



INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA

ENGENHARIA INFORMÁTICA – 1º ano /1º Semestre

ANÁLISE MATEMÁTICA I

Teste 1

28-nov-2012

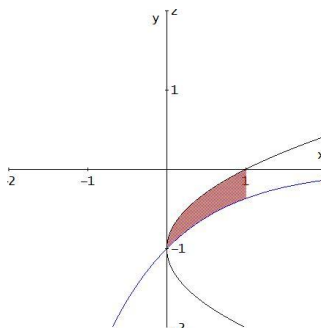
Duração: 1h30m

Importante:

- A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efetuados.

1. Escolha **um e um só domínio plano** para responder ao grupo de questões que lhe são posteriormente apresentadas

A. Considere a região do plano, identificada na figura seguinte:



Justificando convenientemente a sua escolha, diga se algum dos seguintes conjuntos corresponde à região representada no gráfico. Em caso negativo, defina convenientemente o conjunto.

$$A_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq -\ln(-y) \wedge x \leq (y+1)^2 \wedge x \leq 1\}$$

$$A_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq \ln(-y) \wedge x \geq (y+1)^2 \wedge x \leq 1\}$$

$$A_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq -\ln(-y) \wedge x \geq (y+1)^2 \wedge x \leq 1\}$$

$$A_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq -\ln(-y) \wedge x \geq y^2 + 1 \wedge x \leq 1\}$$

B. Represente geometricamente a região do plano, definida pelo seguinte conjunto:

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq -e^{-y} \wedge y \geq (x+1)^2 \wedge y \leq 1\}$$

- Identifique, sem calcular, a expressão que lhe permite determinar a medida da área da região.
- Identifique, sem calcular, a expressão que lhe permite determinar a medida do volume do sólido de revolução que se obtém por rotação da região em torno:
 - do eixo das abcissas;
 - do eixo das ordenadas.
- Identifique, sem calcular, a expressão simplificada que lhe permite determinar a medida do perímetro total da região.

2. Considere a seguinte função real de variável real $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-4}}$.

a) Prove que o integral $\int_4^{+\infty} f(x)dx$ é impróprio de 1ª espécie e determine a sua natureza.

b) Considere as seguintes expressões:

i. $\int_4^{10} f(x)dx$

ii. $\int_2^4 f(x)dx$

iii. $\int_0^2 f(x)dx$

Determine o valor lógico das seguintes proposições:

- (1) todas as expressões têm significado;
- (2) o integral definido é igual a 2;
- (3) o integral impróprio é convergente;

3. Prove que a equação diferencial $\cos(y) + e^{-x} \sin(y)y' = 0$ é de variáveis separáveis e calcule a solução particular que verifica a condição $y(0) = \frac{\pi}{4}$.

4. Considere as seguintes equações diferenciais:

i. $xy' + \frac{1}{\ln x} y = 1$

ii. $-xy' + \frac{1}{\ln x} y = y$

a) Verifique se $y = \frac{\ln(x)}{x}$ é solução da equação ii).

b) Resolva a equação diferencial i).

5. Considere a função $f(x) = 1 + 2\cos(3x - \frac{\pi}{6})$.

a) Determine o domínio de f .

b) Determine os valores do domínio da expressão $\sqrt{2 - f(x)}$.

c) Caracterize a função f^{-1} .

Cotação

1A/B	1a	1b	1c	2a	2b	3	4a	4b	5a	5b	5c
1/1,5	2	3	1,5	1,5	2,5	1,5	1	1,5	1	1,5	1,5