Técnicas de Primitivação Primitivaçao por substituiçao

Plano de treino intensivo das regras

Primitivação por substituição

Revisões

1.Funções trigonométricas inversas

Determine a expressão da função inversa de cada uma das seguintes funções trigonométricas($y = sen(nx)$; $y = cos(nx)$; $y = tg(nx)$; $y = sec(nx)$)

a) $y = 2cos(3x)$ b) $y = \frac{2}{3}sen(x)$

c) $y = \frac{2}{3}tg(2x)$ d) $y = \frac{1}{2}sec(2x)$

2.Outras funções (função exponencial $y = a^{mx}$, função potência $y = x^m$)

Determine a expressão da função inversa de cada uma das seguintes funções:

a) $y = e^{5x}$ b) $y = x^5$

A.Conhecimento

Seja $\varphi:[a,b]\to[c,d]$ uma função derivável e injetiva e seja $f(x)$ uma função primitivável em $[c,d]$

$$\int f(x)dx = \left[\int f(\varphi(t))\varphi'(t)dt\right]_{t=\varphi^{-1}(x)}$$

com φ^{-1} função inversa φ .

A notação $R(...)$ indica que se trata de uma função que envolve apenas somas, diferenças, produtos e quocientes das funções que se encontram entre parentêsis

Regra 1: $R(x,\sqrt{a^2-b^2x^2})$ com $x = \frac{a}{b}sen(t)$ ou $x = \frac{a}{b}cos(t)$

1. $\int \sqrt{1-x^2}dx$
2. $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-9x^2}}dx$
3. $\int \frac{1}{x^2\sqrt{4-9x^2}}dx$

Regra 2: $R(x,\sqrt{a^2+b^2x^2})$ com $x = \frac{a}{b}tg(t)$

4. $\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}dx$
5. $\int \frac{x^3}{\sqrt{4+9x^2}}dx$
6. $\int \frac{1}{x^2\sqrt{4+x^2}}dx$

Regra 3: $R(x,\sqrt{b^2x^2-a^2})$ com $x = \frac{a}{b}sec(t)$

7. $\int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}dx$
8. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-4}}dx$
9. $\int \frac{1}{x^2\sqrt{9x^2-4}}dx$

Regra 4: $R(x, x^{p/q}, x^{r/s},..)$ com $x = t^m$, $m = m.m.c(q,s,...)$

10. $\int \frac{1}{1-\sqrt{x}}dx$
11. $\int \frac{1}{1-\sqrt[3]{x}}dx$
12. $\int \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}}dx$

Regra 6: $R(a^{rx}, a^{sx},...)$ com $t = a^{mx}$, $m = M.d.c(r,s,...)$

1. $\int \frac{1}{1-e^{2x}}dx$
2. $\int \frac{3^{2x}}{3^x-9}dx$
3. $\int \frac{e^{2x}+1}{4e^x-1}dx$

Resultados da aprendizagem

Primitivação por substituição

B.Compreensão

Para cada uma das seguintes primitivas, explique a aplicação da técnica de primitivação por substituição:

1. $\int cos(\sqrt{x})dx$ com $x = t^2$
2. $\int \frac{x^3}{\sqrt[3]{9-x^2}}dx$ com $x = 3sen(t)$
3. $\int \frac{x^3}{\sqrt{9+x^2}}dx$ com $x = 3tg(t)$
4. $\int \frac{\sqrt{4x^2-1}}{x^2}dx$ com $x = \frac{1}{2}sec(t)$
5. $\int \frac{3}{4\sqrt{x}-9}dx$ com $x = t^2$
6. $\int \frac{3e^x}{9e^{2x}-4}dx$ com $e^x = t$

C.Aplicação

Resolva as seguintes primitivas, utilizando a técnica de primitivação por substituição

1. $\int \frac{\sqrt{9x^2-4}}{x^2}dx$
2. $\int \frac{e^{-2x}}{e^x-4}dx$
3. $\int \frac{1}{x\sqrt{16-4x^2}}dx$
4. $\int \frac{3}{4\sqrt[3]{x}-9}dx$
5. $\int \frac{2}{x\sqrt{4+9x^2}}dx$

D.Análise

Distinga, no conjunto das primitivas, as que se resolvem, exclusivamente, através da técnica da primitivação por substituição

1. $\int \frac{4}{\sqrt{9-4x^2}}dx$
2. $\int \frac{x}{\sqrt{9+4x^2}}dx$
3. $\int \frac{e^{-x}}{e^{2x}-1}dx$
4. $\int \frac{e^x}{1+4e^{2x}}dx$
5. $\int x^2\sqrt{x^2-9}dx$
6. $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1-\sqrt{x})}dx$
7. $\int \frac{3}{x\sqrt{x^2-9}}dx$
8. $\int \frac{2^x}{1+4^x}dx$
9. $\int x^3\sqrt{x^2+4}dx$
10. $\int \frac{2}{\sqrt{x^2-4}}dx$

E.Sintese

Calcule a seguinte primitiva

$$\int \frac{cos(x)}{3+cos^2(x)}dx$$

utilizando para o efeito, a mudança de variável $sen(x) = t, x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

F.Avaliação

Justifique, convenientemente, se é possível calcular a seguinte primitiva

$$\int arcsen(x^2)dx$$