



INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA

ENGENHARIA INFORMÁTICA – 1º ano /2º Semestre

ANÁLISE MATEMÁTICA I-deslizante

Exame

20-junho-2014

Duração: 2h 30m

Importante:

A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efetuados.

1. Considere a função $f(x) = \pi + \arcsen(2x - 1)$. Caracterize a função inversa de $f(x)$, indicando domínio, contradomínio e expressão analítica.

2. Considere a região do plano $B = \{(x, y) \in \mathbb{R} : -1 + x \leq y \leq 0 \wedge x^2 + y^2 \leq 1\}$.

a. Represente graficamente a região B .

b. Usando unicamente o cálculo integral, indique expressões simplificadas que lhe permitam calcular:

i. a área de B ;

ii. o volume do sólido de revolução que se obtém pela rotação de B em torno do eixo OX.

c. Determine o volume do sólido de revolução que se obtém pela rotação de B em torno do eixo OY.

3. Considere a seguinte função real de variável real $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{2-2x}}$.

a. Identifique, justificando, cada uma das seguintes expressões:

i. $\int_2^4 f(x)dx$

ii. $\int_{-1}^1 f(x)dx$

iii. $\int_{-1}^0 f(x)dx$

b. Determine a natureza do integral impróprio.

4. Resolva a equação diferencial $xy' - y = 2x^5 \cos(x^2)$.

5. Considere a seguinte função $f(x) = \frac{x^3}{(\sqrt{1-x^2})^3}$.

a. Utilizando a técnica de primitivação de funções trigonométricas calcule

$$\int \frac{1}{\cotg^3(x) \sec(x)} dx$$

b. Considerando a substituição $x = \sen(t)$, mostre que $\int f(x)dx$ se reduz à primitiva da alínea anterior e estabeleça o respetivo resultado.

6. Calcule as seguintes primitivas:

a. $\int \frac{x^2 - 2}{(x-1)(x^2 - 3x + 2)} dx$

b. $\int \frac{1 + e^x}{e^{-x} \sqrt{1 - e^{2x}}} dx$

Cotação

1	2a	2bi	2bii	2c	3a	3b	4	5a	5b	6a	6b
2	1	1	1	1	1	1	4	2	2	2	2