



UNIVERSITÄT **BONN**

Algorithmen und Programmierung

Algorithmen II

Dr. Felix Jonathan Boes

boes@cs.uni-bonn.de

Institut für Informatik

Algorithmen und Programmierung | Universität Bonn | WS 22/23



Abstrakte Datentypen und Datenstrukturen

Übergeordnetet Frage

Wie speichern Informatiker:innen „gruppierte“
Daten effizient?

Definition (Abstrakter Datentyp)

Ein **abstrakter Datentyp** ist ein (mathematisches oder formalisiertes) Modell für eine Kollektion von Objekten der selben Art, zusammen mit einer Menge von Operationen, die auf dieser Kollektion definiert ist.

Dabei ist sowohl der Speicherverbrauch sowie die Laufzeiten der Operationen in Abhängigkeit der Anzahl der enthaltenen Objekte angegeben.

Definition (Datenstruktur)

Eine **Datenstruktur** ist eine explizite Spezifikation eines Objekts, zur Speicherung einer Kollektion von Objekten der selben Art, zusammen mit einer Menge Operationen, die auf dieser Kollektion definiert ist.

Eine Datenstruktur **realisiert** einen abstrakten Datentyp, wenn die Spezifikation der Datenstruktur das Modell des abstrakten Datentyps realisiert und dabei der zugehörige Speicherverbrauch sowie die zugehörigen Laufzeiten eingehalten werden.



Abstrakte Datentypen helfen dabei Algorithmen zu entwerfen und die zugehörigen Laufzeiten zu analysieren.

Wir sind nur an abstrakten Datentypen interessiert, die auch von einer Datenstruktur realisiert (werden können).

Haben Sie Fragen?

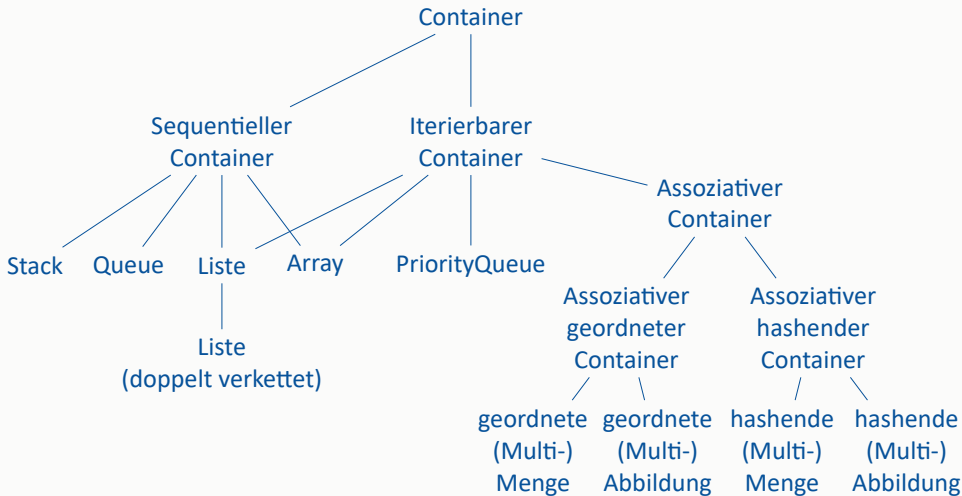
Zusammenfassung

Abstrakte Datentypen modellieren Kollektionen von Objekten, definiert welche Operationen dabei zur Verfügung stehen und wie effizient diese Operationen sind

Datenstrukturen spezifizieren wie Kollektionen von Objekten und zugehörige Operationen verwirklicht werden.

Abstrakte Datentypen werden von Datenstrukturen realisiert

Die (wichtigsten) abstrakten Datentypen im Überblick



Offene Fragen

Wie sind die wichtigsten abstrakten Datentypen definiert?

Durch welche Datenstrukturen werden sie realisiert?

Abstrakte Datentypen und Datenstrukturen

Sequentielle Container und deren Realisierung

Offene Fragen

Was sind sequentielle Container?

Durch welche Datenstrukturen werden sie
realisiert?

Sequentieller Container (moralisch)

Ein **sequentieller Container** ist ein abstrakter Datentyp, zum Speichern von Objekten desselben Typs T , der folgende Bedingungen erfüllt.

- Die Anzahl der gespeicherten Objekte wird in konstanter Zeit zurückgegeben.
- Es gibt eine **Reihenfolge** auf den enthaltenen Objekten.
- Die einfügenden und entfernenden Operationen erhalten die Reihenfolge.
- Die einfügenden und entfernenden Operationen haben eine Laufzeit von $\mathcal{O}(n)$.
- Falls der Speicherverbrauch des Typs T beschränkt ist, dann liegt der Speicherverbrauch des Container in $\mathcal{O}(n)$.

Bemerkung: Bei spezielleren, sequentiellen Containern ist der Laufzeitaufwand oft $\mathcal{O}(\log(n))$ oder $\mathcal{O}(1)$.



Sequentieller Container (formaler)

Ein **sequentieller Container** ist ein abstrakter Datentyp, zum Speichern von Objekten desselben Typs T , der folgende Bedingungen erfüllt. Dabei bezeichnet n die Anzahl der gespeicherten Objekte.

- Die Anzahl der gespeicherten Objekte wird in konstanter Zeit zurückgegeben.
- Die enthaltenen Objekten sind **linear geordnet** und die einfügenden und entfernenden Operationen sind mit dieser Ordnung **verträglich**.
- Die einfügenden Operationen fügen ein noch nicht gespeichertes Objekt vor allen, nach allen **oder** zwischen zwei aufeinanderfolgenden gespeicherten Objekte ein. Der Aufwand liegt in $\mathcal{O}(n)$.
- Die entfernenden Operationen entfernen ein gespeichertes Objekt vor allen anderen, nach allen anderen **oder** zwischen zwei direkten Nachbarn. Der Aufwand liegt in $\mathcal{O}(n)$.
- Falls der Speicherverbrauch des Typs T beschränkt ist, dann liegt der Speicherverbrauch des Container in $\mathcal{O}(n)$.

Speziellere sequentielle Container

Die folgenden, abstraten Datentypen sind speziellere sequentielle Container. Sie sind für die Informatik grundlegend.

- (dynamisches) Array
- Liste (einfach oder doppelt verkettet)
- Queue
- Stack

Im Folgenden führen wir die oben genannten abstrakten Datentypen ein. Außerdem geben wir jeweils eine realisierende Datenstruktur an.

Im Abschluss diskutieren wir, wie diese abstrakten Datentypen in C++ realisiert werden.

Abstrakte Datentypen und Datenstrukturen

Sequentielle Container und deren Realisierung - Dynamisches Array

Offene Fragen

Was ist ein dynamisches Array?

Durch welche Datenstruktur wird es realisiert?

Dynamisches Array als abstrakter Datentyp

Ein sequentieller Container ist ein **dynamisches Array**, falls die folgenden Eigenschaften erfüllt sind.

- Die Reihenfolge der Objekte ist verträglich mit den Indizes $0, 1, 2, 3, \dots$ und der Zugriff auf die Objekte ist mithilfe dieser Indizes möglich.
- Objekte können an beliebigen Positionen eingefügt werden.
- Objekte können von beliebigen Positionen entfernt werden.
- Das Einfügen oder Entfernen am Ende hat eine durchschnittliche Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Dynamisches Array realisiert durch eine Datenstruktur I

Objekte desselben Typs haben im virtuellen Adressraum dieselbe Größe¹. Um ein dynamisches Array als Datenstruktur zu realisieren, wird ein zusammenhängendes Stück Speicher für Objekte desselben Typs reserviert.

Für Objekte vom Typ T der Größe s wird ein dynamisches Array der Länge n wie folgt realisiert.

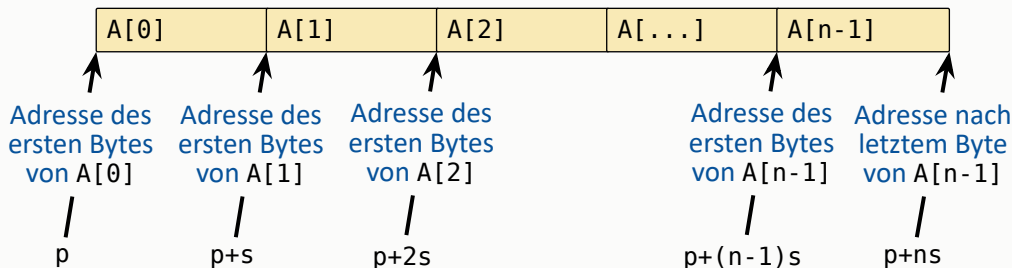
$A[0]$	$A[1]$	$A[2]$	$A[\dots]$	$A[n-1]$
--------	--------	--------	------------	----------

¹ Objekte die zur Laufzeit dynamischen Speicher auf dem Heap reservieren haben streng genommen keine feste Größe. Allerdings haben die Referenzen, mit welchen auf den dynamischen Speicher zugegriffen werden, eine feste Größe. Für die obige Diskussion reicht diese Erkenntnis aus.

Dynamisches Array realisiert durch eine Datenstruktur II

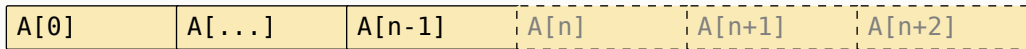
Für Objekte vom Typ T der Größe s wird ein dynamisches Array der Länge n wie folgt realisiert.

Das Objekt zum Index 0 liegt an einer festen Adresse p . Das Objekt zum Index 1 liegt an der Adresse $p + s$. Allgemein liegt das Objekt zum Index i an der Adresse $p + i \cdot s$.



Dynamisches Array realisiert durch eine Datenstruktur III

Für das Einfügen am Ende reserviert man zunächst einen (großen) Block der direkt anschließt. Beim Einfügen nutzt man entweder den noch verfügbaren Platz oder reserviert vorher einen weiteren, anschließenden Block.

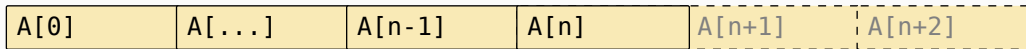


Der Aufwand ist offenbar $\mathcal{O}(1)$, falls kein Speicher reserviert werden muss. Da nur selten² Speicher reserviert werden muss, beträgt die durchschnittliche Laufzeit in jedem Fall $\mathcal{O}(1)$.

² Eine Möglichkeit ist es, 2^k neue Plätze zu reservieren, sobald das Array 2^k Plätze besetzt hat.

Dynamisches Array realisiert durch eine Datenstruktur III

Für das Einfügen am Ende reserviert man zunächst einen (großen) Block der direkt anschließt. Beim Einfügen nutzt man entweder den noch verfügbaren Platz oder reserviert vorher einen weiteren, anschließenden Block.



Der Aufwand ist offenbar $\mathcal{O}(1)$, falls kein Speicher reserviert werden muss. Da nur selten² Speicher reserviert werden muss, beträgt die durchschnittliche Laufzeit in jedem Fall $\mathcal{O}(1)$.

² Eine Möglichkeit ist es, 2^k neue Plätze zu reservieren, sobald das Array 2^k Plätze besetzt hat.

Dynamisches Array realisiert durch eine Datenstruktur IV

Um ein Objekt an einem gegebenen Index einzufügen werden alle bereits gespeicherten Objekte ab dem Index um eine Position verschoben. Falls nötig wird (wie oben) vorher ein weiterer, anschließender Block reserviert.

Der Aufwand ist dabei $\mathcal{O}(n)$, falls kein Speicher reserviert werden muss. Da nur selten Speicher reserviert werden, muss beträgt die durchschnittliche Laufzeit in jedem Fall $\mathcal{O}(n)$.

Das Entfernen von Elementen verhält sich analog. Auch hier sind die Laufzeitanforderungen für Arrays erfüllt.

Haben Sie Fragen?

Abstrakte Datentypen und Datenstrukturen

Sequentielle Container und deren Realisierung - Liste

Offene Fragen

Was ist eine einfach verkettete Liste?

Durch welche Datenstruktur wird sie realisiert?

Einfach verkettete Liste als abstrakter Datentyp

Ein sequentieller Container ist eine **einfach verkettete Liste**, falls die folgenden Eigenschaften erfüllt sind.

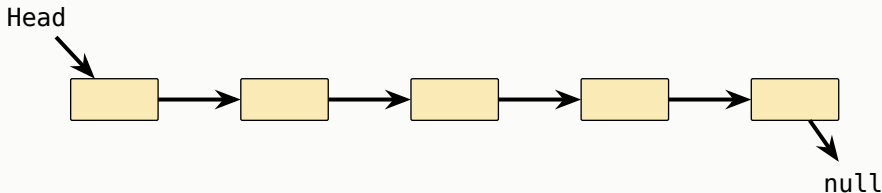
- Das erste Objekt der Liste kann zurückgegeben werden.
- Zu jedem Objekt kann der direkte Nachfolger zurückgegeben werden (falls sich das genannte Objekt nicht am Ende der Liste befindet).
- Objekte können an beliebigen Positionen eingefügt werden. Falls das Objekt nicht vor allen anderen eingefügt werden soll, muss der Vorgänger des neuen Objekts angegeben werden.
- Objekte können von beliebigen Positionen entfernt werden. Falls nicht das erste Objekt entfernt werden soll, muss der Vorgänger dieses Objekts angegeben werden.
- Jede hier genannte Operation hat eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Einfach verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur I

Die Objekte einer Liste werden in sogenannten Nodes (Knoten) gespeichert. Jeder Knoten enthält zusätzlich die Information wer der direkte Nachfolger ist (falls ein Nachfolger existiert).

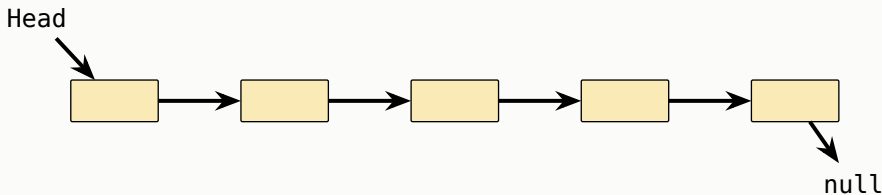
Falls kein Nachfolger existiert, wird das im Knoten codiert. Üblicherweise sagt man dann, dass dieser Knoten nichts (`null`) referenziert.

Die Liste merkt sich welcher Knoten der Erste ist. Dieser Knoten wird oft Head (Kopf) genannt.



Einfach verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur II

Das Einfügen eines Objekts vor allen anderen wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt.

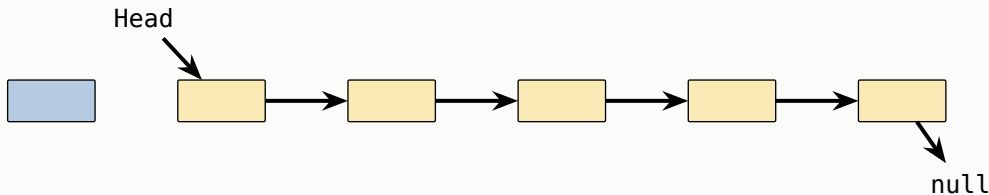


Das Einfügen hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Das Entfernen des ersten Element verläuft analog. Das Entfernen des ersten Elements hat ebenfalls eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Einfach verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur II

Das Einfügen eines Objekts vor allen anderen wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt.

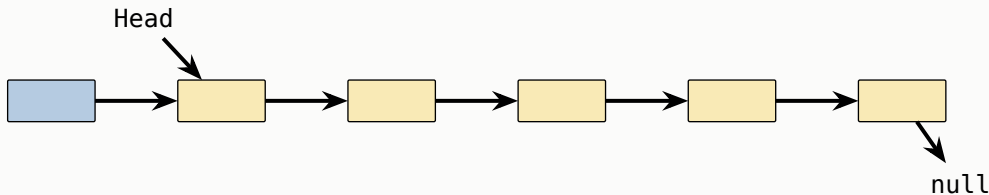


Das Einfügen hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Das Entfernen des ersten Element verläuft analog. Das Entfernen des ersten Elements hat ebenfalls eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Einfach verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur II

Das Einfügen eines Objekts vor allen anderen wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt.

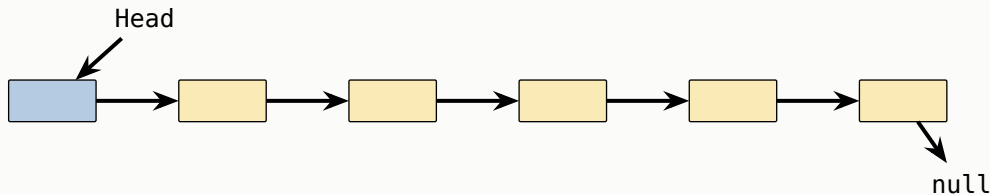


Das Einfügen hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Das Entfernen des ersten Element verläuft analog. Das Entfernen des ersten Elements hat ebenfalls eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Einfach verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur II

Das Einfügen eines Objekts vor allen anderen wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt.

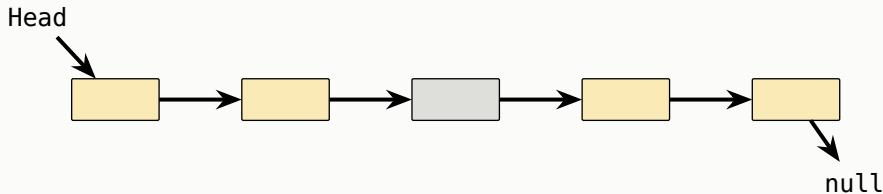


Das Einfügen hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Das Entfernen des ersten Element verläuft analog. Das Entfernen des ersten Elements hat ebenfalls eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Einfach verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur III

Das Einfügen eines Objekts bei gegebenem Vorgänger wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt. Der gegebene Vorgänger ist grau eingefärbt.

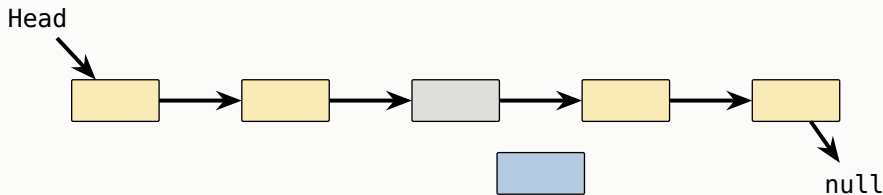


Das Einfügen hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Das Entfernen eines Elements verläuft analog. Das Entfernen eines Elements hat ebenfalls eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Einfach verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur III

Das Einfügen eines Objekts bei gegebenem Vorgänger wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt. Der gegebene Vorgänger ist grau eingefärbt.

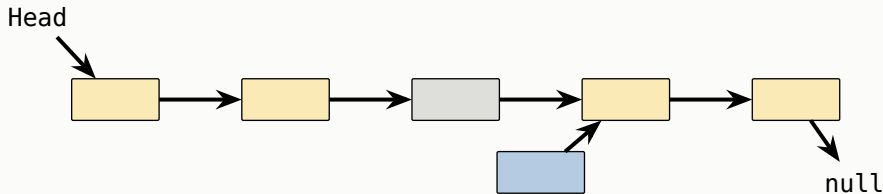


Das Einfügen hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Das Entfernen eines Elements verläuft analog. Das Entfernen eines Elements hat ebenfalls eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Einfach verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur III

Das Einfügen eines Objekts bei gegebenem Vorgänger wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt. Der gegebene Vorgänger ist grau eingefärbt.

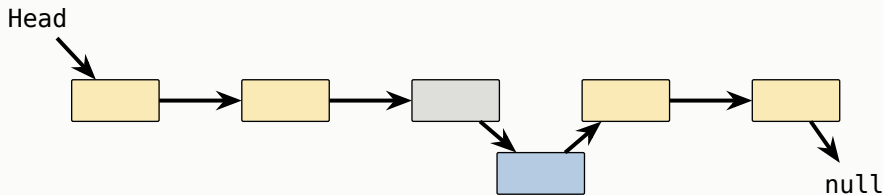


Das Einfügen hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Das Entfernen eines Elements verläuft analog. Das Entfernen eines Elements hat ebenfalls eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Einfach verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur III

Das Einfügen eines Objekts bei gegebenem Vorgänger wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt. Der gegebene Vorgänger ist grau eingefärbt.



Das Einfügen hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Das Entfernen eines Elements verläuft analog. Das Entfernen eines Elements hat ebenfalls eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Haben Sie Fragen?

Abstrakte Datentypen und Datenstrukturen

Sequentielle Container und deren Realisierung - Liste (doppelt verkettet)

Offene Fragen

Was ist eine doppelt verkettete Liste?

Durch welche Datenstruktur wird sie realisiert?

Doppelt verkettete Liste als abstrakter Datentyp

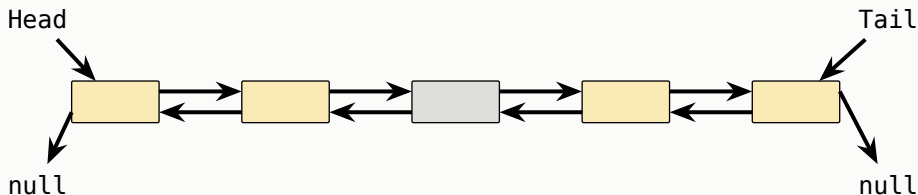
Ein sequentieller Container ist eine **doppelt verkettete Liste**, falls die folgenden Eigenschaften erfüllt sind.

- Das erste und letzte Objekt der Liste kann zurückgegeben werden.
- Zu jedem Objekt kann der direkten Nachfolger und Vorgänger zurückgegeben werden (falls existent).
- Objekte können an beliebigen Positionen eingefügt werden. Falls das Objekt nicht vor allen anderen eingefügt werden soll, muss der Vorgänger des neuen Objekts angegeben werden.
- Objekte können von beliebigen Positionen entfernt werden. Hierbei muss kein Vorgänger angegeben werden.
- Jede hier genannte Operation hat eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Die doppelt verkettete Liste wird ähnlich zur einfach verketteten Liste realisiert.

Doppelt verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur I

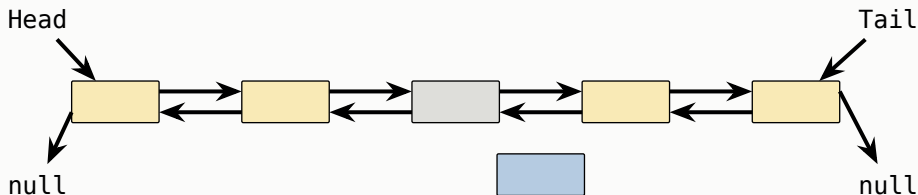
Das Einfügen eines Objekts bei gegebenem Vorgänger wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt. Der gegebene Vorgänger ist grau eingefärbt.



Das Einfügen hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$. Das Einfügen am Anfang und am Ende verläuft analog und hat offenbar ebenfalls eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Doppelt verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur I

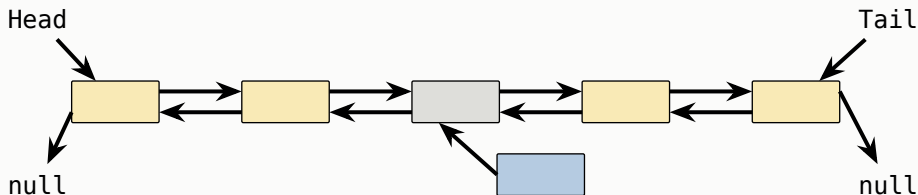
Das Einfügen eines Objekts bei gegebenem Vorgänger wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt. Der gegebene Vorgänger ist grau eingefärbt.



Das Einfügen hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$. Das Einfügen am Anfang und am Ende verläuft analog und hat offenbar ebenfalls eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Doppelt verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur I

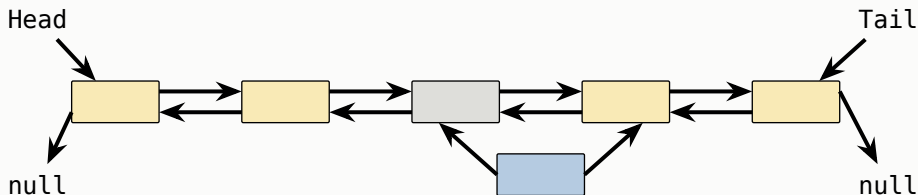
Das Einfügen eines Objekts bei gegebenem Vorgänger wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt. Der gegebene Vorgänger ist grau eingefärbt.



Das Einfügen hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$. Das Einfügen am Anfang und am Ende verläuft analog und hat offenbar ebenfalls eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Doppelt verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur I

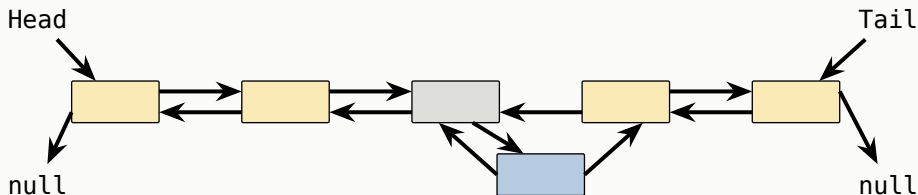
Das Einfügen eines Objekts bei gegebenem Vorgänger wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt. Der gegebene Vorgänger ist grau eingefärbt.



Das Einfügen hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$. Das Einfügen am Anfang und am Ende verläuft analog und hat offenbar ebenfalls eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Doppelt verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur I

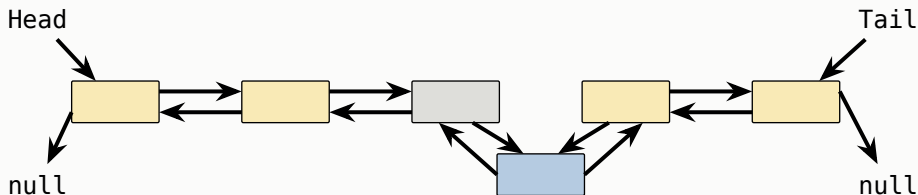
Das Einfügen eines Objekts bei gegebenem Vorgänger wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt. Der gegebene Vorgänger ist grau eingefärbt.



Das Einfügen hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$. Das Einfügen am Anfang und am Ende verläuft analog und hat offenbar ebenfalls eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Doppelt verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur I

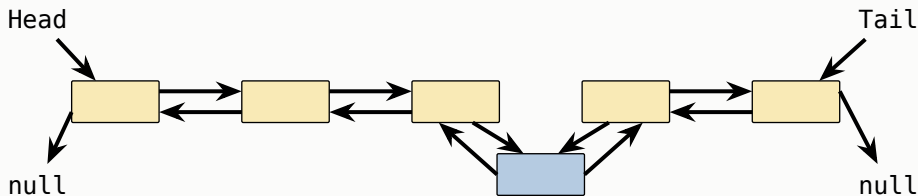
Das Einfügen eines Objekts bei gegebenem Vorgänger wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt. Der gegebene Vorgänger ist grau eingefärbt.



Das Einfügen hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$. Das Einfügen am Anfang und am Ende verläuft analog und hat offenbar ebenfalls eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Doppelt verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur II

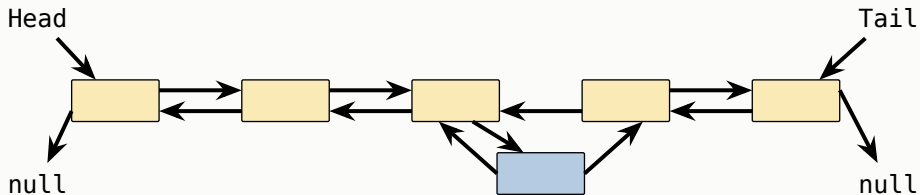
Das Entfernen eines Objekts bei gegebenem Vorgänger wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, zu entfernende Knoten ist dabei blau gefärbt.



Das Entfernen hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$. Das Entfernen am Anfang und am Ende verläuft analog und hat offenbar ebenfalls eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Doppelt verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur II

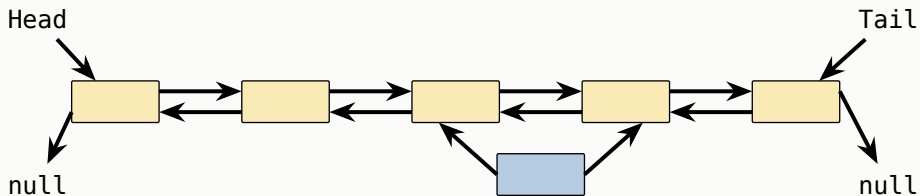
Das Entfernen eines Objekts bei gegebenem Vorgänger wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, zu entfernende Knoten ist dabei blau gefärbt.



Das Entfernen hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$. Das Entfernen am Anfang und am Ende verläuft analog und hat offenbar ebenfalls eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Doppelt verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur II

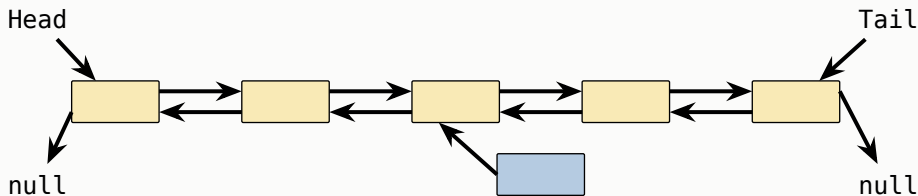
Das Entfernen eines Objekts bei gegebenem Vorgänger wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, zu entfernende Knoten ist dabei blau gefärbt.



Das Entfernen hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$. Das Entfernen am Anfang und am Ende verläuft analog und hat offenbar ebenfalls eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Doppelt verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur II

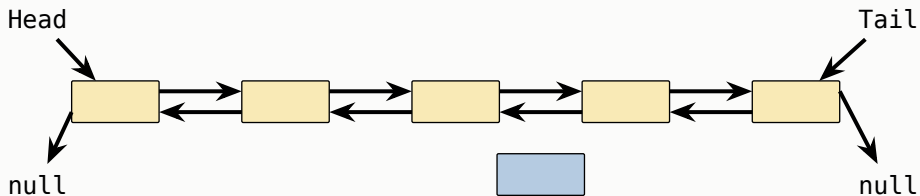
Das Entfernen eines Objekts bei gegebenem Vorgänger wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, zu entfernende Knoten ist dabei blau gefärbt.



Das Entfernen hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$. Das Entfernen am Anfang und am Ende verläuft analog und hat offenbar ebenfalls eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Doppelt verkettete Liste realisiert durch eine Datenstruktur II

Das Entfernen eines Objekts bei gegebenem Vorgänger wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, zu entfernende Knoten ist dabei blau gefärbt.



Das Entfernen hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$. Das Entfernen am Anfang und am Ende verläuft analog und hat offenbar ebenfalls eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Haben Sie Fragen?

Abstrakte Datentypen und Datenstrukturen

Sequentielle Container und deren Realisierung - Queue

Offene Fragen

Was ist eine Queue?

Durch welche Datenstruktur wird sie realisiert?

Queue als abstrakter Datentyp

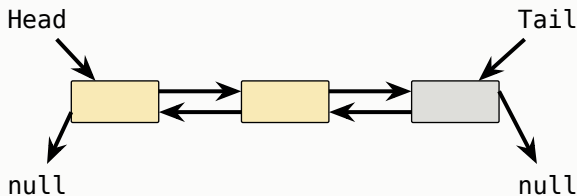
Ein sequentieller Container ist eine **Queue**, falls die folgenden Eigenschaften erfüllt sind.

- Objekte können am Ende der Queue eingefügt werden.
- Objekte können am Anfang der Queue entfernt werden.
- Jede hier genannte Operation hat eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Die Queue wird ähnlich zur doppelt verketteten Liste realisiert.

Queue realisiert durch eine Datenstruktur

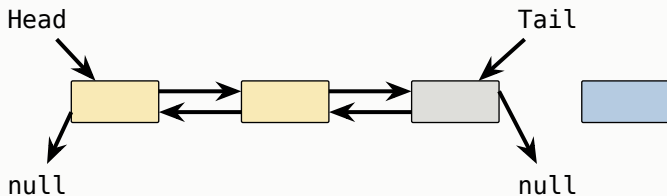
Das Einfügen eines Objekts am Ende wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt. Der gegebene Vorgänger ist grau eingefärbt.



Das Einfügen am Ende hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$. Das Entfernen am Anfang verläuft analog und hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Queue realisiert durch eine Datenstruktur

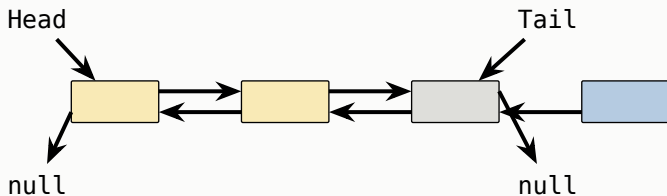
Das Einfügen eines Objekts am Ende wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt. Der gegebene Vorgänger ist grau eingefärbt.



Das Einfügen am Ende hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$. Das Entfernen am Anfang verläuft analog und hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Queue realisiert durch eine Datenstruktur

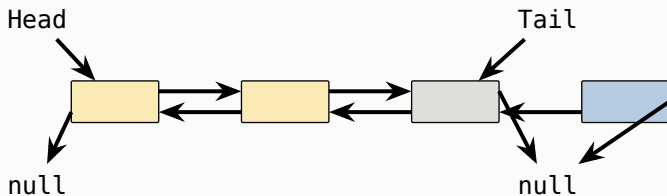
Das Einfügen eines Objekts am Ende wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt. Der gegebene Vorgänger ist grau eingefärbt.



Das Einfügen am Ende hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$. Das Entfernen am Anfang verläuft analog und hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Queue realisiert durch eine Datenstruktur

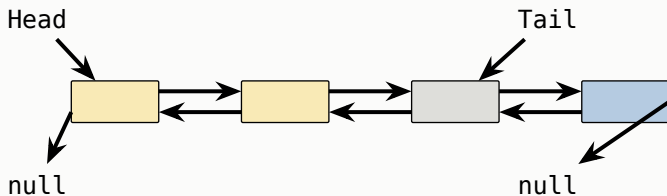
Das Einfügen eines Objekts am Ende wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt. Der gegebene Vorgänger ist grau eingefärbt.



Das Einfügen am Ende hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$. Das Entfernen am Anfang verläuft analog und hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Queue realisiert durch eine Datenstruktur

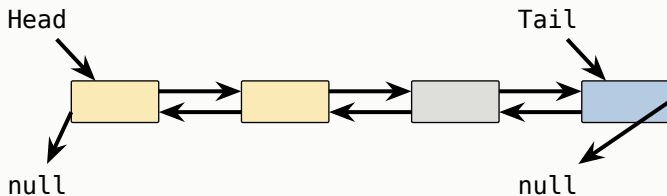
Das Einfügen eines Objekts am Ende wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt. Der gegebene Vorgänger ist grau eingefärbt.



Das Einfügen am Ende hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$. Das Entfernen am Anfang verläuft analog und hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Queue realisiert durch eine Datenstruktur

Das Einfügen eines Objekts am Ende wird hier bildlich erklärt. Der zugehörige, neue Knoten ist dabei blau gefärbt. Der gegebene Vorgänger ist grau eingefärbt.



Das Einfügen am Ende hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$. Das Entfernen am Anfang verläuft analog und hat offenbar eine Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Haben Sie Fragen?

Abstrakte Datentypen und Datenstrukturen

Sequentielle Container und deren Realisierung - Stack

Offene Fragen

Was ist ein Stack?

Durch welche Datenstruktur wird er realisiert?

Stack als abstrakter Datentyp

Ein sequentieller Container ist ein **Stack**, falls die folgenden Eigenschaften erfüllt sind.

- Objekte können am Anfang des Stacks eingefügt werden.
- Objekte können am Anfang des Stacks entfernt werden.
- Das Einfügen oder Entfernen am Anfang hat eine durchschnittliche Laufzeit von $\mathcal{O}(1)$.

Stack realisiert durch Datenstrukturen

Stacks werden durch die Datenstruktur realisiert, die auch ein Array oder eine Liste realisieren.

Wir erinnern uns außerdem daran, wie Stackframes lokale Variablen von Funktionen organisieren. Dabei bemerken wir, dass Stackframes einen Stack realisieren.

Stacks sind sehr schnell realisiert, implementiert und sind deshalb weit verbreitet.

Haben Sie Fragen?

Abstrakte Datentypen und Datenstrukturen

Sequentielle Container und deren Realisierung - Zusammenfassung

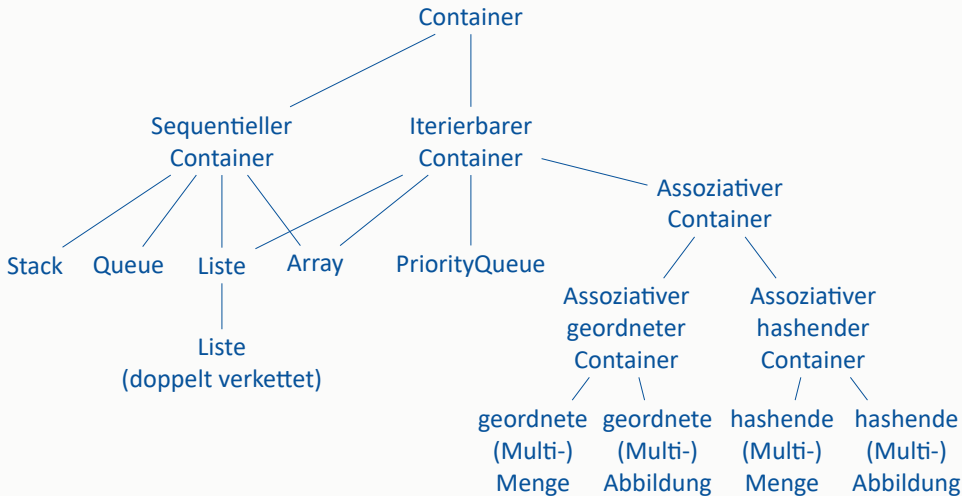
Zwischenfazit

Wir haben die folgenden, sequentiellen Container
als abstrakte Datentyp kennen gelernt

Für jeden abstrakten Datentyp haben wir eine
realisierende Datenstruktur kennen gelernt

Wir diskutieren noch, wie diese Datenstrukturen in
C++ realisiert werden

Die (wichtigsten) abstrakten Datentypen im Überblick



Haben Sie Fragen?

Dynamische Speicherverwaltung

Motivation

Erinnerung

Programmiersprachen organisieren Variablen im virtuellen Speicher

Der Stackspeicher ist funktionsorientiert: lokale Variablen existieren bis die Funktion zurückkehrt

Wiederholung Stackframes am Beispiel

```
void g() {
    ...
}

void f() {
    ...
    g();
    ...
}

int main() { ←
    f();
    return 0;
}
```

0x7FFF FFFF FFFF	
0x7FFF FFFF	main
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x0000 0000 0000	

main

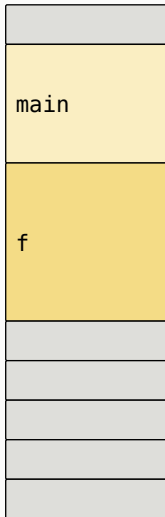
Wiederholung Stackframes am Beispiel

```
void g() {
    ...
}

void f() { ←
    ...
    g();
    ...
}

int main() {
    f(); ←
    return 0;
}
```

0x7FFF FFFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	main
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	f
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x0000 0000 0000	



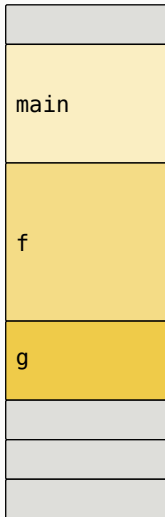
Wiederholung Stackframes am Beispiel

```
void g() { ←
    ...
}

void f() {
    ...
    g(); ←
    ...
}

int main() {
    f(); ←
    return 0;
}
```

```
0x7FFF FFFF FFFF
0x7FFF FFFF ....
0x7FFF FFFF ....
0x7FFF FFFF ....
0x7FFF FFFF ....
0x7FFF FFFF ....
0x7FFF FFFF ....
0x7FFF FFFF ....
0x7FFF FFFF ....
0x7FFF FFFF ....
0x7FFF FFFF ....
0x0000 0000 0000
```



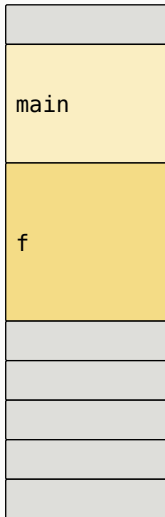
Wiederholung Stackframes am Beispiel

```
void g() {
    ...
}

void f() {
    ...
    g();
    ...
} ←

int main() {
    f(); ←
    return 0;
}
```

0x7FFF	FFFF	FFFF
0x7FFF	FFFF
0x7FFF	FFFF
0x7FFF	FFFF
0x7FFF	FFFF
0x7FFF	FFFF
0x7FFF	FFFF
0x7FFF	FFFF
0x7FFF	FFFF
0x7FFF	FFFF
0x7FFF	FFFF
0x0000	0000	0000



Wiederholung Stackframes am Beispiel

```
void g() {
    ...
}

void f() {
    ...
    g();
    ...
}

int main() {
    f();
    return 0; ←
}
```

0x7FFF FFFF FFFF	
0x7FFF FFFF	main
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x0000 0000 0000	

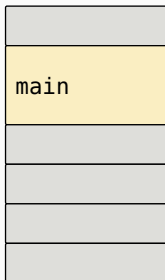


Wie implementiert man Listen in C++?

Wir wollen Listen in C++ implementieren. Der unternommene Implementierungsversuch führt ganz natürlich zu einer Frage, die wir im Folgenden beantworten.

```
class Liste {  
    void push_front(int x) {  
        // Wo und wie wird x gespeichert?  
    }  
};  
  
int main() {  
    Liste l;           ←  
    l.push_front(42);  
}
```

0x7FFF FFFF FFFF	
0x7FFF FFFF	main
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x0000 0000 0000	



Beim Einfügen eines neuen Knoten, muss dieser Knoten erstellt werden und die Rückkehr der Funktion `push_front` überleben. Dazu muss der neue Knoten dynamisch erzeugt und auf dem Heapspeicher³ verwaltet werden.

³Erinnern Sie sich an Vorlesung *Imperative Programmierung mit C++ Teil 3 & 5*



Wie implementiert man Listen in C++?

Wir wollen Listen in C++ implementieren. Der unternommene Implementierungsversuch führt ganz natürlich zu einer Frage, die wir im Folgenden beantworten.

```
class Liste {
    void push_front(int x) { ←
        // Wo und wie wird x gespeichert?
    }
};

int main() {
    Liste l;
    l.push_front(42); ←
}
```

0x7FFF FFFF FFFF	
0x7FFF FFFF	main
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	push_front
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x0000 0000 0000	

Beim Einfügen eines neuen Knoten, muss dieser Knoten erstellt werden und die Rückkehr der Funktion `push_front` überleben. Dazu muss der neue Knoten dynamisch erzeugt und auf dem Heapspeicher³ verwaltet werden.

³Erinnern Sie sich an Vorlesung *Imperative Programmierung mit C++ Teil 3 & 5*



Wie implementiert man Listen in C++?

Wir wollen Listen in C++ implementieren. Der unternommene Implementierungsversuch führt ganz natürlich zu einer Frage, die wir im Folgenden beantworten.

```
class Liste {
    void push_front(int x) {
        // Wo und wie wird x gespeichert?
    } ←
};

int main() {
    Liste l;
    l.push_front(42); ←
}
```

0x7FFF FFFF FFFF	
0x7FFF FFFF	main
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	push_front
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x0000 0000 0000	

Beim Einfügen eines neuen Knoten, muss dieser Knoten erstellt werden und die Rückkehr der Funktion `push_front` überleben. Dazu muss der neue Knoten dynamisch erzeugt und auf dem Heapspeicher³ verwaltet werden.

³Erinnern Sie sich an Vorlesung *Imperative Programmierung mit C++ Teil 3 & 5*



Wie implementiert man Listen in C++?

Wir wollen Listen in C++ implementieren. Der unternommene Implementierungsversuch führt ganz natürlich zu einer Frage, die wir im Folgenden beantworten.

```
class Liste {  
    void push_front(int x) {  
        // Wo und wie wird x gespeichert?  
    }  
};  
  
int main() {  
    Liste l;  
    l.push_front(42); ←  
}
```

0x7FFF FFFF FFFF	
0x7FFF FFFF	main
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x7FFF FFFF	
0x0000 0000 0000	

Beim Einfügen eines neuen Knoten, muss dieser Knoten erstellt werden und die Rückkehr der Funktion `push_front` überleben. Dazu muss der neue Knoten dynamisch erzeugt und auf dem Heapspeicher³ verwaltet werden.

³Erinnern Sie sich an Vorlesung *Imperative Programmierung mit C++ Teil 3 & 5*

Dynamische Speicherverwaltung

Dynamische Speicherverwaltung im Allgemeinen

Offene Frage

Wie löst man die Lebensdauer eines Objekts von der Funktionsrückkehr?

Virtuelle Adressräume im Allgemeinen

Auf aktuellen Endnutzerrechnern steht jedem Nutzerprozess ein eigener, virtueller Adressraum zur Verfügung. Imperative und objektorientierte Programmiersprachen organisieren Variablen in diesem virtuellen Speicher.

Der virtuelle Adressraum besteht vereinfacht gesagt aus **Programmspeicher**, **Stackspeicher** und **Heapspeicher**.

Der Stackpeicher im Allgemeinen

Der **Stackpeicher** ist funktionsorientiert. Bei jedem Funktionsaufruf wird ein (zur Funktion gehörender) Stackframe angelegt. Die lokalen Variablen der Funktion werden dort organisiert.

Bei der Funktionsrückkehr wird der zugehörige Stackframe entfernt. Die angelegten lokalen Variablen sind anschließend nicht mehr verfügbar. Durch das Entfernen des Stackframe der **zurückkehrenden Funktion** wird der Stackframe der **aufrufenden Funktion** wieder erreicht.

Der Heapspeicher und Adressvariablen im Allgemeinen

Wir haben bei unserem Implementierungsversuch verstanden, dass es konzeptionell nötig ist, die Lebensdauer eines Objekts von der Funktionsrückkehr zu entkoppeln. Um dies in imperativen und objektorientierten Programmiersprachen zu erreichen, werden **Adressvariablen** und der **Heapspeicher** verwendet.

Adressvariablen im Allgemeinen

Eine **Adressvariable** speichert **virtuelle Adressen** eines **festgelegten Typs**. Der Wert einer Adressvariable ist also immer eine virtuelle Adresse. Ob an der gegebenen Adresse ein Objekt lebt, muss durch die Programmierer:innen sichergestellt werden.

Da jede Adressvariable die Adresse eines festen Typs speichert, interpretiert die Adressvariable die dort liegenden Bytes als die Bytes des festgelegten Typs. Durch diese, direkte Interpretation dieser Bytes, kann auf dem dort liegenden Objekt lesend und verändernd operiert werden.

Da sich Adressvariablen den Ort eines Objekts merken, werden Adressvariablen auch **Zeiger** oder **Pointer** genannt. Deshalb wird der Wert einer Adressvariable auch durch einen, auf den Ort zeigenden Pfeil dargestellt.

Der Heapspeicher im Allgemeinen

Der **Heapspeicher** wird verwendet, um Objekte **dynamisch** zu organisieren, also unabhängig vom aktuellen Stackframe.

Die jeweilige Programmiersprache definiert, wie Objekte auf dem Heapspeicher angelegt werden und wie diese wieder entfernt werden. In jedem Fall wird bei der Objekterzeugung auf dem Heap sowohl das Objekt angelegt als auch ein Zeiger auf dieses Objekt zurückgegeben. Bei dynamischen Arrays haben wir das schon (kurz) gesehen.



Wie werden Objekte vom Heap entfernt?

Die jeweilige Programmiersprache legt fest, wann und wie Objekte vom Heap entfernt werden. Jede Programmiersprache legt dabei fest, wieviel Freiheit die Nutzer:innen zur Verfügung haben. Hierbei gibt es nicht das *allgemein beste Vorgehen*.

Typische Strategien um Objekte vom Heap zu entfernen



Die folgenden drei Strategien zur Objektentfernung finden oft Anwendung.

Explizites Aufräumen (C, C++) Die Nutzer:innen müssen einen expliziten Befehl abgeben. Hier ist maximale Effizienz und minimale Nachvollziehbarkeit gegeben. Wird das Aufräumen an einer Heapadresse vergessen, lebt der verwendete Heapspeicher bis zum Programmende.

Implizites Aufräumen (C++) Der Speicher wird aufgeräumt, falls gar kein Zeiger mehr auf den zugehörigen Heapspeicher zeigt. Hier ist sehr hohe Effizienz und viel Nachvollziehbarkeit gegeben. Aber, falls auf dem Heap ein Kreis von aufeinander zeigenden Zeigern existiert, lebt der verwendete Heapspeicher bis zum Programmende.

Vollautomatisch (Java, Python) Alle Stackvariablen sind Adressvariablen und alle Objekte liegen auf dem Heap. Regelmäßig werden alle Objekte entfernt, die nicht mehr vom Stack aus erreichbar sind. Hier ist weniger Effizienz und sehr hohe Nachvollziehbarkeit gegeben. Der Heapspeicher wird garantiert aufgeräumt.

Zusammenfassung

Man löst die Lebensdauer eines Objekts von der Funktionsrückkehr, indem die Variable auf dem Heap mithilfe von Adressvariablen organisiert wird

Wie Objekte vom Heapspeicher entfernt werden, wird durch die Programmiersprache festgelegt

Haben Sie Fragen?