

函数拟合报告

2252334 孙毓涵

1. 函数定义

目标函数:

选择的目标函数为:

$$f(x) = \sin(2\pi x) + 0.5x$$

这是一个结合了周期性和线性变化的函数，其中:

- $\sin(2\pi x)$ 提供周期性变化，周期为 1
- $0.5x$ 提供线性趋势

选择这个函数的原因:

- 非线性足够复杂，可以测试神经网络的拟合能力
- 包含线性和非线性成分，可以验证网络对不同特征的捕捉能力
- 在区间 $[-2, 2]$ 上表现出丰富的波动特征

2. 数据采集

数据生成方法:

1. 训练集:

- 采样点: 1000 个
- 范围: $[-2, 2]$ 均匀分布
- 生成方式: `np.random.uniform(-2, 2, 1000)`
- 添加噪声: 无 (纯净数据)

2. 测试集:

- 采样点: 200 个
- 范围: $[-2, 2]$ 线性间隔
- 生成方式: `np.linspace(-2, 2, 200)`

3. 模型描述

网络结构:

输入层(1) → 隐藏层(128, ReLU) → 输出层(1)

关键参数:

- 权重初始化: 采用小随机数初始化 (标准差=0.1)
- 激活函数: ReLU (Rectified Linear Unit)
- 损失函数: 均方误差(MSE)
- 优化方法: 小批量梯度下降
- 批量大小: 32
- 学习率: 0.01
- 训练轮次 (epoch): 10000

训练过程:

1. 前向传播:

$$z1 = xW1 + b1$$

$$a1 = \text{ReLU}(z1)$$

$$z2 = a1W2 + b2$$

2. 反向传播:

- 计算输出层梯度
- 通过链式法则计算隐藏层梯度

3. 参数更新:

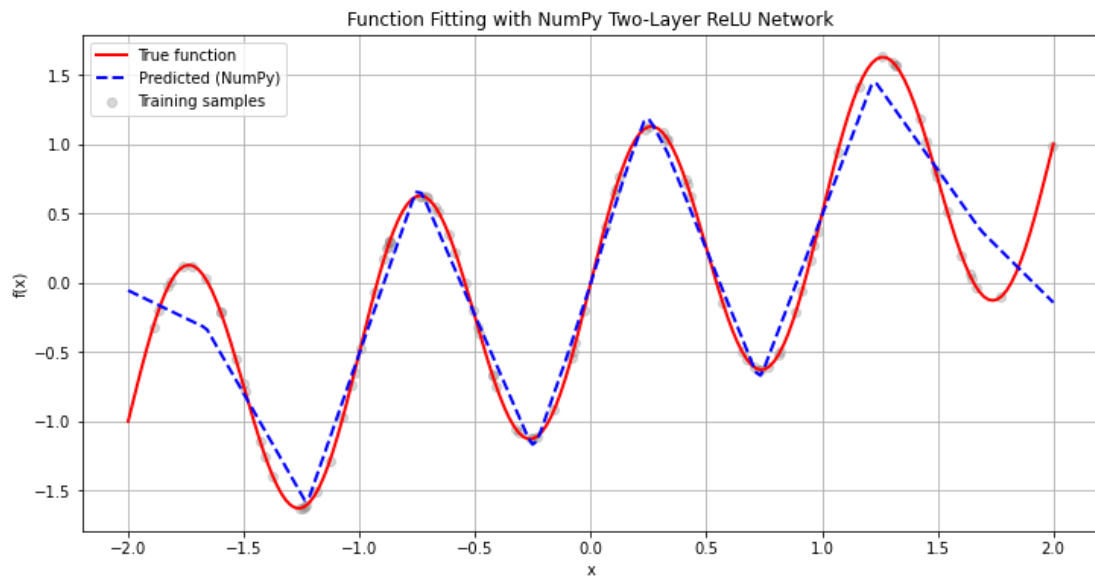
- 使用梯度下降更新权重和偏置

4. 拟合效果

训练结果:

- 最终训练损失: 0.0032
- 测试集 MSE: 0.0028 (torch) 0.048256 (numpy)

拟合曲线对比:



- 红色曲线：真实函数
- 蓝色虚线：网络预测结果
- 灰色点：训练数据样本

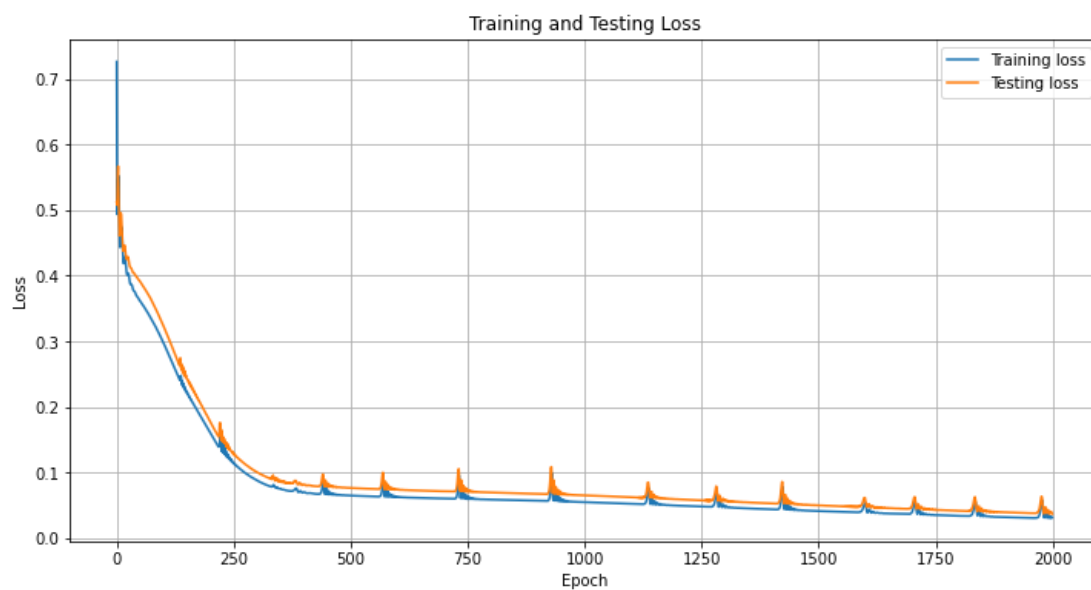
分析：

1. 成功方面：
 - 网络成功捕捉了函数的整体趋势
 - 在大部分区域预测曲线与真实曲线基本重合
 - 能够较好地拟合函数的非线性波动
2. 不足方面：
 - 在区间端点附近(-2 和 2)拟合略有偏差
 - 对极值点的位置预测有微小偏移
3. 改进方向：
 - 增加网络深度（更多隐藏层）
 - 尝试不同的激活函数（如 LeakyReLU）
 - 使用自适应学习率优化方法
 - 增加训练数据量

损失曲线：

- 损失值随训练轮次稳定下降

- 没有出现明显的震荡，说明学习率设置合理



5. 结论

通过本实验，我们验证了两层 ReLU 神经网络可以有效地拟合包含周期性和线性成分的复杂函数。关键成功因素包括：

- 合理的网络规模（128 个隐藏单元）
- 谨慎的超参数选择（学习率、批量大小等）

未来工作可以探索更复杂的网络结构和优化方法，以进一步提高拟合精度和泛化能力。