

7.1) Zeichnen Sie ein Phasenporträt für folgendes System:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \alpha x - y - \alpha x(x^2 + y^2) \\ \frac{dy}{dt} &= x + \alpha y - \alpha y(x^2 + y^2)\end{aligned}$$

$$\alpha = 0.5 !$$

3 Punkte

7.2) Für jedes der folgenden Systeme:

Bestimmen Sie alle Fixpunkte der Systemdynamik und geben Sie an, ob diese asymptotisch stabil, stabil (aber nicht asymptotisch stabil) oder instabil sind!

a)

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,2 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,25 \end{pmatrix} u .$$

$$u = -3.$$

4 Punkte

b) Nichtlineares Masse-Feder-System mit Dynamik: $m\ddot{q} = -k(q - aq^3) - c\dot{q},$

$m = 70$ kg ist die Masse, $k = 30$ kg/s² ist die Federkonstante,
 $a = 0.02$ ist ein nichtlinearer Parameter der Feder und $c = 15$ kg/s
ist die Dämpfungskonstante.

7 Punkte

7.3) Betrachten Sie das System:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} u, \quad y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x,$$

mit Feedback $u = -k y.$

Zeichnen Sie die Eigenwerte in der komplexen Ebene als Funktion des Parameters k !
Finden Sie heraus, ab welchem k das System instabil wird und zeichnen Sie diese Grenze ein!
Markieren Sie die Eigenwerte für $k = 0$ mit 'x', für $k \rightarrow \infty$ mit 'o' und für
 $k \rightarrow -\infty$ mit '□'!
Markieren Sie die Richtung zunehmender Verstärkungsfaktoren mit einem Pfeil!

6 Punkte