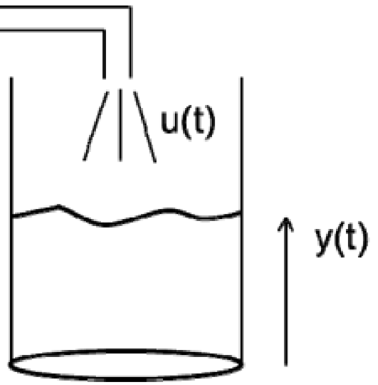
Regelungstechnik

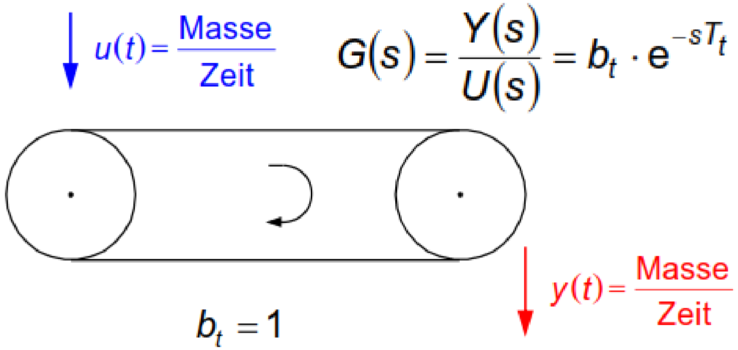
für BEI4, BMEI4 und IBT

Prof. Dr. B. Wagner

$$y(t) = \frac{1}{A}\int_{-\infty}^{t} u(\tau)\,d\tau$$

Querschnittsfläche A

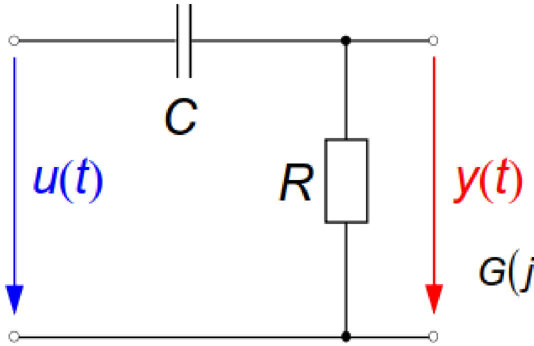




$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = b_t \cdot e^{-sT_t}$$

$$b_t = 1$$

Bild 2-17: Förderband als Beispiel für ein PT_t-Glied



$$T = R \cdot C$$

$$G(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = \frac{b_1(j\omega)}{a_1(j\omega)+1}$$

Kap. 2, Teil b: D-, I-, T_t-Systeme
Allgemeine Zusammenhang Übertragungsfunktion ⬄ Sprungantwort

Wiederholung und Hinführung

Bisher in Kapitel 2:

Systemtypen (P, PI, PT2, IT3, PDT3, …)?

Die Familie der Proportionalsysteme (P, PT_1, PT_2, PT_n)

Schwingfähige und nicht schwingfähige PT_2-Systeme

Die Sprungantwort von PT_1- und PT_2-Systemen

Ablesen der Parameter in Standardform (PT_1: V und T; PT_2 schwingfähig: V, ω_0 und D)

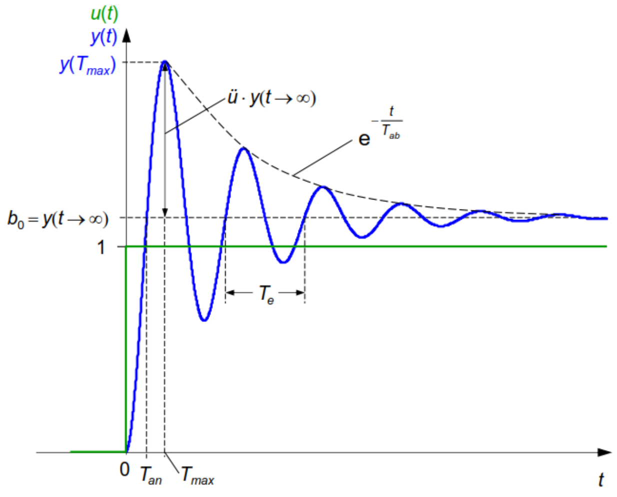
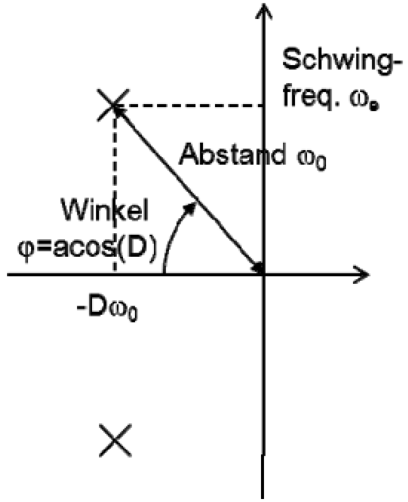


Bild 2-6: Sprungantwort eines schwingfähigen PT_2-Glieds



In dieser Lehreinheit:

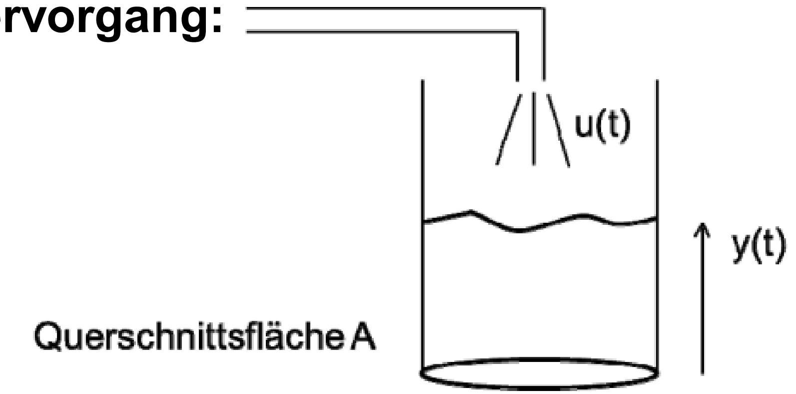
Integrierende, differenzierende und Totzeitsysteme

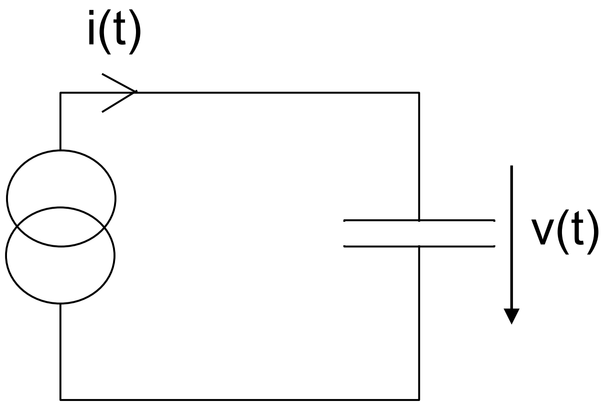
Was man so alles aus der Sprungantwort ablesen kann …

Die Summenzeitkonstante von (nicht schwingfähigen) PT_n-Systemen

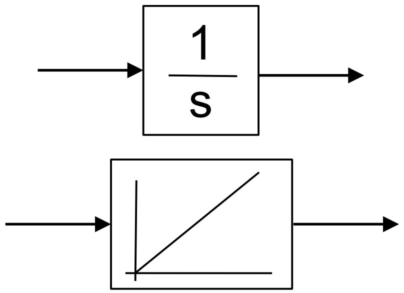
Integrierende Systeme

Speichervorgang:

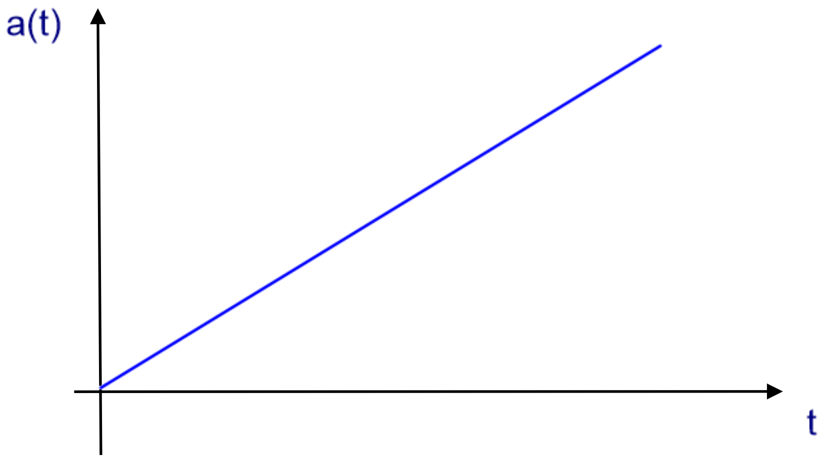




Beschreibung:

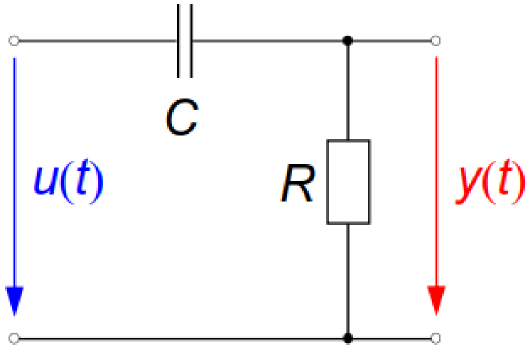


Sprungantwort:



Differenzierende Systeme (D bzw. DT_1)

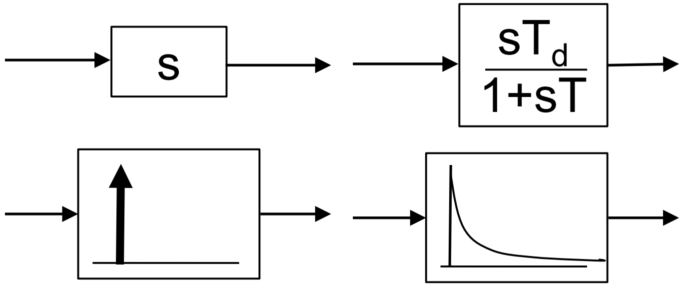
Ableitungs- / Geschwindigkeitsbestimmung



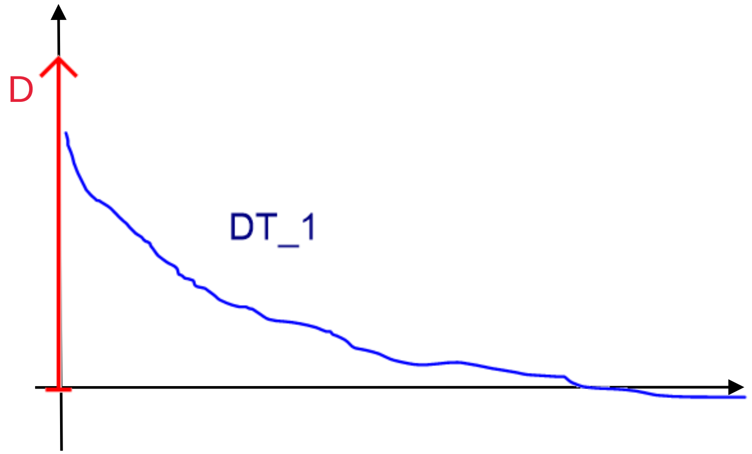
$T = R \cdot C$

Bild 2-14: RC-Hochpass als Beispiel für ein DT_1-Glied

Beschreibung:



Sprungantwort:



Totzeit- / Laufzeitsysteme (PT_t)

Transportvorgänge / Laufzeit

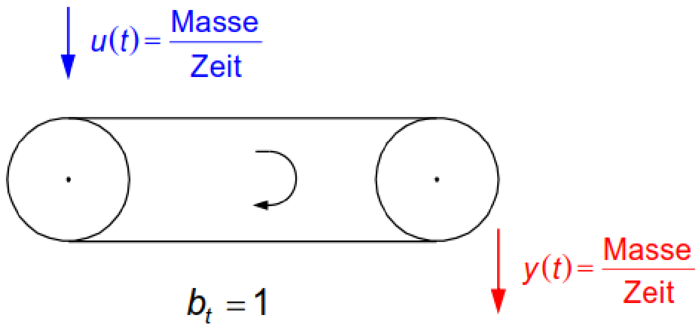
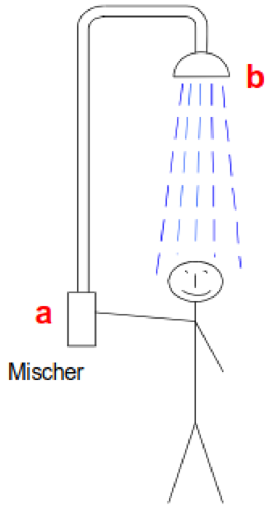
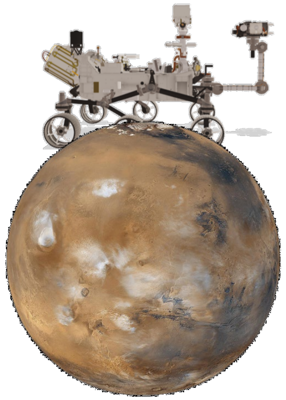
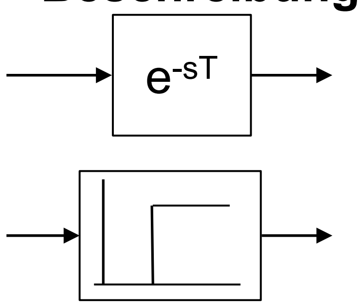


Bild 2-17: Förderband als Beispiel für ein PT_t-Glied



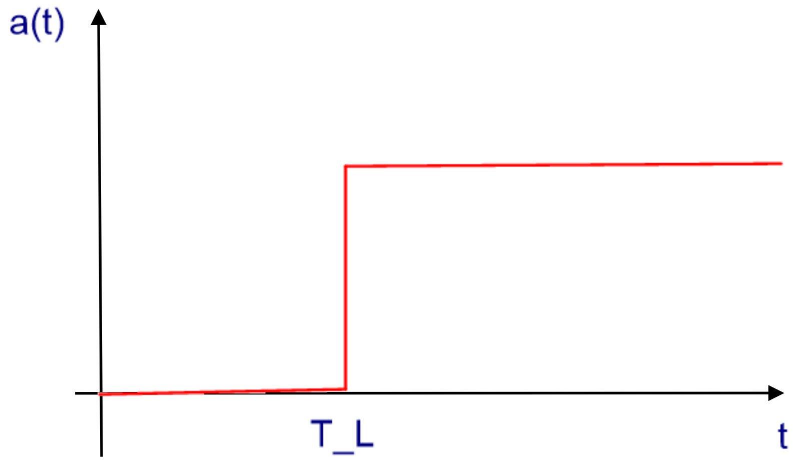


Beschreibung:



Sprungantworten

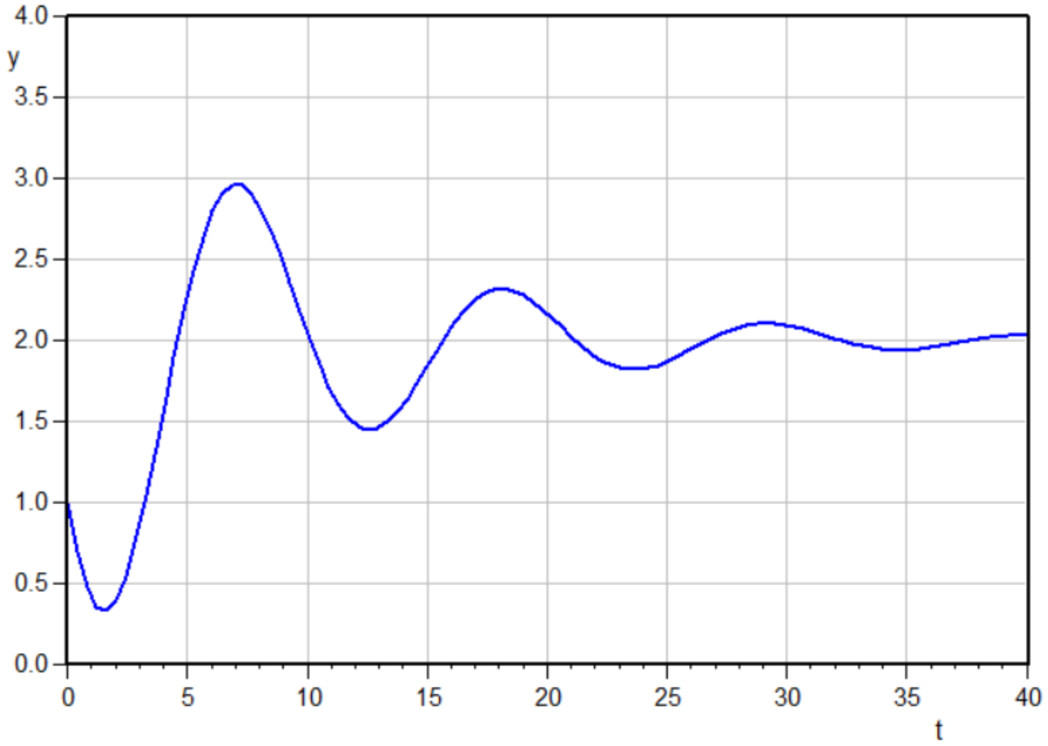
Sprungantwort:



Was man einer Sprungantwort ansieht …

Eigenschaften einer Sprungantwort

- **Anfangswert**
- **Endwert**
- **Anfangssteigung**
- **Harmonischer Anteil**
- **Überschwinger**
- **Übergangs-/Einschwingdauer**



Eigenschaften einer Übertragungsfunktion

- **Zählergrad & Nennergrad ⬄ Differenzordnung = Nennergrad – Zählergrad**
- **Anzahl Pole / Nullstellen bei Null**
- **Zahlenwerte von Koeffizienten**
- **Realteil / Imaginärteil von Polen**

$$G(s) = \frac{3s^2 - 2s + 2}{3s^2 + 0{,}6s + 1}$$

Technische Hochschule Nürnberg

Anfangswert der (Einheits-)Sprungantwort

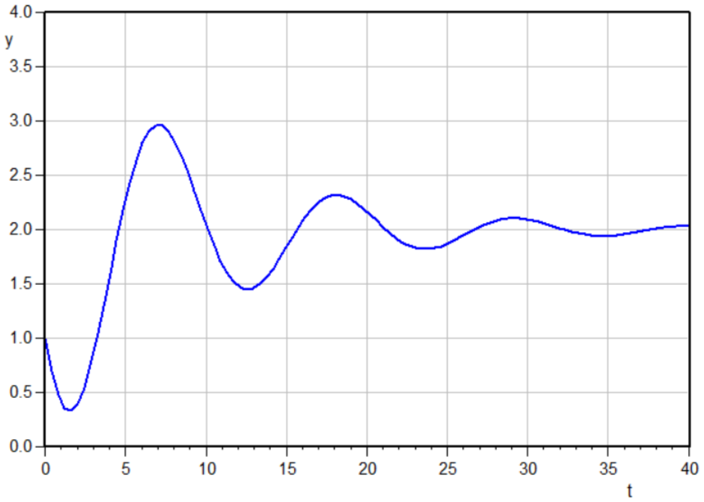
$$G(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \ldots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0} \text{ mit } a_n \neq 0$$

Anfangswertsatz: $\lim_{t \to 0+} a(t) = \lim_{s \to \infty} s \cdot A(s)$

Endwertsatz: $\lim_{t \to \infty} a(t) = \lim_{s \to 0} s \cdot A(s)$

Differentiationssatz: $\mathcal{L}\left\{\frac{du(t)}{dt} \cdot \sigma(t)\right\} = s \cdot U(s) - u(t = 0+)$

Endwert der Sprungantwort



$$G(s) = \frac{3s^2 - 2s + 2}{3s^2 + 0{,}6s + 1}$$

Anfangssteigung der Sprungantwort

Allgemeine Formel:

$$G(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \ldots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0} \text{ mit } a_n \neq 0$$

Anfangswertsatz: $\lim_{t \to 0+} a(t) = \lim_{s \to \infty} s \cdot A(s)$

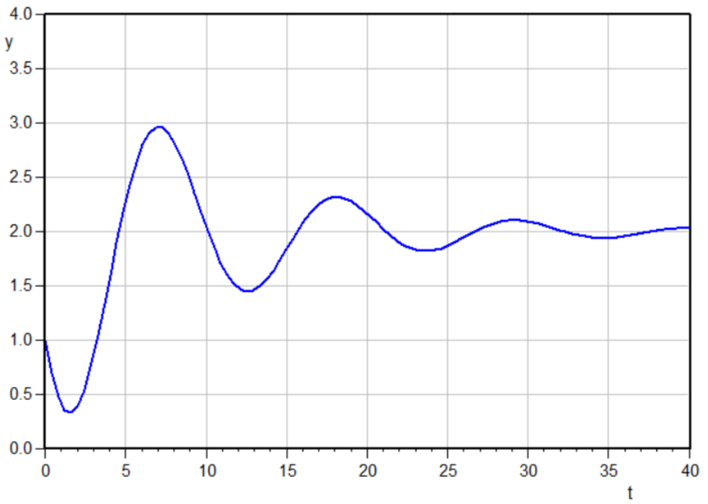
Endwertsatz: $\lim_{t \to \infty} a(t) = \lim_{s \to 0} s \cdot A(s)$

Differentiationssatz: $\mathcal{L}\left\{\frac{du(t)}{dt} \cdot \sigma(t)\right\} = s \cdot U(s) - u(t = 0+)$

1. Anfangssteigung der Sprungantwort bei $b_n \neq 0$

2. Anfangssteigung der Sprungantwort bei $b_n = 0$ und $b_{n-1} \neq 0$

3. Anfangssteigung der Sprungantwort bei $b_n = 0$ und $b_{n-1} = 0$



$$G(s) = \frac{3s^2 - 2s + 2}{3s^2 + 0{,}6s + 1}$$

Beispiel $G(s) = \dfrac{5s+2}{6s^2+2s+0{,}7}$

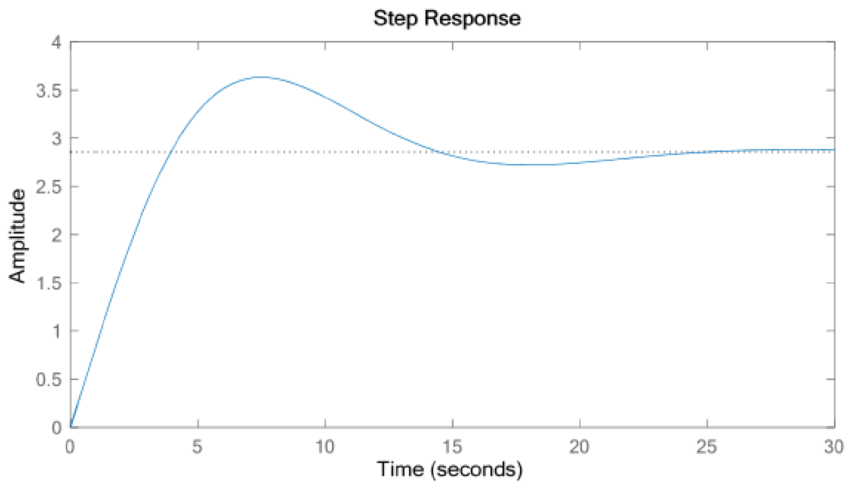
b_2 = …. b_1= …. b_0= …. a_2 = …. a_1= …. a_0= ….

$\Rightarrow$ Anfangswert der Sprungantwort

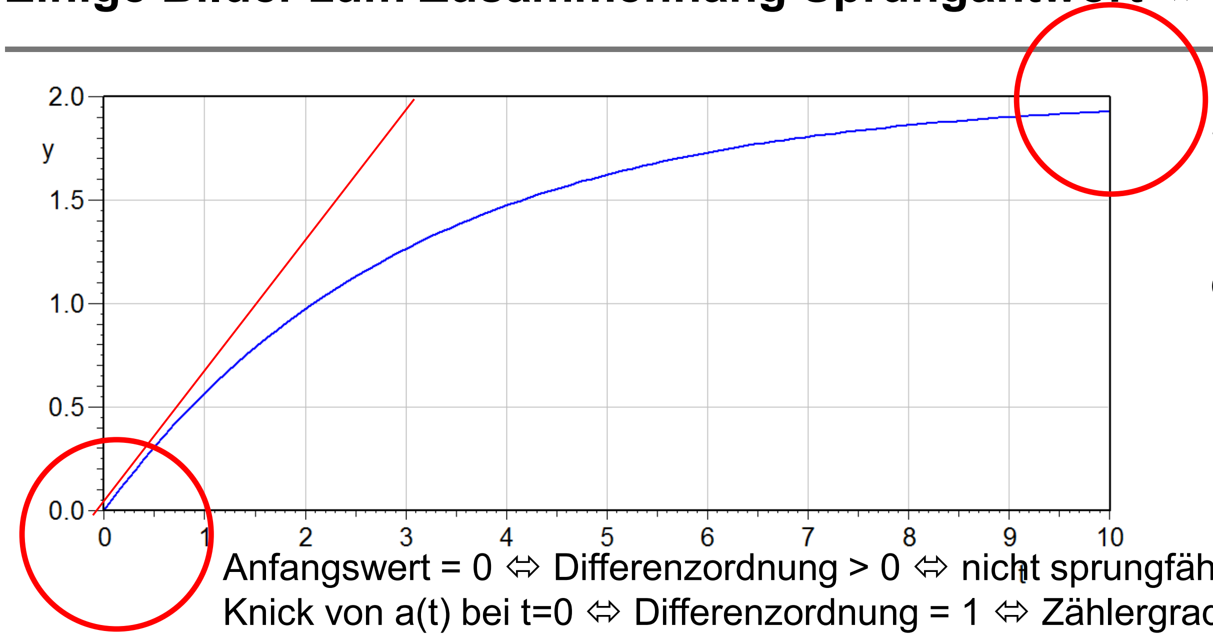
$\Rightarrow$ Endwert der Sprungantwort

$\Rightarrow$ Sprungfähigkeit bei t = 0

$\Rightarrow$ Knick bei t = 0 mit Steigung …



Einige Bilder zum Zusammenhang Sprungantwort ⇔ Übertragungsfunktion



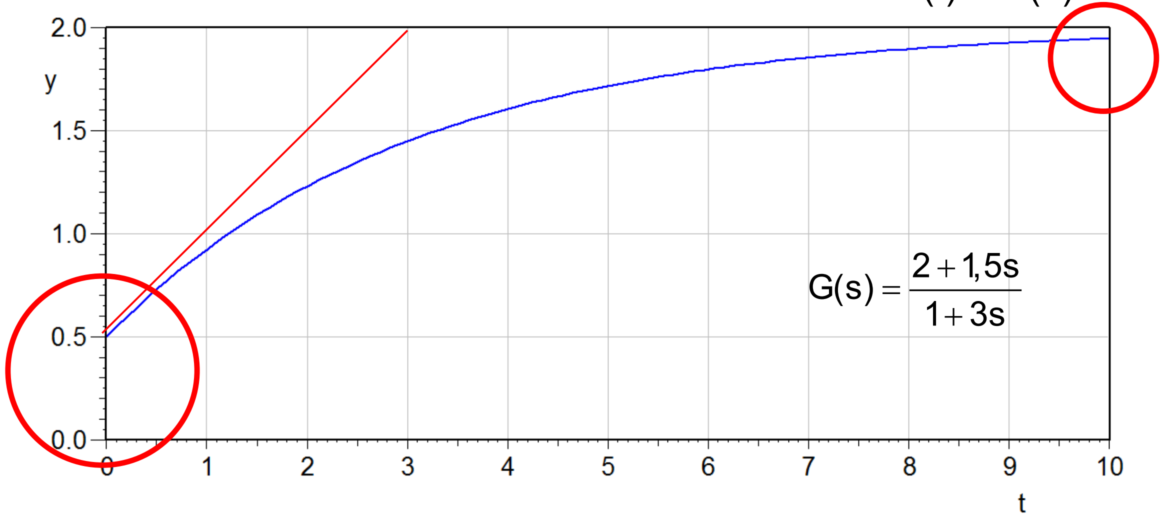
Endlicher Endwert von a(t) ungleich Null ⇔
System hat P-Anteil, aber keinen I-Anteil
Endwert von a(t) = G(0) = 2

$$G(s) = \frac{2}{1+3s}$$

$$\boxed{\dot{a}(0_+) = \frac{\left(b_{n-1} - b_n a_{n-1} / a_n\right)}{a_n}.}$$

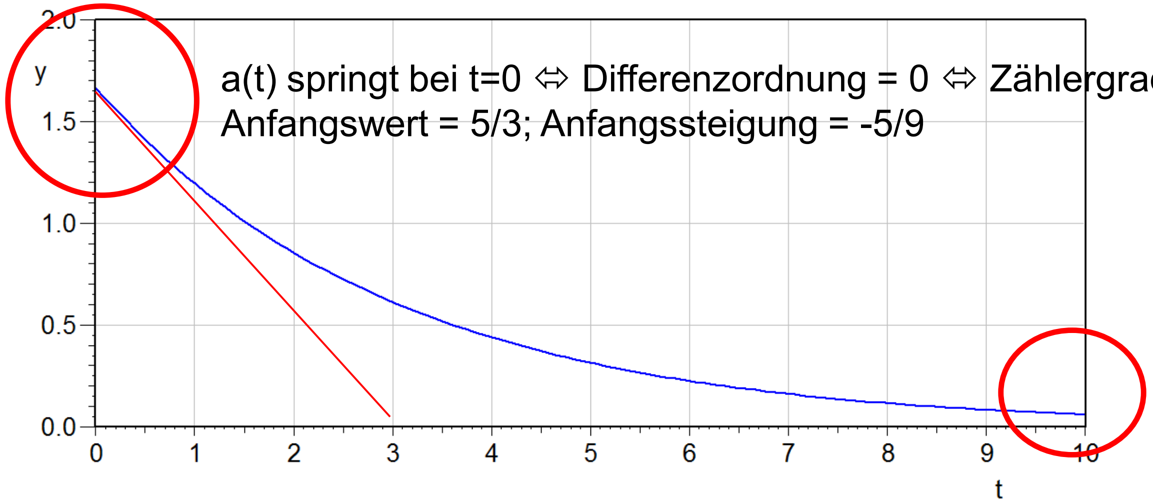
Anfangswert = 0 ⇔ Differenzordnung > 0 ⇔ nicht sprungfähig
Knick von a(t) bei t=0 ⇔ Differenzordnung = 1 ⇔ Zählergrad = Nennergrad - 1
Anfangssteigung = $\dot{a}(0_+)$ = 2/3

Endlicher Endwert von a(t) ungleich Null ⇔
System hat P-Anteil, aber keinen I-Anteil
Endwert von a(t) = G(0) = 2



$a(0) \neq 0$ ⇔ sprungfähig ⇔ Differenzordnung = 0 ⇔ Zählergrad = Nennergrad
Anfangswert = G(∞) = 1,5/3 = 0,5;
Anfangssteigung nach Sprung = $\dot{a}(0_+) = 0{,}5$

Einige Bilder zum Zusammenhang Sprungantwort ⬄ Übertragungsfunktion

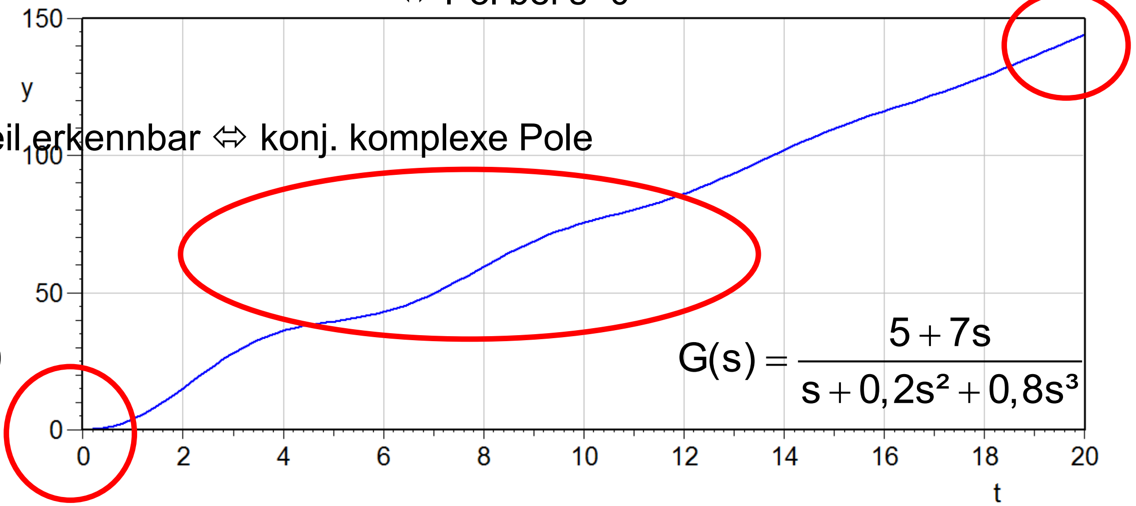


a(t) springt bei t=0 ⬄ Differenzordnung = 0 ⬄ Zählergrad = Nennergrad
Anfangswert = 5/3; Anfangssteigung = -5/9

$$G(s) = \frac{5s}{1+3s}$$

Endwert = 0 ⬄ kein P- und kein I-Anteil
Differenzierendes Grundverhalten
Endwert von a(t) = G(0) = 0

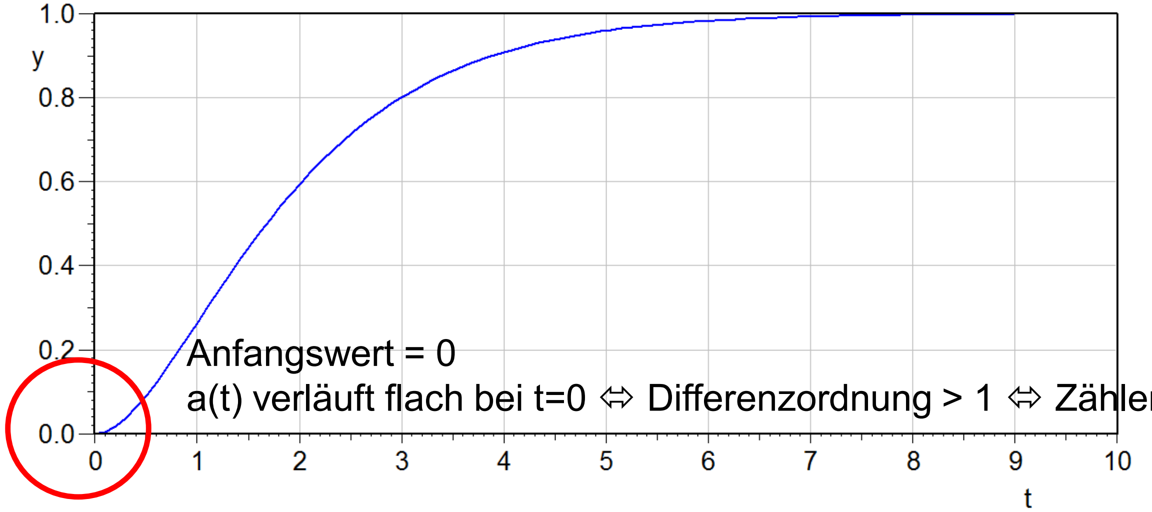
Sprungantwort a(t) strebt gegen ∞ ⬄ I-Anteil
⬄ Pol bei s=0



Schwingender Anteil erkennbar ⬄ konj. komplexe Pole

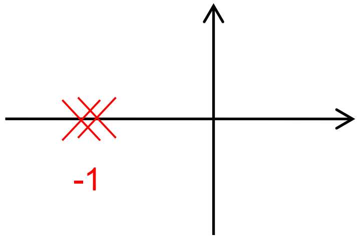
Anfangswert = 0
a(t) verläuft flach bei t=0 ⬄ Differenzordnung >1 ⬄ Zählergrad < Nennergrad -1

$$G(s) = \frac{5+7s}{s+0{,}2s^2+0{,}8s^3}$$

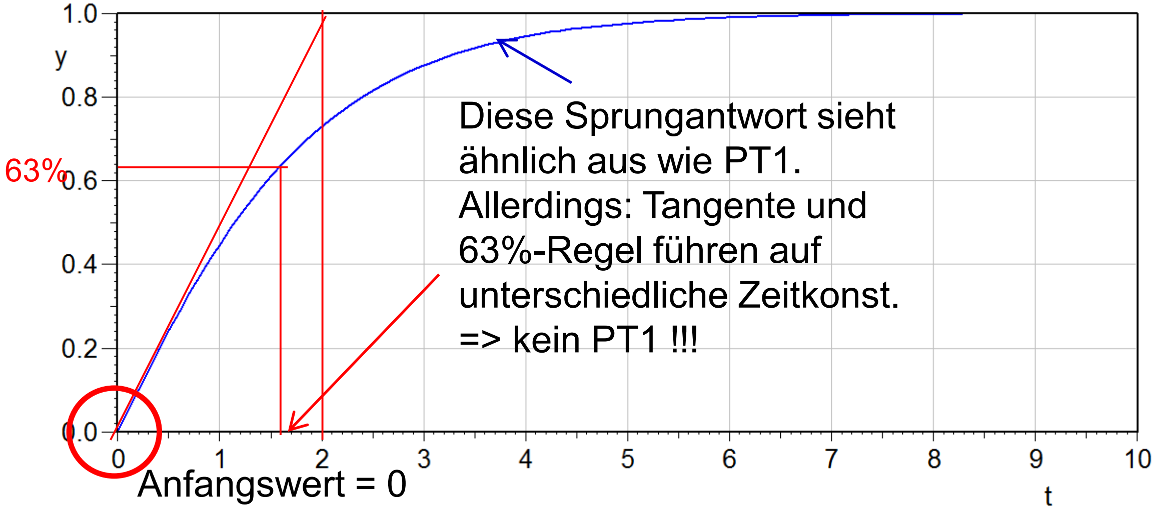


2 Pole, keine Nullstellen ⇔ PT2
Differenzordnung r = 2
Kein Überschwingen, da reelle Pole (bei -1)

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)^2}$$



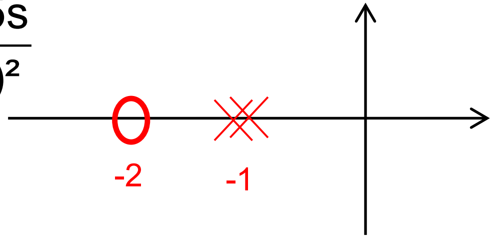
Anfangswert = 0
a(t) verläuft flach bei t=0 ⇔ Differenzordnung > 1 ⇔ Zählergrad < Nennergrad -1



Diese Sprungantwort sieht ähnlich aus wie PT1.
Allerdings: Tangente und 63%-Regel führen auf unterschiedliche Zeitkonst.
=> kein PT1 !!!

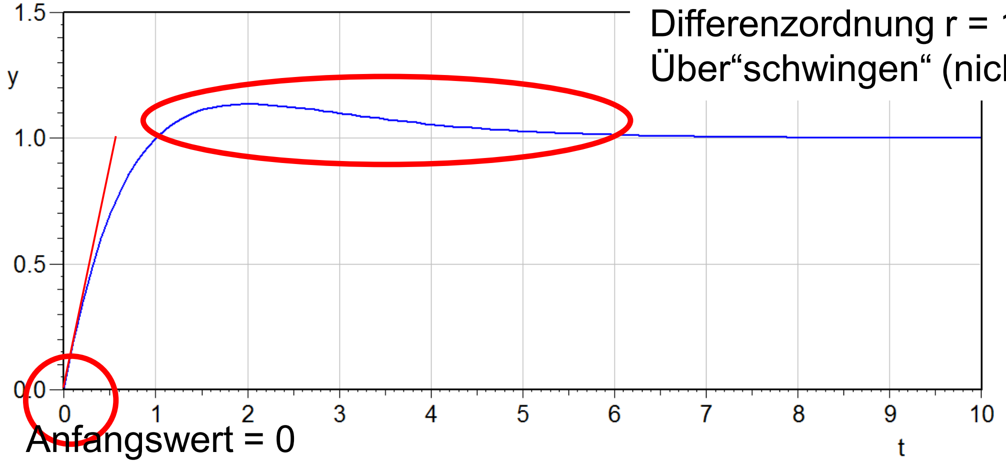
2 Pole, eine Nullstelle⇔ PDT2
Differenzordnung r = 1
Kein Überschwingen, da reelle Pole und **<u>Nullstelle links der Pole</u>** liegt!

$$G(s) = \frac{1+0{,}5s}{(1+s)^2}$$

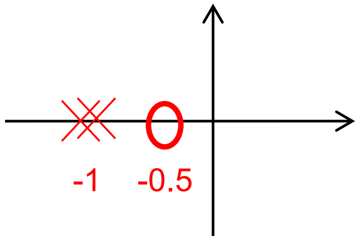


Anfangswert = 0
a(t) hat Knick bei t=0 ⇔ Differenzordnung = 1 ⇔ Zählergrad = Nennergrad -1
Anfangssteigung = 0,5

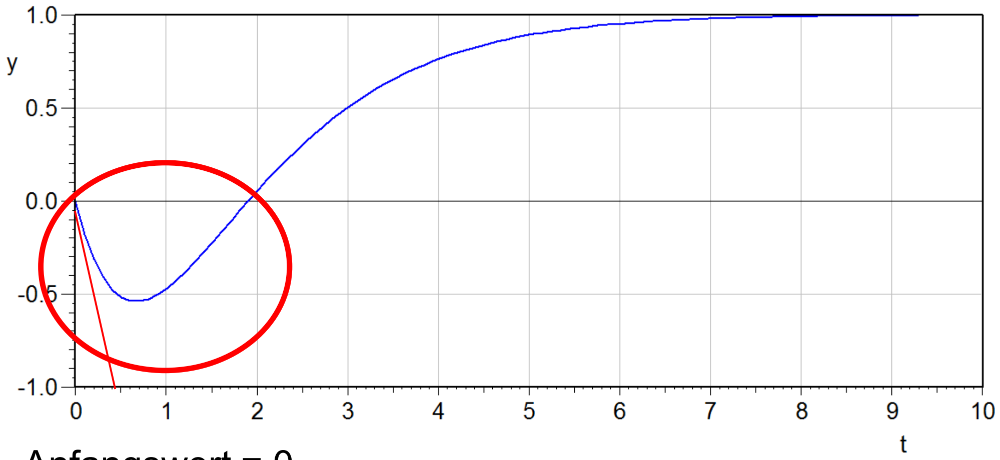
2 Pole, eine Nullstelle ⇔ PDT2
Differenzordnung r = 1
Über"schwingen" (nicht periodisch!) da zwar reelle Pole, aber **Nullstelle rechts der Pole**!



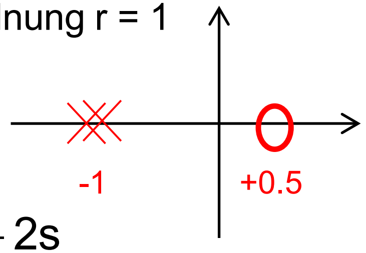
$$G(s) = \frac{1+2s}{(1+s)^2}$$



Anfangswert = 0
a(t) hat Knick bei t=0 ⇔ Differenzordnung = 1 ⇔ Zählergrad = Nennergrad -1 ⇔ kann kein PT2 sein!
Anfangssteigung = 2



2 Pole, eine Nullstelle ⇔ PDT2
Differenzordnung r = 1



$$G(s) = \frac{1-2s}{(1+s)^2}$$

Anfangswert = 0
a(t) hat Knick bei t=0 ⇔ Differenzordnung = 1 ⇔ Zählergrad = Nennergrad -1
Negative Anfangssteigung = -2

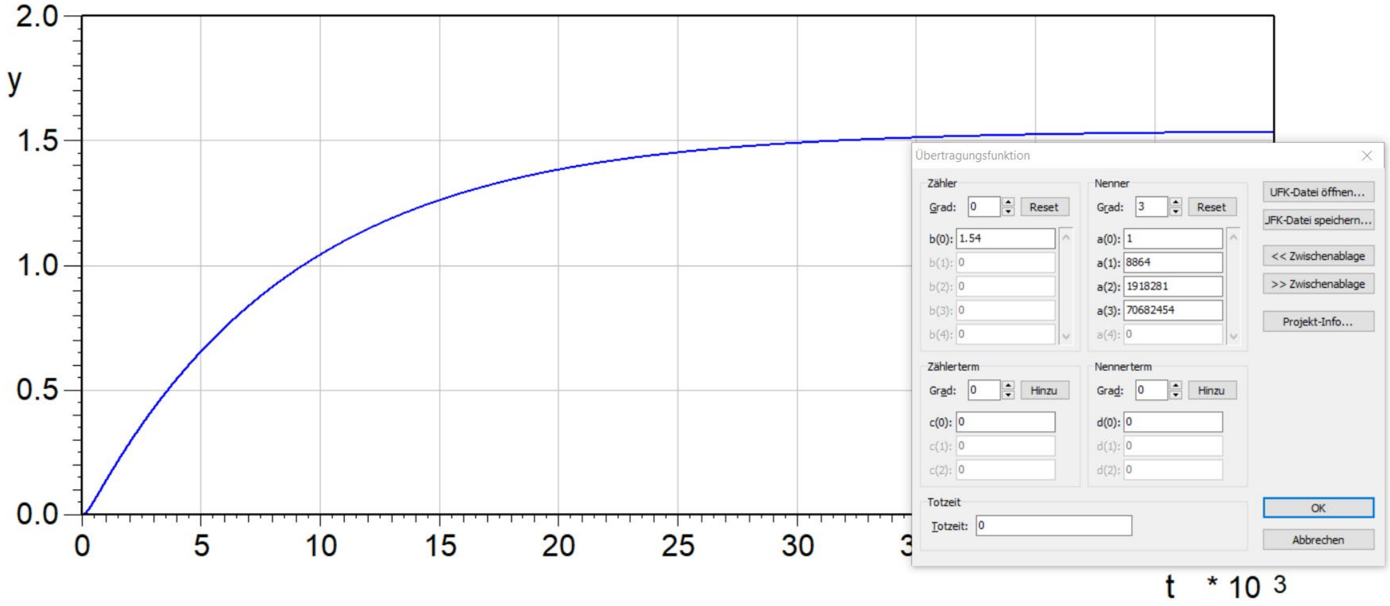
Noch ein quantitativer Trick:
Die „Summenzeitkonstante“ eines nicht schwingfähigen PTn-Systems

Beispiel aus der Projektarbeit „Temperaturregelung einer Brauanlage“ (Kraus, Köhler, Schwarzkopf, 2016)

Übertragungsfunktion:

$$G_s(s) = \frac{1{,}54}{(8643{,}04s+1)(173{,}97s+1)(47s+1)}$$

groß klein klein



Zeitkonstanten:

--> kleine für Reglerentwicklung zsmfassen

⇒ „große“ und „kleine“ Zeitkonstanten

⇒ Zusammenfassen **der kleinen** Zeitkonstanten ⇒ T_σ
Näherung für Reglerentwicklung (Kap. 7)

⇒ Zusammenfassen **aller** Zeitkonstanten ⇒ T_Σ
Abschätzung der Einschwingdauer

Summe aller Zeitkonstanten x 3-5 = Einschwingdauer

Einschwingdauerabschätzung mit der Summenzeitkonstante T_Σ:

Aus dem Skript, Kap. 4.3:

$$G_S(s) = \frac{V_S}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)\ldots(1+sT_n)} = \frac{V_S}{1+s\underbrace{(T_1+T_2+T_3+\cdots+T_n)}_{\text{Summen - zeitkonstante } T_\Sigma}+\underbrace{s^2(T_1T_2+\cdots)+\cdots}_{\text{wird vernachlässigt}}} \approx \frac{V_S}{1+sT_\Sigma}$$

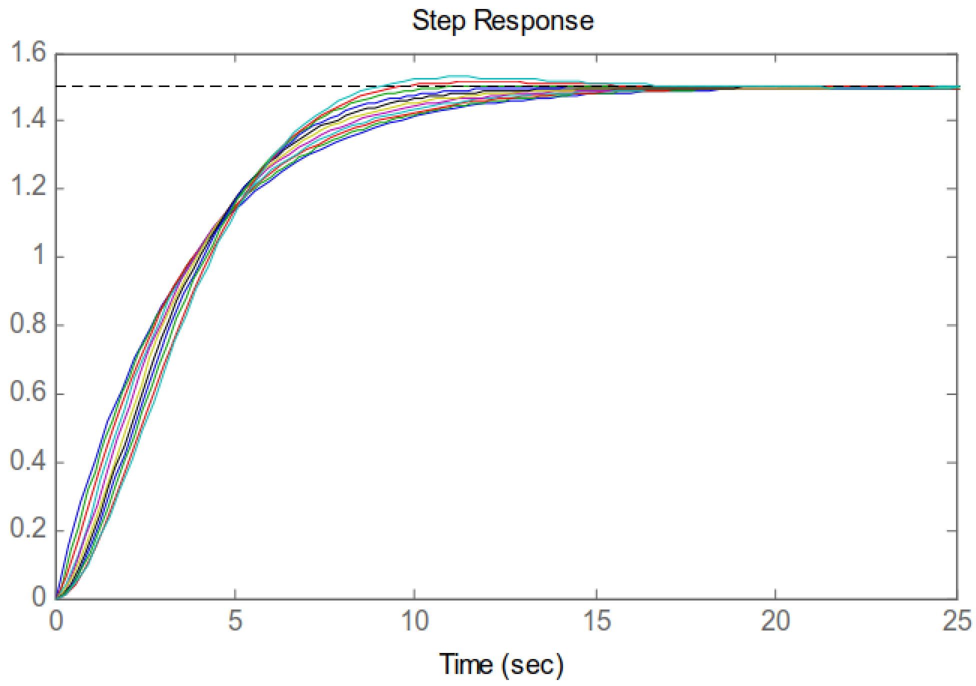
(da es sich um Einschwingdauer handelt und die weiteren Terme für langfristiges Verhalten verantwortlich sind)

Abschätzung der Einschwingdauer eines PT_n-Systems anhand von T_Σ:

… liefert gute Näherung bei nicht schwingfähigen bzw. nicht zu schwach gedämpften schwingfähigen Systemen

Beispiel 1: $$G_s(s) = \frac{1{,}54}{(8643{,}04s+1)(173{,}97s+1)(47s+1)}$$

Beispiel 2: $$G_S(s) = \frac{3}{as^2+7s+2} = \frac{1{,}5}{\frac{a}{2}s^2+3{,}5s+1} \approx \frac{1{,}5}{3{,}5s+1}$$

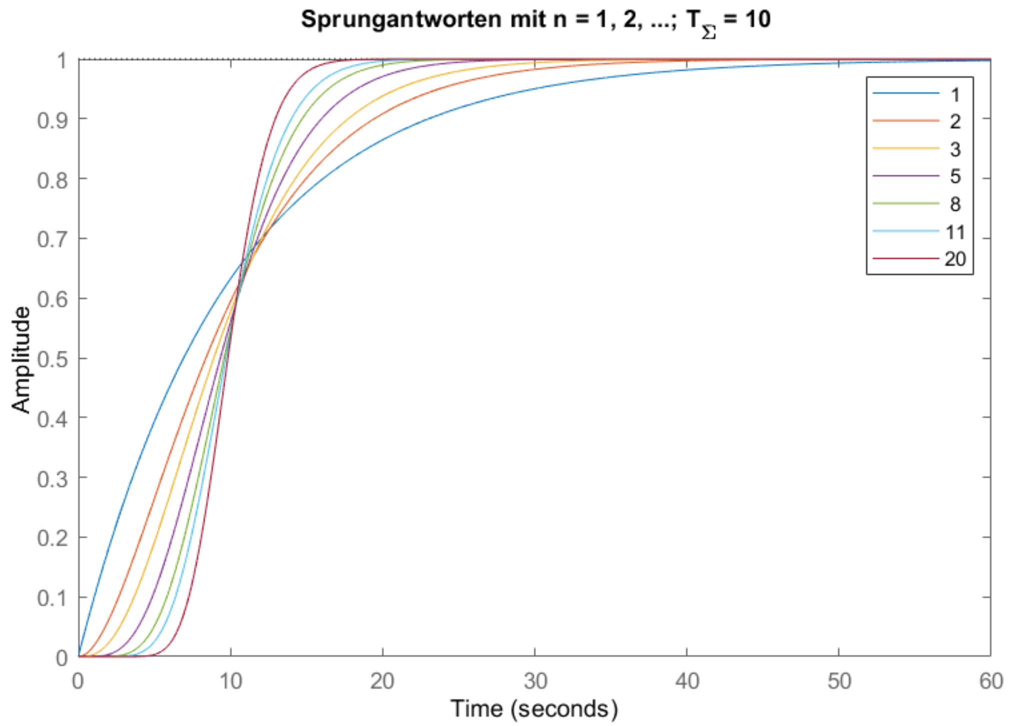


Einschwingdauerabschätzung mit der Summenzeitkonstante T_Σ:

Reihenschaltung von n PT1-Blöcken => PTn – System

Im Beispiel identische Zeitkonstanten

$$G(s) = \frac{1}{(sT+1)^n} \; mit \; T = \frac{T_\Sigma}{n}$$



Auslaufen aus Nullpunkt wird bei höherer Anzahl von Polen flacher

Wie geht es weiter?

$\Rightarrow$ **Übungsaufgaben 2.3 … zum Stoff dieser Lehreinheit**

$\Rightarrow$ **In den nächsten beiden Lehreinheiten:**

- $\Rightarrow$ **Frequenzgänge**
- $\Rightarrow$ **Bode-Diagramm und (Nyquist-) Ortskurven für einige Systeme (PT_1, PT_2, PD, I, D, PT_t)**
- $\Rightarrow$ **Konstruktion von Bode-Diagrammen für beliebige Systeme $PI^2DT_4T_t$**
- $\Rightarrow$ **Kapitel 3 im Skript**