Regelungstechnik

für BEI4, BMEI4 und IBT

Prof. Dr. B. Wagner

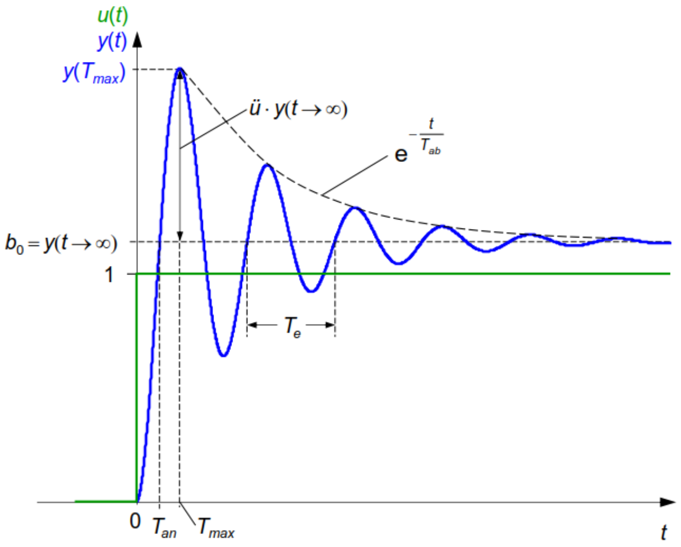
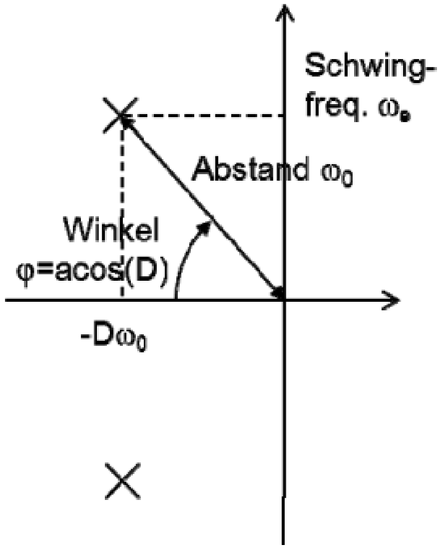
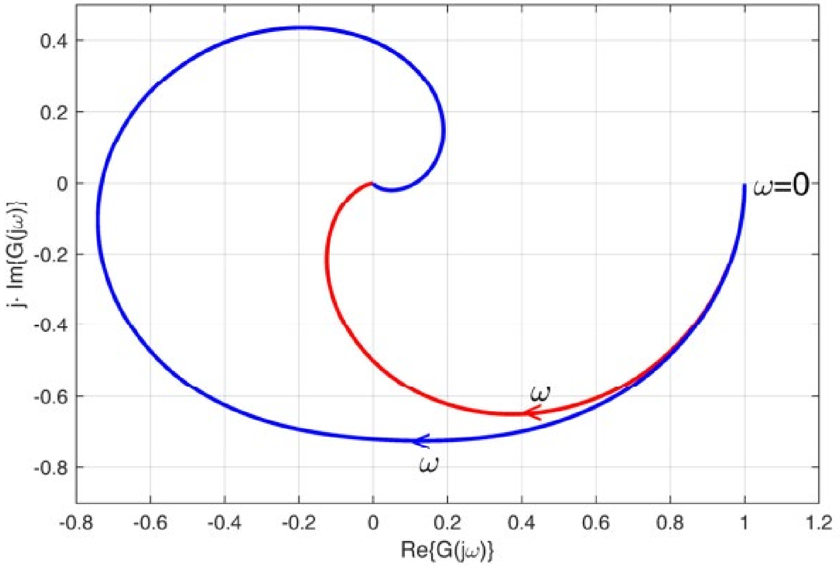


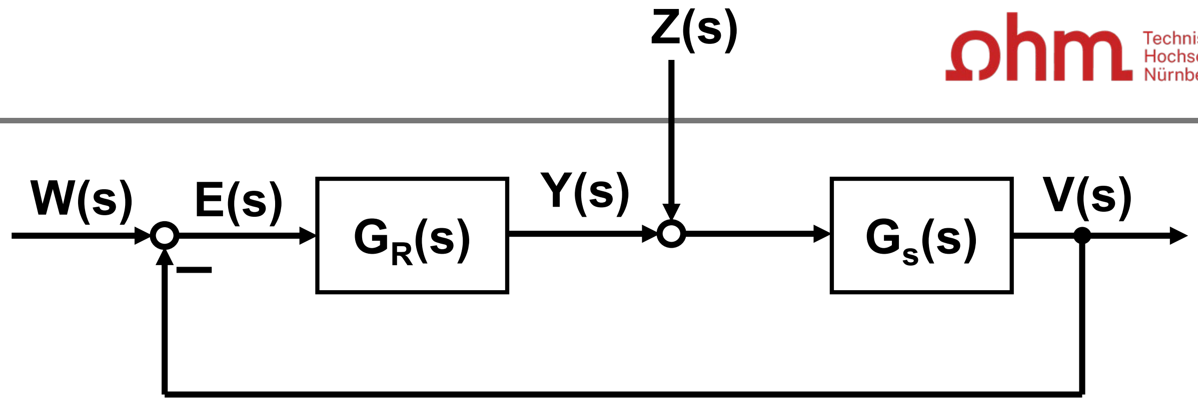
Bild 2-6: Sprungantwort eines schwingfähigen PT_2-Glieds





$$T_1 T_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + (T_1 + T_2)\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = b_0 u(t) \quad \Leftrightarrow \quad G(s) = \frac{b_0}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$$

Kap. 2, Teil 1: Systemtypen und Proportional-Systeme (2.1 und 2.2 im Skript)



Bisher:

Was ist eine Steuerung? Was ist eine Regelung?

Blockschaltbild eines einfachen Regelkreises

Übertragungsfunktionen im Regelkreis: $G_w(s)$ und $G_z(s)$

$$\text{Übertragungsfunktion} = \frac{\text{Produkt der Vorwärtsglieder}}{1 + \text{Produkt der Schleifenglieder}}$$

Charakteristische Gleichung des geschlossenen Regelkreises

$$\boxed{1 + G_o(s) = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Pole des geschlossenen Regelkreises}}$$

Was ist der „offene“ bzw. „geöffnete“ Regelkreis?

$$G_o(s) = G_S(s) \cdot G_R(s)$$

In dieser Lehreinheit:

Umgang mit „Systemtypen“ (P, PI, PT2, IT3, PDT3, …)

Die Familie der Proportionalsysteme

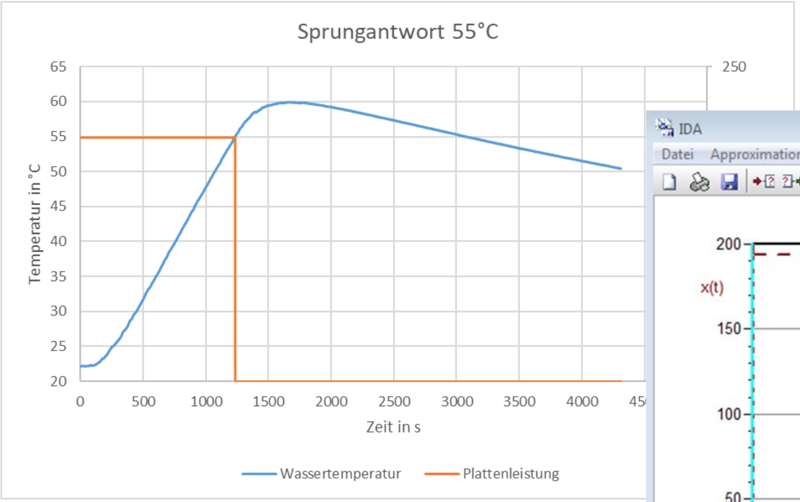
Ein Beispiel aus einer Projektarbeit „Temperaturregelung einer Brauanlage“ (Kraus, Köhler, Schwarzkopf, 2016)

Ein typisches Regelungstechnik-Projekt

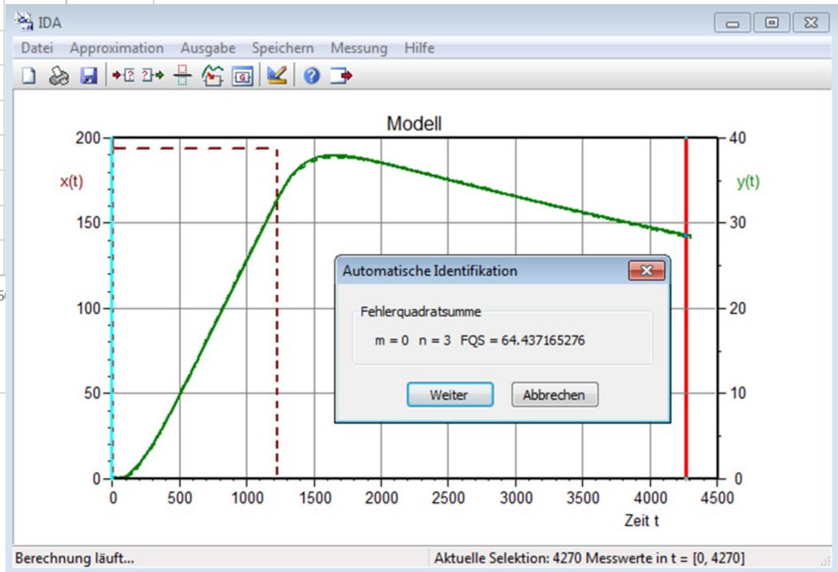
Aufgabe: schnelles Anfahren von Temperaturniveaus mit kleinem Überschwingen

Vorgehensweise:

1. Messung einer Systemantwort



2. Bestimmung der Strecken-Übertragungsfunktion $G_s(s)$

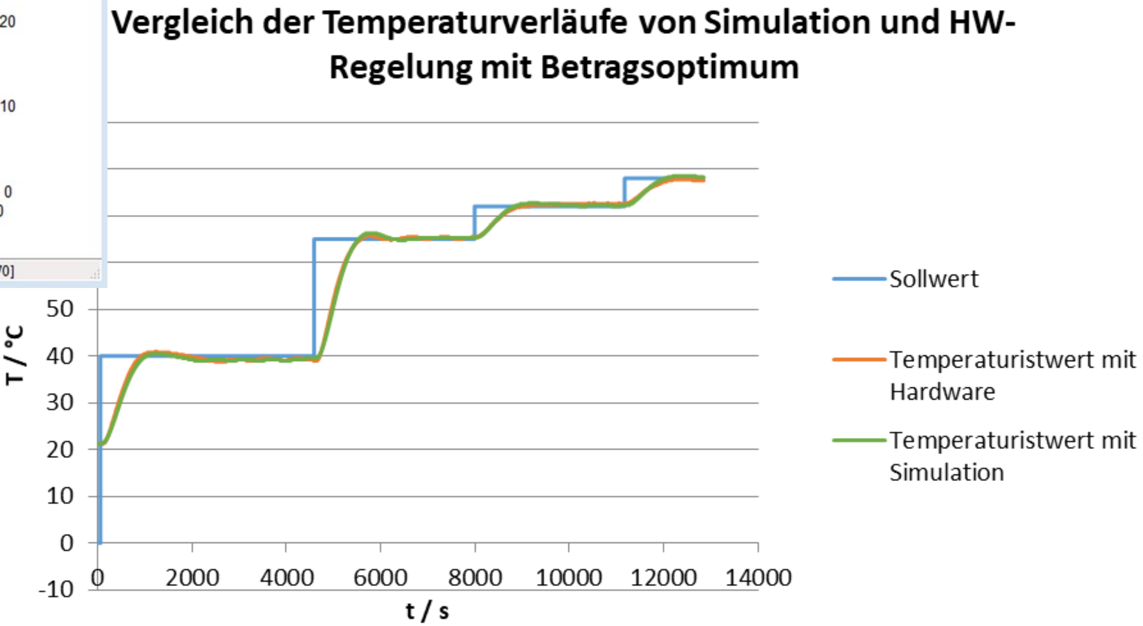


$$G_s(s) = \frac{1{,}54}{(8643{,}04s + 1)(173{,}97s + 1)(47s + 1)}$$

3. Bestimme Regler $G_R(s) = \dfrac{11227s + 1}{884s}$

Simuliere Regelkreis

Anwendung der Regelung an der Hardware



Ziele für diese Lerneinheit

In dieser Lerneinheit…

… wiederholen wir einige Dinge aus der Systemtheorie und …

… lernen Sie kennen:

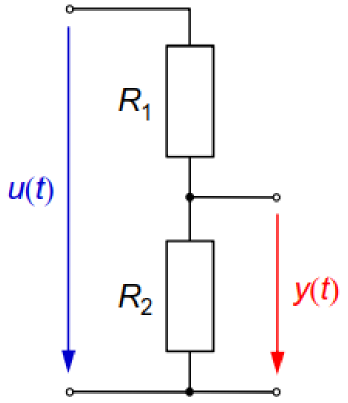
- **Systemtypen**
  - **Definition des „Systemtyps“**
  - **Bestimmung des Systemtyps aus der Differentialgleichung**
  - **Bestimmung des Systemtyps aus der Übertragungsfunktion**

  - **Charakterisierung von Systemverhalten**

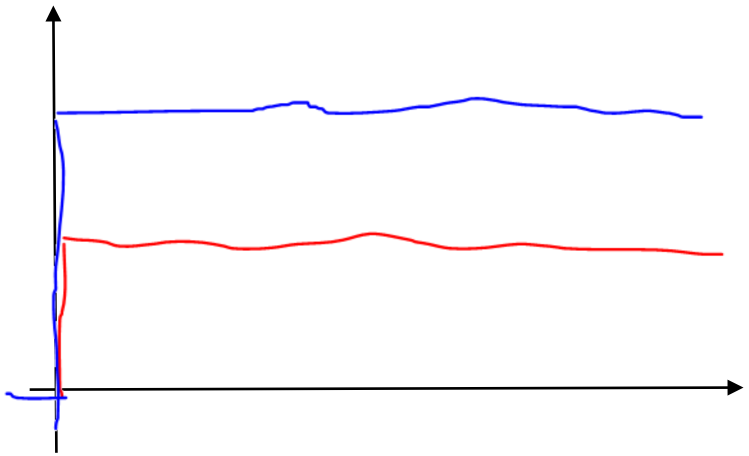
- **Proportionalsysteme (P, PT1, PT2, PTn)**
  - **Standardformen**
  - **Parameter (Zeitkonstante(n), Verstärkung)**
  - **Schwingungsfähige und nicht schwingfähige Systeme**
  - **Sprungantworten**
  - **Zusammenhänge Zeitverlauf ⇔ Übertragungsfunktion / Pollage**

Zur Definition des Systemtyps

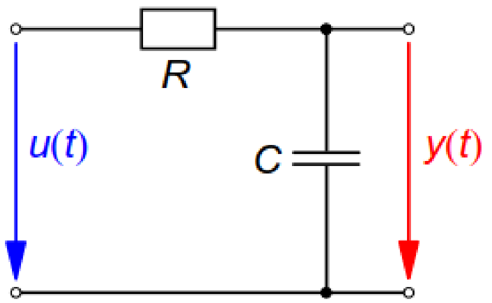
Beispiel 1: proportionales Systemverhalten



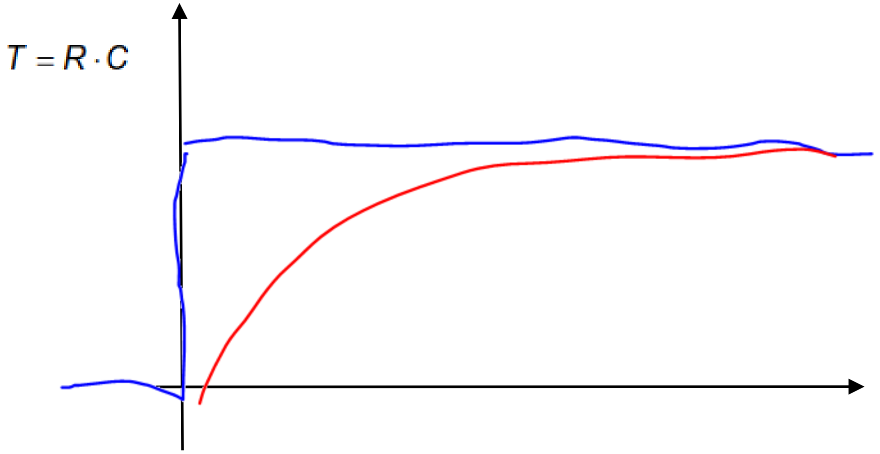
Sprungantwort:



Beispiel 2: proportionales Systemverhalten mit Verzögerung 1. Ordnung



Sprungantwort:



Zur Definition des Systemtyps

Allgemeines System:

$$\underbrace{a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1 \frac{dy(t)}{dt}}_{\substack{\text{Verzögerung n-ter Ordnung} \\ \text{-}T_n}} + a_0 y(t) = \underbrace{b_{-1} \int_{-\infty}^{t} u(\tau)\,d\tau}_{\substack{\text{integrierend} \\ \text{I-}}} + \underbrace{b_0 u(t)}_{\substack{\text{proportional} \\ \text{P-}}} + \underbrace{b_1 \frac{du(t)}{dt}}_{\substack{\text{differenzierend} \\ \text{D-}}}.$$

Zahlenbeispiel 3:

$$5 \cdot \frac{dy(t)}{dt} + 8 \cdot y(t) = 2 \int_{-\infty}^{t} u(\tau)\,d\tau$$

Bestimmung des Systemtyps aus der Differentialgleichung

Beispiel:

$$a \cdot \int y(\tau)d\tau = -b \cdot \frac{dy(t)}{dt} + c \cdot u(t) - d \cdot y(t)$$

1. Sortiere nach Ausgang (linke Seite) und Eingang (rechte Seite):

2. Forme so um, dass links Ausgang und dessen Ableitung(en) stehen:

3. Rechte Seite: System-Grundtyp (P / I / I_2 … / D / D_2 …) und links: Anzahl Verzögerungen (-T_n) ablesen:

Wiederholung aus der Systemtheorie: Zusammenhang Differentialgleichung ⬄ Übertragungsfunktion

$$a \cdot \int y(\tau)d\tau = -b \cdot \frac{dy(t)}{dt} + c \cdot u(t) - d \cdot y(t)$$

Bestimmung des Systemtyps aus der Übertragungsfunktion anhand Beispiel $G(s) = \frac{as^2 + bs + c}{ds^3 + es^2 + fs}$

Technische Hochschule Nürnberg

1. Forme so um, dass im Nenner eine Konstante plus Terme mit positiven Potenzen von s stehen:

2. Im Zähler: System-Grundtyp ablesen (P / I / I_2 … / D / D_2 …)

3. Höchste Potenz im Nenner = n = Anzahl Verzögerungen ($-T_n$)

Beispiele aus der „Bierbrauer-Projektarbeit“:

Systemtyp der Regelstrecke:

$$G_s(s) = \frac{1{,}54}{(8643{,}04s + 1)(173{,}97s + 1)(47s + 1)}$$

Regler-Typ:

$$G_R(s) = \frac{11227s + 1}{884s}$$

Das einfache P-System

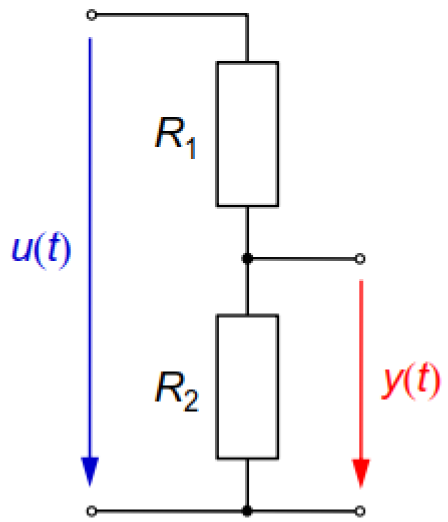
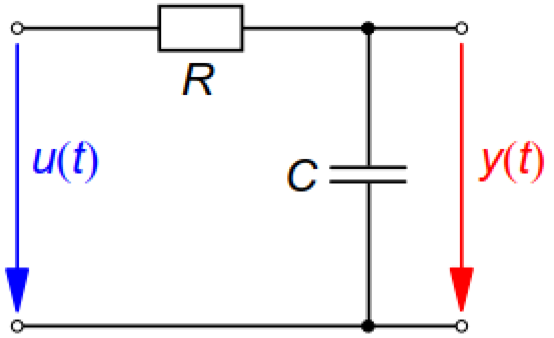
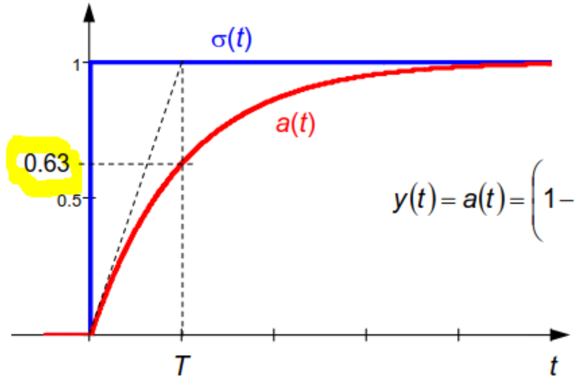


Bild 2-1: Ohmscher Spannungsteiler

Das PT1-System (P-System mit Verzögerung 1. Ordnung)



$T = R \cdot C$



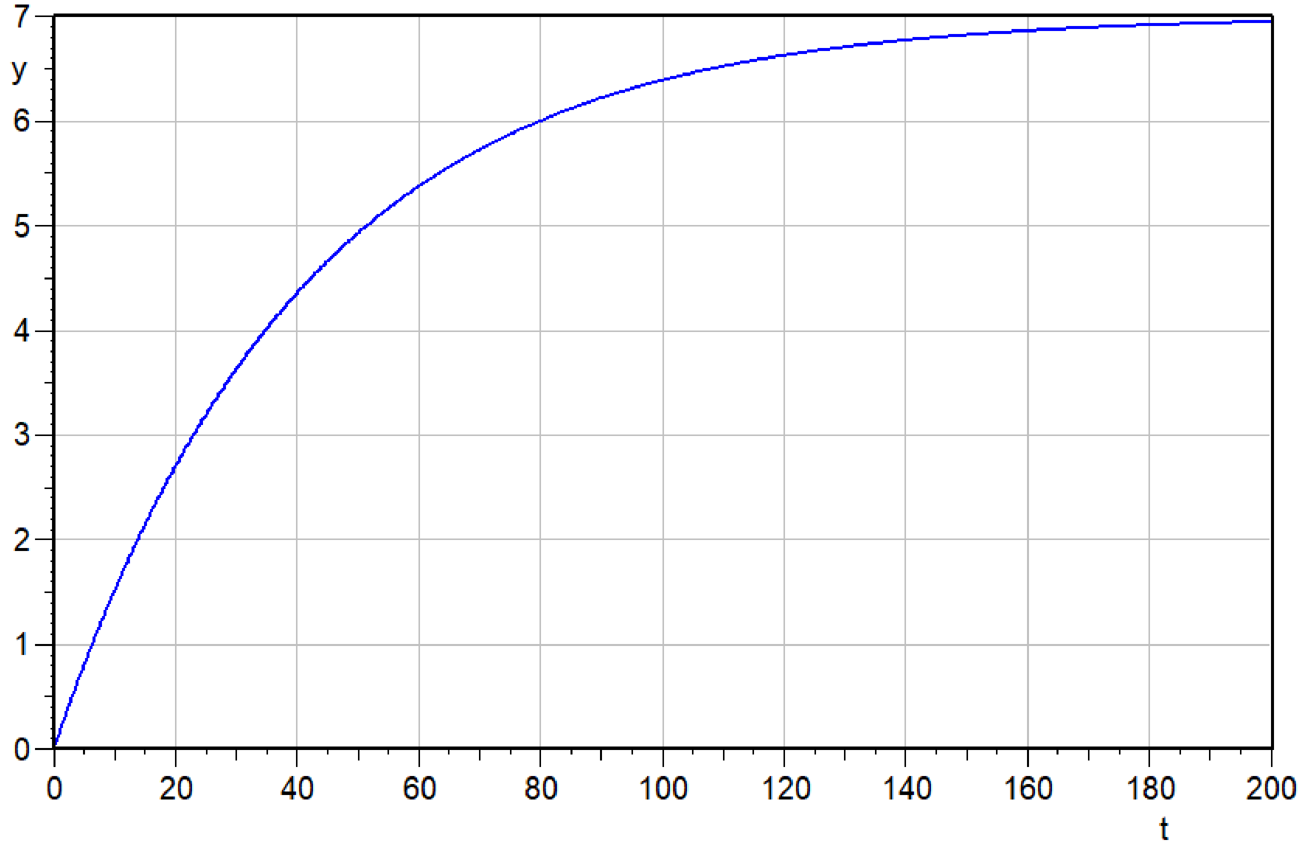
$$y(t) = a(t) = \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \cdot \sigma(t)$$

Bild 2-2: Sprungantwort des PT_1-Glieds (gezeichnet für Verstärkung $b_0 = 1$)

Die Familie der P-Systeme ohne und mit Verzögerung => PT_1

Geg.: Einheits-Sprungantwort (Eingangssignalhöhe = 1)

Ges.: Übertragungsfunktion



Verstärkung V =

Zeitkonstante T =

$\Rightarrow$ G(s) =

Pol bei

Pole-Nullstellen-Diagramm:

wenn Pol weiter links
--> System schneller, da T kleiner wird (-1/T wird größer)

Das allgemeine PT2-System (P-System mit Verzögerung 2. Ordnung)

Standardform mit Verstärkung, Dämpfung D und Kennkreisfrequenz ω_0

Die Familie der P-Systeme ohne und mit Verzögerung

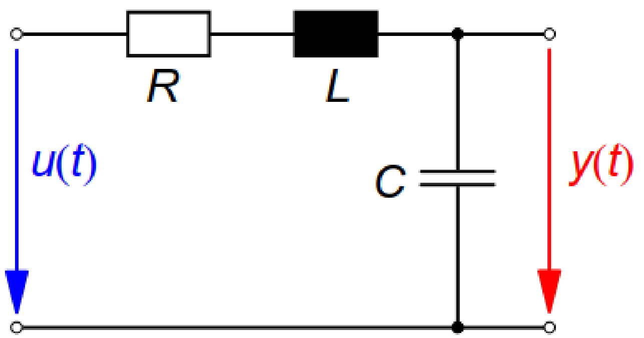


Bild 2-5: Beispiel für ein PT_2-Glied

$$LC\frac{d^2y(t)}{dt^2}+RC\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=u(t)$$

Die Familie der P-Systeme ohne und mit Verzögerung PT_2 – wo liegen die Pole? !

$$\frac{1}{\omega_0^2} \cdot s^2 + \frac{2D}{\omega_0} \cdot s + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad s_{\infty 1/2} = -\omega_0 D \pm \omega_0 \sqrt{D^2 - 1}$$

Sprungantwort des schwingfähigen PT2-Systems (D<1)

$$a(t) = b_0\left[1 - e^{-D\omega_0 t}\cdot\left(\cos(\omega_e t) + \frac{D}{\sqrt{1-D^2}}\sin(\omega_e t)\right)\right]\cdot\sigma(t) \text{ mit } \omega_e = \omega_0\sqrt{1-D^2} = \frac{2\pi}{T_e} \textit{ Eigen-Kreisfrequenz}$$

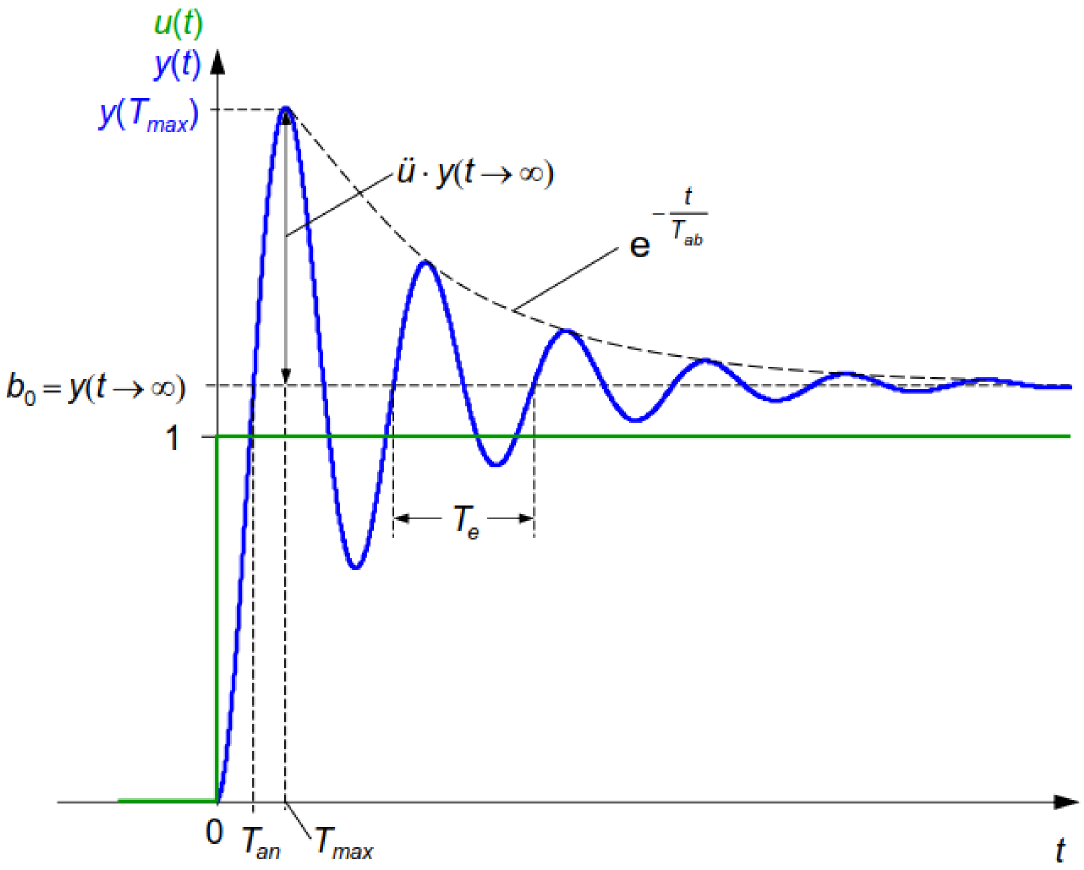


Bild 2-6: Sprungantwort eines schwingfähigen PT_2-Glieds

Ablesewerte:

1. Endwert --> V = b_0
2. Periodendauer --> T_e
3. Anschwingdauer --> T_an ("erstes Mal Endwert erreicht")
4. größter (= erster) Überschwinger --> y(T_max)

Formelsammlung !

Einige wichtige Formeln:

$$\boxed{D = \frac{-\ln(\ddot{u})}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(\ddot{u}))^2}}} \qquad \boxed{\omega_0 = \frac{\arccos(-D)}{T_{an}\sqrt{1-D^2}}} \qquad T_{max} = \frac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-D^2}}$$

$$\boxed{\ddot{u} = \frac{y(T_{max}) - y(t\rightarrow\infty)}{y(t\rightarrow\infty)} = e^{\frac{-D\pi}{\sqrt{1-D^2}}}} \qquad \boxed{T_{an} = \frac{\arccos(-D)}{\omega_0\sqrt{1-D^2}}} \qquad T_e = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-D^2}}$$

(Taschenrechner auf „rad“ (Bogenmaß) stellen!)

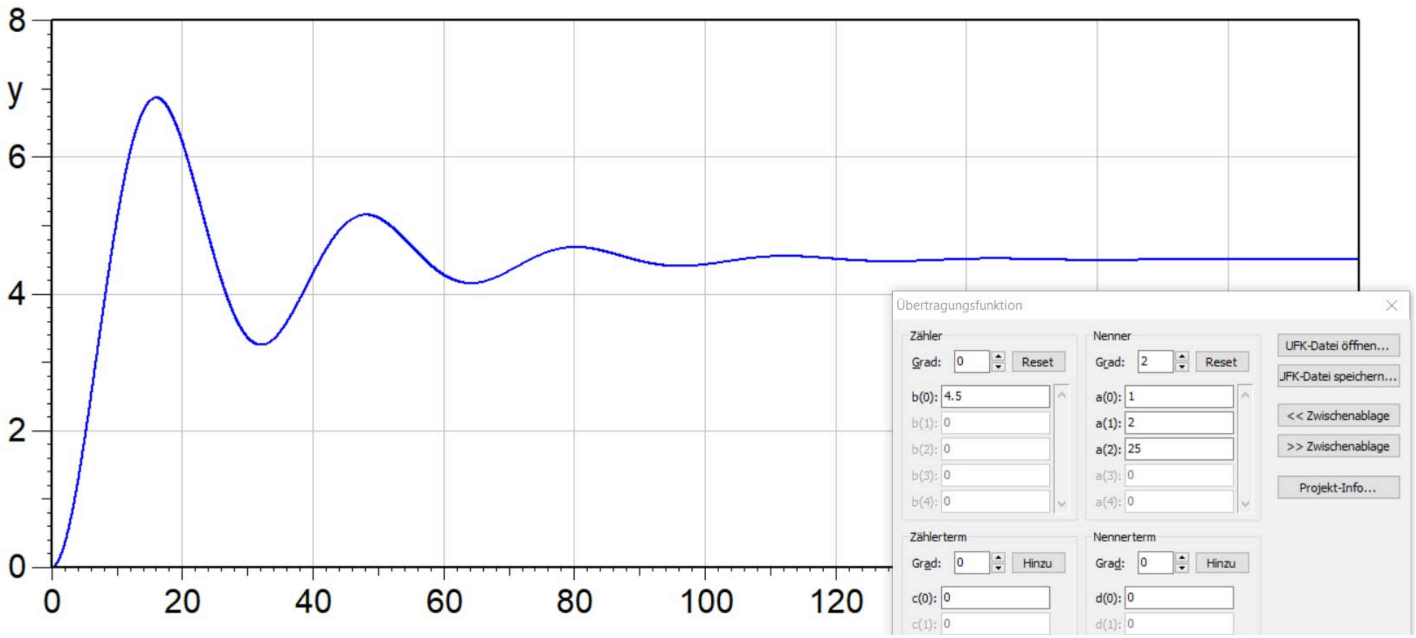
--> relative Überschwingwerte = rel. Endwert / Endwert

⇒ **Lese Anschwingdauer T_{an} und relative Überschwingweite ü ab**

⇒ **Berechne daraus D und ω_0**

⇒ **Lese Verstärkung V ab**

⇒ **G(s) = …**



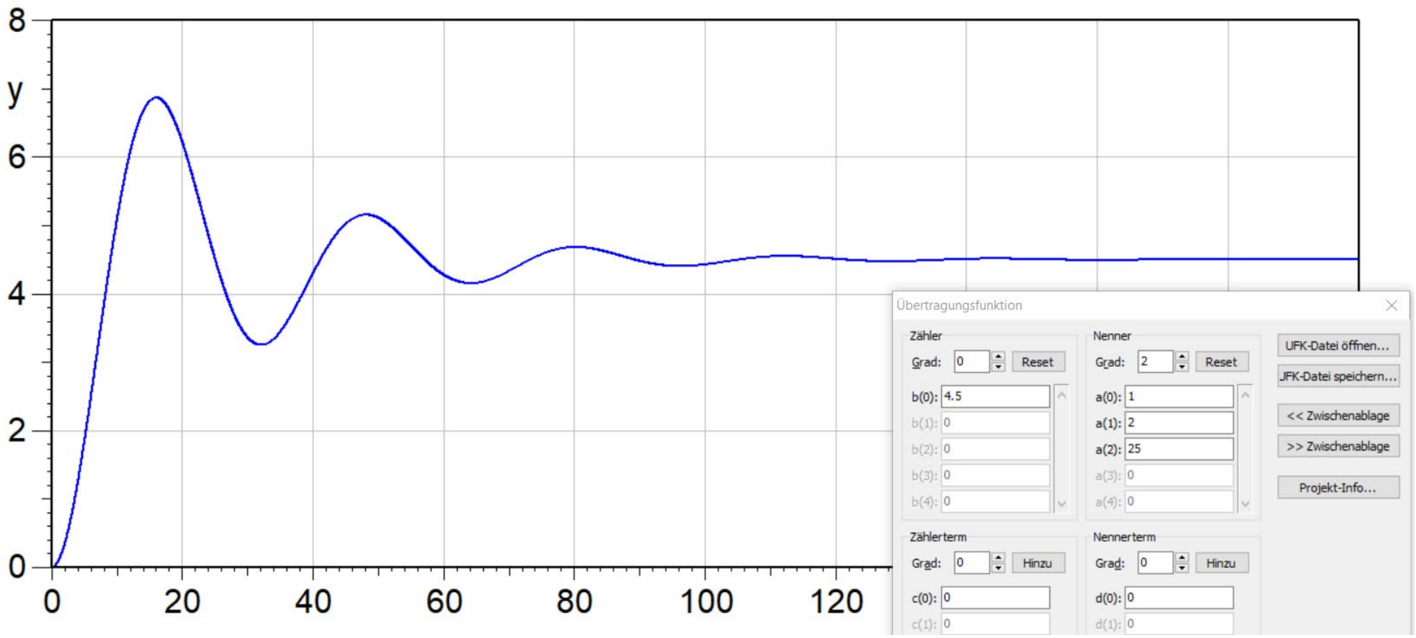
Zusammenhang Pollage ⇔ Dämpfung D, Kennkreisfrequenz ω_0 ⇔ Abklingverhalten

Alternative Lösung: Lese Schwingungsdauer T_e und Abklingkonstante T_{ab} ab

$\Rightarrow$ **Berechne daraus D und ω_0**

$\Rightarrow$ **Lese Verstärkung V ab**

$\Rightarrow$ **G(s) = …**



Zusammenhang charakteristischer Werte der Sprungantwort mit den Pollagen

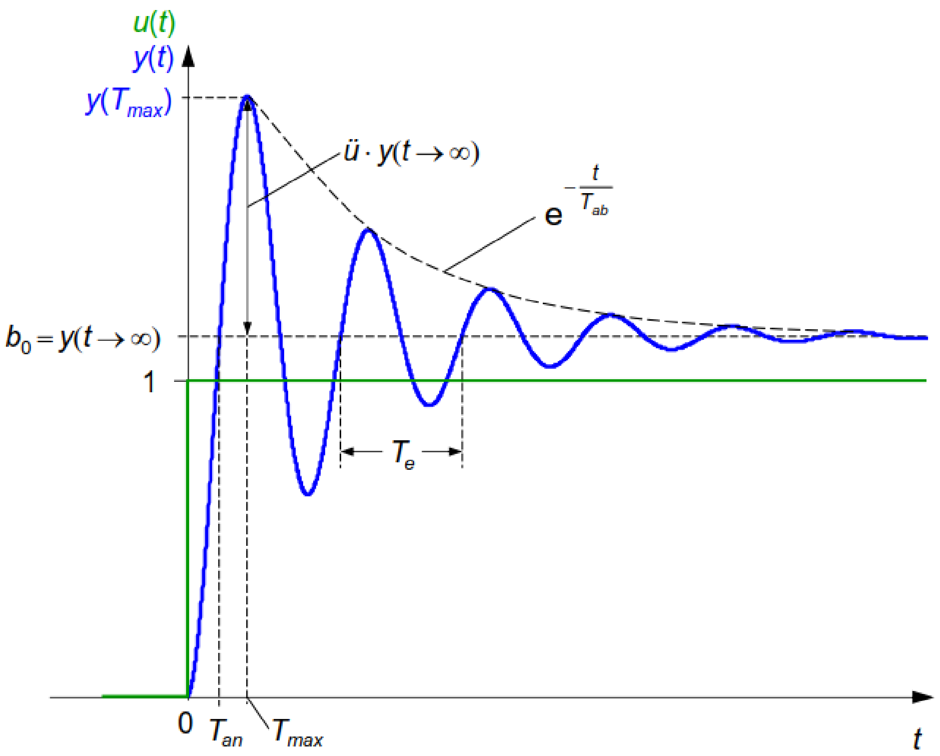
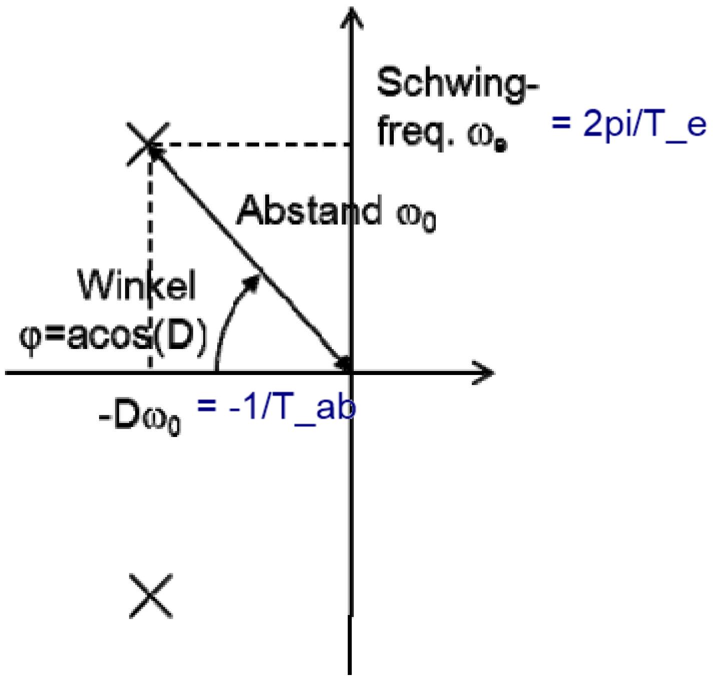


Bild 2-6: Sprungantwort eines schwingfähigen PT_2-Glieds



Imaginärteil w_e in Zshg mit Schwingungsperiodendauer T_e

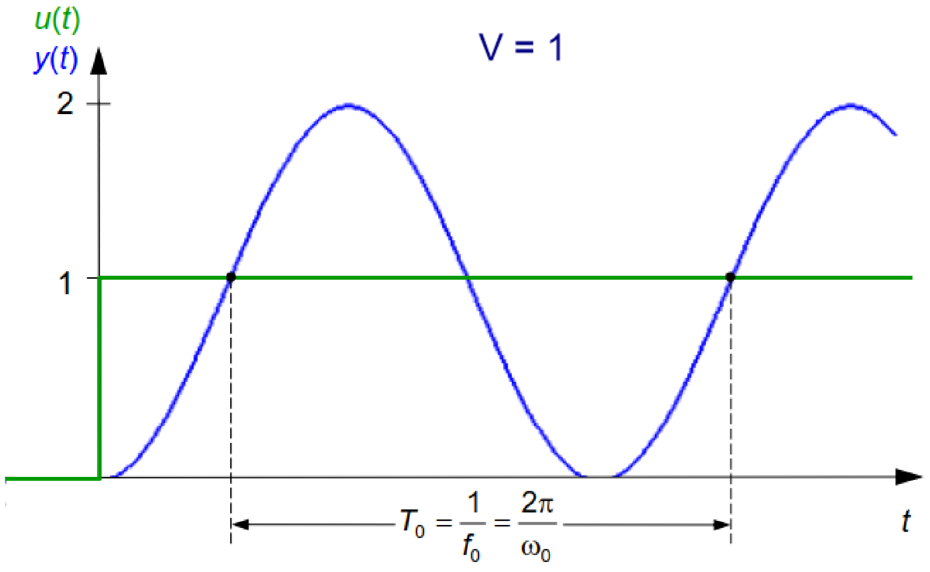
Realteil -D*W_0 in Zshg mit Abklingkonstante T_ab

Winkel phi entspricht Dämpfung D -> in Zshg mit Überschwingweite ü

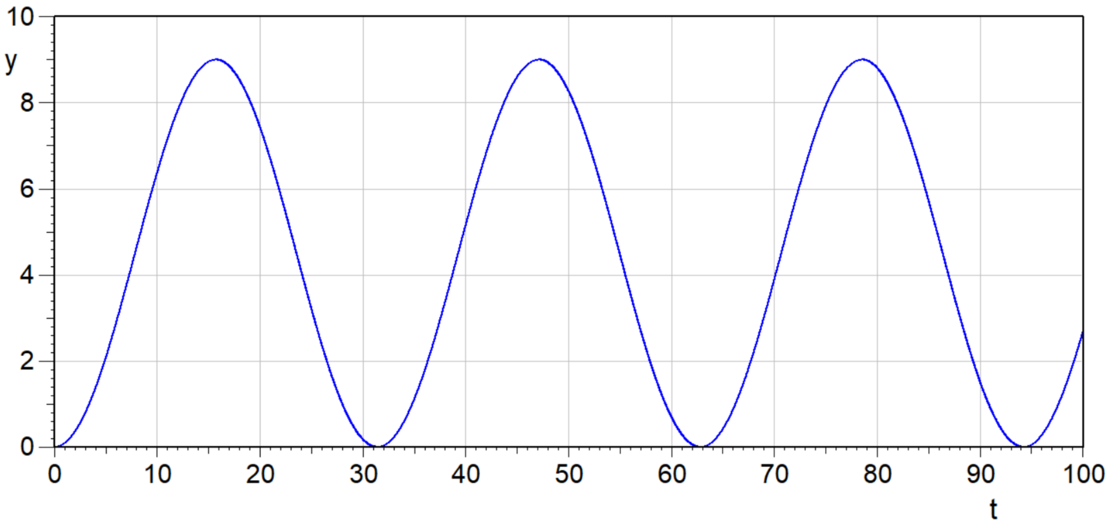
Ungedämpftes PT_2-System (D=0)

G(s) =

Sprungantwort:



Bestimmen Sie G(s) aus der Sprungantwort!



Aperiodische PT_2-Systeme ($D \geq 1$)

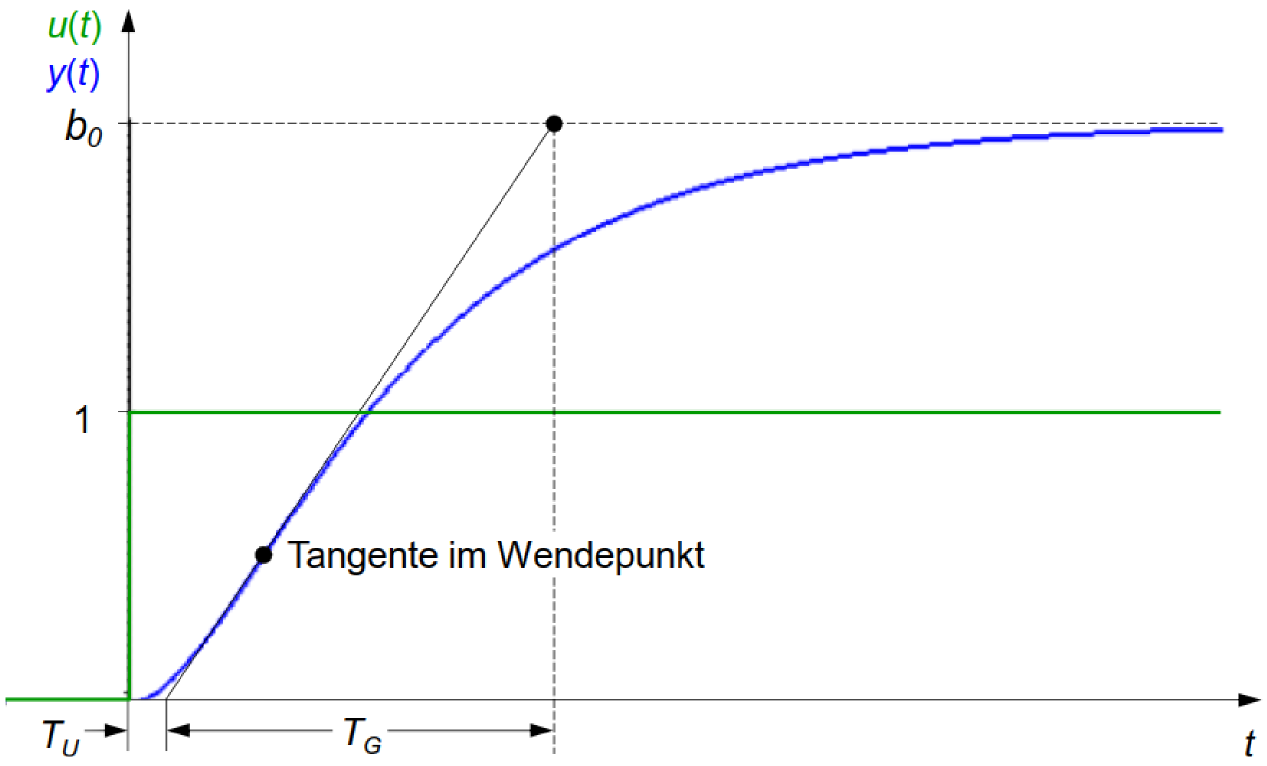
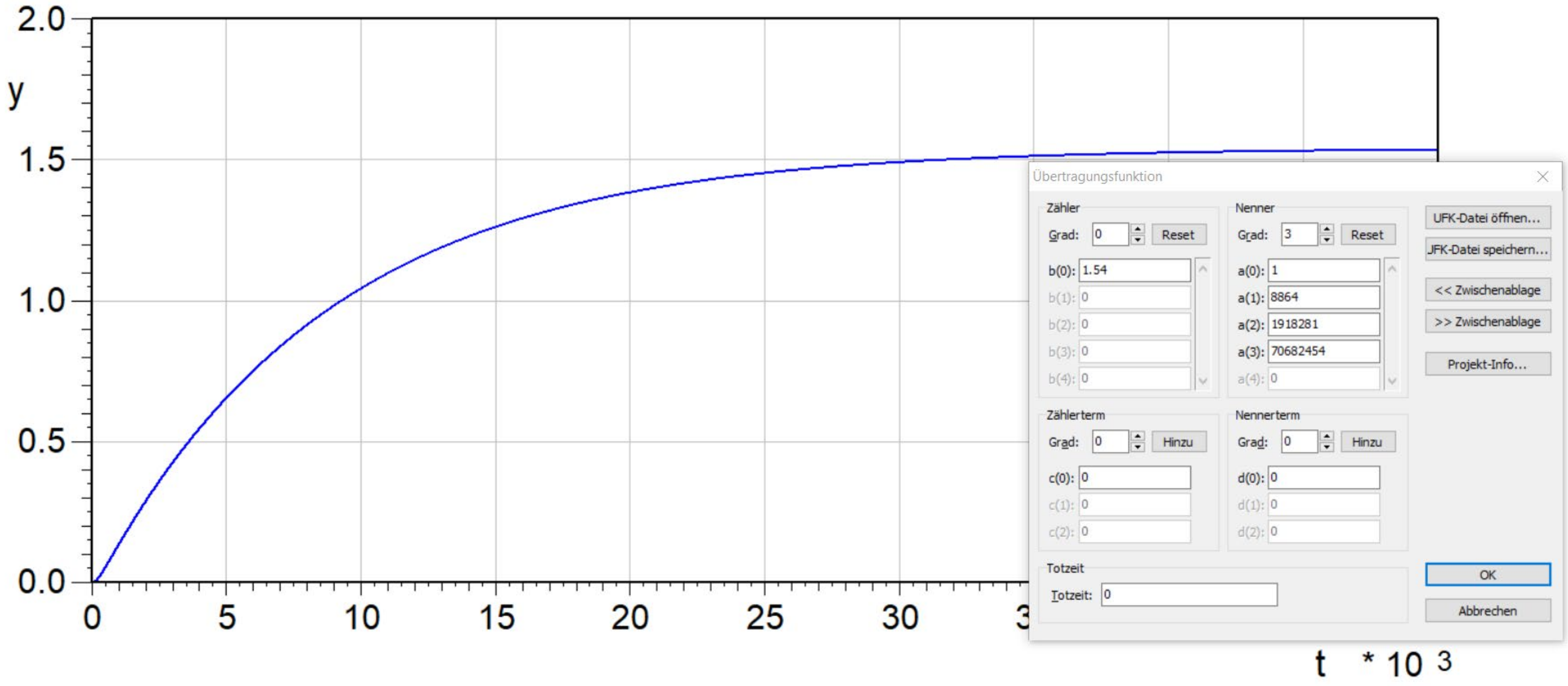


Bild 2-9: Sprungantwort eines aperiodischen PT_2-Glieds

--> Kap. 4

PT_n-Systeme mit n > 2

Temperatur-Regelstrecke aus der Projektarbeit:



Reelle Pole ⇔ Darstellbar als Reihenschaltung von PT_1-Teilsystemen

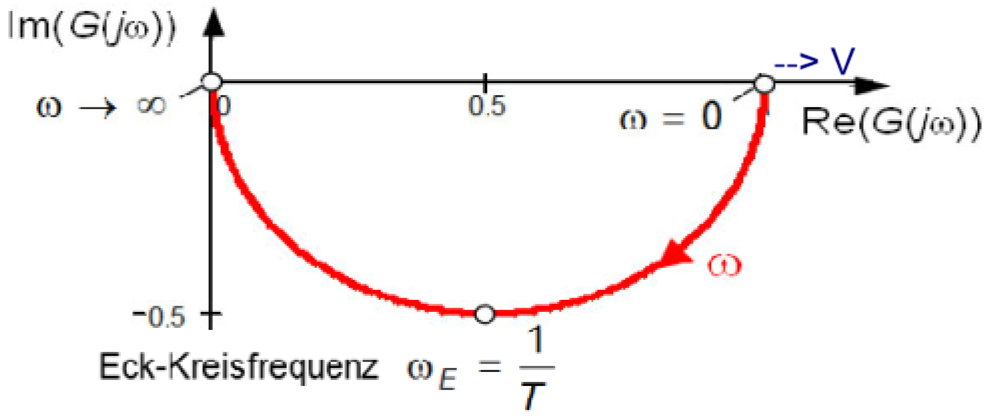
$$G_s(s) = \frac{1{,}54}{(8643{,}04s+1)(173{,}97s+1)(47s+1)} = \frac{1{,}54}{7 \cdot 10^7 s^3 + 2 \cdot 10^6 s^2 + 8860s + 1}$$

--> 3 reelle Pole, 3 Zeitkonstanten

Frequenzgang in der Ortskurve

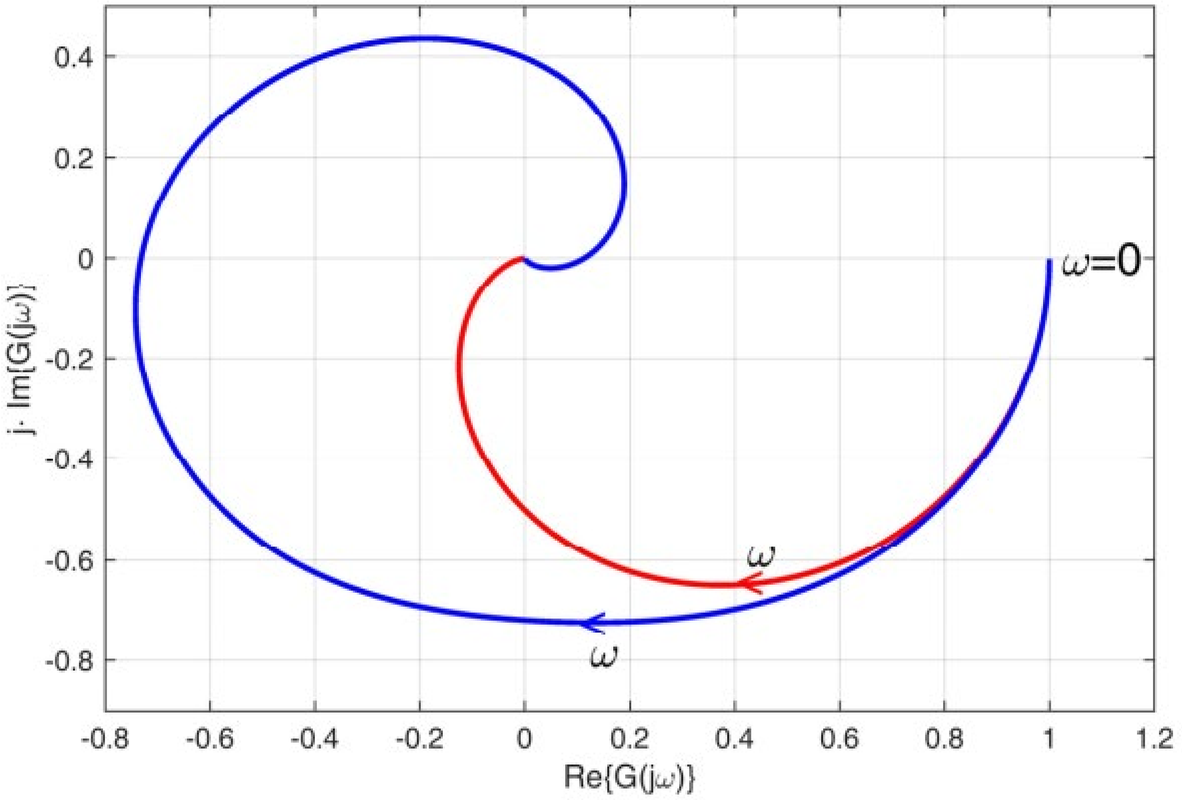
PT1

RC-Tiefpass



PT1 durchläuft 1 Quadranten
PT2 durchläuft 2 Quadranten
PT5 durchläuft 5 Quadranten

PT2 und PT5



Wie geht es weiter?

⇒ **Übungsaufgaben 2.1 und 2.2 zum Stoff dieser Lehreinheit**

⇒ **Im Praktikumsversuch 1: Anwendung dieser Zusammenhänge**

⇒ **In der nächsten Lehreinheit:**

- ⇒ **Integrierende und differenzierende Systemtypen**
- ⇒ **Totzeitsysteme = Laufzeitsysteme (Transportvorgänge)**
- ⇒ **Wie erkennt man den Systemtyp aus der Sprungantwort?**
  Weitere Zusammenhänge Zeitbereich ⇔ Frequenzbereich

Eine Übungsaufgabe:

Gegeben: Regelstrecke $G_S(s) = \frac{0{,}4}{2s+3}$ und Regler $G_R(s) = \frac{5}{s}$

1. **Bestimmen Sie den Systemtyp der Regelstrecke, bringen Sie $G_S(s)$ auf Standardform (Verstärkung und Zeitkonstante).**

2. **Bestimmen Sie den Reglertyp.**

3. **Bestimmen Sie die Führungs- und Störübertragungsfunktionen $G_W(s)$ und $G_Z(s)$. Welcher Systemtyp liegt für $G_W(s)$ und $G_Z(s)$vor?**

   Bringen Sie $G_W(s)$ auf die Standardform (Verstärkung, Dämpfung, Kennkreisfrequenz).

   Ist der Regelkreis schwingfähig?