

17,5/26

4. Übung

Henning Lehmann, Darya Nentsava

Afg. 1 ~~7/7~~
 1. $\neg(A \wedge B) = A \overline{B}$ $\checkmark \Rightarrow \{\neg, \wedge\}$ ist ein vollständiges Operatorensystem.
 Def. NAND \checkmark

$$2. \quad x \rightarrow 0 = \neg x \vee 0 = \neg x$$

$$\Rightarrow x \rightarrow (y \rightarrow 0) = x \rightarrow \neg y$$

$$= \neg x \vee \neg y$$

$$= x \overline{y} \quad \checkmark \Rightarrow \{\rightarrow, 0\} \text{ ist ein vollständiges Operatorensystem.} \quad \checkmark$$

3.

$$(i) \quad x \leftrightarrow x = \neg(x \leftrightarrow x) \quad (ii) \quad x \leftrightarrow (x \leftrightarrow x) = x \leftrightarrow 0$$

$$= \neg 1$$

$$= 0$$

$$= \neg(x \leftrightarrow 0)$$

$$= x \leftrightarrow 1$$

$$= x$$

(i) \wedge (ii) \Rightarrow Nur mit \leftrightarrow ist keine Negation möglich,

weswegen weder $\{\neg, \vee, \neg\}$ noch NAND noch NOR darstellbar ist. $\{\leftrightarrow\}$ ist daher kein vollständiges Operatorensystem. \checkmark

$$\begin{aligned}
 4. \quad 1 \leftrightarrow x &= \neg(1 \rightarrow x) \\
 &= \neg(\neg 1 \vee x) \\
 &= \neg(0 \vee x) \\
 &= \neg x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow (1 \leftrightarrow x) \leftrightarrow y &= \neg x \leftrightarrow y \\
 &= \neg(\neg x \rightarrow y) \\
 &= \neg(\neg \neg x \vee y) \\
 &= \neg(x \vee y) \\
 &= \overline{x \vee y} \quad \checkmark \Rightarrow \{\leftrightarrow, \neg\} \text{ ist ein vollständiges} \\
 &\quad \text{Operatorensystem.} \quad \checkmark
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad x \leftrightarrow 1 &= \neg(x \leftrightarrow \neg 1) \\
 &= \neg x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow (x \leftrightarrow 1) \wedge (y \leftrightarrow 1) &= \neg x \wedge \neg y \\
 &= \neg(x \vee y) \\
 &= \overline{x \vee y} \quad \checkmark \Rightarrow \{\leftrightarrow, \neg, \wedge\} \text{ ist ein} \\
 &\quad \text{vollständiges Operatorensystem} \quad \checkmark
 \end{aligned}$$

Afg. 2 0,5/4

Es fällt zunächst auf: f nach d zu entwickeln, würde die Funktion vollkommen unverändert lassen. ✓

Entwicklung nach c :

$$f(a, b, c, d) = (c \cdot ((a+b)d + (ab)'d') + (c' \cdot (abd')))$$

Entw. n. d $- = (d \cdot c \cdot (a+b)) + (d' \cdot ((c \cdot (ab)') + abc'))$

Entw. n. a $- = a \cdot (dc + d' \cdot (cb' + abc')) + a' \cdot (dcb + d' \cdot (c + abc'))$

Entw. n. c $- = c \cdot (a \cdot (d + d'b'))$

⌋ sorry ;
• ~~2~~ -3,5

Afg. 3 4/4

$$f(x, y, z) = (\neg x \wedge f(0, y, z)) \vee (x \wedge f(1, y, z))$$

$$= (\neg x \wedge [(\neg y \wedge \neg) \vee (y \wedge f(0, 1, z))]) \vee (x \wedge z)$$

$$= (\neg x \wedge [\neg y \vee (y \wedge z)]) \vee (x \wedge z)$$

$$= (\neg x \wedge (\neg y \vee z)) \vee (x \wedge z) \quad \checkmark$$

Aufgabe 4. 1/4

Ü24

Vierblock: Sei a, b, c, d beliebige Variable

$$ab c' d' + ab c d + ab c' d + ab c d' =$$

= Distributivgesetz Disjunktion

$$= ab (c' d' + c d + c' d + c d') = \text{Distributivgesetz Disjunktion}$$

$$= ab (c' (d' + d) + c (d + d')) =$$

= Inverses Element Disjunktion

$$= ab (c' \cdot 1 + c \cdot 1) = \text{Neutrales Elem. Konjunktion}$$

$$= ab (c' + c) = \text{Inverses Element Disjunktion}$$

$$= ab \quad \checkmark \quad \text{Warum gilt das für alle Blöcke?} -3$$

Aufgabe 6 3/4

x_1, x_2 x_3, x_4	00	01	11	10
00	-1		1	1
01	1	1	-1	1
11				
10	1		1	

$\rightarrow x_1 \quad \text{f}$

$\rightarrow x_3' x_4 \quad \checkmark$

$x_1' x_2' \quad \text{f}$

$x_1 x_2 x_4' \quad \checkmark$

Blöcke richtig
eingezeichnet
aber falsch
ausgelesen

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1' x_2' + x_3' x_4 + x_1 + x_1 x_2 x_4'$$

-1 f

Aufgabe 5 213

1.

ab \ cd	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	-	-	-
11	-	-	1	-
10	1	1	1	1

$a'b'c'$

$c'd'$

abc

cd'

-0,5

$$f(a,b,c,d) = abc + a'b'c' + cd' + c'd'$$

2.

ab \ cd	00	01	11	10
00	-	1	1	-
01	-	-	1	1
11	1	-	-	1
10	1	1	-	-

abc'

$ab'd$

$a'b'c$

$a'b'd$

✓

$$f(a,b,c,d) = abc' + ab'd + a'b'c + a'b'd$$

3.

ab \ cd	00	01	11	10
00	-	1	1	1
01	1	-	-	-
11	-	-	-	-
10	-	-	-	-

$c'd'$

$a'b'c'$

-0,5

$$f(a,b,c,d) = a'b'c' + c'd'$$