

# **Técnicas de Primitivação**

## **Funções Trigonométricas**

**Plano de Treino intensivo das regras**  
**Primitivação de funções trigonométricas**

<p><b>A. Conhecimento</b></p> <p>Reproduza cada uma das regras da primitivação de funções trigonométricas:</p> <p><b>I. Potências de funções trigonométricas</b></p> <p>1. Potências ímpares de <math>\sin(x)</math>, <math>\cos(x)</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\int \sin^3(2x)dx</math></li> <li><math>\int \cos^3(3x)dx</math></li> <li><math>\int \cos^5(x)dx</math></li> </ol> <p>2. Potências pares de <math>\sin(x)</math>, <math>\cos(x)</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\int \cos^2(3x)dx</math></li> <li><math>\int \sin^2(3x)dx</math></li> <li><math>\int \cos^4(x)dx</math></li> </ol> <p>3. Potências pares e ímpares de <math>\tan(x)</math>, <math>\cot(x)</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\int \tan^3(3x)dx</math></li> <li><math>\int \cot^4(x)dx</math></li> <li><math>\int \tan^4(2x)dx</math></li> </ol> <p>4. Potências pares de <math>\sec(x)</math>, <math>\csc(x)</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\int \sec^4(x)dx</math></li> <li><math>\int \csc^4(2x)dx</math></li> </ol> <p>5. Potências ímpares de <math>\sec(x)</math>, <math>\csc(x)</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\int \sec^3(2x)dx</math></li> <li><math>\int \csc^3(x)dx</math></li> </ol>	<p><b>II. Produtos de potências das funções</b></p> <p>1. Potência ímpar de <math>\sin(x)</math> por qualquer potência em <math>\cos(x)</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\int \sin^3(3x)\cos^4(3x)dx</math></li> <li><math>\int \sin^5(x)\sqrt{\cos(x)}dx</math></li> <li><math>\int \frac{\sin^3(x)}{\sqrt[3]{\sec(x)}}dx</math></li> </ol> <p>2. Potência ímpar de <math>\cos(x)</math> por qualquer potência em <math>\sin(x)</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\int \cos^3(3x)\sin^4(3x)dx</math></li> <li><math>\int \cos^5(x)\sqrt{\sin(x)}dx</math></li> <li><math>\int \frac{\cos^3(x)}{\sqrt[3]{\csc(x)}}dx</math></li> </ol> <p>3. Potência par de <math>\sin(x)</math> por potência par em <math>\cos(x)</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\int \cos^2(3x)\sin^4(3x)dx</math></li> <li><math>\int \cos^4(x)\sin^2(x)dx</math></li> <li><math>\int \frac{\sin^4(2x)}{\sec^2(2x)}dx</math></li> </ol> <p><b>III. Produtos em que aparecem factores do tipo <math>\sin(mx)</math> e <math>\cos(nx)</math></b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\int \cos(3x)\sin(4x)dx</math></li> <li><math>\int \sin(-2x)\sin(x)dx</math></li> <li><math>\int \frac{\sin(2x)}{\csc(3x)}dx</math></li> </ol>
--	--

## Resultados da aprendizagem

### Primitivação de funções trigonométricas

#### B. Compreensão

Para cada uma das seguintes primitivas, explique a aplicação das regras de primitivação de funções trigonométricas:

1.  $\int \cos^3(2x)\sin^2(2x)dx$  (Regra II-2)
2.  $\int \frac{\sin^3(x)}{\sqrt[4]{\sec(x)}}dx$  (Regra II-1)
3.  $\int \tan^3(3x)\cotg(3x)dx$  (Regra I-3)
4.  $\int x\cos^2(x^2)dx$  (Regra I-2)
5.  $\int x\sin(3x^2)\cos(-2x^2)dx$  (Regra III)
6.  $\int \frac{4}{x\sec^3(\ln(x))}dx$  (Regra I-1)

#### C. Aplicação

Resolva as seguintes primitivas, utilizando a técnica de primitivação de funções trigonométricas

1.  $\int \frac{2}{\sqrt{x}\csc^4(\sqrt{x})}dx$
2.  $\int \frac{\cos^3(2x)}{\sqrt[3]{\csc(2x)}}dx$
3.  $\int \frac{x\tan^3(x^2)}{\sec^5(x^2)}dx$
4.  $\int \frac{\sin^3(e^{-x})}{e^x}dx$
5.  $\int \sin(5x-1)\cos(3x+1)dx$
6.  $\int \frac{\cotg^3(\cos(x))}{\csc(x)}dx$

#### D. Análise

Distinga, no conjunto das primitivas, as que se resolvem através da técnica da primitivação de funções trigonométricas

1.  $\int x\cos(x^2)dx$
2.  $\int \sin(3x)\cos(3x)dx$
3.  $\int x^2\sin(x)dx$
4.  $\int x\sec^2(x^2)\tan(x^2)dx$
5.  $\int \sin(5x)\cos(3x)dx$
6.  $\int \cos(x)\cos(\sin(x))dx$
7.  $\int \sin^3(3x)\cos^{-2}(3x)dx$

#### E. Síntese

Generalize, a expressão das primitivas para  $\forall n \in \mathbb{N}$

1.  $\int \cos^n(x)\sin^3(x)dx, n \in \mathbb{N}$
2.  $\int \sin^n(x)\cos^3(x)dx, n \in \mathbb{N}$

#### F. Avaliação

Aplicando 3 técnicas de primitivação resolva a seguinte primitiva e estabeleça a correspondência entre os respetivos resultados.

$$\int \tan^4 x \csc^2(x) dx$$