Logik und diskrete Strukturen
Wintersemester 2022/2023

Abgabe: 07.11.21, 10:00
Besprechung: KW45

PD Dr. Elmar Langetepe
Christine Dahn
Joshua Könen
Institut für Informatik

Übungszettel 3

Aufgabe 3.1: Eigenschaften von Abbildungen (4+4 Punkte)

a) Geben Sie für die folgenden Abbildungen an, ob sie injektiv, surjektiv oder bijektiv sind.

   i) $f_\lambda\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f_\lambda(x) = \lambda x$ für ein festes $\lambda \in \mathbb{R}$

   ii) $h\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $h(x, y) = xy$ für alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

b) Geben Sie eine bijektive Abbildung $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{Z}$ an, und beweisen sie ihre Bijektivität.

Aufgabe 3.2: Verknüpfung von Abbildungen (4+4 Punkte)

a) Seien $f\colon N \to P$ und $g\colon M \to N$ Abbildungen. Zeigen Sie, dass dann auch die Verknüpfung $f \circ g\colon M \to P$ mit $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ eine Abbildung ist.

b) Sei $f\colon M \to N$ eine Abbildung. Unter welchen Voraussetzungen existiert eine Umkehrabbildung $f^{-1}\colon N \to M$ mit $(f^{-1} \circ f)(x) = x$ für alle $x \in M$ und $(f \circ f^{-1})(y) = y$ für alle $y \in N$? Definieren Sie eine Bedingung und zeigen Sie, dass diese sowohl hinreichend als auch notwendig ist!