信道估计

2024年11月9日

信号帧结构

- 信号帧结构

  其中频点个数$N=2048$，导频位置位于时域3、9、15、21位置处的符号，数据长度$L=1200$，如下图1所示。

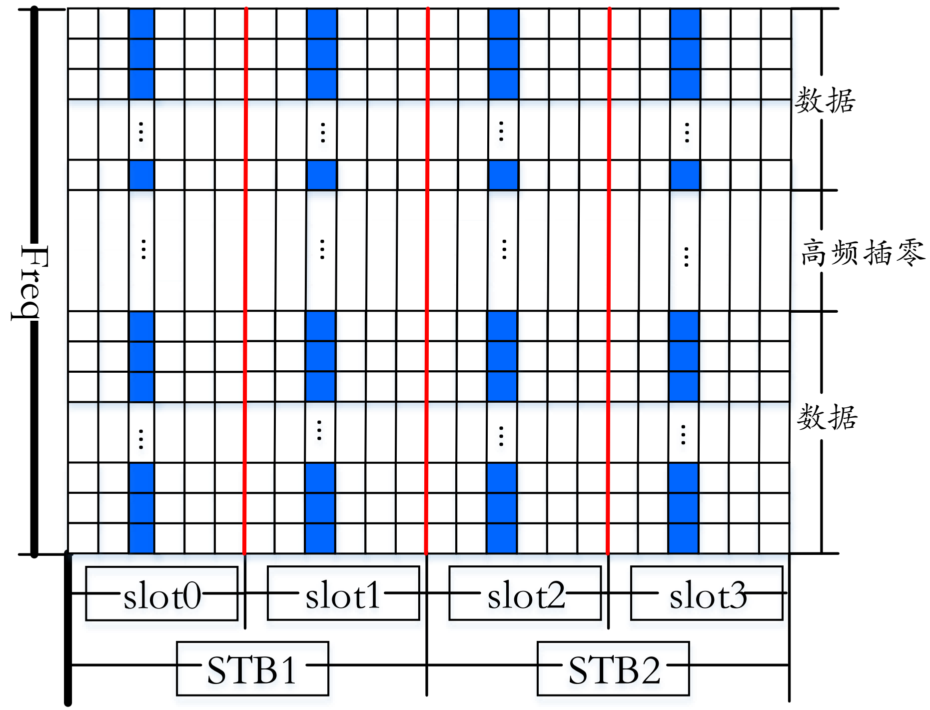
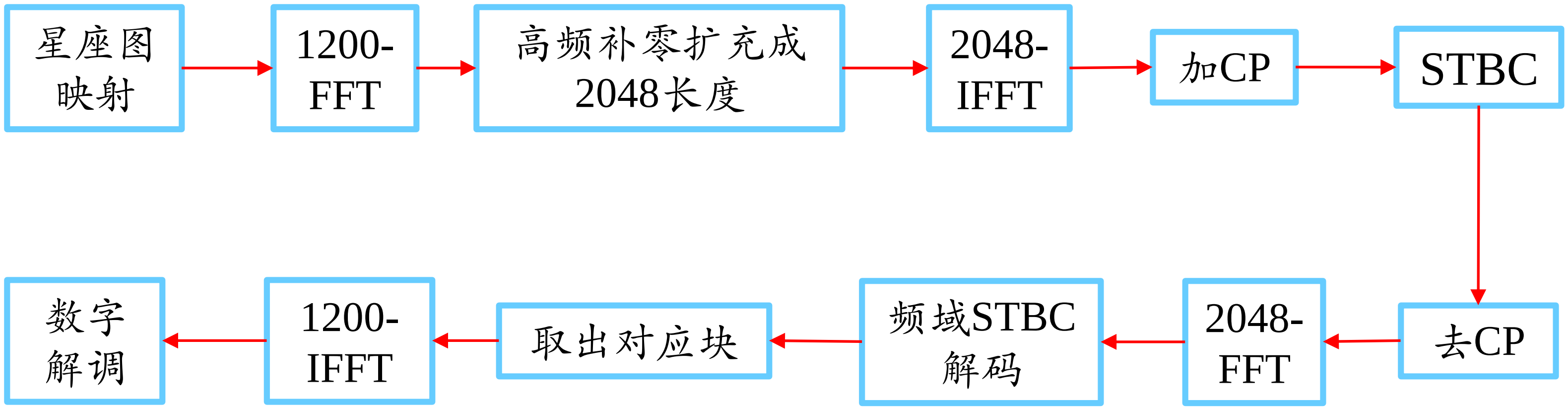


图1、信号帧结构

scfdm信号传输框图



信道估计算法

- 频域插值(维纳滤波)
  - 互相关(频域)

$$\mathrm{r}_{\Delta k}^{f}=\frac{1-e^{\left(-L\times\left(\frac{1}{\tau_{rms}}+1j\times\frac{2\pi\Delta k}{N}\right)\right)}}{\left(1-e^{\frac{-L}{\tau_{rms}}}\right)\times\left(1+1j\frac{2\pi\Delta k\tau_{rms}}{N}\right)}$$

  - 互相关(时域)

$$\mathrm{r}_{\Delta t}^{t}=\boldsymbol{J}_0(2\pi f_d\Delta t)$$

  - 插值矩阵

$$\mathbf{W}=\left(\mathbf{R_h}+\frac{\sigma_z^2}{\sigma_x^2}\mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{R_{hd}}$$

  - 参数

L表示信道长度，τ_{rms}表示均方根时延，N为总频点个数，f_d表示信道多普勒频移。Δk表示频域差值，Δt表示时域差值。$\mathbf{R_h}$表示已知信道信息的自相关矩阵，$\mathbf{R_{hd}}$表示已知信道信息与待估计信道信息的互相关矩阵。相关矩阵的相关系数可以由$\mathrm{r}_{\Delta k}^{f}\times\mathrm{r}_{\Delta t}^{t}$得到。

信道估计算法

- 互相关(频域)

$$\mathrm{r}_{\Delta k}^{f}=\frac{1-e^{\left(-L_{max}\times\left(\frac{1}{L_{rms}}+1j\times\frac{2\pi\Delta k}{N}\right)\right)}}{\left(1-e^{-\frac{L_{max}}{L_{rms}}}\right)\times\left(1+1j\frac{2\pi\Delta k L_{rms}}{N}\right)}$$

- 解释

信道冲激响应为$c(\tau;t)$，则频域响应为$C(f;t)=\int_{-\infty}^{+\infty}c(\tau;t)e^{-j2\pi f\tau}d\tau$，那么

有$R_C(\Delta f)=E[C(f+\Delta f;\, t)C^*(f;t)]$, 展开可以得到

$$\begin{aligned}R_C(\Delta f)\ &=E\left[\int_{-\infty}^{+\infty}c(\tau_1;t)e^{-j2\pi f\tau_1}d\tau_1\int_{-\infty}^{+\infty}c^*(\tau_2;t)e^{j2\pi f\tau_2}d\tau_2\right]\\&=\int_{-\infty}^{+\infty}E[c(\tau_1;t)c^*(\tau_2;t)]e^{j2\pi f\tau_2-j2\pi f\tau_1}d\tau_1\,d\tau_2\\&=\int_{-\infty}^{+\infty}r_c(\tau)e^{-j2\pi\Delta f\tau}d\tau\end{aligned}$$

信道估计算法

- 假设信道功率时延谱为指数分布

$$r_c(\tau) = \frac{1}{AT_m} e^{-\frac{\tau}{T_m}}, 0 < \tau < \tau_{max}$$

其中A为归一化系数，使得信道总功率为1，即

$$\frac{1}{A}\int_0^{\tau_{max}} r_c(\tau)\, d\tau = 1$$

可以得到$A = 1 - e^{\frac{-\tau_{max}}{\tau_{rms}}}$，根据下面两式计算$\tau_{rms}$

$$\bar{\tau} = \frac{\int_0^\infty \tau\, r_c(\tau) d\tau}{\int_0^\infty r_c(\tau) d\tau}, \tau_{rms} = \sqrt{\frac{\int_0^\infty (\tau - \bar{\tau})^2 r_c(\tau) d\tau}{\int_0^\infty r_c(\tau)\, d\tau}}$$

得到$\tau_{rms} = T_m$，所以将$r_c(\tau)$中的T_m用τ_{rms}代替并代入A的表达式后，可以得到

$$r_c(\tau) = \frac{1}{\tau_{rms}\left(1 - e^{\frac{-\tau_{max}}{\tau_{rms}}}\right)} e^{-\frac{\tau}{\tau_{rms}}}, 0 < \tau < \tau_{max}$$

所以$R_C(\Delta f) = \int_{-\infty}^{+\infty} r_c(\tau) e^{-j2\pi\Delta f\tau} d\tau$，我们得到

$$R_C(\Delta f) = \frac{1}{\left(1 - e^{\frac{-\tau_{max}}{\tau_{rms}}}\right)\tau_{rms}} \int_0^{\tau_{max}} e^{-\frac{\tau}{\tau_{rms}}} e^{-j2\pi\Delta f\tau} d\tau$$

信道估计算法

- 积分求解

$$
\begin{aligned}
R_C(\Delta f) &= \frac{1}{\left(1-e^{\frac{-\tau_{max}}{\tau_{rms}}}\right)\ \tau_{rms}} \int_0^{\tau_{max}} e^{\frac{-\tau}{\tau_{rms}}} e^{-j2\pi\Delta f\tau} d\tau \\
&= \frac{1}{\left(1-e^{\frac{-\tau_{max}}{\tau_{rms}}}\right)\ \tau_{rms}} \int_0^{\tau_{max}} e^{-\left(\frac{1}{\tau_{rms}}+j2\pi\Delta f\right)\tau} d\tau \\
&= \frac{1}{\left(1-e^{\frac{-\tau_{max}}{\tau_{rms}}}\right)\ \tau_{rms}} \times \frac{-1}{\left(\frac{1}{\tau_{rms}}+j2\pi\Delta f\right)} e^{-\left(\frac{1}{\tau_{rms}}+j2\pi\Delta f\right)\tau}\Big|_0^{\tau_{max}} \\
&= \frac{1-e^{-\tau_{max}\left(\frac{1}{\tau_{rms}}+j2\pi\Delta f\right)}}{\left(1-e^{\frac{-\tau_{max}}{\tau_{rms}}}\right)(1+j2\pi\Delta f\tau_{rms})} \qquad (*)
\end{aligned}
$$

- 由（*）式进行离散化后可以得到

$$
\mathrm{r}_{\Delta k}^{f} = \frac{1-e^{-L_{max}\times\left(\frac{1}{L_{rms}}+1j\times\frac{2\pi\Delta k}{N}\right)}}{\left(1-e^{\frac{-L_{max}}{L_{rms}}}\right)\times\left(1+1j\frac{2\pi\Delta k L_{rms}}{N}\right)}
$$

其中$L_{max}=\frac{\tau_{max}}{T_s}$，$L_{rms}=\frac{\tau_{rms}}{T_s}$，$\Delta k=\Delta f T_s N$，$T_s$表示采样周期。

信道估计算法

- 互相关(时域)

$$\left[\mathrm{r}_{\Delta t}^{t}\right] = besselj(0{,}2\pi f_d \Delta t)$$

- 解释
  - 贝塞尔函数

$$A(\tau) = \frac{1}{2\pi}\sum_{n=1}^{N}\cos\left(2\pi v\tau\cos\left(\frac{n\Delta\theta}{\lambda}\right)\right)\Delta\theta$$

当上式中$\mathrm{N}\rightarrow\infty$，$\Delta\theta\rightarrow 0$，有

$$A(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\cos\left(2\pi v\Delta t\cos\left(\frac{\theta}{\lambda}\right)\right)\mathrm{d}\theta = \boldsymbol{J}_0(2\pi f_D\Delta t)$$

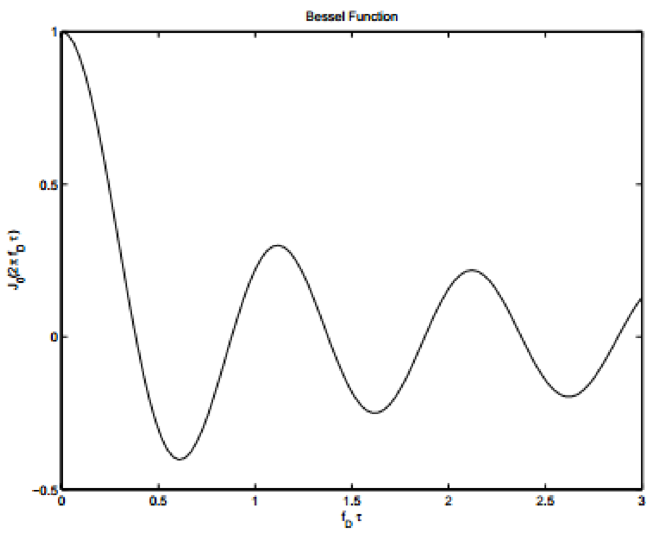


Figure 3.5: Bessel Function versus $f_d\tau$

信道估计算法

- 维纳滤波
  - 最小二乘法
    - 信号传输模型

$$y(n) = h(n) * x(n) + z(n), n = 1,2,\dots,N-1$$

其中$y(n)$为接收信号，$x(n)$为发送信号。

    - 信道估计

$$\hat{\mathrm{h}}(n) = \frac{y(n)}{x(n)}, n = 1,2,\dots,N-1$$

其中$\hat{\mathrm{h}}(n)$为估计的信道信息。所以$\hat{\mathrm{h}}(n) = \frac{h(n)*x(n)+z(n)}{x(n)} = h(n) + \frac{z(n)}{x(n)}$，令其中$\mathbf{h} = [\mathrm{h}(1), \mathrm{h}(2), \dots, \mathrm{h}(N)]^T$，$\hat{\mathbf{h}} = \left[\hat{\mathrm{h}}(1), \hat{\mathrm{h}}(2), \dots, \hat{\mathrm{h}}(N)\right]^T$，此时有

$$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{h}}} = \mathbf{R}_{\mathbf{h}} + \sigma_z^2/\sigma_s^2\mathbf{I}$$

  - 已知信道信息为$\hat{\mathrm{h}}(n), n = 1,2,\dots,N$。通过$\hat{\mathrm{h}}(n)$估计$\mathrm{d(m)}, m = 1,2,\dots,M$，$\mathrm{d(m)}$表示第$M$个未知的信道信息。维纳滤波器系数矩阵为$\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{M\times N}$。此时估计得到$\hat{\mathrm{d}}(m)$

$$\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{W}\hat{\mathbf{h}}$$

其中$\hat{\mathbf{d}} = \left[\hat{\mathrm{d}}(1), \hat{\mathrm{d}}(2), \dots, \hat{\mathrm{d}}(M)\right]^T$。

信道估计算法

- 此时需要设计$\mathbf{W}$，使得如下均方误差最小

$$\xi = E\{|\mathbf{e}|^2\} = E\{\left|\mathbf{d} - \hat{\mathbf{d}}\right|^2\}$$

根据最小均方误差计算可以得到$\mathbf{W} = \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{h}}}^{-1}\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{h}}\mathbf{d}} = \left(\mathbf{R}_{\mathbf{h}} + \frac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2}\mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{h}}\mathbf{d}}$，因为信道信息$\mathbf{d}$与高斯噪声$\mathbf{z}$相互独立，所以$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{h}}\mathbf{d}} = \mathbf{R}_{\mathbf{h}\mathbf{d}}$，则存在

$$\mathbf{W} = \left(\mathbf{R}_{\mathbf{h}} + \frac{\sigma_z^2}{\sigma_s^2}\mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{R}_{\mathbf{h}\mathbf{d}}$$

感谢各位老师聆听！