4. Übung

Henning Lehmann, Darya Nemtsava

Afg. 1

1. $\neg(A \wedge B) \underset{\text{Def. NAND}}{=} A \barwedge B \Rightarrow \{\neg, \wedge\}$ ist ein vollständiges Operatorensystem.

2. $x \rightarrow 0 = \neg x \vee 0 = \neg x$

$$\Rightarrow x \rightarrow (y \rightarrow 0) = x \rightarrow \neg y$$
$$= \neg x \vee \neg y$$
$$= x \barwedge y$$

$\Rightarrow \{\rightarrow, 0\}$ ist ein vollständiges Operatorensystem.

3.

(i) $x \nleftrightarrow x = \neg(x \leftrightarrow x)$
$$= \neg 1$$
$$= 0$$

(ii) $x \nleftrightarrow (x \nleftrightarrow x) = x \nleftrightarrow 0$
$$= \neg(x \leftrightarrow 0)$$
$$= x \leftrightarrow 1$$
$$= x$$

(i) $\wedge$ (ii) $\Rightarrow$ Nur mit $\nleftrightarrow$ ist keine Negation möglich, weswegen weder $\{\wedge, \vee, \neg\}$ noch NAND noch NOR darstellbar ist. $\{\nleftrightarrow\}$ ist daher <u>kein</u> vollständiges Operatorensystem.

4. $1 \not\rightarrow x = \neg(1 \rightarrow x)$

$= \neg(\neg 1 \lor x)$

$= \neg(0 \lor x)$

$= \neg x$

$\Rightarrow (1 \not\rightarrow x) \not\rightarrow y = \neg x \not\rightarrow y$

$= \neg(\neg x \rightarrow y)$

$= \neg(\neg\neg x \lor y)$

$= \neg(x \lor y)$

$= \overline{x \lor y}$ $\Rightarrow \{\not\rightarrow, 1\}$ ist ein vollständiges Operatorensystem.

5. $x \not\leftrightarrow 1 = \neg(x \leftrightarrow 1)$

$= \neg x$

$\Rightarrow (x \not\leftrightarrow 1) \land (y \not\leftrightarrow 1) = \neg x \land \neg y$

$= \neg(x \lor y)$

$= \overline{x \lor y}$ $\Rightarrow \{\not\leftrightarrow, 1, \land\}$ ist ein vollständiges Operatorensystem

Afg. 2

Es fällt zunächst auf: f nach d zu entwickeln, würde die Funktion vollkommen unverändert lassen.

Entwicklung nach c:

$$f(a,b,c,d) = (c\cdot((a+b)d + (ab)'d') + (c'\cdot(abd'))$$

Entw. n. d $\;= (d\cdot c\cdot(a+b)) + (d'\cdot((c\cdot(ab)') + abc'))$

Entw. n. a $\;= a\cdot(dc + d'\cdot(cb' + abc')) + a'\cdot(dcb + d'\cdot(c + abc'))$

Entw. n. c $\;= c\cdot(a\cdot(d + d'b')$?

sorry

Afg. 3

$$f(x,y,z) = (\neg x \wedge f(0,y,z)) \vee (x \wedge f(1,y,z))$$

$$= (\neg x \wedge [(\neg y \wedge 1) \vee (y \wedge f(0,1,z))]) \vee (x \wedge z)$$

$$= (\neg x \wedge [\neg y \vee (y \wedge z)]) \vee (x \wedge z)$$

$$= (\neg x \wedge (\neg y \vee z)) \vee (x \wedge z)$$

Aufgabe 4. Üz 4

Vierblock: Sei a,b,c,d bilicbige Variable

$abc'd' + abcd + abc'd + abcd' =$

= Distributivgesetz Disjunktion

$= ab(c'd' + cd + c'd + cd') =$ Distributivgesetz Disjunktion

$= ab(c'(d' + d) + c(d + d')) =$

= Inverses Element Disjunktion

$= ab(c' \cdot 1 + c \cdot 1) =$ Neutrales Elem. Konjunktion

$= ab(c' + c) =$ Inverses Element Disjunktion

$= ab$

Aufgabe 6

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	-1		1	1
01	1	1	-1	1
11				
10	1		1	

$\rightarrow x_1$

$\rightarrow x_3' x_4$

$\downarrow x_1' x_2'$ $\quad$ $\downarrow x_1 x_2 x_4'$

$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1'x_2' + x_3'x_4 + x_1 + x_1x_2x_4'$

Aufgabe 5

1

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01		1		−
11			1	
10	1	1	1	1

$a'bc'$

$\rightarrow c'd'$

$\rightarrow cd'$

abc

$$f(a,b,c,d) = abc + a'bc' + cd' + c'd'$$

2.

cd \ ab	00	01	11	10
00		1	1	
01			1	1
11	1			1
10	1	1		

$\rightarrow abc'$

$\rightarrow ab'd$

$a'b'c$

$a'bd'$

$$f(a,b,c,d) = abc' + ab'd + a'b'c + a'bd'$$

3.

cd \ ab	00	01	11	10
00	−	1	1	1
01	1			−
11				−
10				

$\rightarrow c'd'$

$a'b'c'$

$$f(a,b,c,d) = a'b'c' + c'd'$$