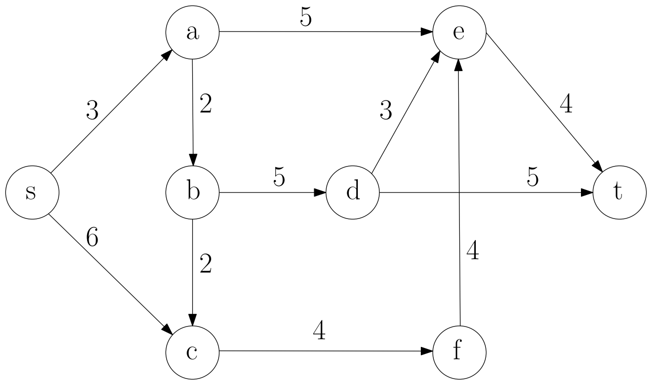
# Übungsblatt 11

## Aufgabe 11.1: Algorithmus von Ford und Fulkerson (5 Punkte)

Wenden Sie den Algorithmus von Edmonds und Karp, wie er in der Vorlesung vorgestellt wurde, auf das nachfolgend abgebildete Flussnetzwerk an. Geben Sie für jeden Schritt das entsprechende Restnetzwerk sowie den flussvergrößernden Weg an. Geben Sie am Ende einen maximalen Fluss, den Wert diese Flusses und einen minimalen Schnitt an.




## Aufgabe 11.2: Die Algorithmen von Ford-Fulkerson und Edmonds-Karp (7 Punkte)

Vergegenwärtigen Sie sich nochmals die Algorithmen zur Bestimmung eines maximalen Flusses von Ford und Fulkerson sowie von Edmonds und Karp.

Geben Sie nun für jedes $C' \in \mathbb{N}$ ein Flussnetzwerk $G = (V, E)$ mit Kapazitäten $c : V \times V \to \mathbb{N}_0$ an, sodass der Algorithmus von Ford-Fulkerson im schlimmsten Fall wirklich $\Omega(C)$ mit $C = \sum_{e \in E} c(e) > C'$ viele Iterationen der While-Schleife ausführt, bevor er terminiert. Geben Sie dazu auch eine entsprechende Sequenz von flussvergrößernden Pfaden und zugehörigen Restnetzwerken an.

Wie viele Iterationen benötigt im Vergleich der Algorithmus von Edmonds-Karp für Ihr Flussnetzwerk $G$? Begründen Sie kurz.

## Aufgabe 11.3: Anwendungsbeispiel für Flussnetzwerke (8 Punkte)

Betrachten Sie das folgende Problem: Gegeben sei ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ und zwei Knoten $s, t \in V$, sodass $s \neq t$ und $(s, t) \notin E$. Des weiteren nehmen wir an, dass es von $s$ aus zu jeden Knoten in $V$ einen Weg gibt. Gesucht wird eine minimale Teilmenge $B \subseteq V$, sodass weder $s$ noch $t$ in $B$ enthalten sind und jeder beliebige Weg von $s$ nach $t$ mindestens einen Knoten in $B$ enthält.

(a) Geben Sie einen Algorithmus mit Laufzeit maximal $O(|E|^2)$ an, welcher das Problem löst.

(b) Beweisen Sie die Korrektheit Ihres Algorithmus

(c) Beweisen Sie, dass die Laufzeit Ihres Algorithmus tatsächlich in $O(|E|^2)$ liegt.