1. Grundlagen

$\cos(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

$\sin(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

Kreisfrequenz/Winkelgeschwindigkeit: $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f \qquad \left[\frac{1}{s}\right]$

rotierende Spule, Änderung des Flusses: $\phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = -B \cdot 2r \cdot l \cdot \cos\varphi = \hat{\phi} \cdot (-\cos\omega t) = \phi(t)$

($\hat{\phi}$ = Amplitude, Maximalwert, Scheitelwert)

→Spannung wird induziert: $u_i = N \cdot \frac{d\phi}{dt} = N \cdot B \cdot l \cdot 2r \cdot \omega \cdot \sin\omega t = \hat{u}_i \cdot \sin\omega t$

Nulldurchgang: Punkt am nächsten zum Ursprung, an dem Schwingung von ⊖ nach ⊕ wechselt

φ = Nullphasenwinkel: Abstand zw. Ursprung und Nulldurchgang $\quad i(t) = \hat{\imath} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

(wenn nach links verschoben, φ = positiv, und umgekehrt) $\quad i(t) = \hat{\imath} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

$I_{eff} = I = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^{T} i^2(t)\,dt}$ oder $I_{eff} = I = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_{\omega t=0}^{2\pi} i^2(\omega t)\,d\omega t}$

(Herleitung über Leistung P)

		Sinus	Dreieck	Rechteck	PWM
Effektivwert „selbe Leistung“	$X = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^{T} x^2(t)\,dt}$	$\frac{\hat{\imath}}{\sqrt{2}}$	$\frac{\hat{\imath}}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{I_0^2 + \hat{\imath}^2}$	$\hat{\imath} \cdot \sqrt{\frac{T_1}{T}}$
Arith. Mittelw.	$\bar{x} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^{T} x(t)\,dt$	0	0		$\hat{\imath} \cdot \frac{T_1}{T}$
Gleichrichtwert	$\overline{\lvert x\rvert} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^{T} \lvert x(t)\rvert\,dt$	$\frac{2}{\pi} \cdot \hat{\imath}$	$\frac{\hat{\imath}}{2}$		

„selbe Ladungsmenge“ → Flächen abschnittsweise von Nullstelle zu Nullstelle

		Sinus	Dreieck
Scheitelfaktor	$\xi = \frac{\hat{x}}{X} = \frac{Scheitelwert}{Effektivwert}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$
Formfaktor	$F = \frac{X}{\overline{\lvert x\rvert}} = \frac{Effektivwert}{Gleichrichtwert}$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$

Additionstheoreme

$\sin x_1 + \sin x_2 = 2 \cdot \sin\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x_1 - x_2}{2}\right)$

$\sin x_1 - \sin x_2 = 2 \cdot \cos\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{x_1 - x_2}{2}\right)$

$\cos x_1 + \cos x_2 = 2 \cdot \cos\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x_1 - x_2}{2}\right)$

$\cos x_1 - \cos x_2 = -2 \cdot \sin\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{x_1 - x_2}{2}\right)$

$\sin x_1 \cdot \sin x_2 = \frac{1}{2}\left[\cos(x_1 - x_2) - \cos(x_1 + x_2)\right]$

$\cos x_1 \cdot \cos x_2 = \frac{1}{2}\left[\cos(x_1 - x_2) + \cos(x_1 + x_2)\right]$

$\sin x_1 \cdot \cos x_2 = \frac{1}{2}\left[\sin(x_1 - x_2) + \sin(x_1 + x_2)\right]$

$\sin(2x) = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$

$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$

$\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$

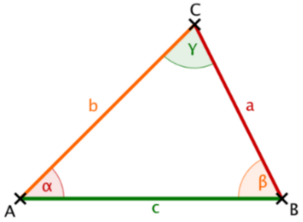
$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$

$\sin^2 x = \frac{1}{2}\left(1 - \cos(2x)\right)$

$\cos^2 x = \frac{1}{2}\left(1 + \cos(2x)\right)$

$rad = \frac{deg}{360°} \cdot 2\pi$

$deg = \frac{rad}{2\pi} \cdot 360°$



Sinussatz

$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}.$

Kosinussatz

- $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma)$
- $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$
- $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$

Umrechnungen (p = parallel, r = reihe)

$R_p = \frac{Z^2}{R_r} = \frac{R_r^2 + X_r^2}{R_r} \qquad R_r = \frac{Z^2}{R_p} = \frac{R_p \cdot X_p^2}{R_p^2 + X_p^2} \qquad \frac{R_r}{R_p} = \cos^2\varphi$

$X_p = \frac{Z^2}{X_r} = \frac{R_r^2 + X_r^2}{X_r} \qquad X_r = \frac{Z^2}{X_p} = \frac{X_p \cdot R_p^2}{R_p^2 + X_p^2} \qquad \frac{L_r}{L_p} = \sin^2\varphi$

$Z^2 = R_r \cdot R_p = X_r \cdot X_p \qquad \frac{C_p}{C_r} = \sin^2\varphi$

$\sin(-x) = -\sin(x)$

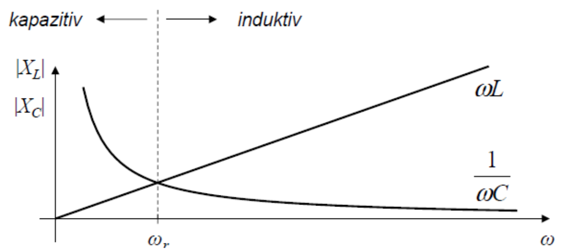
$\cos(-x) = \cos(x)$

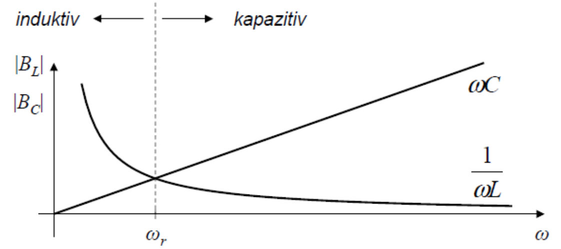
$i(t) = \hat{\imath} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

$i(t) = \hat{\imath} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

→ $\underline{I} = \frac{\hat{\imath}}{\sqrt{2}} \cdot e^{j \cdot \varphi}$

	Impedanz	komplex	Admittanz	komplex	*I* nach *U*	Reihenschaltung	Parallelschaltung
R	R	R	$\frac{1}{R}$	$\frac{1}{R}$	$\varphi = 0°$	$R = Z \cdot \cos\varphi$	$R = \frac{Z}{\cos\varphi}$ $G = Y \cdot \cos\varphi_Y$
L	$X_L = \omega L$	$jX_L = j\omega L$	$B_L = -\frac{1}{\omega L}$	$jB_L = \frac{1}{j\omega L}$ $jB_L = \frac{1}{jX_L}$	$\varphi = 90°$	$X_L = Z \cdot \sin\varphi$	$X_L = \frac{Z}{\sin\varphi}$ $B_L = Y \cdot \sin\varphi_Y$
C	$X_C = -\frac{1}{\omega C}$	$jX_C = \frac{1}{j\omega C}$	$B_C = \omega C$	$jB_C = j\omega C$ $jB_C = \frac{1}{jX_C}$	$\varphi = -90°$	$X_C = Z \cdot \sin\varphi$	$X_C = \frac{Z}{\sin\varphi}$ $B_C = Y \cdot \sin\varphi_Y$
Z / Y		$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi}$ $\underline{Z} = \frac{1}{Y} \cdot e^{-j\varphi_Y}$		$\underline{Y} = Y \cdot e^{j\varphi_Y}$ $\underline{Y} = \frac{1}{Z} \cdot e^{-j\varphi}$		$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ $Z = \sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2}$	$Y = \sqrt{G^2 + B^2}$ $Y = \sqrt{G^2 + (B_C + B_L)^2}$
φ						$\varphi = \arctan\left(\frac{X}{R}\right)$	$\varphi = -\varphi_Y = -\arctan\left(\frac{B}{G}\right)$ (φ_Y von U zu I)
Resonanz						*I* max, *U* min	*I* min, *U* max





	Reihenschaltung	Parallelschaltung	Momentanleistung	Energie
R			$p(\omega t) = U \cdot I \cdot [1 - \cos(2\omega t)]$	$W = I^2 \cdot R \cdot T$ (pro Periode)
L	$Q_L = I^2 \cdot X_L = I^2 \cdot \omega \cdot L \quad \rightarrow L = \frac{Q_L}{\omega \cdot I^2}$	$Q_L = \frac{U^2}{X_L} = \frac{U^2}{\omega \cdot L} \quad \rightarrow L = \frac{U^2}{\omega \cdot Q_L}$	$p(\omega t) = U \cdot I \cdot \sin(2\omega t)$	$W_m = \frac{1}{2} \cdot L \cdot \hat{\imath}^2$ (nur bei i = max)
C	$Q_C = I^2 \cdot X_C = -\frac{I^2}{\omega C} \quad \rightarrow C = -\frac{I^2}{Q_C \cdot \omega}$	$Q_C = \frac{U^2}{X_C} = -U^2 \cdot \omega \cdot C \quad \rightarrow C = -\frac{Q_C}{\omega \cdot U^2}$	$p(\omega t) = U \cdot I \cdot \sin(2\omega t)$	$W_e = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \hat{u}^2$ (nur bei u = max)

Leistungs-/Wirkfaktor: $\cos\varphi = \frac{P}{S}$

Blindfaktor: $\sin\varphi = \frac{Q}{S}$

	allgemein	komplex	mit *I* (Reihe)	mit *U* (parallel)
S	$S = U \cdot I$ $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$	$\underline{S} = P + jQ = S \cdot e^{j\varphi} = U \cdot I \cdot e^{j(\varphi_U - \varphi_I)}$ $= U \cdot e^{j\varphi_U} \cdot I \cdot e^{j(-\varphi_I)} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$	$\underline{S} = \underline{Z} \cdot I^2 = \frac{I^2}{\underline{Y}}$	$\underline{S} = \frac{U^2}{\underline{Z}^*} = \underline{Y}^* \cdot U^2$
P	$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi = S \cdot \cos\varphi$	$P = Re(\underline{S}) = \frac{Q}{\tan\varphi} = Q \cdot \frac{Re(\underline{Z})}{Im(\underline{Z})}$	$P = Re\{\underline{Z}\} \cdot I^2$	$P = Re\left\{\frac{U^2}{\underline{Z}^*}\right\}$
Q	$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi = S \cdot \sin\varphi$	$Q = Im(\underline{S}) = P \cdot \tan\varphi = P \cdot \frac{Im(\underline{Z})}{Re(\underline{Z})}$	$Q = Im\{\underline{Z}\} \cdot I^2$	$Q = Im\left\{\frac{U^2}{\underline{Z}^*}\right\}$

Blindstromkompensation: Reduzierung Q durch zusätzlichen C

→ $Q_C = P \cdot (\tan\varphi' - \tan\varphi)$ (mit φ' als neuen Winkel)

(Verbraucher in Parallelschaltung umwand. um Q_C zu berechnen!)

→ leicht ohmsch-induktiv, da bei Resonanz Spannungsmaximum

Wirkleistung im Verbraucher:

$$P_V = \frac{U_q^2 \cdot R_V}{(R_V + R_i)^2 + (X_V + X_i)^2} = f(R_V, X_V)$$

Leistungsanpassung wenn: $R_V = R_i$ und $X_V = -X_i$

(Herleitung über $R_V = \sqrt{R_i^2 + (X_V + X_i)^2}$)

→ $\underline{Z}_V = \underline{Z}_i^*$ und $\varphi_V = -\varphi_i$

→ bei Leistungsanpassung: **Resonanz**

→ $P_{v,max} = \frac{U_q^2}{4R_i}$ ($U_q = eff.!$ und R_i vor Umwandlung!)

→ Gesamtleistung Quelle: $P_{Quelle} = 2 \cdot P_{v,max} = \frac{U_q^2}{2R_i}$ → $\eta = 50\%$

bei Fehlanpassung:

$$\frac{P_V}{P_{v,max}} = \frac{4x}{(1+x)^2 + y^2} \quad \text{mit } x = \frac{R_V}{R_i} \quad \text{und } y = \frac{X_V + X_i}{R_i}$$

Netzwerkberechnung

Anwendung der Kirchhoffschen Gesetze

1. Anzahl Zweige n und Anzahl Knoten p feststellen
2. Zählpfeile für unbekannte Größen eintragen
3. Knotenpunktsatz für p-1 Knoten aufstellen
4. Unabhängige Maschen wählen m = n – (p-1), Umlaufsinn eintragen und Maschengleichungen aufstellen
5. Gleichungssystem sinnvoll (!) lösen

Überlagerungsmethode

Quellen nacheinander aktivieren/deaktivieren, anschließend Teilströme addieren: $I_n = I_n' + I_n'' + \ldots$

Ersatzzweipolquellen/Schnittmethode

→ Teil des Netzwerkes wird durch eine ideale Spannungs-/Stromquelle und einem Innenwiderstand R_i ersetzt Netzwerk an betrachteten Klemmen a-b öffnen und 2 der 3 folgenden Größen betrachten:

1. Leerlaufspannung a-b: $U_0 = U_q$ → Maschenregel!
2. Kurzschlussstrom a-b: $I_k = I_q$
3. Innenwiderstand R_i berechnen: Deaktivieren der Quellen und Berechnung des Gesamtwiderstands bei Leerlauf = R_i

→ Berechnung der 3. Größe durch Ohmsches Gesetz

Netzumwandlung **(gilt nur für eine Frequenz!)**

Stern → Dreieck

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}$$
$$\underline{Z}_{23} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1}$$
$$\underline{Z}_{31} = \underline{Z}_3 + \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_3 \cdot \underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}$$

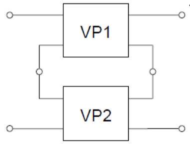
Dreieck → Stern

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$
$$\underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$
$$\underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{23} \cdot \underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$

4. Zwei-/Vierpole

Z-Parameter

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_{11} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{12} \cdot \underline{I}_2$$
$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_{21} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{22} \cdot \underline{I}_2$$



Reihenschaltung: $[\underline{Z}] = [\underline{Z}_1] + [\underline{Z}_2]$

Y-Parameter

$$\underline{I}_1 = \underline{Y}_{11} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{12} \cdot \underline{U}_2$$
$$\underline{I}_2 = \underline{Y}_{21} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{22} \cdot \underline{U}_2$$

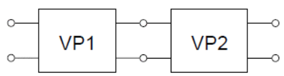
Stromrichtungen beachten!

A-Parameter

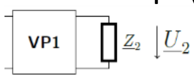
$$\underline{U}_1 = \underline{A}_{11} \cdot \underline{U}_2 - \underline{A}_{12} \cdot \underline{I}_2$$
$$\underline{I}_1 = \underline{A}_{21} \cdot \underline{U}_2 - \underline{A}_{22} \cdot \underline{I}_2$$

→ A_{11} und A_{22} dimensionslos

Verkettung von 2 A-Formen möglich: $[\underline{A}] = [\underline{A}_1] \cdot [\underline{A}_2]$



Belasteter Vierpol (Z-Matrix bekannt)



$\underline{U}_2 = -\underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2$ → in 2. Vierpolgleichung einsetzen

→ nach $\underline{I}_2$ auflösen und in 1. Vierpolgl. einsetzen

Eingangswiderstand des belasteten Vierpols:

$\underline{Z}_e = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \underline{Z}_{11} - \frac{\underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{22} + \underline{Z}_2}$ (mit 1. Vierpolgleichung)

T: $\underline{\boldsymbol{Z}}_{11} = \underline{Z}_{1T} + \underline{Z}_{2T}$, $\underline{\boldsymbol{Z}}_{22} = \underline{Z}_{3T} + \underline{Z}_{2T}$, $\underline{\boldsymbol{Z}}_{12} = \underline{\boldsymbol{Z}}_{21} = \underline{Z}_{2T}$

Umwandlungen

[Z]	Z_{11}	Z_{12}	$\frac{Y_{22}}{\det[Y]}$	$\frac{-Y_{12}}{\det[Y]}$	$\frac{A_{11}}{A_{21}}$	$\frac{\det[A]}{A_{21}}$
	Z_{21}	Z_{22}	$\frac{-Y_{21}}{\det[Y]}$	$\frac{Y_{11}}{\det[Y]}$	$\frac{1}{A_{21}}$	$\frac{A_{22}}{A_{21}}$
[Y]	$\frac{Z_{22}}{\det[Z]}$	$\frac{-Z_{12}}{\det[Z]}$	Y_{11}	Y_{12}	$\frac{A_{22}}{A_{12}}$	$\frac{-\det[A]}{A_{12}}$
	$\frac{-Z_{21}}{\det[Z]}$	$\frac{Z_{11}}{\det[Z]}$	Y_{21}	Y_{22}	$\frac{-1}{A_{12}}$	$\frac{A_{11}}{A_{12}}$
[A]	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{\det[Z]}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	A_{11}	A_{12}
	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-\det[Y]}{Y_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	A_{21}	A_{22}

5. Ortskurven / Frequenzgang

Generell irgendwas in dB berechnen:

$10 \cdot \log_{10}\left(\frac{x}{y}\right)$ bei Leistung, Energie

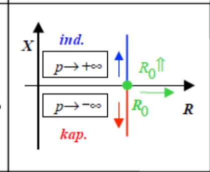
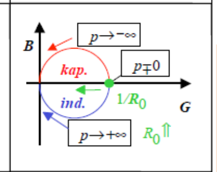
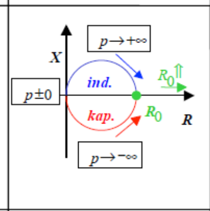
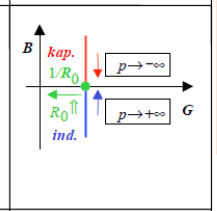
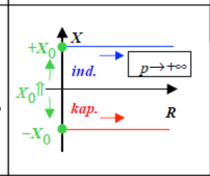
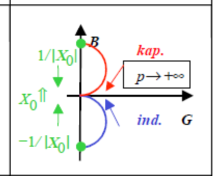
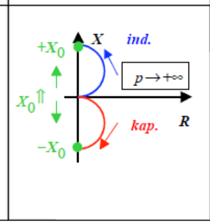
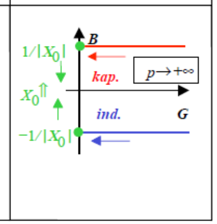
$20 \cdot \log_{10}\left(\frac{x}{y}\right)$ bei Spannung, Strom

Grenzfrequenz (beide Impedanzen gleich groß)

RC-Glied: $\omega_g = \frac{1}{RC}$ LR-Glied: $\omega_g = \frac{R}{L}$

Verstärkung: $v = 20\,dB \cdot \log\frac{U_2}{U_1}$ Dämpfung: $\alpha = 20\,dB \cdot \log\frac{U_2}{U_1}$ (negativ!)

	allgemein	**LR/RC-Tiefpass**	**CR/RL-Hochpass**
Übertragungs-Funktion / Frequenzgang	$\underline{G}(\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$	$\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_g}}$	$\frac{1}{1-j\frac{\omega_g}{\omega}}$
Amplituden-gang	$\lvert\underline{G}(\omega)\rvert$	$\frac{\sqrt{1^2}}{\sqrt{1^2+\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}}$	$\frac{\sqrt{1^2}}{\sqrt{1^2+\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)^2}}$
Phasengang	$\varphi = \arctan\frac{Im(\underline{G}(\omega))}{Re(\underline{G}(\omega))}$	$-\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right) = \arctan\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)$	$-\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right) = \arctan\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)$
$\omega \ll \omega_g$	$20 \cdot \log_{10}(\lvert\underline{G}(\omega)\rvert)$	$0\,dB\,/\,\varphi = 0$	$+20\,dB/Dek.\,/\,\varphi = 90°$
$\omega = \omega_g$		$-3\,dB\,/\,\varphi = -45°$	$-3\,dB\,/\,\varphi = +45°$
$\omega \gg \omega_g$		$-20\,dB/Dek.\,/\,\varphi = -90°$	$0\,dB\,/\,\varphi = 0$

Schaltungstyp	$\underline{Z}$ bzw. $\underline{U}$ – Ortskurve	$\underline{Y}$ bzw. $\underline{I}$ - Ortskurve
Reihenschaltung (variabler Blindanteil) R_0, $p \cdot X_0$, $p = -\infty \ldots +\infty$		
Parallelschaltung (variabler Blindanteil) R_0, $p \cdot X_0$, $p = -\infty \ldots +\infty$		
Reihenschaltung (variabler Wirkanteil) $p \cdot R_0$, X_0, $p = 0 \ldots +\infty$		
Parallelschaltung (variabler Wirkanteil) $p \cdot R_0$, X_0, $p = 0 \ldots +\infty$		

6. Brückenschaltung

$\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_4}$ und $\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_4}$

und $\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3$

Bei Darstellung durch andere Bauteile müssen Einheiten passen!

$F = \frac{As}{V} = \frac{s}{\Omega}$ und $H = \frac{Vs}{A} = \Omega s$

Inversion

Betrag: $Z = \frac{1}{Y}$

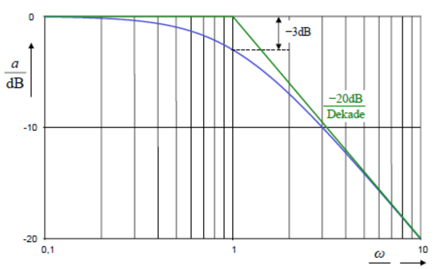
Phase: $e^{\varphi z} = e^{-\varphi z}$

Gerade durch Ursprung
→ Gerade durch Ursprung

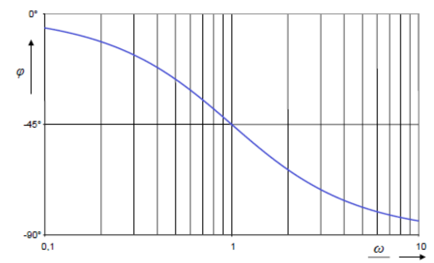
Gerade nicht durch Ursprung
→ Kreis durch Ursprung

Kreis nicht durch Ursprung
→ Kreis nicht durch Ursprung

Frequenzgang eines RC – Tiefpasses:
(„Bode-Diagramm")

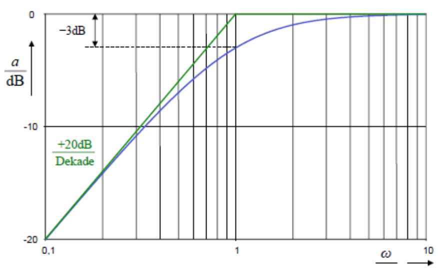


Amplitudengang (Amplitudendiagramm)

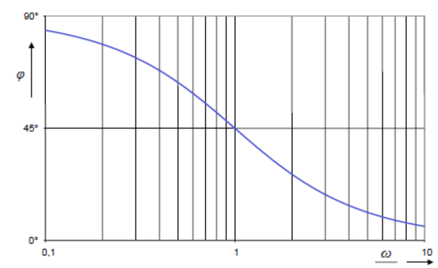


Phasengang (Phasendiagramm)

Frequenzgang eines RC – Hochpasses:
(„Bode-Diagramm")



Amplitudengang (Amplitudendiagramm)

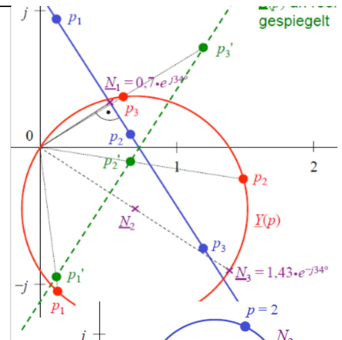


Phasengang (Phasendiagramm)

Inversion

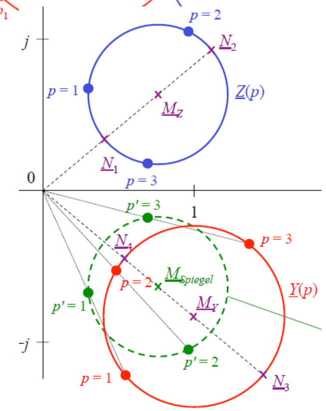
Gerade nicht durch Ursprung → Kreis durch Ursprung

1. Senkrechte von Ursprung auf Gerade legen, Schnittpunkt ist am nächsten an Ursprung (N1)
2. Diesen Schnittpunkt invertieren ($Z = \frac{1}{Y}$, $\varphi = -\varphi$) (N3)
3. Mitte zwischen diesem invertierten Schnittpunkt aus 2 und Ursprung ist Kreismittelpunkt (N2)
4. Für Werte: Bezifferungsgerade als Spiegelung von Z(p)



Kreis nicht durch Ursprung → Kreis nicht durch Ursprung

1. Punkt bestimmen der am nächsten an Ursprung ist (N1)
2. Diesen Punkt invertieren (N3)
3. Punkt bestimmen der am entferntesten an Ursprung liegt (N2)
4. Diesen Punkt invertieren (N4)
5. Mitte zwischen Punkt aus 2 und Punkt aus 4 ist Kreismittelpunkt (M_Y)
6. Für Werte: Bezifferungskreis als Spiegelung von Z(p)



7. Gekoppelte Kreise

$M = k_m \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}$ $X_M = k_m \cdot \sqrt{X_{L1} \cdot X_{L2}}$ $k_m = \sqrt{(1-\sigma_1)\cdot(1-\sigma_2)}$

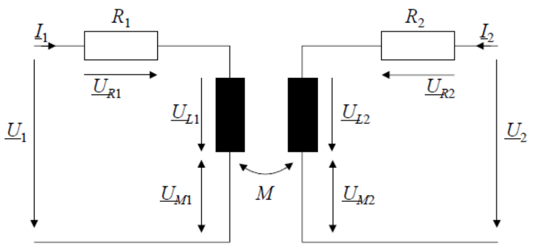
Streufaktor $\sigma_1 = 1 - \frac{\phi_{12}}{\phi_1} = \frac{\phi_{\sigma 1}}{\phi_1} \left(= 1 - \frac{N_1 \cdot M}{N_2 \cdot L_1}\right)$ Gesamtstreu.: $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_1\sigma_2$

Induktive Kopplung/Transformator/Übertrager

Trafo-Formel: $U_1 = \frac{\omega}{\sqrt{2}} N_1 \cdot A_{Fe} \cdot B_{max}$ (B_{max} = Maximalflussdichte, Sättigung)

(**Achtung!** Gilt nur für idealen Trafo, also Streuung = 0 und keine Wicklungswiderstände)

Übersetzungsverhältnis: Leerlauf: $ü = \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}$ Belastung: $ü = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$



$\underline{U_1} = \underline{U_{R1}} + \underline{U_{L1}} \pm \underline{U_{M1}}$
$= \underline{I_1} \cdot (R_1 + j\omega L_1) \pm \underline{I_2} \cdot j\omega M$

$\underline{U_2} = \underline{U_{R2}} + \underline{U_{L2}} \pm \underline{U_{M2}}$
$= \underline{I_2} \cdot (R_2 + j\omega L_2) \pm \underline{I_1} \cdot j\omega M$

Fall 1: gleichsinnige Wicklung

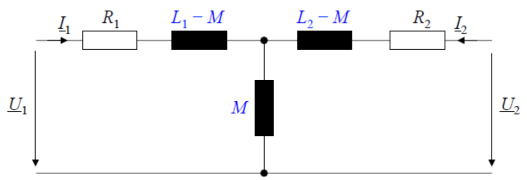
M positiv, also $+j\omega M$ und $L_1 - M$ etc.

→ Z-Matrix:

$$\begin{pmatrix} \underline{U_1} \\ \underline{U_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + j\omega L_1 & \pm j\omega M \\ \pm j\omega M & R_2 + j\omega L_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{I_1} \\ \underline{I_2} \end{pmatrix}$$

Fall 2: gegensinnige Wicklung

M negativ, also $-j\omega M$ und $L_1 + M$ etc.



Fall 3: $\underline{I_2}$ zeigt in andere Richtung

$\underline{I_2}$ muss in Z-Matrix negativ sein (-180°)

Punkte:

- wenn Strom I in dem Kreis mit Quelle auf Punkt-Seite in Spule fließt, fließt er in anderem Kreis auf Punkt-Seite aus der Spule raus, außer dieser besitzt auch Quelle
- wenn $\underline{U_{L1}}$ von Punkt weg zeigt, zeigt auch $\underline{U_{M2}}$ in anderem Kreis von Punkt weg
- Pfeilrichtung von $\underline{U_{L2}}$ wird durch Stromrichtung von $\underline{I_2}$ festgelegt (bei Leerlauf = 0)

Wirkleistung P_M (Leistung an R₂ und Rv) Wirkungsgrad: $\frac{Wirkleistung\ an\ R_L}{Wirkleistung\ gesamt}$

$P_M = P_2 = Re\{\underline{U_{M2}} \cdot \underline{I_2^*}\} = Re\{-\underline{U_{M1}} \cdot \underline{I_1^*}\}$ ($\underline{U_{M2}}$ entspricht Quellenspannung in Kreis 2)

$P_1 = Re\{\underline{U_{M1}} \cdot \underline{I_1^*}\}$ → wenn $P_1 < 0$ und $P_2 > 0$ Übertragung von Kreis 1 zu Kreis 2

→ wenn $P_1 > 0$ und $P_2 < 0$ Übertragung von Kreis 2 zu Kreis 1

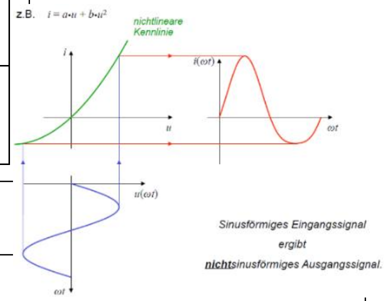
Achtung! Gilt nur wenn Bedingung 1 siehe ‚Punkte' erfüllt, sonst andersrum

Sekundärseite als Ersatzspannungsquelle

$U_q = U_2$ bei Leerlauf $I_q = -I_2$ bei Kurzschluss $Z_i = \frac{U_{20}}{-I_{2k}}$

Schaltung von Induktivitäten

$\mu = const.$	Reihenschaltung	Parallelschaltung
ohne magn. Kopplung	$L_{ges} = L_1 + L_2$	$\frac{1}{L_{ges}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$
mit magn. Kopplung	$L_{ges} = L_1 + L_2 \pm 2M$ (gleichsinnige Kopplung → +)	$L_{ges} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \mp 2M}$ (gleichsinnige Kopplung → -)
Gesamt-widerstand	$\underline{Z_E} = \underline{Z_1} + \underline{Z_2} \pm 2\underline{Z_M}$ (gleichsinnige Kopplung → +)	$\underline{Z_E} = \frac{\underline{Z_1} \cdot \underline{Z_2} - \underline{Z_M^2}}{\underline{Z_1} + \underline{Z_2} \mp 2\underline{Z_M}}$ (gleichsinnige Kopplung → -)



11. Nicht-sinusförmige Vorgänge

Arithmetischer Mittelwert: $\bar{\imath} = I_0$

Effektivwert: $I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \cdots}$ (Vorsicht ab I_1 wenn Amplitude gegeben)

Leistung

Wirk-/Blindleistung der n-ten Harmonischen: $P_n = U_n \cdot I_n \cdot \cos\varphi_n$ / $Q_n = U_n \cdot I_n \cdot \sin\varphi_n$

(φ_n von I_n nach U_n)

Wirk-/Blindleistung gesamt: $P = U_0 \cdot I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cdot I_n \cdot \cos\varphi_n$ / $Q = \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cdot I_n \cdot \sin\varphi_n$

→ für R gilt: $P = R \cdot I^2 = R \cdot (I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \cdots)$, ebenso für $P = \frac{U^2}{R}$

Verzerrungen

linear

Strom durch L: Dämpf. der Oberschwingungen $\frac{1}{n}$ → „glättet" Strom, vermindert Oberwellen

Spannung an C: Verstärk. der Oberschwingungen n → „verstärkt" Oberwellen

nicht-linear: Übertragungskennlinie n-ten Grades → Oberschwing. bis n-faches v. Grundschwing.

Klirrfaktor (Oberschwingungsgehalt):

$k = \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + \cdots}}{\sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \cdots}}$ (für I analog; kein U_0 bzw I_0!)

Klirrfaktor von U_a gefragt und U_e gegeben:

1. Formel für Amplitudengang $|\underline{G}(\omega)|$ aufstellen
2. Pro Frequenz $|\underline{G}(\omega)|$ berechnen (evtl. direkt über $\underline{G}(\omega)$ mit TR)
3. Jeweilige Amplit. mit $|\underline{G}(\omega)|$ – Wert multipliz.
4. Daraus Klirrfaktor berechnen

Netzwerk mit 2 Quellen unterschiedlicher Frequenz:

(sin oder cos egal, da nur Betrag wichtig)

1. Quellenstrom/-spannung als komplexe Zahl darstellen
2. Gesuchte (Teil-)größe damit bestimmen
3. Betrag des Ergebnisses in Klirrfaktor-Formel einsetzen
4. Für alle Quellen wiederholen
5. Quellen mit niedrigster Frequenz ist Grundschwingung

Grundschwingungsgehalt: $g = \frac{U_1}{\sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \cdots}}$ → $g^2 + k^2 = 1$

8. Dreiphasen-Wechselstrom

Erzeuger: Sternschaltung

Strang-/Sternspannungen: Spann. an Zweigen des Sterns

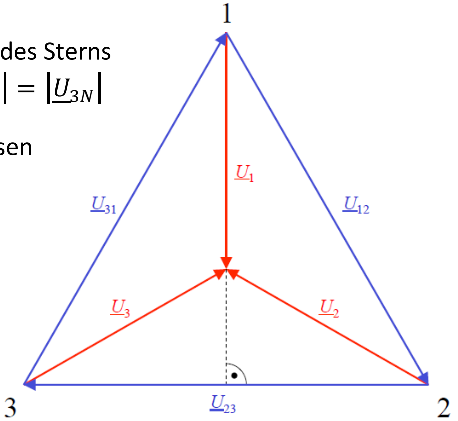
$|\underline{U}_1| = |\underline{U}_2| = |\underline{U}_3| = U_{Strang} = |\underline{U}_{1N}| = |\underline{U}_{2N}| = |\underline{U}_{3N}|$

Außenleiterspannungen: Spannungen zw. Phasen

$|\underline{U}_{12}| = |\underline{U}_{23}| = |\underline{U}_{31}| = U_{AL} = \sqrt{3} \cdot U_{Strang}$

$\underline{U}_{12} = \underline{U}_{1N} - \underline{U}_{2N} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2$ etc.

Außenleiterströme: $I_{AL} = I_{Strang}$



Erzeuger: Dreieckschaltung

Strangströme: Ströme an Kanten des Dreiecks

$\underline{I}_{12}$ und $\underline{I}_{23}$ und $\underline{I}_{31}$

Außenleiterspannungen: Spannungen zw. Phasen = Strangspannung

$|\underline{U}_{12}| = |\underline{U}_{23}| = |\underline{U}_{31}| = U_{AL} = U_{Strang}$

Außenleiterströme:

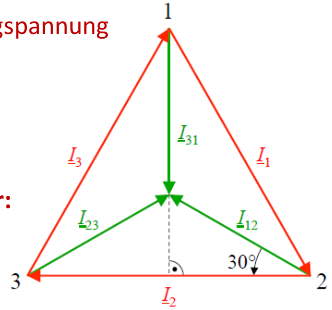
$I_{AL} = \sqrt{3} \cdot I_{Strang}$

$\underline{I}_1 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{12}$

$\underline{I}_2 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{23}$

$\underline{I}_3 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{31}$

Gilt nur für Δ-Erzeuger:



Verbraucher

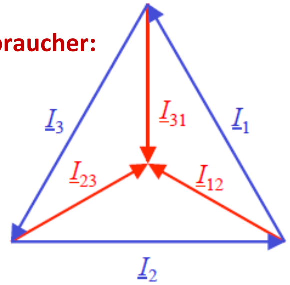
symmetrische Belastung

Stern: kein Neutralleiter nötig

Dreieck: $I_{AL} = \sqrt{3} \cdot I_{Strang}$ und $\frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1} = 3\underline{Y}$

äquivalent: $\underline{Z}_{Stern} = \frac{\underline{Z}_{Dreieck}}{3}$ und $\underline{Y}_{Stern} = 3 \cdot \underline{Y}_{Dreieck}$

Gilt nur für Δ-Verbraucher:



unsymmetrische Belastung

Stern: mit Neutralleiter: Ausgleichsstrom $\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$

Potential von Verbraucher- u. Netzsternpunkt gleich

$\underline{U}_U = \underline{U}_1$ etc. und $\underline{I}_1 = \underline{U}_1 \cdot \underline{Y}_1$ etc.

ohne Neutralleiter: Potentialdifferenz $\underline{U}' = \frac{\underline{U}_1 \cdot \underline{Y}_U + \underline{U}_2 \cdot \underline{Y}_V + \underline{U}_3 \cdot \underline{Y}_W}{\underline{Y}_U + \underline{Y}_V + \underline{Y}_W}$

$\underline{U}_U = \underline{U}_1 - \underline{U}'$ etc. und $\underline{I}_1 = \underline{U}_U \cdot \underline{Y}_U$ etc.

$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$!!!

Dreieck: $\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31}$ $\quad \underline{I}_{12} = \underline{U}_{12} \cdot \underline{Y}_{12}$

$\underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12}$ $\quad \underline{I}_{23} = \underline{U}_{23} \cdot \underline{Y}_{23}$ (symmetrieunabhängig)

$\underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23}$ $\quad \underline{I}_{31} = \underline{U}_{31} \cdot \underline{Y}_{31}$

Leistung (Einzelleistungen auch mit $P = I^2 \cdot R$ etc. berechenbar!)

Achtung bei Wattmeter! U startet immer an Leiter an dem Wattmeter liegt!

Symmetrie egal

$\underline{S}_{ges} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_3 \cdot \underline{I}_3^*$

oder (nur bei Dreieck): $\underline{S}_{ges} = \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_{12}^* + \underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_{23}^* + \underline{U}_{31} \cdot \underline{I}_{31}^*$

$P_{ges} = Re\{\underline{S}_{ges}\} = U_1 \cdot I_1 \cdot \cos\varphi_1 + U_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi_2 + U_3 \cdot I_3 \cdot \cos\varphi_3 = P_1 + P_2 + P_3$

$Q_{ges} = Im\{\underline{S}_{ges}\} = U_1 \cdot I_1 \cdot \sin\varphi_1 + U_2 \cdot I_2 \cdot \sin\varphi_2 + U_3 \cdot I_3 \cdot \sin\varphi_3 = Q_1 + Q_2 + Q_3$

Achtung wenn ein Z = 0 !
wenn bspw $\underline{Z}_1 = 0 \rightarrow \underline{U}_2 = \underline{U}_{21}$

andere Möglichkeit, aber **nur ohne** Neutralleiter:

$\underline{S} = \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{32} \cdot \underline{I}_3^*$

$P = Re\{\underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^*\} + Re\{\underline{U}_{32} \cdot \underline{I}_3^*\} = U_{12} \cdot I_1 \cdot \cos\varphi_{12} + U_{32} \cdot I_3 \cdot \cos\varphi_{32} = P_1 + P_3$ $\quad (\varphi_{12} \angle$ von $\underline{I}_1$ zu $\underline{U}_{12})$

$Q = Im\{\underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^*\} + Im\{\underline{U}_{32} \cdot \underline{I}_3^*\} = U_{12} \cdot I_1 \cdot \sin\varphi_{12} + U_{32} \cdot I_3 \cdot \sin\varphi_{32} = Q_1 + Q_3$ $\quad (\varphi_{12} \angle$ von $\underline{I}_1$ zu $\underline{U}_{12})$

symmetrische Belastung

Für Stern und Dreieck gilt:

$P_{ges} = \sqrt{3} \cdot U_{AL} \cdot I_{AL} \cdot \cos\varphi$ (**Achtung!** φ = Phase von I_{Strang} nach U_{Strang})

$Q_{ges} = \sqrt{3} \cdot U_{AL} \cdot I_{AL} \cdot \sin\varphi$ (**Achtung!** φ = Phase von I_{Strang} nach U_{Strang})

Messung einzelner Phase:

$P_{Strang} = U_{Strang} \cdot I_{Strang} \cdot \cos\varphi = Re\{\underline{U} \cdot \underline{I}^*\}$ (U_{Strang} und I_{Strang} bei * und Δ anders!)

$Q_{Strang} = U_{Strang} \cdot I_{Strang} \cdot \sin\varphi = Im\{\underline{U} \cdot \underline{I}^*\}$ (U_{Strang} und I_{Strang} bei * und Δ anders!)

$\rightarrow P = 3 \cdot P_{Strang}$ und $Q = 3 \cdot Q_{Strang}$

(wenn kein Neutralleiter: künstlicher Sternpunkt mit $R_1 = R_2 = R_3$)

unsymmetrische Belastung

künstlicher Sternpunkt mit $R_1 = R_2 = R_3$

(ohne N-Leiter: Einzelleistungen P_1 etc. nicht repräsentativ, aber Summe)

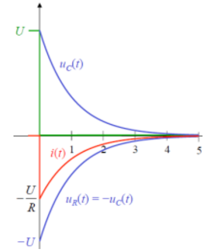
11. Ausgleichsvorgänge

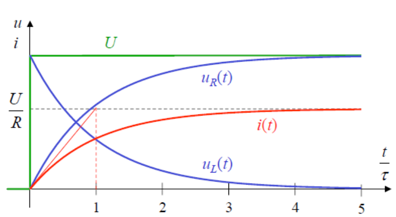
$u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$ $\qquad i_C = C \cdot \frac{du}{dt}$

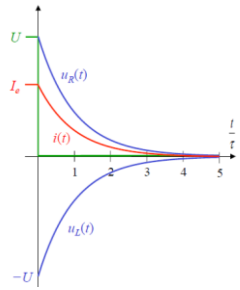
Strom (L) bzw. Spannung (C) kann sich nicht sprunghaft ändern

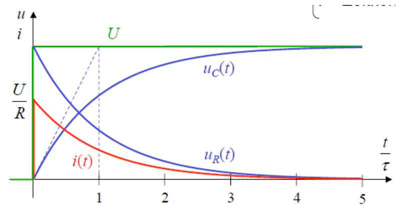
Einschaltvorgang $i(t) = \frac{U}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ $\qquad u_C(t) = U \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

Ausschaltvorgang $i(t) = \frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ $\qquad i(t) = -\frac{U}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$









9. Resonanzkreise

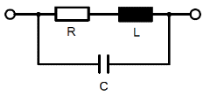
	Güte $Q = \frac{Blindleistung\ an\ L\ oder\ C}{Wirkleistung\ an\ R}$	**Grenzfrequenz** Wirkleistung ist Hälfte von P_{max}	**Bandbreite** umgekehrt prop. zu Güte
Serienresonanz R-L-C Strom<u>maximum</u> $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ → $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$	$Q_s = \frac{U_{Cr}}{U} = \frac{U_{Lr}}{U} = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$ Dämpfung: $d = \frac{1}{Q}$	$\omega_{g_{o/u}} = \frac{\pm R + \sqrt{R^2 + 4\frac{L}{C}}}{2L}$ $\quad I_{g_{o/u}} = \frac{I_r}{\sqrt{2}}$ $Z_{g_{o/u}} = \sqrt{2} \cdot Z_r$ $\quad Y_{g_{o/u}} = \frac{Y_r}{\sqrt{2}}$ $X_g = \pm R$ Phasenwinkel: $\varphi_g = \pm 45°$ $\rightarrow \underline{Z_g} = \sqrt{2} \cdot R \cdot e^{\pm j45°}$	$B = \Delta f$ $\Delta\omega = \frac{R}{L}$ $\frac{\Delta f}{f_r} = \frac{\Delta\omega}{\omega_r} = \frac{1}{Q_S}$
Parallelresonanz R-L-C Strom<u>minimum</u> $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ → $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$	$Q_p = R \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$ Dämpfung: $d = \frac{1}{Q}$	$\omega_{g_{o/u}} = \frac{\pm\frac{1}{R} + \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + 4\frac{C}{L}}}{2C}$ $\quad I_{g_{o/u}} = \sqrt{2} \cdot I_r$ $Z_{g_{o/u}} = \frac{Z_r}{\sqrt{2}}$ $\quad Y_{g_{o/u}} = \sqrt{2} \cdot Y_r$	$\Delta\omega = \frac{1}{RC}$ $\frac{\Delta f}{f_r} = \frac{\Delta\omega}{\omega_r} = \frac{1}{Q_p}$
Beliebiges Netzwerk		ω_r bestimmen: Gleichung für $\underline{Z}$ oder $\underline{Y}$ aufstellen → nach $Re\{\}$ und $Im\{\}$ trennen → $Im\{\}$ gleich 0 setzen → nach ω auflösen → (schauen dass Form $\frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot$ ... rauskommt)	

10. Verlustbehaftete Bauelemente

Widerstände

Skin-Effekt: bei AC ist J außen am Leiter höher

<u>ESB für höhere Frequenzen:</u>



<u>Thermisches Rauschen</u> **(frequenzunabn.)**

→ Ladungsträger führen ungerichtete Beweg. aus

Boltzmann-Konst.: $k = 1{,}38044 \cdot 10^{-23}\ W \cdot s \cdot K^{-1}$

<u>spektrale Rauschspannungsdichte:</u>

$U_{Nth} = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot R}$ $\left[\sqrt{\frac{V^2}{Hz}}\right]$ / $I_{Nth} = \sqrt{\frac{4 \cdot k \cdot T}{R}}$ $\left[\sqrt{\frac{A^2}{Hz}}\right]$

→ mittlere Rauschleist.:

$P = \int_{fu}^{fo} \frac{U_{Nth}{}^2(f)}{R} df = \int_{fu}^{fo} I_{Nth}{}^2(f) \cdot R\, df$

<u>durch Bandpass begrenzt:</u>

$U = U_{Nth} \cdot \sqrt{\Delta f}$ / $I = I_{Nth} \cdot \sqrt{\Delta f}$

<u>durch Tiefpass begrenzt:</u>

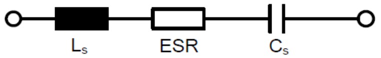
$U = U_{Nth} \cdot \sqrt{\Delta f \cdot \frac{\pi}{2}}$ bzw. $I = I_{Nth} \cdot \sqrt{\Delta f \cdot \frac{\pi}{2}}$

10. Verlustbehaftete Bauelemente

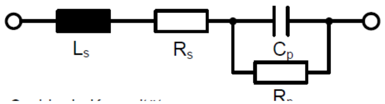
Generell: Güte $Q_C = \frac{1}{\tan\delta}$ Verlustwinkel $\delta = 90° - \varphi$

Kondensatoren

<u>ESB:</u>

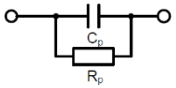


höhere Frequenzen:



$\tan\delta = \frac{Wirkleist.\ in\ R}{Blindleist.\ in\ C} = ESR \cdot \omega \cdot C_s$

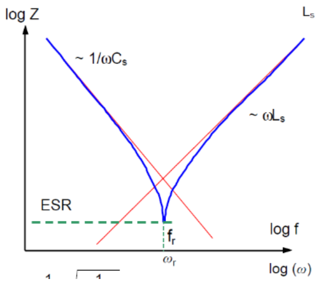
niedrigere Frequenzen und DC:

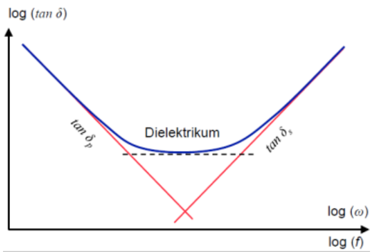


$\tan\delta = \frac{Wirkleistung\ in\ R}{Blindleistung\ in\ C} = \frac{1}{\omega \cdot C_p \cdot R_p}$

Z abhängig von Frequenz für oberstes ESB:

→ verhält sich nur <u>unterhalb</u> Resonanzfrequ. wie Kondensator





→ niedr. Frequ: kleiner R_p → $\tan\delta$ ↑

→ hohe Frequ: großer ESR → $\tan\delta$ ↑

Spulen

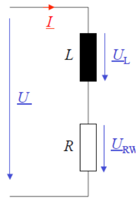
nur wenn mehrlagig

$L = N^2 \cdot A_L$ → Induktivitätsfaktor A_L: mehrlagige Zylinderspule: $A_L = \mu_0 \mu_r \cdot \frac{A}{l} \cdot \frac{1}{1 + 0{,}45 \cdot \frac{d}{l}}$

Ringkernspule: $A_L = \mu_0 \mu_r \cdot \frac{r^2}{d} \cdot \left[1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2\right]$

<u>Luftspule (Verluste wg. Drahtwiderstand):</u>

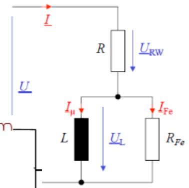
Güte $Q = \frac{Blindleist.}{Wirkleist.} = \frac{\omega L}{R_{ges}} = \frac{1}{\tan\delta}$

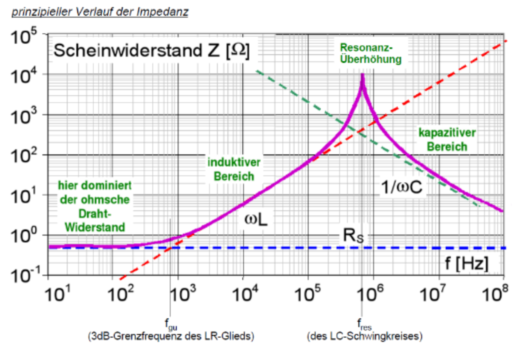


<u>Spule mit Eisenkern</u>
<u>(Verluste durch Wirbelströme):</u>
(Vermeidung durch Einzelbleche)

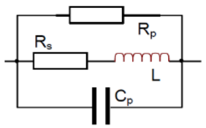
<u>Kapazitive Verluste</u>:

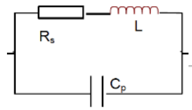
$C = \frac{\pi \cdot d_{Kern} \cdot 10^{-10}}{3{,}6 \cdot arcosh\left(\frac{s_{Draht}}{d_{Draht}}\right)}$





→ verhält sich nur <u>unterhalb</u> f_r wie Spule





Laufzeitresonanz: $f_r = \frac{c}{l_{Draht}} \cdot \left(\frac{1}{4} bis \frac{1}{6}\right)$

$\lambda_r = {}^{c}/_{f_r}$ (mit c = 300.000.000 m/s)