# 3. Übungsblatt

## Afg. 1

1. Hilfssatz: sei $b = a'$.

dann: $b + b' = 1 \Leftrightarrow a' + (a')' = 1$ - Inverses Elem.

$b \cdot b' = 0 \Leftrightarrow a' \cdot (a')' = 0$ - Inverses Elem.

z.Z.: $a = (a')'$.

$a = a + 0$ - Neutrales Elem.

$= a + (a' \cdot (a')')$ - Inverses Elem. (s.o.)

$= (a + a') \cdot (a \cdot (a')')$ - Distributivgesetz

$= 1 \cdot (a \cdot (a')')$ - Inverses Elem.

$= (a' + (a')') \cdot (a + (a')')$ - Inverses Elem. (s.o.)

$= ((a')' + a') \cdot ((a')' + a)$ - Kommutativgesetz (x 2)

$= (a')' + a' \cdot a$ - Distributivgesetz

$= (a')' + a \cdot a'$ - Kommutativgesetz

$= (a')' + 0$ - Inverses Elem.

$= (a')'$ - Neutrales Elem.

2. z.Z.: $x_1' \cdot x_3 = (x_1' \cdot x_2) \cdot x_3 + (x' \cdot x_2') \cdot x_3$

$x_1' \cdot x_3 = x_1' \cdot 1 \cdot x_3$ - Neutrales Elem.

$= x_1' \cdot (x_2 + x_2') \cdot x_3$ - Inverses Elem.

$= (x_1' \cdot x_2 + x_1' \cdot x_2) \cdot x_3$ - Distributivgesetz

$= x_3 \cdot (x_1' \cdot x_2 + x_1' \cdot x_2)$ - Kommutativgesetz

$= (x_1' \cdot x_2) \cdot x_3 + (x_1' \cdot x_2') \cdot x_3$ - Distributivgesetz

3. $a \oplus a = a' \cdot a + a \cdot a'$ - Lt. Definition

$= a' \cdot a + 0$ - Inverses Element

$= a' \cdot a$ - Neutrales Element

$= a \cdot a'$ - Kommutativgesetz

$= 0$ - Neutrales Element

4. $z \cdot (x+y) + (y \cdot z') = z \cdot x + z \cdot y + y \cdot z'$ - Distributivgesetz

$= z \cdot x + y \cdot z + y + z'$ - Kommutativgesetz

$= z \cdot x + y \cdot (z + z')$ - Distributivgesetz

$= z \cdot x + y \cdot 1$ - Inverses Elem.

$= z \cdot x + y$ - Neutrales Elem.

## Afg 2

1. $f(w,x,y,z) = (w \vee \bar{x} \vee \bar{y}) \wedge (x \vee \bar{y} \vee \bar{z}) \wedge (z \vee \bar{x}) \wedge (\bar{w} \vee z)$

$f(1,1,1,1) = (1 \vee 0 \vee 0) \wedge (1 \vee 0 \vee 0) \wedge (1 \vee 0) \wedge (0 \vee 1)$

$= 1 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1$

$= 1$

$f(0,1,1,1) = (0 \vee 0 \vee 0) \wedge (1 \vee 0 \vee 0) \wedge (1 \vee 0) \wedge (1 \vee 1)$

$= 0 \wedge 1 \wedge 1 \wedge 1$

$= 0$

$\Rightarrow$ f ist erfüllbar.

2. $g(x,y) = \overline{x \vee y} \rightarrow (x \leftrightarrow y)$

$= \overline{x \vee y} \rightarrow ((x \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y}))$ - Def. Äquivalenz

$= \overline{\overline{x \vee y}} \vee ((x \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y}))$ - Def. Implikation

$= \overline{\bar{x} \wedge \bar{y}} \vee ((x \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y}))$ - De-Morgan-Regel

$= \overline{\bar{x} \wedge \bar{y}} \vee ((\bar{x} \wedge \bar{y}) \vee (x \wedge y))$ - Kommutativgesetz

$= (\overline{\bar{x} \wedge \bar{y}} \vee (\bar{x} \wedge \bar{y})) \vee (x \wedge y)$ - Assoziativgesetz

$= ((\bar{x} \wedge \bar{y}) \vee \overline{(\bar{x} \wedge \bar{y})}) \vee (x \wedge y)$ - Kommutativgesetz

$= 1 \vee (x \wedge y)$ - Inverses Element

$= 1$ - Eliminationsgesetz

$\Rightarrow$ g ist allgemeingültig.

3. $h(x,y) = [\overline{x \vee y} \to (\bar{x} \wedge \bar{y})] \to [(x \leftrightarrow y) \wedge (x \oplus y)]$

$= [(\bar{x} \wedge \bar{y}) \to (\bar{x} \wedge \bar{y})] \to [(x \leftrightarrow y) \wedge (x \oplus y)]$ - De-Morgan-Regel

$= [\overline{(\bar{x} \wedge \bar{y})} \vee (\bar{x} \wedge \bar{y})] \to [(x \leftrightarrow y) \wedge (x \oplus y)]$ - Def. Implikation

$= [(\bar{x} \wedge \bar{y}) \vee \overline{(\bar{x} \wedge \bar{y})}] \to [(x \leftrightarrow y) \wedge (x \oplus y)]$ - Kommutativgesetz

$= 1 \to [(x \leftrightarrow y) \wedge (x \oplus y)]$ - Inverses Elem.

$= 0 \vee [(x \leftrightarrow y) \wedge (x \oplus y)]$ - Def. Implikation

$= (x \leftrightarrow y) \wedge (x \oplus y)$ - Neutrales Elem.

$= (x \leftrightarrow y) \wedge \overline{(x \leftrightarrow y)}$ - Def. Antivalenz

$= 0$ - Inverses Elem.

$\Rightarrow$ h ist unerfüllbar.

## Afg. 4

1. DNF: $\bar{a}\cdot\bar{b}\cdot c + a\cdot\bar{b}\cdot\bar{c} + a\cdot b\cdot c$

   KNF: $(a+b+c)\cdot(a+\bar{b}+c)\cdot(a+\bar{b}+\bar{c})\cdot(\bar{a}+b+\bar{c})\cdot(\bar{a}+\bar{b}+c)$

2. $\neg(\neg a\cdot\neg b\cdot c + a\cdot\neg b\cdot\neg c + a\cdot b\cdot c)$

   $= (a+b+\neg c)\cdot(\neg a+b+c)\cdot(\neg a+\neg b+\neg c)$

   Es fällt auf: Die Negation einer DNF nach dem Negationstheorem führt zur KNF der negierten Funktion.