INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA

ENGENHARIA INFORMÁTICA – 1º ano /2º Semestre

ANÁLISE MATEMÁTICA I(deslizante)

Teste A

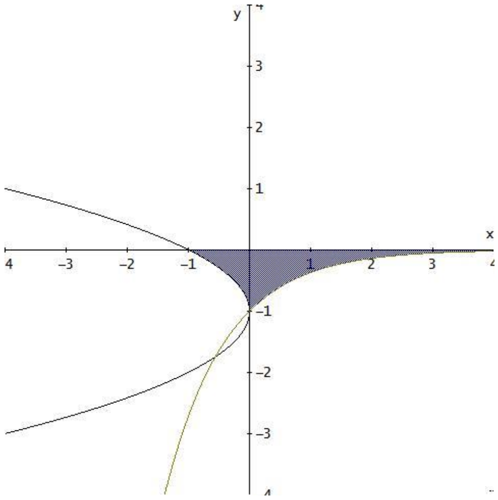
15-maio-2013 **Duração:2h**

Importante:

• A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efetuados.

---

1. Considere a região do plano, identificada na figura seguinte:



a. Justificando convenientemente a sua escolha, diga se algum dos seguintes conjuntos corresponde à região representada no gráfico. Em caso negativo, defina o conjunto.

$$A_1 = \{(x,y) \in \Re^2 : y \geq -e^{-x} \wedge x \leq -(y+1)^2 \wedge -1 \leq y \leq 0\}$$

$$A_2 = \{(x,y) \in \Re^2 : y \geq -e^{x} \wedge x \leq -y^2 + 1 \wedge -1 \leq y \leq 0\}$$

$$A_3 = \{(x,y) \in \Re^2 : y \leq -e^{x} \wedge x \leq -(y+1)^2 \wedge -1 \leq y \leq 0\}$$

$$A_4 = \{(x,y) \in \Re^2 : y \geq -e^{-x} \wedge x \leq -y^2 + 1 \wedge -1 \leq y \leq 0\}$$

b. Calcule a área correspondente à região representada na figura quando limitada pela equação $x = 1$.

c. Identifique, através de uma expressão simplificada do cálculo integral, a medida do perímetro da região representada no 3º quadrante.

d. Utilizando o cálculo integral, explicite, <u>sem calcular</u>, uma expressão que lhe permita determinar o volume do sólido de revolução obtido por rotação do domínio em torno do eixo das abcissas.

e. Que pode concluir da medida encontrada na alínea anterior? Justifique convenientemente a sua resposta.

2. Considere a região do plano, definida pelo seguinte conjunto:

$$E = \{(x, y) \in \Re^2 : x \geq y - 1 \wedge (x+1)^2 + (y-1)^2 \leq 1\}$$

   a. Represente geometricamente a região *E*.
   b. Utilizando o cálculo integral identifique, <u>sem calcular</u>, a expressão que lhe permite determinar:
      i. a medida da área do domínio *E*.
      ii. a medida do volume do sólido de revolução que se obtém por rotação da região *E* em torno do eixo das ordenadas.

3. Considere a função real de variável real $f(x) = -1 - 2sen(\frac{2x+\pi}{3})$.
   a. Determine o domínio e o contradomínio da função *f*.
   b. Determine os valores de *x* para os quais a função é não negativa.
   c. Caracterize a função inversa de *f* indicando o domínio e o contradomínio.

4. Considere a seguinte função real de variável real $f(x) = \frac{ln(x-1)}{1-x}$.
   a. Prove que o integral $\int_{-\infty}^{0} f(x)dx$ é impróprio de 1ª espécie e determine a sua natureza.
   b. Considere as seguintes expressões:

      1. $\int_{0}^{1} f(x)dx$ 2. $\int_{-1}^{0} f(x)dx$ 3. $\int_{1}^{2} f(x)dx$

   Determine o valor lógico das seguintes proposições, justificando convenientemente a sua resposta, com a apresentação dos respetivos cálculos:
      (1) todas as expressões têm significado;
      (2) o integral definido é igual a 2;
      (3) o integral impróprio é convergente.

5. Considere a seguinte equação diferencial $(t^2+1)x' - \frac{2xt}{t^2+1} = 0$.
   a. Justifique que se trata de uma equação diferencial de variáveis separáveis e resolva a equação dada.
   b. Calcule o integral particular da equação que satisfaz a condição $x(0) = 1$.

6. Considere a seguinte equação diferencial $\frac{1}{2x}y' - y = -2cos(x^2)e^{x^2}$.
   a. Averigue se $y(x) = -2e^{x^2}sen(x^2)$ é solução da equação diferencial dada.
   b. Resolva a equação dada.

Cotação (teste cotado para 20 valores)

.

1a	1b	1c	1d	1e	2a	2b	3a	3b	3c	4a	4b	5a	5b	6a	6b
0,5	1,5	1	1	1	0,5	2,5	1	1,5	1,5	1,25	2,75	1	0,5	1	1,5