INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA

ENGENHARIA INFORMÁTICA – 1º ano /1º Semestre

ANÁLISE MATEMÁTICA I

Teste 1

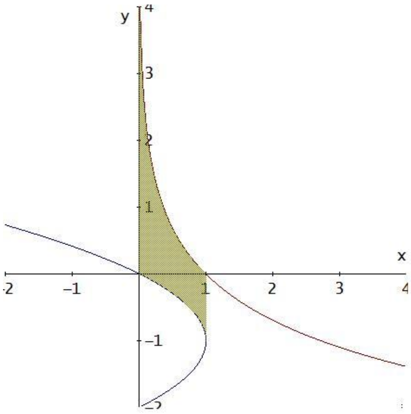
31-jan-2013 **Duração:2h**

Importante:

• A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efetuados.

---

1. Considere a região do plano, identificada na figura seguinte:



a. Justificando convenientemente a sua escolha, diga se algum dos seguintes conjuntos corresponde à região representada no gráfico. Em caso negativo, defina o conjunto.

$$A_1 = \{(x,y) \in \Re^2 : -1-(y+1)^2 \leq x \leq 1 \wedge -1 \leq y \leq -ln(-x)\}$$

$$A_2 = \{(x,y) \in \Re^2 : 1-(y+1)^2 \leq x \leq 1 \wedge -1 \leq y \leq -ln(-x)\}$$

$$A_3 = \{(x,y) \in \Re^2 : -1-(y+1)^2 \leq x \leq 1 \wedge -1 \leq y \leq -ln(x)\}$$

$$A_4 = \{(x,y) \in \Re^2 : 1-(y+1)^2 \leq x \leq 1 \wedge -1 \leq y \leq -ln(x)\}$$

b. Identifique, <u>sem calcular</u>, a expressão que lhe permite determinar a medida da área da região considerada na figura quando limitada superiormente pela reta $y = 1$.

c. Identifique, <u>sem calcular</u>, a expressão que lhe permite determinar a medida do volume do sólido de revolução que se obtém por rotação da região em torno do eixo das ordenadas.

d. Que pode concluir da medida encontrada na alínea anterior?

2. Considere a região do plano definida pelo seguinte conjunto:

$$D = \{(x,y) \in \Re^2 : y \geq (x-2)^2 + 1 \wedge y \leq x+1 \wedge y \leq 3\}$$

a. Represente geometricamente a região *D*.

b. Calcule a medida da área da região *D*.

c. Identifique, <u>sem calcular</u>, a expressão que lhe permite determinar a medida do volume do sólido de revolução que se obtém por rotação da região *D* em torno do eixo das abcissas.

d. Identifique, <u>sem calcular</u>, a expressão simplificada que lhe permite determinar a medida do perímetro total da região *D*.

3. Considere as seguintes expressões:

i. $\int_0^1 \frac{1}{x(1+ln^2x)}dx$ ii. $\int_1^e \frac{1}{x(1+ln^2x)}dx$

iii. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x(1+ln^2x)}dx$ iv. $\int_{-e}^{-1} \frac{1}{x(1+ln^2x)}dx$

a. Prove que a expressão **<u>iii</u>** representa um integral impróprio de 1ª espécie e determine a sua natureza.

b. Determine o valor lógico das seguintes proposições:
   (1) todas as expressões têm significado;
   (2) o integral definido é igual a 2;
   (3) o integral impróprio de 2ª espécie é convergente.

4. Considere as seguintes equações:

i. $xe^{-y^2}dx+(x^2+1)2ydy=0$ ii. $xy'+y=\frac{1}{x}$

iii. $-xy'+\frac{1}{lnx}y=y$ iv. $xy+y^2=\frac{1}{x}$

a. Prove que a equação **<u>i</u>** é diferencial de variáveis separáveis e determine o integral particular que passa pelo ponto $(0,2)$.

b. Determine, justificando convenientemente, o valor lógico das seguintes proposições,:
   1. Todas as equações são equações diferenciais;
   2. $y=\frac{ln(x)}{x}$ é solução da equação **<u>iii</u>**.

c. Resolva a equação **<u>ii</u>**.

5. Considere a função $f(x)=1+2cos(3x-\frac{\pi}{6})$.
   a) Determine o domínio de f.
   b) Determine os valores do domínio da função $g(x)=\sqrt{2-f(x)}$.
   c) Caracterize a função f^{-1}.

<u>Cotação</u>

1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d	3a	3b	4a	4b	4c	5a	5b	5c
0,5	1	1	1	1	1,5	1	1	1	3	1,25	1,5	1,25	0,5	1,75	1,75