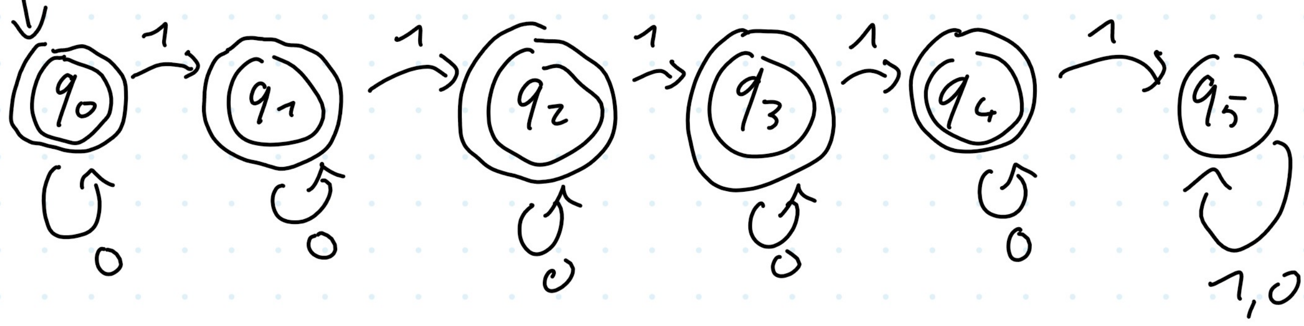
Übungszettel 5

Henning Lehmann
Darya Nemtsava
Paul Piecha

Afg. 5.1

a)



$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, mit:

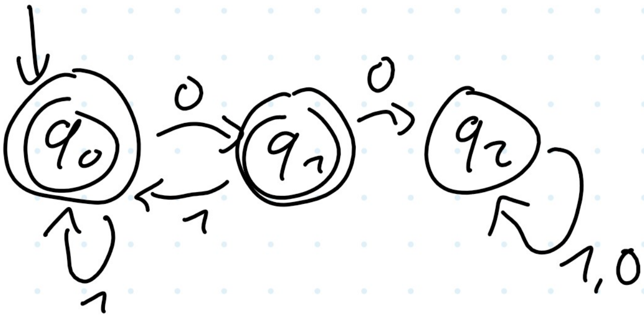
$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$

$\Sigma = \{0, 1\}$

$F = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$

δ: siehe Übergangsgraph

b)



$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, mit:

$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$

$\Sigma = \{0, 1\}$

$F = \{q_0, q_1\}$

δ: siehe Übergangsgraph

Afg. 5.2

a) Sei DFA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ein Automat, der L_1 entscheidet.

Dann muss er beim Einlesen eines Wortes $w \in L_1$ genau $k+1$ Zustände durchlaufen - den Startzustand q_0, plus einen Zustand pro Buchstabe in l. Sei $q_A = \delta^*(q_0, w)$. Per Definition von w und M gilt: $q_A \in F$.

Beh.: man kann M so konstruieren, dass gilt:

$\forall l \in L_1 : \delta^*(q_0, l) = q_A$.

Begründung: Sei J die Menge der Zustände, in denen sich M befinden kann, nachdem er genau $k-1$ Buchstaben eines Wortes $l \in L_1$ eingelesen hat: $J = \{\delta^*(q_0, l_1 .. l_{k-1}) : l \in L_1\}$.
Da, wie Eingangs beschrieben, der Automat für die Akzeptanz von l genau $k+1$ Zustände durchlaufen muss, jedoch jeder Zustand $j \in J$ erst der k-te Zustand beim Einlesen von l ist, kann man M so konstruieren, dass gilt: $J \cap F = \emptyset$. Genauso kann man für alle Teilworte t von l mit $|t| < k$ argumentieren.
Wenn man M nun so konstruiert, dass gilt:

$\forall j \in J : \forall l \in L_1 : \delta(j, l_k) = q_A$

dann ist q_A der einzige akzeptierende Zustand von M ($F = \{q_A\}$).

Aufgabe 5.2

b) $k \in \mathbb{N}$, $L_2 \subseteq L^{\leq k}$ Sprache, zu zeigen

i) die Sprache L_2 regulär ist

Wenn für die Sprache eine DFA exestiert, dann ist sie regulär

Komponenten: $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

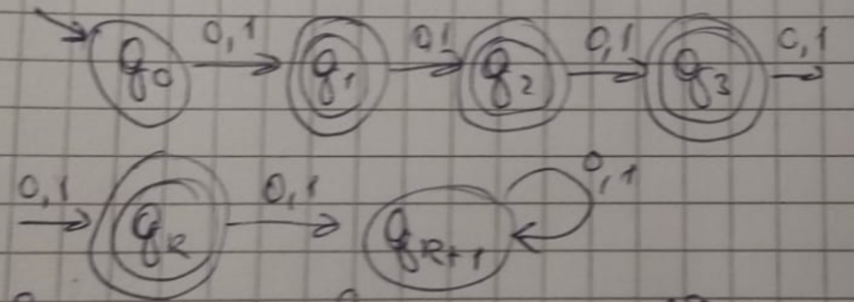
$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, \dots, q_k, q_{k+1}\}$

$\Sigma = \{0, 1\}$

δ - Übergangsgraph

$q_0 = q_0$

$F = \{q_0, q_1, \dots q_k\}$



So ist die Sprache regulär

z.z. ii) kein DFA mit höchstens einem akzeptierenden Zustand ex., welcher L_2 entscheidet

$k \geq 1 \Rightarrow$ es gibt mindestens 2 Zustände ($k = 1$): q_0 und q_k, die akzeptierend sind

Wenn mehr als 1 akzeptierender Zustand, dann kein DFA möglich ist