Prof. Dr. Anne Driemel
Frederik Brüning, Andreas Hene
Institut für Informatik

Abgabe: 10.5.2023 bis 12:00 Uhr

Übungsblatt 2

Aufgabe 2.1: Verknüpfte Sprachen (2+2 Punkte)

Seien L_1 und L_2 entscheidbare Sprachen über dem Eingabealphabet Σ. Zeigen Sie, dass

(a) $L_1 \cup L_2$, $L_1 \cap L_2$, $\overline{L_1} := \Sigma^* \setminus L_1$ und

(b) $L_1 \cdot L_2 := \{w_1 w_2 \in \Sigma^* : \ w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}$

entscheidbare Sprachen sind.

Aufgabe 2.2: Transitivität des Reduktionskonzepts (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass das Reduktionskonzept „$\leq$“ transitiv ist, das heißt es gilt: Aus $L_1 \leq L_2$ und $L_2 \leq L_3$ folgt $L_1 \leq L_3$.

Aufgabe 2.3: Selbstliebende Turingmaschinen (6 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe der Unterprogrammtechnik, dass die Sprache

$$L_{\heartsuit} = \{\langle M \rangle \mid \text{M akzeptiert } \langle M \rangle\}$$

unentscheidbar ist.

Aufgabe 2.4: Entscheidbar vs. Unentscheidbar (3+5 Punkte)

Wir betrachten die beiden Sprachen

$$L_{overwrite\square} = \{\langle M \rangle \mid \text{M ersetzt bei Eingabe } \varepsilon \text{ ein } \square \text{ durch ein beliebiges anderes Zeichen}\}$$
$$L_{write\square} = \{\langle M \rangle \mid \text{M schreibt bei Eingabe } \varepsilon \text{ ein } \square\}.$$

(a) Zeigen Sie, dass $L_{overwrite\square}$ entscheidbar ist. Geben Sie dazu eine Turingmaschine an, die $L_{overwrite\square}$ entscheidet. Es genügt, die Turingmaschine in Pseudocode anzugeben. Begründen Sie die Korrektheit ihrer Lösung.

(b) Zeigen Sie mit Hilfe der Unterprogrammtechnik, dass $L_{write\square}$ unentscheidbar ist.

Hinweis: Sie dürfen annehmen, dass Sie Gödelnummern von Turingmaschinen mit erweitertem Eingabe- und Bandalphabet konstruieren können.