

Übungszettel 2

Aufgabe 2.1: Beweis durch Induktion

(4+4 Punkte)

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass

1. für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{i=1}^n i \cdot 2^i = (n-1)2^{n+1} + 2$$

2. für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$ gilt:

$$\prod_{i=2}^n \left(1 - \frac{1}{i}\right) = \frac{1}{n}$$

Bonusaufgabe:

(+1 Punkt)

Finden Sie einen alternativen Beweis (ohne Induktion) für die Aussage aus Aufgabe 2.1 2.?

Aufgabe 2.2: Quantoren

(2+2+4 Punkte)

In dieser Aufgabe beschäftigen wir uns mit Quantoren.

1. Geben Sie folgende Aussagen mithilfe von Quantoren wieder:

- (a) Für jede reelle Zahl x gilt: Wenn x rational ist, dann auch \sqrt{x} .
- (b) Für manche natürliche Zahlen $n \geq 3$ und ganze Zahlen x, y und z gilt $x^n + y^n = z^n$.

2. Negieren Sie die Aussagen aus dem ersten Teil. Vereinfachen Sie den Ausdruck soweit wie möglich.