano /1º Semestre

ANÁLISE MATEMÁTICA I

Teste 2

31-jan-2013

Duração: 2h

Importante:

A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efectuados.

1. Justificando convenientemente as suas respostas, determine o valor lógico das seguintes afirmações:

a. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n - 2}$ é uma série de Mengoli convergente e a sua soma é igual a $\frac{11}{18}$;

b. $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^{1-n}$ é uma série geométrica divergente;

c. É possível concluir que a $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{3}{n^2 + n - 2} + \left(\frac{2}{3}\right)^n \right)$ é convergente e o valor da sua soma é $\frac{19}{6}$;

d. As séries $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{4}{\sqrt[3]{n^5}}$ e $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n^2 + 1}{1 - 5n^2}$ são convergentes.

2. Determine a primitiva $\int \frac{e^{2x} + e^{x+1}}{e^{2x} + 4} dx$ aplicando a técnica da decomposição e a primitivação imediata.

3. Resolva a primitiva $\int \frac{\sqrt{\cos(x) - \cos^3(x)}}{\operatorname{cosec}^2(x)} dx, x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, utilizando uma técnica apropriada para funções trigonométricas.

4. Considere a função $F(x) = e^{-x^2} \left(\frac{x^2 + 1}{2} \right)$.

a. Recorrendo à definição de primitiva, determine qual das funções $f(x)$ tem $F(x)$ por primitiva:

i. $f(x) = -2xe^{-x^2}$ ii. $f(x) = -x^3e^{-x^2}$ iii. $f(x) = -x^2e^{-x^2}$

b. Confirme o resultado anterior aplicando a técnica de primitivação por partes.

5. Usando a primitivação por substituição determine $\int \frac{e^{3x} + 2e^x}{e^{2x} + 4} dx$.

6. Identifique em cada uma das seguintes primitivas a(s) expressão(ões) em falta marcadas com [] por forma a que possam ser aplicadas as regras da primitivação imediata, justificando convenientemente a sua escolha:

i. $\int \frac{[] \text{sen}[]}{\cos^3(\sqrt{x} + 1)} dx$ ii. $\int \frac{[]}{\cos(\ln(x)) + 1} dx$ iii. $\int \frac{[]}{\sqrt{4 - e^{2\text{sen}(x)}}} dx$

7. Calcule as seguintes primitivas:

a. $\int \frac{\sqrt[4]{x} + \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} dx$ b. $\int \frac{x^2 + 4x - 5}{(x - 1)(x^2 + x - 2)} dx$ c. $\int \ln^2(-x) dx$

Cotação

1a	1b	1c	1d	2	3	4a	4b	5	6	7a	7b	7c
1	1	1	1	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	2,5	2	2	2