ENGENHARIA INFORMÁTICA (deslizante) – 1º ano

ANÁLISE MATEMÁTICA I

Teste 1

29-junho-2016 **Duração:2h**

Importante:
A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efetuados. Não é permitida utilizar máquina de calcular ou telemóvel durante a prova.

---

1. Considere a função $f(x)=\frac{3}{\pi}arcotg(-\sqrt{3})-4cos(3x-\frac{\pi}{6})$.

   a. Determine o domínio da função.

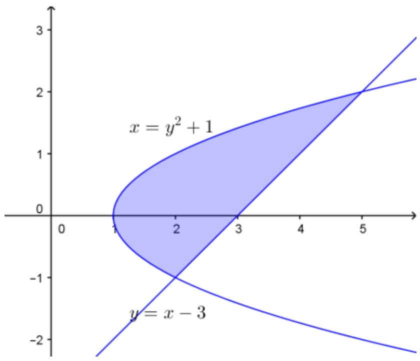
   b. Calcule $f(\frac{3\pi}{4})$.

   c. Determine os zeros da função.

   d. Caracterize a função inversa de f, indicando domínio, contradomínio e expressão analítica.

   e. Comente a afirmação: $\frac{8\pi}{3}-2arcotg(2x-1)=0$

2. Considere a região *E* representada na figura seguinte:



   a. Usando integrais, calcule a área de *E*.

   b. Usando integrais, indique expressões simplificadas que lhe permitam calcular os volumes dos sólidos de revolução obtidos a partir da rotação da região *E* em torno:

      I. do eixo *OX*;

      II. do eixo *OY*.

3. Considere a região $B=\{(x,y)\in\Re^2:(x-1)^2+(y+1)^2\leq 1\wedge x\leq -y-1\}$.

   a. Represente graficamente a região *B*.

   b. Reescreva o domínio plano na forma: $B=\{(x,y)\in\Re^2 : g(x)\leq y\leq f(x)\wedge a\leq x\leq b\}$.

   c. Utilizando o cálculo integral identifique, sem calcular, uma expressão simplificada que lhe permita determinar:

      i. a medida da área do domínio *B*.

      ii. a medida do volume do sólido de revolução que se obtém por rotação da região *B* em torno do eixo das abcissas.

iii. a medida do perímetro da região *B*.

4. Considere os seguintes integrais:

I. $\int_{0}^{+\infty} \frac{e^x}{4+e^{2x}} dx$

II. $\int_{1/2}^{1} \frac{e}{x\,ln^2(x)} dx$

a. Identifique, justificando, cada um dos integrais.

b. Qual o valor lógico das seguintes afirmações? Justifique.

i. "A natureza do integral de primeira espécie é convergente"

ii. "O integral impróprio de segunda espécie é convergente"

c. Considere a seguinte região $A = \left\{ (x,y) \in \Re^2 : 0 \leq y \leq \frac{e^x}{4+e^{2x}} \wedge x \geq -1 \right\}$. Determine a área da região *A*, caso seja possível.

.

Cotação

1a	1b	1c	1d	1e	2a	2b	3a	3b	3c	4a	4b	4c
0,5	1	0,75	1,25	0,5	1,5	3	1	1	4,5	1	2,5	1,5

ENGENHARIA INFORMÁTICA (deslizante) – 1º ano

ANÁLISE MATEMÁTICA I

Teste 2

29-junho-2016 **Duração:2h**

Importante:
A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efetuados. Não é permitida utilizar máquina de calcular ou telemóvel durante a prova.

---

1. Considere a seguinte equação diferencial $cos(x)y' - sen(x)y = 3sen(x) - 2$
   a. Justifique que se trata de uma equação linear de 1ª ordem e resolva-a.
   b. Determine a solução particular que satisfaz a condição $y(\pi) = 1$.
   c. Verifique se $y = -3 - 2xsec(x)$ é solução da equação dada.

2. Resolva a seguinte equação diferencial $\frac{1}{t}x' - \sqrt{\frac{1-4x^2}{1+t^2}} = 0$.

3. Complete $[..]$ com expressões por forma a obter primitivas imediatas, justificando quais as regras que foram aplicadas:

i. $\int \frac{sen[\ ]}{\sqrt{sec^3(2x)}}dx$ ii. $\int \frac{e^{2x+1}}{\sqrt{4-e^{[..]}}}dx$

4-Resolva primitiva $\int \frac{(1+e^{-x})^2}{e^{2x}}dx$ utilizando a técnica da decomposição e a primitivação imediata.

5-Calcule $\int \frac{\sqrt[6]{ln\,x}}{x(\sqrt[3]{ln\,x}-1)}dx$ recorrendo à mudança de variável $ln\,x = t^6$ com $x \in [1,+\infty[$.

6-Resolva a primitiva $\int \frac{x^3}{\sqrt[6]{1+x^2}}dx$ utilizando para o efeito a técnica de primitivação por partes.

7-Determine as seguintes primitivas:

a. $\int \frac{2tg(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx$ b. $\int tg^3(x)\,sec(x)dx$ c. $\int \frac{2}{(x-1)(x^2+2x-3)}dx$

Cotação

1a	1b	1c	2a	3	4	5	6	7a	7b	7c
1,5	0,5	1	1	3	2	3	2	2	2	2

ENGENHARIA INFORMÁTICA (deslizante) – 1º ano
ANÁLISE MATEMÁTICA I

Exame

29-junho-2016 **Duração:2h**

Importante:
A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efetuados. Não é permitida utilizar máquina de calcular ou telemóvel durante a prova.

---

1. Considere a função $f(x)=\frac{3}{\pi}arcotg(-\sqrt{3})-4cos(3x-\frac{\pi}{6})$.
   a. Calcule $f(\frac{3\pi}{4})$.
   b. Caracterize a função inversa de f, indicando domínio, contradomínio e expressão analítica.

2. Considere a região $B=\{(x,y)\in\Re^2:(x-1)^2+(y+1)^2\leq 1\wedge x\leq -y-1\}$.
   a. Represente graficamente a região *B.*
   b. Reescreva o domínio plano da forma: $B=\{(x,y)\in\Re^2 : g(x)\leq y\leq f(x)\wedge a\leq x\leq b\}$.
   c. Utilizando o cálculo integral identifique, sem calcular, uma expressão simplificada que lhe permita determinar:
      i. a medida da área do domínio *B*.
      ii. a medida do volume do sólido de revolução que se obtém por rotação da região *B* em torno do eixo das abcissas.
      iii. a medida do perímetro da região *B*.

3. Considere os seguintes integrais:

   I. $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{e^x}{4+e^{2x}}dx$ II. $\displaystyle\int_{1/2}^{1}\frac{e}{x\,ln^2(x)}dx$

   a. Identifique, justificando, cada um dos integrais.
   b. Justifique o valor lógico da seguinte afirmação: ”A natureza do integral de primeira espécie é convergente”

4. Resolva a seguinte equação diferencial $cos(x)y'-sen(x)y=3sen(x)-2$, sujeita à condição inicial $y(\pi)=1$.

5. Calcule $\displaystyle\int\frac{\sqrt[6]{ln\,x}}{x(\sqrt[3]{ln\,x}-1)}dx$ recorrendo à mudança de variável $ln\,x=t^6$ com $x\in[1,+\infty[$.

6. Determine as seguintes primitivas:

   a. $\displaystyle\int\frac{(1+e^{-x})^2}{e^{2x}}dx$ b. $\displaystyle\int\frac{x^3}{\sqrt[6]{1+x^2}}dx$

   c. $\displaystyle\int tg^3(x)\,sec(x)dx$ d. $\displaystyle\int\frac{2}{(x-1)(x^2+2x-3)}dx$

Cotação

1a	1b	2a	2b	2c	3	4	5	6a	6b	6c	6d
0,75	1,25	1	1	4	2	2	2	1,5	1,5	1,5	1,5