

## 23 第九讲 排序 (上)

笔记本: 浙江大学《数据结构》

创建时间: 2025/5/5 19:56

更新时间: 2025/5/24 18:05

作者: panhengye@163.com

URL: <https://www.doubao.com/chat/4267992299182594>

使用建议: 对于小规模数据 ( $n < 50$ ), 插入排序通常表现较好 对于中等规模数据, 希尔排序是一个不错的选择 对于大规模数据, 归并排序和堆排序的性能更稳定 如果内存空间有限, 建议使用原地排序算法 (如堆排序)

### 简单排序

#### 前提

Void X\_Sort ( Element\_Type A[], int N)

- 大多数情况下, 讨论 从小到大的整数 排序
- N是**正**整数
- 只讨论基于**比较**的排序 ( $> = <$  有定义)
- 只讨论**内部**排序
- **稳定性**: 任意两个相等数据, 排序前后的相对位置不发生改变

没有一种排序设在任何情况下都表现最好的

#### 冒泡排序 (稳定)

```
void Bubble_Sort( ElementType A[], int N )
{
    for ( P=N-1; P>=0; P-- ) {
        flag = 0;
        for( i=0; i<P; i++ ) { /* 一趟冒泡 */
            if ( A[i] > A[i+1] ) {
                Swap(A[i], A[i+1]);
                flag = 1; /* 标识发生了交换 */
            }
        }
        if ( flag==0 ) break; /* 全程无交换 */
    }
}
```

```
arr = [34, 8, 64, 51, 32, 21] n = len(arr) swap_count = 0
for i in range(n):
    for j in range(0, n - i - 1):
        if arr[j] > arr[j + 1]:
            arr[j], arr[j + 1] = arr[j + 1], arr[j]
            swap_count += 1
print("交换次数:", swap_count)
```

最好情况: 顺序  $T = O(N)$

最坏情况: 顺序  $T = O(N^2)$

## 插入排序 (稳定)

```
void Insertion_Sort( ElementType A[], int N )
{
    for ( P=1; P<N; P++ ) {
        Tmp = A[P]; /* 摸下一张牌 */
        for ( i=P; i>0 && A[i-1]>Tmp; i-- )
            A[i] = A[i-1]; /* 移出空位 */
        A[i] = Tmp; /* 新牌落位 */
    }
}
```

```
def insertion_sort(arr):
    for i in range(1, len(arr)):
        key = arr[i]
        j = i - 1
        while j >= 0 and key < arr[j]:
            arr[j + 1] = arr[j]
            j = j - 1
        arr[j + 1] = key
    return arr
arr = [34, 8, 64, 51, 32, 21]
sorted_arr = insertion_sort(arr)
print(sorted_arr)
```

最好情况: 顺序  $T = O(N)$

最坏情况: 顺序  $T = O(N^2)$

## 时间复杂度下界

对于下标  $i < j$ , 如果  $A[i] > A[j]$ , 则称  $(i, j)$  是一对逆序对 (inversion)

- $\{34, 8, 64, 51, 32, 21\}$  有九个逆序对
- 交换2个相邻元素正好消去1个逆序对

定理: 任意  $N$  个不同元素组成的序列, 平均具有  $N(N-1)/4$  个逆序对

定理: 任何仅以交换相邻两元素来排序的算法, 其平均时间复杂度为  $\Omega(N^2)$

要提高算法效率, 必须做到 “每次交换相隔较远的逆序对”

## 希尔排序

Shell sort \_ by Donald Shell

81	94	11	96	12	35	17	95	28	58	41	75	15
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

5-间隔	35	17	11	28	12	41	75	15	96	58	81	94	95
------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

3-间隔	28	12	11	35	15	41	58	17	94	75	81	96	95
------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

1-间隔	11	12	15	17	28	35	41	58	75	81	94	95	96
------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

- 定义增量序列  $D_M > D_{M-1} > \dots > D_1 = 1$
- 对每个  $D_k$  进行“ $D_k$ -间隔”排序 ( $k = M, M-1, \dots, 1$ )
- 注意: “ $D_k$ -间隔”有序的序列, 在执行“ $D_{k-1}$ -间隔”排序后, 仍然是“ $D_k$ -间隔”有序的

```
void Shell_sort( ElementType A[], int N ){
    for ( D=N/2; D>0; D/=2 ) { /*
        希尔增量序列 */
        for ( P=D; P<N; P++ ) { /* 插入排序 */
            Tmp
```

```

= A[P];          for ( i=P; i>=D && A[i-D]>Tmp; i-=D )
A[i] = A[i-D];    A[i] = Tmp;          }      }}

```

坏消息是最差情况下，效率是 $N^2$

原因是：增量元素不互质，则小增量可能根本不起作用

启发：一个算法可以是如此简单，但是它的复杂度分析却可能异常困难

## 堆排序

### 选择排序 (Selection Sort)

- 初始状态**：将待排序序列分为已排序和未排序两部分。初始时，已排序部分为空，未排序部分包含整个待排序序列。
- 寻找最小元素**：在每一轮排序中，从未排序部分中找出最小（或最大，取决于升序还是降序需求，这里以升序为例）的元素。比如在给定代码中，ScanForMin(A, i, N - 1)函数就是从A[i]到A[N - 1]这个未排序区间内寻找最小元素的位置。
- 交换元素**：将找到的最小元素与未排序部分的第一个元素交换位置。在代码里，通过Swap(A[i], A[MinPosition])语句，把未排序部分找到的最小元素A[MinPosition]和当前未排序部分起始位置的A[i]进行交换，这样就使得已排序部分增加一个元素，未排序部分减少一个元素。
- 重复操作**：不断重复上述步骤 2 和步骤 3，直到未排序部分为空，此时整个序列就完成了排序。

选择排序的时间复杂度在最坏、平均和最好情况下均为( $O(n^2)$ )，空间复杂度为( $O(1)$ )，属于不稳定的排序算法

## 堆排序

### 算法1

```

void Heap_Sort ( ElementType A[], int N ){      BuildHeap(A); /*  $O(N)$  */
for ( i=0; i<N; i++ )      TmpA[i] = DeleteMin(A); /*  $O(\log N)$  */      for
( i=0; i<N; i++ ) /*  $O(N)$  */      A[i] = TmpA[i];}

```

存在的问题：需要额外 $O(N)$ 空间，并且复制元素需要时间

### 算法2

```

void Heap_Sort ( ElementType A[], int N ){      for ( i=N/2-1; i>=0; i-- ) /*
BuildHeap */      PercDown( A, i, N );      for ( i=N-1; i>0; i-- ) {
      Swap( &A[0], &A[i] ); /* DeleteMax */      PercDown( A, 0, i );
} }

```

## 归并排序

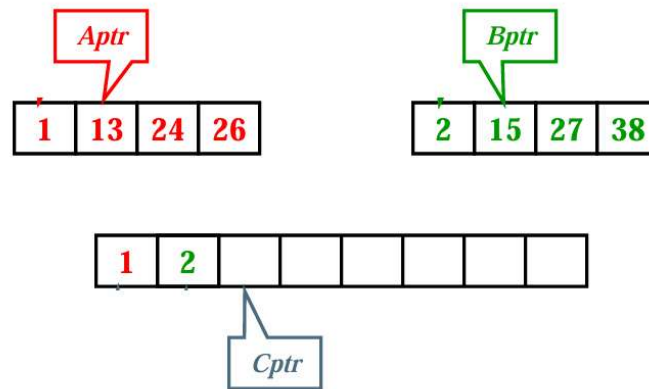
### 核心：有序子列的合并

```

/* L = 左边起始位置, R = 右边起始位置, RightEnd = 右边终点位置 */ void Merge(
ElementType A[], ElementType TmpA[],          int L, int R, int RightEnd
) {      LeftEnd = R - 1; /* 左边终点位置。假设左右两列挨着 */      Tmp = L; /*
存放结果的数组的初始位置 */      NumElements = RightEnd - L + 1;      while( L <=
LeftEnd && R <= RightEnd ) {      if ( A[L] <= A[R] ) TmpA[Tmp++] =
A[L++];      else      TmpA[Tmp++] = A[R++];      }      while( L
<= LeftEnd ) /* 直接复制左边剩下的 */      TmpA[Tmp++] = A[L++];      while(
R <= RightEnd ) /* 直接复制右边剩下的 */      TmpA[Tmp++] = A[R++];      for(
i = 0; i < NumElements; i++, RightEnd -- )      A[RightEnd] =
TmpA[RightEnd]; }

```

## 原理展示

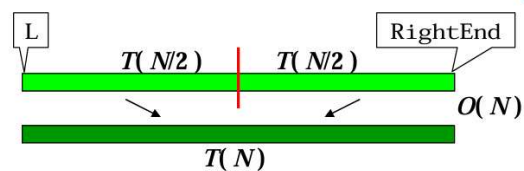


## 具体实现方法1：递归

原理：分而治之

### 递归算法

#### ■ 分而治之



稳定

```
void MSort( ElementType A[], ElementType TmpA[],           int L, int
RightEnd ) {      int Center;      if ( L < RightEnd ) {      Center = ( L
+ RightEnd ) / 2;      MSort( A, TmpA, L, Center );      MSort( A,
TmpA, Center+1, RightEnd );      Merge( A, TmpA, L, Center+1, RightEnd );
} }
```

特点：

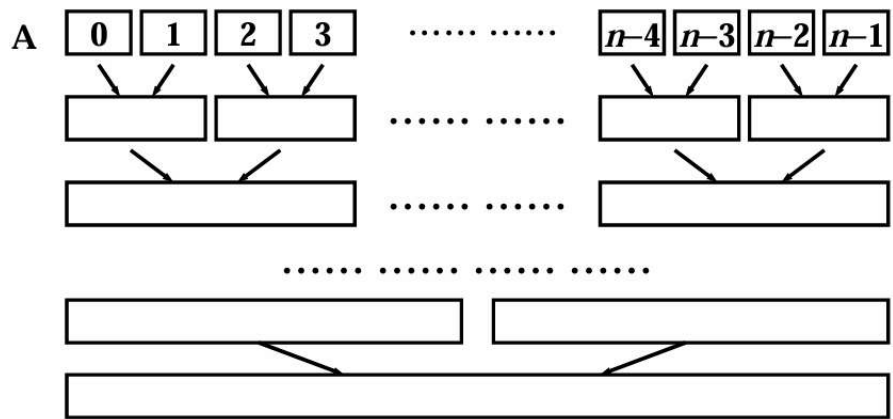
- 时间复杂度： $T(N) = O(N \log N)$
- 稳定

统一接口

```
void Merge_sort( ElementType A[], int N ) {      ElementType *TmpA;      TmpA
= malloc( N * sizeof( ElementType ) );      if ( TmpA != NULL ) {
MSort( A, TmpA, 0, N-1 );      free( TmpA );      }      else Error( "空间不
足" ); }
```

## 具体实现方法2：非递归

原理



假设有数组 [4, 2, 1, 3]，算法执行过程如下：

1. 第一轮 (step=1) :
  - 合并 [4] 和 [2]  $\rightarrow$  [2, 4]
  - 合并 [1] 和 [3]  $\rightarrow$  [1, 3]
  - 结果: [2, 4, 1, 3]
2. 第二轮 (step=2) :
  - 合并 [2, 4] 和 [1, 3]  $\rightarrow$  [1, 2, 3, 4]
  - 结果: [1, 2, 3, 4]

伪码描述

```
void Merge_pass( ElementType A[], ElementType TmpA[], int N,
    int length ) /* length = 当前有序子列的长度 */ {
    for ( i=0; i <= N-2*length; i += 2*length )
        Merge1( A, TmpA, i, i+length, i+2*length-1 );
    if ( i+length < N ) /* 归并最后2个子列 */
        Merge1( A, TmpA, i, i+length, N-1 );
    else /* 最后只剩1个子列 */
        for ( j = i; j < N; j++ ) TmpA[j] = A[j];
}
```

统一接口

```
void Merge_sort( ElementType A[], int N ) {
    ElementType *TmpA;
    TmpA = malloc( N * sizeof( ElementType ) );
    if ( TmpA != NULL ) {
        while( length < N ) {
            Merge_pass( A, TmpA, N, length );
            length *= 2;
        }
        Merge_pass( TmpA, A, N, length );
        free( TmpA );
    }
    else Error( "空间不足" );
}
```