

Übungszettel 13

Henning Lehmann, Darya Nentsava

Afg. 13.1

(i)

$\varphi_K :=$ „Die Küche ist klein.“

$\varphi_W :=$ „Das Wohnzimmer ist klein.“

$\varphi_E :=$ „Es ist ein Esszimmer vorhanden.“

$$\varphi_X = (\varphi_K \wedge \varphi_W) \rightarrow \varphi_E$$

$$\varphi_Y = (\neg \varphi_E \wedge \varphi_W) \rightarrow \neg \varphi_K$$

$$\varphi_Z = (\varphi_E \vee \neg \varphi_K) \rightarrow \varphi_W$$

$$\varphi = \varphi_X \wedge \varphi_Y \wedge \varphi_Z.$$

(ii)

$B : \{\varphi_K, \varphi_W, \varphi_E\} \rightarrow \{0, 1\}$, mit

$$\llbracket \varphi_K \rrbracket_B = 0, \llbracket \varphi_W \rrbracket_B = 0, \llbracket \varphi_E \rrbracket_B = 0.$$

$$\llbracket \varphi_Z \rrbracket_B = \llbracket (\varphi_E \vee \neg \varphi_K) \rightarrow \varphi_W \rrbracket_B = \llbracket \neg(\varphi_E \vee \neg \varphi_K) \vee \varphi_W \rrbracket_B$$

$$= \max \{ \llbracket \neg(\varphi_E \vee \neg \varphi_K) \rrbracket_B, \llbracket \varphi_W \rrbracket_B \}$$

$$= \max \{ \llbracket \neg \varphi_E \wedge \neg \neg \varphi_K \rrbracket_B, 0 \} = \max \{ \min \{ \llbracket \neg \varphi_E \rrbracket_B, \llbracket \varphi_K \rrbracket_B \}, 0 \}$$

$$= \max \{ \min \{ 1 - \llbracket \varphi_E \rrbracket_B, \llbracket \varphi_K \rrbracket_B \}, 0 \} = \max \{ \min \{ 1, 0 \}, 0 \}$$

$$= \max \{ 0, 0 \} = 0 \Rightarrow B \text{ erfüllt } \underline{\text{nicht}} \varphi_Z.$$

$$\llbracket \varphi \rrbracket_B = \llbracket \varphi_X \wedge \varphi_Y \wedge \varphi_Z \rrbracket_B = \min \{ \llbracket \varphi_X \rrbracket_B, \llbracket \varphi_Y \rrbracket_B, \llbracket \varphi_Z \rrbracket_B \}$$

$$= \min \{ \llbracket \varphi_X \rrbracket_B, \llbracket \varphi_Y \rrbracket_B, 0 \}$$

$$= 0 \Rightarrow B \text{ erfüllt } \underline{\text{nicht}} \varphi.$$

(iii)

$B(\varphi_k)$	$B(\varphi_w)$	$B(\varphi_E)$	$\llbracket \varphi_x \rrbracket_B$	$\llbracket \varphi_y \rrbracket_B$	$\llbracket \varphi_z \rrbracket_B$	$\llbracket \varphi \rrbracket_B$
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	1	1	1

Aufg. 13.2

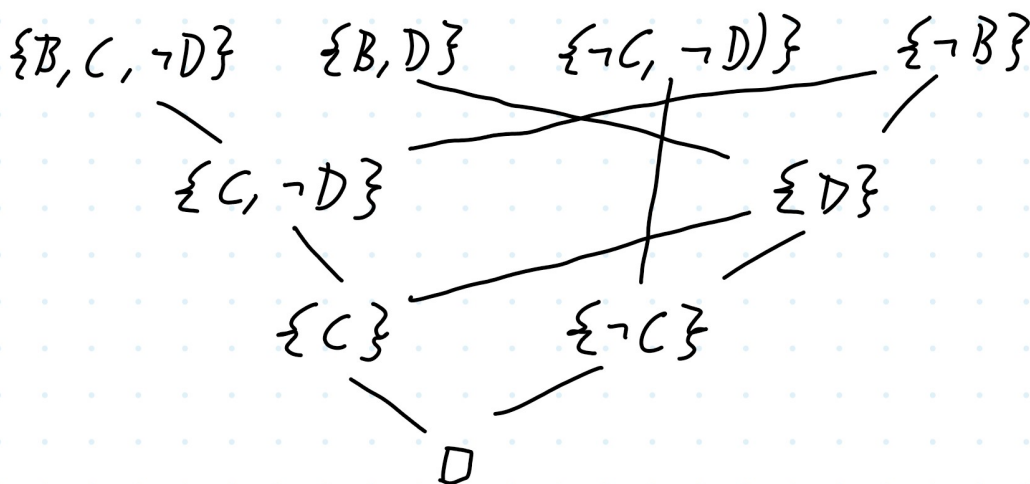
z. Z.: $\neg \varphi$ ist unerfüllbar.

$$\neg \varphi = \neg((\neg B \wedge \neg C \wedge D) \vee (\neg B \wedge \neg D) \vee (C \wedge D) \vee B)$$

$$= \neg(\neg B \wedge \neg C \wedge D) \wedge \neg(\neg B \wedge \neg D) \wedge \neg(C \wedge D) \wedge \neg B$$

$$= (B \vee C \vee \neg D) \wedge (B \vee D) \wedge (\neg C \vee \neg D) \wedge \neg B$$

$$K(\neg \varphi) = \{\{B, C, \neg D\}, \{B, D\}, \{\neg C, \neg D\}, \{\neg B\}\}$$



$\Rightarrow \varphi$ ist Tautologie.