

Abgabe: 24.05.2023 bis 12:00 Uhr

Übungsblatt 3

Aufgabe 3.1:

(4+4 Punkte)

Wir betrachten die Sprache

$$H_{\geq 3|w|} = \left\{ \langle M \rangle : \begin{array}{l} M \text{ hält auf jeder Eingabe } w \in \Sigma^* \text{ entweder} \\ \text{nach frühestens } 3|w| \text{ vielen Schritten oder gar nicht} \end{array} \right\}.$$

Sind die Sprachen $H_{\geq 3|w|}$ und $\overline{H_{\geq 3|w|}}$ semi-entscheidbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 3.2:

(2+3 Punkte)

Seien L_1 , L_2 , L_3 und L_4 semi-entscheidbare Sprachen über dem Alphabet Σ . Für ein Wort $w \in \Sigma^*$ bezeichne $I(w) \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$ die Menge, die genau die Indizes i mit $w \in L_i$ enthält. Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Die Sprache $L_{\geq 3} = \{w \in \Sigma^* : |I(w)| \geq 3\}$ ist semi-entscheidbar.
- (b) Die Sprache $L_{\leq 3} = \{w \in \Sigma^* : |I(w)| \leq 3\}$ ist semi-entscheidbar.

Aufgabe 3.3:

(3+4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen nicht entscheidbar sind:

- (a) $L_{:2} = \left\{ \langle M \rangle : \begin{array}{l} M \text{ akzeptiert alle Eingaben } w \in \{0, 1\}^* \text{ für die } val(w) \text{ durch} \\ 2 \text{ teilbar ist und verwirft alle anderen Eingaben} \end{array} \right\}$
- (b) $L_{:2, \text{gerade}} = \left\{ \langle M \rangle : \begin{array}{l} M \text{ akzeptiert alle Eingaben } w \in \{0, 1\}^* \text{ für die } val(w) \text{ durch} \\ 2 \text{ teilbar ist nach einer geraden Anzahl von Schritten} \\ \text{und verwirft alle anderen Eingaben} \end{array} \right\}$