Abgabe: 19.10.2022 bis 10:00 Uhr

Prof. Dr. Anne Driemel
Frederik Brüning, Jan Eube
Institut für Informatik

Übungsblatt 1

Aufgabe 1.1: Vereinfachen von Funktionen (4 Punkte)

Geben Sie für die folgenden Funktionen f_i jeweils möglichst einfache Funktionen g_i an, so dass $f_i \in \Theta(g_i)$ gilt.

- $f_1(n) = 0.01n^4 - 1000n^3 + 2n^5 + 4n^2 \cdot \left(n \log(n) - 0.5n^3\right)$
- $f_2(n) = \prod_{i=0}^{\infty} n^{(2^{-i})}$
- $f_3(n) = \sqrt{n} \cdot \left(n \log(n) - n^{3/2}\right)^2$
- $f_4(n) = a \cdot n^{k_1} + b \cdot n^{k_2}$ für Konstanten $a, b, k_1, k_2 > 0$

Aufgabe 1.2: Algorithmus analysieren (8 Punkte)

Sei A ein Feld mit den Einträgen $1, \ldots, n$ in beliebiger Reihenfolge. Betrachten Sie den folgenden Algorithmus.

Algorithmus(A)
1. **for** $i = 1, \ldots, n-1$ **do**
2. Bestimme das Maximum der Einträge $A[i], \ldots, A[n]$ und den zugehörigen Index j.
3. **if** $j \neq i$ **then** Vertausche $A[i]$ und $A[j]$.
4. **end for**
5. **return** A

(a) Welches Problem löst der Algorithmus? Beweisen Sie Ihre Aussage mithilfe einer Invariante.

(b) Wie viele Objektvergleiche werden in Durchlauf i der for-Schleife durchgeführt? Wie viele Vergleiche benötigt der Algorithmus insgesamt? Verwenden Sie Θ-Notation und vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

(c) Wie viele Vertauschungen führt der Algorithmus mindestens/höchstens durch? Geben Sie jeweils eine Eingabe an, bei der entsprechend oft vertauscht wird.

Aufgabe 1.3: O-Notation (8 Punkte)

Füllen Sie die folgende Tabelle aus. Verwenden sie eines der Symbole aus $\{O, o, \Omega, \omega, \Theta, -\}$, um eine Funktion f einer Zeile mit einer Funktion g einer Spalte in Beziehung zu setzen. Versuchen Sie, so genau wie möglich zu sein. Beispiel: Für $f(n) = n^3$ und $g(n) = n^4$ gilt $f = o(g)$. Der entsprechende Eintrag sollte also „o" und nicht nur „O" sein. Stehen die Funktionen in keiner Beziehung, tragen Sie „$-$" ein.

In der Tabelle stehe $s(n)$ abkürzend für die Funktion $s(n) = \begin{cases} 1 & \text{falls } n \text{ ungerade}, \\ n & \text{falls } n \text{ gerade}. \end{cases}$

	$s(n)$	$\log_2(n)$	$2n$	3^n	$\frac{\log_2(n)}{\sqrt{n}}$	0.05	ne^n
$s(n)$							
$\log_2(n)$							
$2n$							
3^n							
$\frac{\log_2(n)}{\sqrt{n}}$							
0.05							
ne^n							

Hinweis: Es genügt, einen der beiden Teile unterhalb oder oberhalb der Diagonale auszufüllen und zu beschreiben, wie sich die restlichen Einträge ergeben.