ENGENHARIA INFORMÁTICA – 1º ano /2º Semestre

ANÁLISE MATEMÁTICA I

Frequência 1

29-abr-2015 **Duração:2h**

Importante:
A resolução completa de cada pergunta inclui a justificação do raciocínio utilizado bem como a apresentação de todos os cálculos efetuados. Não é permitida utilizar máquina de calcular ou telemóvel durante a prova.

---

1. Considere a função real de variável real $f(x) = arcsen(-\frac{1}{2}) - arccos(3x-1)$.

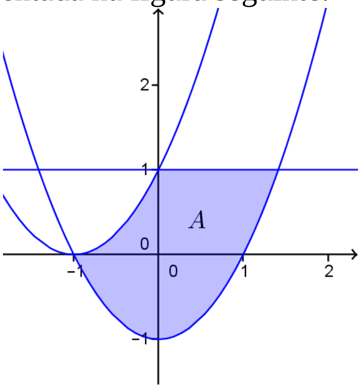
   a. Comente a afirmação $f(\frac{1}{6}) = -\frac{5\pi}{6}$.

   b. Resolva a equação $tg\left(f(\frac{1}{6}) - 2x \right) + 1 = 0$.

   c. Averigue se a equação $f(x) = -\frac{\pi}{2}$ é possível. Justifique convenientemente a sua resposta.

   d. Caracterize a função inversa de f indicando o domínio, o contradomínio e a expressão analítica.

2. Considere a região do plano A representada na figura seguinte:



   a. Justificando convenientemente a sua escolha, diga se algum dos seguintes conjuntos corresponde à região representada no gráfico. Em caso negativo, defina convenientemente o conjunto.

$$A_1 = \{(x,y) \in \Re^2 : y \leq (x+1)^2 \wedge y - 1 \geq x^2 \wedge y \leq 1\}$$
$$A_2 = \{(x,y) \in \Re^2 : y \leq (x-1)^2 \wedge y - 1 \geq x^2 \wedge y \leq 1\}$$
$$A_3 = \{(x,y) \in \Re^2 : y \leq (x+1)^2 \wedge y + 1 \geq x^2 \wedge y \leq 1\}$$
$$A_4 = \{(x,y) \in \Re^2 : y \leq (x+1)^2 \wedge y + 1 \leq x^2 \wedge y \leq 1\}$$

   b. Usando integrais indique, <u>sem calcular</u>, expressões simplificadas que lhe permitam determinar:

      i. a área da região A.

      ii. o volume do sólido de revolução que se obtém por rotação da região A em torno do eixo das ordenadas.

      iii. o perímetro total da região A.

3. Considere a região do plano, definida pelo seguinte conjunto

$$E = \{(x,y) \in \Re^2 : x \leq -y - 1 \wedge (x-1)^2 + (y+1)^2 \leq 1\}$$

   a. Represente geometricamente a região E.

   b. Reescreva o domínio plano na forma $E = \{(x,y) \in \Re^2 : a \leq x \leq b \wedge f(x) \leq y \leq g(x)\}$.

c. Utilizando o cálculo integral identifique, <u>sem calcular</u>, a expressão que lhe permite determinar:

i. a área do domínio *E*.

ii. o volume do sólido de revolução que se obtém por rotação da região *E* em torno do eixo das abcissas.

4. Considere a função real de variável real $f(x)=\begin{cases}-x+1, x\geq 2\\ -\sqrt{-x+2}, x<2\end{cases}$.

a. Averigue a continuidade da função.

b. Considere g uma função par e $\int_{-1}^{3} g(x)dx=3$. Calcule o valor do integral $\int_{1}^{3}(f+g)(x)dx$.

5. Considere a seguinte função $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{-x}(x+1)}$.

a. Recorrendo à definição de primitiva, mostre que $-2arctg(\sqrt{-x})+1$ é uma primitiva de $f(x)$.

b. Justifique convenientemente que o integral $\int_{-\infty}^{-4} f(x)dx$ é impróprio de 1ª espécie. Determine a sua natureza.

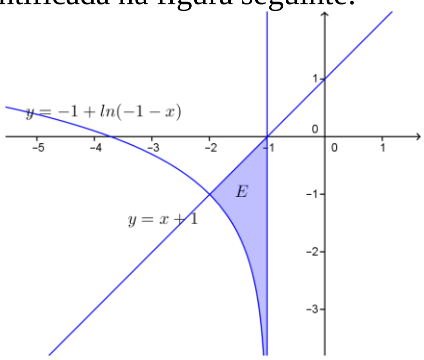
c. Considere os seguintes integrais:

I) $\int_{-4}^{-2} f(x)dx$ II) $\int_{-1}^{4} f(x)dx$ III) $\int_{-1/4}^{0} f(x)dx$

Identifique qual dos integrais é impróprio de 2ª espécie, justificando convenientemente a sua escolha. Determine a sua natureza.

d. Justificando convenientemente a sua escolha, determine *a* e *b* por forma que a expressão $\int_{a}^{b} f(x)dx$ represente um integral impróprio misto.

6. Considere a região do plano *E*, identificada na figura seguinte:



a. Usando integrais, identifique, <u>sem calcular</u>, uma expressão simplificada que lhe permita determinar a área da região *E*.

b. Usando integrais, identifique, <u>sem calcular</u>, uma expressão simplificada que lhe permita determinar o volume do sólido que se obtém por rotação da região *E* em torno do eixo das ordenadas.

c. Que pode concluir da existência da medida obtida na alínea anterior? Justifique convenientemente a sua resposta.

<u>Cotação</u>

1a	1b	1c	1d	2a	2bi	2bii	2biii	3a	3b	3ci	3cii	4a	4b	5a	5b	5c	5d	6a	6b	6c
0,75	1	0,75	1,5	1	1	1	1	1	0,5	1	1	1	1,5	0,5	0,75	1,25	0,5	1	1	1