

Strom-/Spannungs-/Widerstandsmessung; periodische Vorgänge

$$F = \frac{As}{V} = \frac{s}{\Omega} \quad \text{und} \quad H = \frac{Vs}{A} = \Omega s$$

DC

Strommessung: Berechnung tatsächlicher Strom: $I = I' \cdot \left(1 + \frac{R_m}{R_p}\right)$ (R_m = Innenwiderst.)

Spannungsmessung: rel. Abweichung: $\frac{\Delta U}{U} = \frac{\frac{R_i}{R_m}}{1 + \frac{R_i}{R_m} + \frac{R_i}{R_p}}$ (R_i : Innenwid. Quelle, R_p : Verbr.)

Erweiterter Strommessbereich: Shunt: $R_p = R_m \cdot \frac{1}{\frac{I}{I_m} - 1}$ Eingangswiderst.: $R_e = R_m || R_p$

Stromzange: Übertragerprinzip (nur AC) od. Hall-Sensor (AC und DC); Vorteil: Stromkreis nicht auftrennen bei Verzehnfachung der Frequenz verzehnfacht sich auch Signal, wegen $u_{ind} \sim \omega \cdot \sin(\omega t)$

Dreheiseninstrument: pol. unabhängiger Zeigerausschlag, robust (da unbewegliche Spule); nicht-linear

Drehspulinstrument: polarittsabhngiger Zeigerausschlag, empfindlicher Aufbau

Widerstandsmessung

Stromrichtig (kleiner R_i , für groe Wid.): $R_x = \frac{U}{I} - R_i$ (R_x = tatsächlicher Widerstand)

Spannungsri. (groer R_i (10x R_x), für kleine Wid.): $R_x = \frac{U}{I - \frac{U}{R_i}} = \frac{R'}{1 - \frac{R'}{R_i}}$ (R_x = tatsächl. W., R' = gemess. W.)

Zweileitermessung: führt zu Abweichung wegen Leitungs-/Klemmenwiderstand: $2 \cdot R_k$

Vierleitermessung: ideal für kleine Widerstände im $m\Omega$ -Bereich \rightarrow Spannungsabfall an R_{kl} durch höhere Ausgangsspannung von I_q kompensiert $\rightarrow R_i$ von Voltmeter ist so hochohmig, dass in innerem Stromkreis kein Strom fliet, deshalb fällt an R_{ku} keine Spannung ab!

AC

periodische Vorgänge = Summe aus Gleich- und Wechselvorgang: $x = x_- + x_+$ (x = Mischgre)

Schwingungsbreite = Differenz zw. Minimal- u. Maximalwert

Wechselvorgang = periodischer Vorgang ohne Gleichanteil (linearer Mittelwert = 0)

Mischvorgang = periodischer Vorgang mit Gleichanteil (linearer Mittelwert \neq 0)

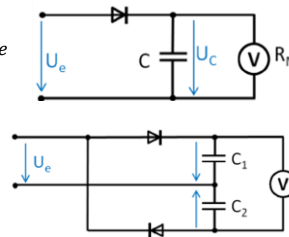
Rauschvorgang = zufälliger Vorgang, nicht mathematisch beschreibbar (linearer Mittelwert \rightarrow 0)

Spitzewerte: Kondensator lädt sich bei positiver Halbwelle auf $U_{max} - \Delta U_{Diode}$
hochohmiges Spannungsmessen: $\tau = R_M \cdot C \gg \frac{1}{\omega}$

(Einweggleichrichter mit Stützkondensator)

\rightarrow mit **Drehspul-** und **Dreheiseninstrument** möglich

Spitze-Spitze-Werte: $U_M = U_{C1} - U_{C2} = \hat{U}_+ - \hat{U}_- = U_{SS}$



(linearer/arithmetischer) Mittelwert / Gleichwert ($\hat{=}$ Gleichanteil)

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^T x(t) dt \quad \text{Sinus} = 0, \text{Dreieck} = 0, \text{PWM} = \hat{x} \cdot \frac{T_1}{T}$$

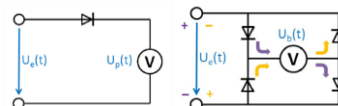
\rightarrow **Drehspulinstrument** auf DC

\rightarrow Tiefpass + **Dreheiseninstrument**

Gleichrichtwert (Mittelwert v. gleichgericht. periodischen Vorgang)

$$|\bar{x}| = \frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^T |x(t)| dt \quad \text{Zweiweg/Brücken: Sinus} = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{x}, \text{Dreieck} = \frac{\hat{x}}{2}$$

$$\text{Einweg: Sinus} = \frac{1}{\pi} \cdot \hat{x}$$



Bei kleinen Spannungen: jeweils zweite Diode durch Widerstand ersetzen, um Verzerrung durch Schwellenspannung von Diode auszugleichen (Nachteil: verringerter Innenwiderstand)

Oszilloskop

Phasendifferenzmessung: $\frac{\Delta t}{T} = \frac{\Delta \varphi}{360^\circ} \rightarrow \Delta \varphi = \frac{\Delta t}{T} \cdot 360^\circ$ (von Ausgang zu Eingang!)

Trigger

Bedingung (Spannungswert + Slope) darf innerhalb T nur einmal vorkommen

NORMAL: zeichnet Signal nur dann, wenn Bedingung erfüllt, sonst schwarzer Screen

SINGLE SHOT: Nur 1 einzige Datenaufnahme, wenn Bedingung erfüllt

Kopplung: AC nur bei hohem DC-Offset (Hochpass wird vorgeschalten)

Tastkopf

frequenzabhängiger Spannungsteiler; zum Abgleich von Kompensation: Rechteckimpuls (Grundfrequenz + unendlich Oberwell.) \rightarrow da Tastkopf frequ.abhängig unterschiedl. Gewichtung der Fourier-Komponenten

\rightarrow entweder **hohe** (ansteigend, Tiefpass, rosa) oder **tiefe** (fallend, Hochpass, blau) Frequenzbeitrge zu sehr gedämpft

Teilverhältnis:

$$V = \frac{U_{in}}{U_{out}} = 1 + \frac{R_{Tip}}{R_{Scope}} \cdot \frac{1 + j\omega R_{Scope} C_{Scp+Cable}}{1 + j\omega R_{Tip} C_{Tip}}$$

\rightarrow frequenzunabhängig durch kürzen:

$$R_{Scope} \cdot C_{Scp+Cable} = R_{Tip} \cdot C_{Tip}$$

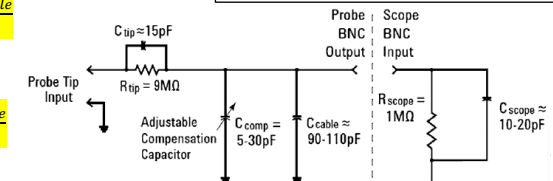
$$\rightarrow \text{daraus: } V = 1 + \frac{R_{Tip}}{R_{Scope}} = 1 + \frac{C_{Scp+Cable}}{C_{Tip}}$$

$$R_{in} = R_T + R_{Scp} = R_{Scp} \cdot V; C_{in} = \frac{C_{Scp}}{V}$$

Bandbreite: Grenzfrequenz Oszi, ab da Messungen ungenauer (Tiefpass-Verhalten) (Praxis: Oszi mit Bandbreite 3x (analog) bzw. 5x (digital) höher als höchste zu messende Frequenz wählen)

Abtastrate: Schnelligkeit Datenaufnahme, Frequenz des ADC (Praxis: 3x Bandbreite)

Speichertiefe: Speichergre für Abtastwerte, maximale Dauer einer Wellenform



Fehlerfortpflanzung: $\Delta y = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} \right| \cdot \Delta x_i$ (Winkel in Bogenma!)

Grtfehler: maximal möglicher Fehler

$$\text{mittlerer Fehler: } \Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right)^2} \quad \rightarrow \text{Std.-Abw.: } \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} \cdot \sigma_{x_i} \right)^2}$$

Addition od. Subtraktion der Messgren

\rightarrow Addition **absoluter** Fehler

Multiplikation od. Division der Messgren

\rightarrow Addition **relativer** Fehler

Mult. potenziierter Messgren \rightarrow Mult. der **relativen** Fehler mit Exponenten, anschl. Addition

Rundung: 1. Messunsicherheit auf 2 geltende Ziffern runden, 2. Messergebnis auf gleiche Dezimalstelle runden; Beispiel: $\bar{u} = 7,9858 V$, $\sigma = 0,0794 V \rightarrow \sigma = 0,079 V$, $\bar{u} = 7,986 V$
Beispiel: $R = 13.584,542 \Omega$, $\sigma = 117,36 \Omega \rightarrow \sigma = 120 \Omega$, $\bar{R} = 13.580 \Omega$

Effektivwert (quadratischer Mittelwert): $X = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^T x^2(t) dt}$

$$\text{Sinus} = \frac{\hat{x}}{\sqrt{2}}, \text{Dreieck} = \frac{\hat{x}}{\sqrt{3}}, \text{Rechteck} = \sqrt{X_0^2 + \hat{x}^2}, \text{PWM} = \hat{x} \cdot \sqrt{\frac{T_1}{T}}$$

Effektive Leistung = Wirkleistung: $P_{eff} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^T p(t) dt$

\rightarrow **Dreheiseninstrument** (ungenau); früher: **Drehspulinstrument** (nur Sinus, da über F)

\rightarrow heute: **DMM**; für Hochfrequenzen: Thermoumformer (Aufheizen Widerstanddraht)

Formfaktor (Effektivwert/Gleichrichtwert): $F = \frac{X_{eff}}{|\bar{x}|}$ Sinus = $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$, Dreieck = $\frac{2}{\sqrt{3}}$

Crest-/Scheitelfaktor (Scheitelwert/Eff.): $S = \frac{\hat{x}}{X_{eff}}$ Sin = $\sqrt{2}$, Dreieck = $\sqrt{3}$, PWM = $\sqrt{\frac{T}{T_1}}$

Nicht-sinusförmige periodische Vorgänge

Fourier-Reihe: $x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cdot \cos(\omega kt) + b_k \cdot \sin(\omega kt))$

$k = 1$: Grundschiwingung / erste Harmonische; $k = 2$: Erste Oberschiwingung / zweite Harmon. (bei senkrechter Kante in Signal $\rightarrow \infty$ Oberwellen)

wenn $x(t)$ gerade (achsensymm.): nur \cos -Anteile (da $\cos(-x) = \cos(x)$)

wenn $x(t)$ ungerade (punktsymm.): nur \sin -Anteile (da $\sin(-x) = -\sin(x)$)

einzelne Amplitude berechnen: $\hat{x}_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$; Phase berechnen: $\varphi_k = \arctan\left(\frac{b_k}{a_k}\right)$

Effektivwert Gesamtspannung: $U_{eff} = \sqrt{u_0^2 + U_{0_eff}^2 + U_{1_eff}^2 + U_{2_eff}^2 + \dots}$

Klirrfaktor (Effektivwerte Oberwellen zu Eff. Gesamtsignal): $k = \frac{\sqrt{U_{1_eff}^2 + U_{2_eff}^2 + \dots}}{\sqrt{U_{0_eff}^2 + U_{1_eff}^2 + U_{2_eff}^2 + \dots}}$

Dynamisches Verhalten von Systemen

Charakterisierung eines Systems durch Testfunktion: Sprungfunktion, Sinusfunktion

Sprungantwort

63% des Endwerts nach Zeitkonstante τ (zB RC-Glied: $\tau = RC$)

95% des Endwerts nach 3τ , 99,5% nach 5τ

Anstiegszeit T_A : Abstand zw. 10% und 90% des Endwerts $\rightarrow T_A = 2,2 \cdot \tau$

Sinusantwort

Sinus am Eingang mit variierter Frequenz \rightarrow Bode-Diagramm; Grenzfrequenz f_G bei -3dB

Zusammenhang: $f_G = \frac{0,35}{T_A}$

Messabweichungen

Multimeter mit $3\frac{1}{2}$ Stellen: maximaler Wert = 19.99 V \rightarrow ein *digit* hat den Wert 0.01 V

Güteklasse: mögliche Abweichung von **Skalenendwert** $\rightarrow \frac{\Delta U}{U} = \frac{\text{Güteklin \%} \cdot \text{Skalenendwert}}{\text{Messwert}} [\%]$

Kalibrierung: keine Änderung am Messgerät, lediglich Dokumentation der Abweichung

Justierung: Einstellen Messgerät, um Abweichung zu vermeiden (zB Waage geradestellen)

Eichen: Überprüfung der korrekten Kalibration

\rightarrow Absolutgenauigkeit **DMM** durch Qualität der Kalibration bestimmt

Beschreibung stochastischer Messabweichungen

Mittelwert: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ mittelt stochastischen (zufällig.) Fehler aus, nicht systematischen!

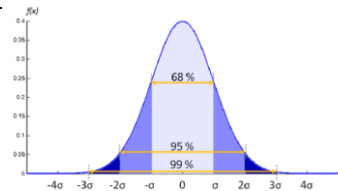
Standardabweichung/mittlerer Fehler Einzelmessung: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$

relative Standardabweichung/Variationskoeffizient: $VarK = \frac{\text{Standardabweichung}}{\text{Mittelwert}} = \frac{\sigma}{\bar{x}}$

Standardabweichung des Mittelwerts: $\Delta x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$

Gauß-/Normalverteilung: $p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{1(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$

(Wahrscheinlichk., Wert x zu messen)



Median: mittlere Zahl bei Größensortier. (bei gerader Anzahl: Mittelwert beider mittleren)

Messverstärker

Absolute Pegel

Leistungspegel: $L_P = 10 \cdot \log \frac{P}{P_{\text{Bezug}}} \text{ dB}$ (dBW od. dBm)

Spannungspegel: $L_U = 20 \cdot \log \frac{U}{U_{\text{Bezug}}} \text{ dB}$ (dBV od. dBμ) (**dBm immer Leistung, dBμ Spannung!**)

Umrechnung: $42 \text{ dBV} = 1 \text{ V} \cdot 10^{\left(\frac{42}{20}\right)}$ wenn zB. Verstärk. = 50 geg.: $\Delta L = 20 \cdot \log(50) \text{ dB}$

Pegeldifferenz u. Dämpfungsmaß

Verhältnis Ausgangsgröße zu Eingangsgröße

Leistungen: $\Delta L_P = 10 \cdot \log \left(\frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \right) \text{ dB}$

Spannungen: $\Delta L_U = 20 \cdot \log \left(\frac{U_{\text{out}}}{U_{\text{in}}} \right) \text{ dB}$

\rightarrow Pegeldifferenz auch durch Subtraktion von 2 **absoluten** Pegeln: $\Delta L_P = L_{P2} - L_{P1}$

\rightarrow negative Pegeldiff. = Dämpfung

\rightarrow positive Pegeldiff. = Verstärkung

Filtersteilheit Tief-/Hochpass: Filter n . Ordnung: $n \cdot 20 \text{ dB/Dekade}$

für Hifi-Audiosignale min 80 – 100 dB Dämpfung nötig

dB-Rechnung

30 dB + 20 dB = 50 dB \rightarrow OK!

30 dB – 20 dB = 10 dB \rightarrow OK!

30 dBV + 20 dB = 50 dBV \rightarrow OK!

30 dBV – 20 dB = 10 dBV \rightarrow OK!

30 dBV – 20 dBV = 10 dB \rightarrow OK!

30 dBV + 20 dBV

\rightarrow NICHT OK!

Anforderungen an Messverstärker

hohes Auflösungsvermögen; geringe Rückwirkungen auf Messgröße (Eingangswid. $R_e = \infty$ bzw. = 0 (Spannung/Strom); geringes Eigenrauschen (hohe SNR); definiertes Übertragungsverhalten / hohe Linearität; möglichst geringer Offset; gutes dynam. Verhalten (Anstiegszeit, Grenzfrequenz); belastungsunabhängiges Ausgangssignal; mit Eingangsschutz (Überlastschutz)

Operationsverstärker

erhältlich für Anwendung mit $f < 150 \text{ MHz}$ und $U < 150 \text{ V}$ (jeder OpV Tiefpass-Eigensch.)

Spannungsversorgung typischerweise zw. $\pm 5 \text{ V}$ und $\pm 15 \text{ V}$

Ausgangsspannung (ideal): $u_A = V_0 \cdot (u_P - u_N)$ (V_0 = Verstärkungsfaktor), da $r_e \rightarrow \infty$: **$i_N = i_P = 0$**

Leerlaufverstärkung üblicherweise 10^4 bis 10^7

Offset-Spannung: Spannung u_A die anliegt, obwohl $u_D = 0 \text{ V}$ (da R_s u. Transist. nicht symm.)

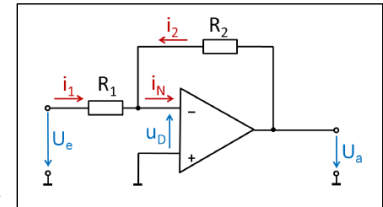
Schaltung OpV mit Gegenkopplung

$V = \frac{u_A}{u_E} = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1}{V_0} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)}$ für idealen OpV ($V_0 \rightarrow \infty$) folgt:

$\lim_{V_0 \rightarrow \infty} V = -\frac{R_2}{R_1}$ und: $\lim_{V_0 \rightarrow \infty} u_D = 0 \text{ V}$

\rightarrow virtueller Kurzschluss, da kein Spannungsunterschied

\rightarrow wenn pos. Eingang auf Masse: virtuelle Masse an neg. Eingang



Verstärkungs-Bandbreite-Produkt

$V_0 \cdot f_{G0} = V \cdot f_G \rightarrow$ konstant! (bei realen OpVs zw. 10^6 Hz und 10^{10} Hz)

Regeln zur Schaltungsanalyse

1. Annehmen, dass mit Gegenkopplung u_D verschwindet (= 0)
2. Eingangsströme verschwinden ($i_N = i_P = 0$)
3. Unter Berücksichtigung von 1. und 2. Maschen- und Knotengleichungen lösen
4. (Wenn ein Eingang auf Masse liegt, liegt auch der andere auf Masse (virtuelle Masse))

Invertierend U/U		$U_a = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_e$ $R_e = \frac{U_e}{I_1} = R_1$
Nicht-invertierend U/U (Elektrometer-Verstärker)		$U_a = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot U_e$ $R_e \rightarrow \infty$ <p>→ Konstantspannungsqu.</p>
Nicht-invertierend U/U (Spannungsfolger, Impedanzwandler)		$U_a = U_e$
Nicht-invertierend U/I		$I_A = \frac{U_E}{R_1}$ $R_E \rightarrow \infty$ <p>I_A unabhängig von R_L ! → Konstantstromquelle</p>
Invertierend I/U (Transimpedanzverstärker)		$U_a = -R_g \cdot I_e$ $R_e \rightarrow 0$
Komparator		keine Gegenkopplung! → U_A in Sättigung wenn $U_2 > U_1$: $U_A = +u_V$ wenn $U_1 > U_2$: $U_A = -u_V$
Präzisionseinweggleichrichter		
Schmitt-Trigger (Erzeugen binärer Signale, Schwellspannungen zueinander versetzt)		Unterschied zu Invertierend U/U : Mitkopplung (⊖ auf GND) Schwellspannungen: $U_{\pm} = \pm \frac{R_1}{R_2} U_B $

Invertierend I/I		$I_A = -\frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot I_E$ $R_e \rightarrow 0$
Addierer		$U_a = -R_K \cdot \left(\frac{U_{e1}}{R_1} + \frac{U_{e2}}{R_2} + \frac{U_{e3}}{R_3} \right)$
Subtrahierer (Differenzverstärk.)		$U_A = U_{e2} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} - U_{e1} \cdot \frac{R_2}{R_1}$ <p>(Herleitung mit Überlagerung)</p>
Integrierer		$U_a = -\frac{1}{RC} \cdot \int_{t_0}^t U_e dt + u_0$ <p>(mit u_0 = Spannung an C bei t_0)</p> $U_a = -\frac{1}{C} \cdot \int_{t_0}^t I_E dt = -\frac{1}{C} \cdot Q$
Differenzierer		$U_a = -RC \cdot \frac{d}{dt} U_e$
Logarithmierer		Wie Invertierend U/U , nur mit Diode als Rückkopplung → nicht-lineare Verstärkung $u_a = -u_{Diode} = -\ln\left(\frac{u_e}{R \cdot I_0}\right) \cdot \frac{1}{\beta}$ <p>(mit I_0 = Sperrsättigungsstr. Diode) (mit $\beta = \frac{1}{n \cdot U_T}$)</p>
Instrumentenverstärker		$U_a = \left(1 + \frac{2R}{R_{gain}}\right) \cdot \frac{R_3}{R_2} \cdot (U_2 - U_1)$ <p>→ Messungen zw. belieb. Potentialen → gute Gleichtaktunterdrückung (Störungen gleichermaßen entfernt) → hohe Eingangsimpedanz</p>

Vorteil:
 R_{gain} reicht zum Einstellen

Gray-Code: um Glitches zu vermeiden (Zeitpunkte, an denen Wert falsch ist, weil Bits nicht zeitgleich wechseln); Umrechnung binär – Gray: $G = B \text{ XOR } (B \gg 1)$

Quantisierungsschritt/absolute Auflösung: kleinste Schrittw. u_Q (entsp. LSB) $\rightarrow u_Q = \frac{u_{\max}}{2^N - 1}$

Digitales Signal: $u_a(t) = Z \cdot \frac{u_{\max}}{2^N - 1} = Z \cdot u_Q$ (Z = Zählerwert = Binärkode)

Achtung bipolare ADCs: Codierung des negativsten Werts mit 0 u. dann schrittw. nach oben; außerdem verdoppelter Quantisierungsschritt

\rightarrow nach Anwendung Formel oben anschließend noch negativsten Wert abziehen

Quantisierungsfehler: maximal halber Quantisierungsschritt: $F_Q = \pm \frac{1}{2} \cdot u_Q$

relativer Fehler: $\frac{F_Q}{u_{\max}} \rightarrow$ **jeder ADC hat einen Quantisierungsfehler**

Abtastfrequenz: $f_S = \frac{1}{\text{Sample-Rate}}$ maximale Signalfrequenz: $f_{\max} = \frac{1}{2} \cdot f_S$

Signal-Rausch-Verhältnis (SNR): $\frac{S}{R} [dB] = 10 \cdot \log\left(\frac{P_S}{P_R}\right) = 20 \cdot \log\left(\frac{U_S}{U_R}\right)$ (**unabhängig von f_S**)

\rightarrow SNR eines ADCs: $SNR [dB] = 6N + 1,76$ \rightarrow SNR sollte möglichst **hoch** sein

Dynamik: Quotient Maximum u. Minimum: $D [dB] = 20 \cdot \log\left(\frac{2^N \cdot u_Q}{1 \cdot u_Q}\right) \approx N \cdot 6,02$ (unipolar)

Fehlergrößen ADCs: Offsetfehler, Verstärkungsfehler, Linearitätsfehler, Monotoniefehler

Aliasing

Signal erscheint mit zu niedriger Frequenz, wenn nicht schnell genug abgetastet wird

Nyquist-Frequenz: $f_N = \frac{f_S}{2}$ (max. Frequenz, die bei abgetasteten Signalen beobachtet werden kann)

Basisband: Bereich zwischen pos. und neg. Nyquist-Frequenz, problemlose Zuordnung der Frequenzen möglich

Ermittlung wahrgenommene Frequenz f_{beob} aus Originalfrequenz f_{in} :

- $f_{beob} = f_{in} \% f_S$ (f_S = Abtastfrequenz)
- Wenn $f_{beob} > f_N$, dann $f_{beob} = -(f_{beob} - f_S)$ (f_N = Nyquist-Frequenz)

Abtasttheorem: zur Vermeidung von Aliasing: $f_S > 2 \cdot f_{\max}$ (f_{\max} = max. Frequ. im Signal)

\rightarrow Vermeiden von Aliasing: f_{\max} bandbegrenzen durch Tiefpass (Anti-Aliasing-Filter)

\rightarrow Filter-Cut-Off-Frequenz muss deutlich unter $\frac{f_S}{2}$ liegen: $RC = \frac{1}{2\pi(\frac{1}{2}f_S)}$

oder Oversampling (+Filter): viel schneller abtasten als nötig für breites Basisband

Anti-Aliasing-Filter unverzichtbar wegen: Oberwellen, Rauschen

Frequenzmessung

$N_{\text{Anzeige}} = T_m \cdot f_x$ (f_x = max. Eingangsfrequ., $N_{\text{Anzeige}} = 10^x$ mit x = Stellen)

aktive Stellen für Anzeige: $\log_{10}\left(\frac{f_x}{f_{\text{Auflösung}}}\right)$ (Bsp: 100 MHz mit Auflösung 10Hz \rightarrow 7 St.)

Torzeit: $T_m = \frac{N_{\text{Anzeige}}}{f_x}$ (Bsp: $T_m = \frac{10^7}{100\text{MHz}} = 0,1 \text{ sec}$)

Analog-Digital-Converter

Flash ADC / Parallelumsetzer / Direct conversion ADC

an jedem Eingang ein Komparator \rightarrow kürzeste Conversion Rate (Umwandlungszeit) (1 Schritt)

n -Bit-Flash-ADC kann 2^n versch. Werte ausgeben $\rightarrow 2^n - 1$ Eingänge $\rightarrow 2^n - 1$ Komparatoren

U_{in} von jedem Komparator mit U_{ref} verglichen (U_{ref} über Spannungsteiler immer kleiner) \rightarrow Speicherung im Thermometer-Code („Strichliste“) \rightarrow Umsetzung Thermometer-Code in Binärkode $f_S = f_T$

\oplus : sehr schnell \ominus : hoher Leistungsbedarf, viele Bauteile (teuer), max 8-10 bit

Counter ADC / Inkrementalwandler (heute nicht mehr verwendet)

Vergleich U_{in} durch Komparator mit DAC-Output, der durch internen Zähler angesteuert wird \rightarrow Zähler solange inkrementiert, bis U_{in} erreicht **n -Bit-ADC benötigt 2^n Taktzyklen** $f_S = \frac{f_T}{Z}$ ($Z = \frac{U_{in}}{U_{in,max}} \cdot 2^n$)

\oplus : sehr hohe Auflösung, Genauigkeit u. Linearität, einfach \ominus : langsam

Tracking ADC / Delta-encoded ADC / Nachlauf. Inkrementalw. (heute nicht mehr verwendet)

feste (analoge) Eingangsspannung $U_{in} \rightarrow$ Vergleich durch Komparator mit DAC-Output, der durch internen

Vorwärts-Rückwärts-Zähler angesteuert wird \rightarrow Zähler solange inkrementiert, bis U_{in} erreicht; 8 – 16 bit

\oplus : sehr hohe Auflösung, Genauigkeit u. Linearität \ominus : nicht-determinist. Geschwindig., Output nicht konstant

Successive Approximation ADC / Wägeverfahren

Vergleich U_{in} durch Komparator mit DAC-Output, bis minimale Annäherung erreicht (Binärsuche)

typisch 8 – 16 bit bei 0,1 – 25 μs ; **n -Bit-ADC $\rightarrow n$ Taktzyklen** $u_{in} = \frac{\text{Dualzahl}}{2^{n-1}} \cdot u_{ref}$ $f_S = \frac{f_T}{n}$ $u_Q = \frac{u_{ref}}{2^{N-1}}$

\oplus : gute Auflösung, großer Messbereich \ominus : komplexe Steuerlogik

Single-Slope ADC / Sägezahnwandler

Eingangsspannung $U_x \rightarrow$ Vergleich durch Komparator mit Sägezahnspannung, diese wird so lange linear

erhöht, bis U_x erreicht \rightarrow Zeit bis Sägezahn- $U = U_x$ gemessen und umgerechnet $f_S = \frac{u_{ref}}{RC \cdot u_{in}}$ $f_T = f_S \cdot \frac{u_{in,max}}{u_Q}$

\ominus : Genauigkeit stark abhängig von RC-Glied für Sägezahn- $U \rightarrow$ praktisch nicht brauchbar

Sigma-Delta-ADC

birgt viele Probleme; besteht aus zwei Teilen: Sigma-Delta-Modulator u. digitaler Tiefpass

Sigma-Delta-Modulator erzeugt aus Eingangssignal 1 Bit, Amplitudeninformation in Frequenz, nicht in Bit!

hohe Auflösung: 16 – 24 Bit, gutes SNR, sehr gute Linearität, Wandelzeit 2 μs – 200 ms, hohe Integrierbarkeit,

geringe Kosten, Anwendung v.a. bei Audiosignalen

Dual-Slope-ADC / Integrating ADC / Zweirampenwandler

1. **Ladephase/Aufintegrieren** (T_1): Integration von U_{in} über **fest definierte Zeit** $T_1 \rightarrow$ Zählen Taktzyklen N_1

2. **Entladephase/Abintegrieren** (T_2): Integration von U_{ref} (entgegengesetzte Polarität zu U_{in}) bis $U_A = 0 \text{ V}$

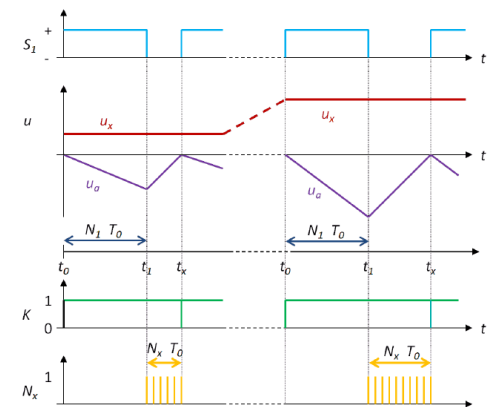
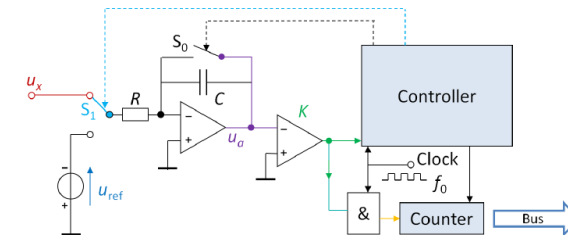
\rightarrow Zählen Taktzyklen $N_2 \rightarrow U_{in} = -U_{ref} \cdot \frac{N_2}{N_1} = -U_{ref} \cdot \frac{\text{Dualzahl}}{2^{n-1}}$ $T_2 = T_1 \cdot \frac{U_{in}}{U_{ref}}$

$f_S = \frac{1}{T_1 + T_2}$ $f_T = \frac{N_1}{T_1} = \frac{N_2}{T_2} = \frac{2^n}{T_1}$ $\tau = RC = -T_1 \cdot \frac{U_{in}}{U_{C,max}}$

16 – 24 bit typ. Genauigkeit

\oplus : **unabhängig von RC-Glied**; Rauschen/Netzbrumm kann eliminiert werden mit $\tau = 20 \text{ ms}$ (50Hz) oder 100 ms

\ominus : langsame Wandelrate

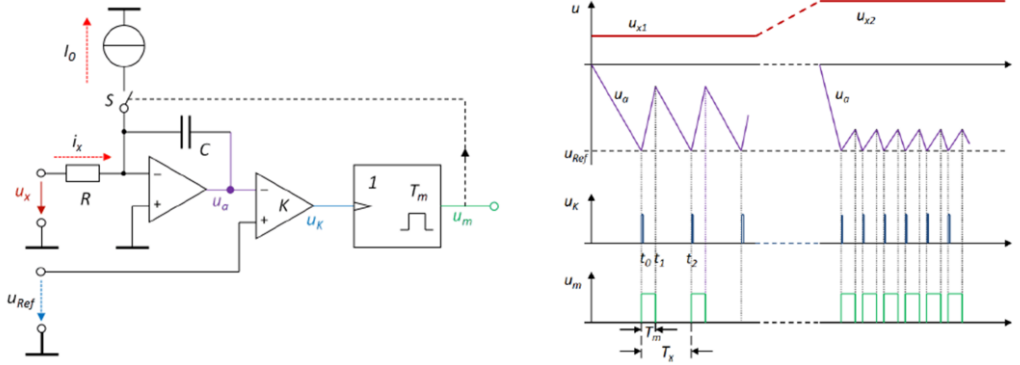


Charge Balancing ADC / Ladungsbilanzumsetzer / Spann.-Frequ.-Ums. (heute nicht mehr verwendet)

U_x lädt Kondensator auf, gleichzeitig aber Entladung durch Abgabe von Ladungspaketen: Übersteigt die Aufladung den Wert eines Ladungspakets, nur dann gibt er es durch Entladung wieder ab → Pulszug entsteht → Spannung durch Zählen der Pulse bestimmt (Rauschen herausgemittelt durch Integration am Eingang)

Wandelzeit ca. 100 μ s – 2000 ms

$$f = \frac{1}{T_x} = \frac{i_x}{i_0} \cdot \frac{1}{T_m} = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{i_0} \cdot \frac{1}{T_m} \cdot U_x$$



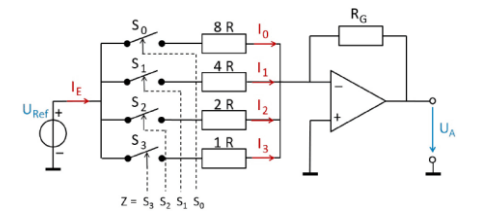
Digital-Analog-Converter

DAC mit Stromsummation

Schalter offen = 0, geschlossen = 1

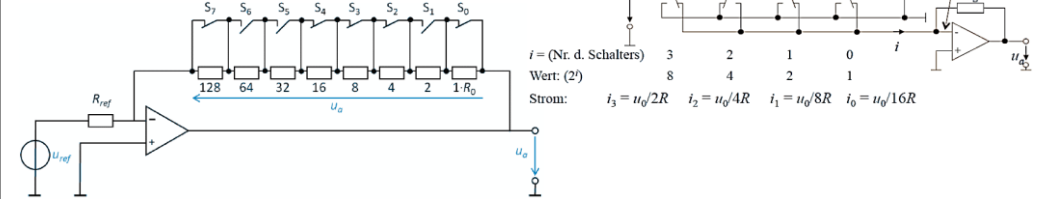
je größer Widerstand, desto niederwertiger Bit

$$U_A = -U_{Ref} \frac{R_G}{R} \left(1S_3 + \frac{1}{2}S_2 + \frac{1}{4}S_1 + \frac{1}{8}S_0 \right)$$



Kettenleiter / R/2R-Netzwerk:

DAC mit Spannungssummation



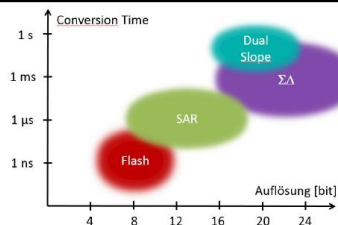
Schalter offen = 1, geschlossen = 0; je größer Widerstand, desto höherwertiger das Bit

Zusammenfassung

Anwendung in Praxis: Flash, Pipeline (Variante Flash), Successive Approx., Dual Slope, Sigma-Delta

Tabelle 7.1: Übersicht und Vergleich der wichtigsten ADC-Typen

	Flash	SAR	Dual Slope	Sigma Delta
Prinzip:	$2^N - 1$ Komparatoren erzeugen einen Thermometer-Code	Sukzessive Approximation mit Binärsuche-Algorithmus	Integration von u_x für konstante Zeit entspricht Rückintegration einer Referenzspannung	Überabgetastete Modulation, digitaler Tiefpass
Auflösung:	8 – 12 bit	8 – 18 bit	16 – 20 bit	16 – 32 bit
Max. Sample Rate:	10 GHz, unabhängig von der Auflösung	10 MHz, steigt linear mit der Auflösung	100 Hz, steigt exponentiell mit der Auflösung	10 GHz, steigt mit dem SNR
Chip-Aufwand:	steigt exponentiell mit Auflösung	steigt linear mit Auflösung	unabhängig von der Auflösung	unabhängig von der Auflösung
Vorteile:	Extrem schnell	Guter Kompromiss Speed vs. Bittiefe	Genau	Kein Aliasing, hohe Dynamik
Nachteile:	teuer, groß, hoher Strombedarf	guter DAC nötig	langsam, externe Präzisionsbauteile	Rauschen bei hohen Abtastraten
Anwendung:	DSO	DAQ	DVM	Audio, DAQ



Analogue-Multiplexer

wählt Eingangssignale aus → Verwendung eines ADC für mehrere Analog-Eingangskanäle → günstiger, da nur ein ADC nötig → effektive Abtastzeit erhöht sich (entspr Anzahl der Kanäle)

Kenndaten:

- Settling Time: Zeit bis Ausgangssignal stabil steht
- Crosstalk: nicht ausgewählte Kanäle können trotzdem am Ausgang nachgewiesen werden (mit Dämpfung > 80 dB)
- Path resistance: typ. 1 k Ω pro Pfad, sollte in jedem Pfad gleich sein
- Power-Off Tristate: Wenn Mux aus, sollten Eingänge nicht kurzgeschlossen sein
- für differentielle Messungen gibt es Mux, die gleichzeitig zwei od. vier Kanäle umschalten

Sample & Hold / Abtast-Halte-Glied

Aufgabe: zeitlich veränderliches Eingangssignal für eine Weile konstant halten

→ Vorstufe zum ADC (zum Aufbereiten des Signals)

Prinzip: analoge Spannung wird während offenem Schalter in C gespeichert

S&H muss zum ADC passen (conversion rate und LSB)

→ typ. zusammen auf DAQ-Board verkauft

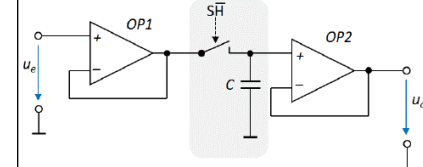


DAQ-Board (Karte/Gerät zur Datenaufnahme)

mehrere sowohl analoge als auch digitale Ausgänge; integrierte Lösung mit Filter, S&H, ADC (ADCs oft nach sukzessive Approximation); Prinzip: Signalerfassung → Filter → Abtastung → ADC

Angabe der Abtastrate in kS/s (kilo Samples per second); Anschluss an Rechner mit zB USB
zwei Varianten bei analogen Eingängen: single-ended (Messung gg GND) + differential Input

- OpAmp:** Impedanzwandler, um Eingangssignal nicht zu belasten; liefert hohen Ausgangsstrom, um Kondensator schnell umzuladen; Vermeiden von Tiefpasswirkung bei evtl. hohem Quellenwiderstand
- OpAmp:** Spannungsfolger mit hohem Eingangswiderstand, um Kondensator nicht zu entladen



Messverfahren

Systematik

Ausschlagmethode (Bsp Drehspulinstrument, Federwaage)

Eingangsgröße wird direkt in Ausgangsgröße überführt

Nachteil: systematischer Fehler, da Energie für Ausschlag von Messobjekt generiert werden muss

Kompensationsmethode (Bsp Abgleich-Messbrücke, Apotheker-Waage)

Gegenüberstellung von Vergleichsgröße, Differenz zw. Messgröße und Vergleichsgröße muss gegen 0 streben

Vorteile: Messobjekt wird keine Energie entzogen; Empfindlichkeit $\rightarrow \infty$; Störungen verfälschen Ergebnis nicht, da Auswirkung auf beide Größen

Differenzmethode (Bsp Ausschlags-Messbrücke, Neigungswaage)

unvollständige Kompensation, Mittelstellung zw. ersten beiden Methoden; Differenz wird ausgewertet

Nachteil: Störungen haben großen Einfluss

Messwandler (Transformator, Übertrager)

Übersetzungsverhältnis idealer Übertrager: $\frac{w_1}{w_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}$ (mit w = Windungszahl)

Spannungswandler: Spannung an Sekundärwicklung wird gemessen

Stromwandler: Strom in Sekundärwicklung wird gemessen (Bsp Stromzange)

Spannungsteiler

Einsatz für: Verkleinerung großer Spannungen; Erzeugen eines bestimmten Potentials

Bsp Oszilloskop: (Ziel: C_{Comp} so einstellen, dass Spannungsteiler frequenzunabhängig)

Filter

frequenzabhängiges Übertragungsverhalten (Tief-, Hochpass, etc.)

Bandsperr: Übertragen des Bereichs außerhalb zweier Grenzfrequenzen

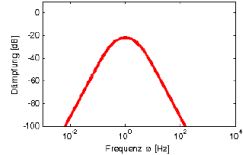
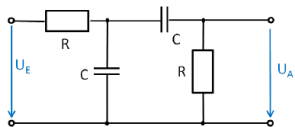
Passiver Filter: Kombination aus L und C; Übertragungscharakteristik belastungsabhängig

Aktiver Filter: Kombination mit OpV

Digitaler Filter: Ein- und Ausgangssignal als digitales Signal; Algorithmus modifiziert Daten

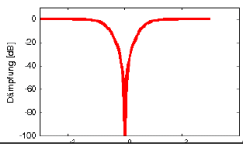
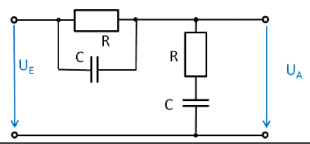
Bandpass (Wien-Spannungsteiler)

Grenzfrequenz: $\omega_g = \frac{1}{RC}$



Bandsperr

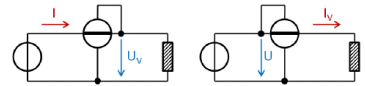
Grenzfrequenz: $\omega_g = \frac{1}{RC}$



Leistungsmessung DC: Messung von U und $I \rightarrow P = U \cdot I$

AC: Messung von U_{eff} und $I_{eff} \rightarrow S = U_{eff} \cdot I_{eff}$ (keine Berücksichtigung von Phase)

\rightarrow elektrodynamisches Messwerk/Dynamometer: wie Drehspulinstrument, nur mit Elektromag. + fester Spule



spannungsrichtig: $P_{angezeigt} = P_V + \frac{U_V^2}{R_V}$; stromrichtig: $P_{angezeigt} = P_V + I_V^2 \cdot R_I$

Wirkleistung $P = \overline{p(t)} = \overline{u \cdot i}$ (mit Drehspulinstrument messbar!)

Messbrücken

Dehnungsmessstreifen (DMS): mäanderförmiger Draht der Ausdehnung als ΔR detektiert

Wheatstone-Brücke: Brückenspannung $U_D = U_q \cdot \frac{R_2 R_3 - R_4 R_1}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$ (evtl. Minus, je nach Zählpfeil U_D !)

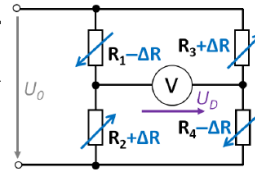
Abgleichbrücke: Einstellung Poti bis: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$ oder $\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}$ oder $R_1 R_4 = R_2 R_3$

Ausschlag-Messbrücke: Messung der verbleibenden Brückenspannung U_D

Näherungsformel: $\frac{\Delta U_D}{U_0} = -\frac{1}{4} \frac{\Delta R_1}{R_1}$ (gilt nur für $R_1 = R_2$ und $\Delta R_1 \ll R_1$)

Steigerung der Empfindlichkeit:

Messgröße \uparrow	Brücke	U_0 -Sp.	I_0 -Sp.
$R_2 \uparrow$	Viertel-Brücke	$U_D \approx \frac{U_0}{4} \frac{\Delta R}{R_0}$	$U_D \approx \frac{I_0}{4} \Delta R$
$R_2 \uparrow, R_3 \uparrow$	Zweivierteil-Brücke	$U_D \approx \frac{U_0}{2} \frac{\Delta R}{R_0}$	$U_D = \frac{I_0}{2} \Delta R$
$R_2 \uparrow, R_1 \downarrow$	Halb-Brücke	$U_D = \frac{U_0}{2} \frac{\Delta R}{R_0}$	$U_D = \frac{I_0}{2} \Delta R$
$R_2 \uparrow, R_3 \uparrow, R_1 \downarrow, R_4 \downarrow$	Voll-Brücke	$U_D = U_0 \frac{\Delta R}{R_0}$	$U_D = I_0 \Delta R$



wenn kein „ \approx “
 \rightarrow linear (Vorteil!)

Störgrößen:

Viertel-Brücke \rightarrow Temp.-Einfluss auf $R_1 \rightarrow$ rel. Fehler: $f_r = \frac{\Delta R_S}{\Delta R_N}$ (S = Stör, N = Nutz) (auch bei $\frac{2}{4}$ -Brücke)

\rightarrow Lösung: R_2 als Mess-DMS, baugleicher DMS als R_1 zur Kompensation des Temp.-Effekts

$\rightarrow \frac{\Delta U_D}{U_0} = \frac{\Delta R_N}{4R_1 + 4\Delta R_S + 2\Delta R_N} \rightarrow$ rel. Fehler $f_r \approx -\frac{\Delta R_S}{R}$ Temp.-Abh.: $\Delta R = R_0 \alpha \Delta \theta$

Halb-Brücke \rightarrow DMS als R_2, R_1 baugleich aber entgegengesetzte Änderung zu R_2

\rightarrow Kompensation des Temp.-Effekts $\rightarrow U_D = U_0 \frac{\Delta R_N}{2(R + \Delta R_S)} \rightarrow f_r \approx -\frac{\Delta R_S}{R}$

AC-Messbrücken

Wechselstrom-Abgleich-Brücke

aus $Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$ folgen: $Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$ und $\phi_2 + \phi_3 = \phi_1 + \phi_4$

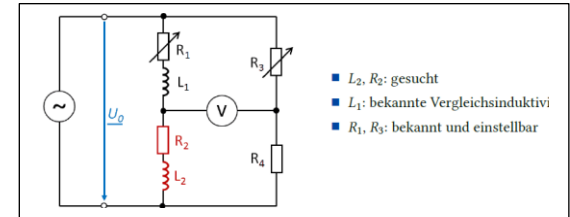
oder: $R_2 R_3 - X_2 X_3 = R_1 R_4 - X_1 X_4$ und $X_2 R_3 - R_2 X_3 = X_1 R_4 + R_1 X_4$

Maxwell-Brücke:

(Messung verlustbehafteter

Induktivität)

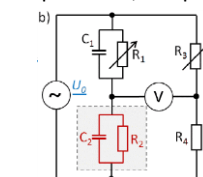
$$R_2 = \frac{R_4}{R_3} R_1 \text{ und } L_2 = L_1 R_4 \frac{1}{R_3}$$



- L_2, R_2 : gesucht
- L_1 : bekannte Vergleichsinduktiv
- R_1, R_3 : bekannt und einstellbar

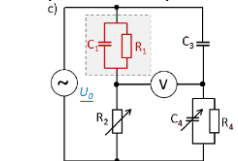
Wien-Brücke (Messung verlustbehafteter

Kapazitäten, Frequenzen, Notch-Filter):



Schering-Brücke (Messung verlustbeh.

Kapazität. bei $\phi = 90^\circ$, Hochspannung)



AC-Ausschlag-Brücke / Differential-Tauchanker

beweglicher Eisenkern führt zu Δs , daraus folgt doppelte Differenzvergrößerung zw L_1 und L_2

$U_D = -\frac{U_0}{2} \frac{\Delta s}{s_0}$; Halbbrücke + Wegsensor: $\frac{\Delta L}{L_0} = \frac{\Delta U}{U} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{R^2}{\omega^2 L_0^2} + 1}$ ($\frac{\Delta U}{U}$ = Empfindlichkeit b. Nennweg)

Vorteile: Linearisierung der Kennlinie, Kompensation homogener Störungen