Algorithmen und
Berechnungskomplexität II
Sommersemester 2023

Prof. Dr. Anne Driemel
Frederik Brüning, Andreas Hene
Institut für Informatik

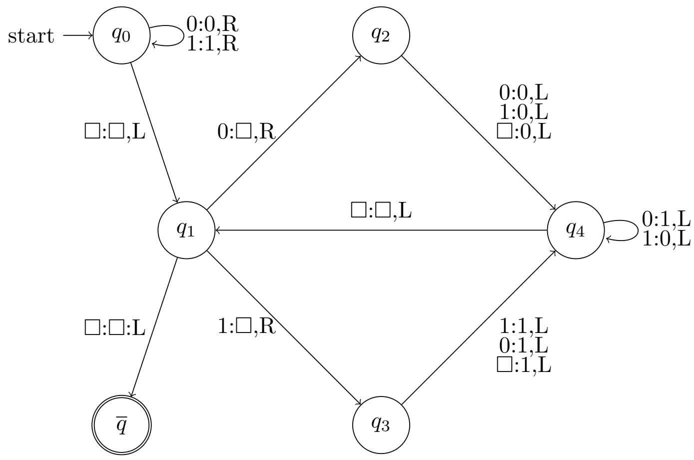
Abgabe: 26.04.2023 bis 12:00 Uhr

Übungsblatt 1

Aufgabe 1.1: Funktionsweise von Turingmaschinen (5 Punkte)

Wir betrachten die Turingmaschine $M = (Q, \{0,1\}, \Gamma, \square, q_0, \bar{q}, \delta)$ mit $\Gamma = \{0, 1, \square\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, \bar{q}\}$ und der Zustandsüberführungsfunktion δ, gegeben durch folgende Tabelle/das folgende Diagramm:

	0	1	$\square$
q_0	$(q_0, 0, R)$	$(q_0, 1, R)$	$(q_1, \square, L)$
q_1	$(q_2, \square, R)$	$(q_3, \square, R)$	$(\bar{q}, \square, R)$
q_2	$(q_4, 0, L)$	$(q_4, 0, L)$	$(q_4, 0, L)$
q_3	$(q_4, 1, L)$	$(q_4, 1, L)$	$(q_4, 1, L)$
q_4	$(q_4, 1, L)$	$(q_4, 0, L)$	$(q_1, \square, L)$



Beschreiben Sie das Verhalten von M auf einer beliebigen Eingabe $w \in \{0,1\}^*$. Erläutern Sie kurz die Bedeutung der einzelnen Zustände. Gibt es Einträge in der Tabelle, die nur der Vollständigkeit halber existieren und nie benötigt werden?

Aufgabe 1.2: Konstruktion Turingmaschine (5 Punkte)

Konstruieren Sie eine Turingmaschine M, die für eine beliebige Eingabe $w\#$, mit $w \in \{0,1\}^*$, jedes Zeichen von w verdoppelt.

Das heißt, für die Eingabe 0101# soll 00110011 ausgegeben werden.

Sei $\Sigma = \{0, 1, \#\}$ und $\Gamma = \{0, 1, \#, \square\}$.

Beschreiben Sie kurz die Funktionsweise von M und geben Sie M in Automatenschreibweise an.

Aufgabe 1.3: Rastlose Turingmaschine (5 Punkte)

Eine deterministische 1-Band Turingmaschine M kann nach Definition der Vorlesung drei Arten von Kopfbewegungen ausführen: nach links (L), nach rechts (R) oder "keine Bewegung" (N). Betrachten Sie nun eine alternative Definition einer 1-Band Turingmaschine, die sich nur darin unterscheidet, dass der Kopf immer nach links oder rechts bewegt werden muss. Eine solche Turingmaschine M' führt also stets eine Kopfbewegung L bzw. R aus.

Beweisen Sie, dass jede Turingmaschine M (deren Kopf stehen bleiben darf) durch eine rastlose Turingmaschine M' (deren Kopf sich stets bewegt) simuliert werden kann. Wie groß ist die Rechenzeit von M' im Vergleich zu M höchstens?

Aufgabe 1.4: Turingmaschinen für gegebene Funktionen (5 Punkte)

Beweisen Sie folgende Aussage. Für jede Konstante $k \in \mathbb{N}$ und jede Funktion $f : \{0,1\}^k \to \{0,1\}$ existiert eine Turingmaschine M_f, sodass M_f alle $w \in \{0,1\}^k$ mit $f(w) = 1$ in höchstens $k+1$ Schritten akzeptiert und alle $w \in \{0,1\}^k$ mit $f(w) = 0$ in höchstens $k+1$ Schritten verwirft. Eine konzeptionelle Beschreibung genügt.