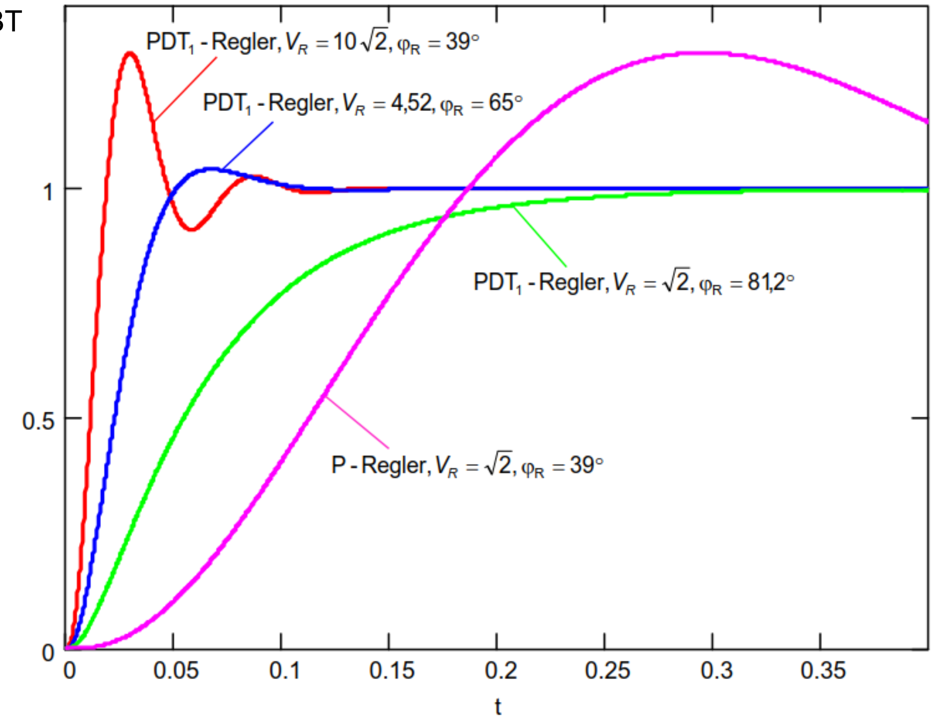
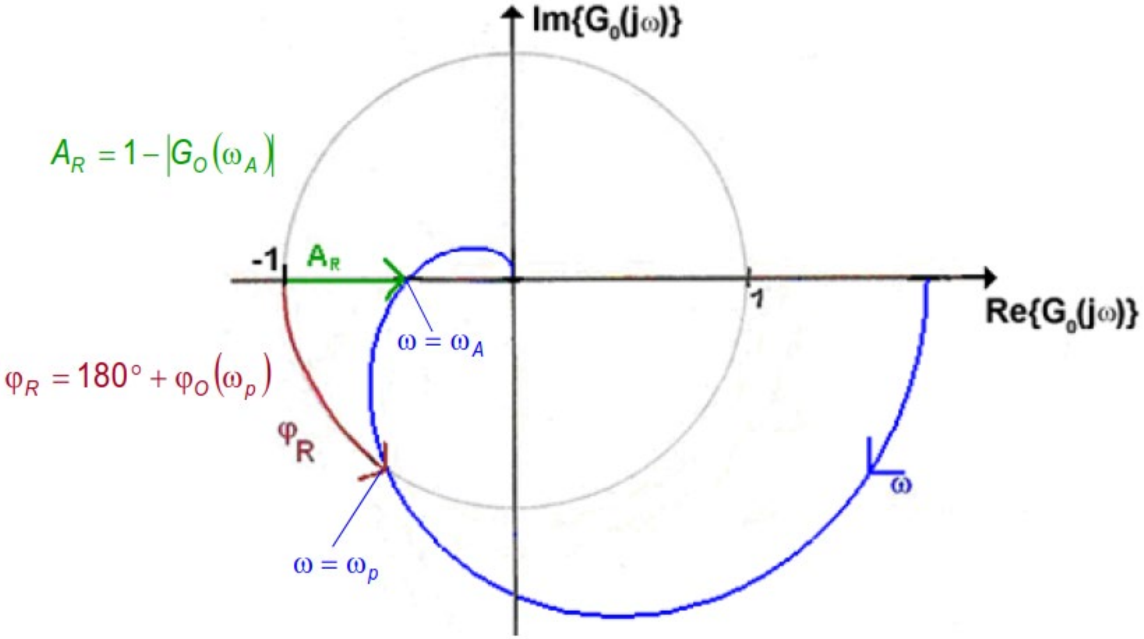
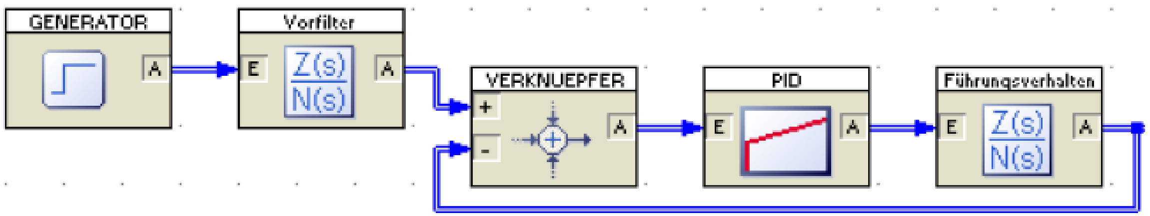
Regelungstechnik

für BEI4, BMEI4 und IBT

Prof. Dr. B. Wagner







Kap. 6 Stabilitätskriterien
Teil 1: Das Nyquist-Kriterium

Wiederholung und Einordnung

Bisher:

1. Was ist ein Regelkreis?
2. Welche Arten von Systemen kommen vor?
3. Wie zeichne / lese ich ein Bode-Diagramm?
4. Wie finde ich die Regelstrecken-Übertragungsfunktion?
5. Die „klassischen“ Regler P, PI, PDT_1, $PIDT_1$, …

Jetzt:

6. Stabilität von Regelkreisen

   a. Was passiert am „Stabilitätsrand“? Dauerschwingung!

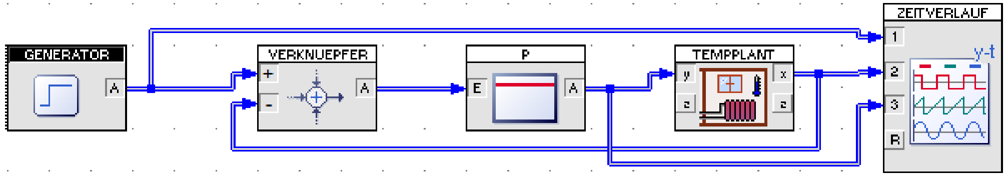
   b. Wo ist „der Stabilitätsrand“ im Bode-Diagramm und in der Ortskurve zu finden?

   c. Wie bestimmt man den „Abstand zum Stabilitätsrand“ ⇔ Betrags- / Phasenreserve?

   d. Wie lege ich einen Regelkreis nach Betrags- und Phasenreserve aus?

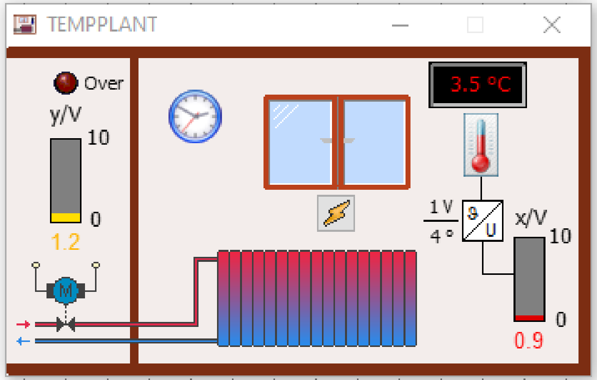
Simulation: Regelkreis am Stabilitätsrand

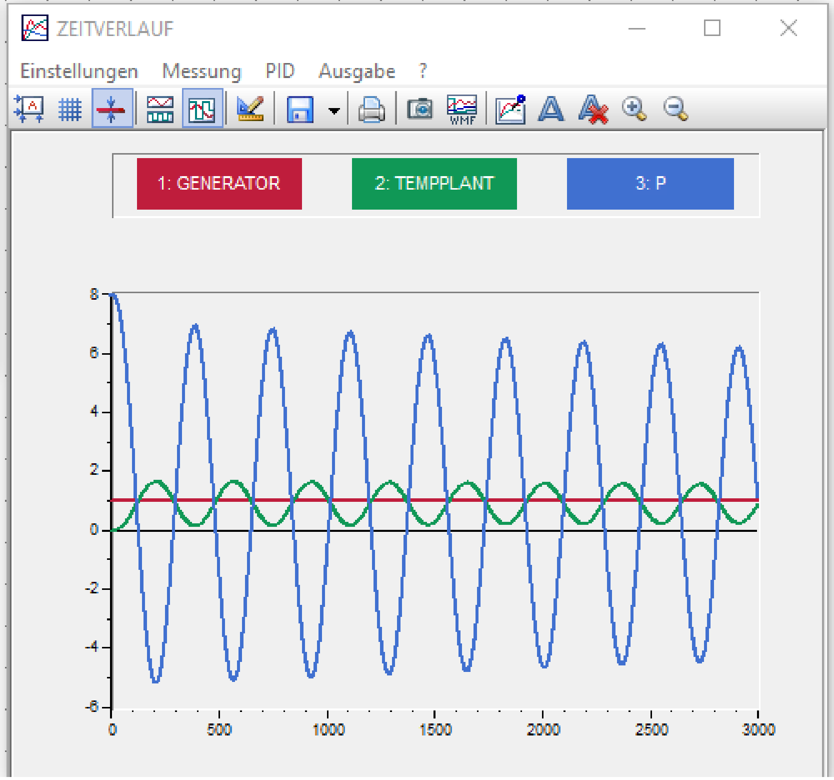
Beispiel: Raumtemperaturregelstrecke aus BORIS (PT_3) mit P-Regler



Stabilitätsrand ⇔ Dauerschwingung

Experimentell $V_{R,krit}$ = 8 --> Stabilitätsrand





1 / (1+100s)^3

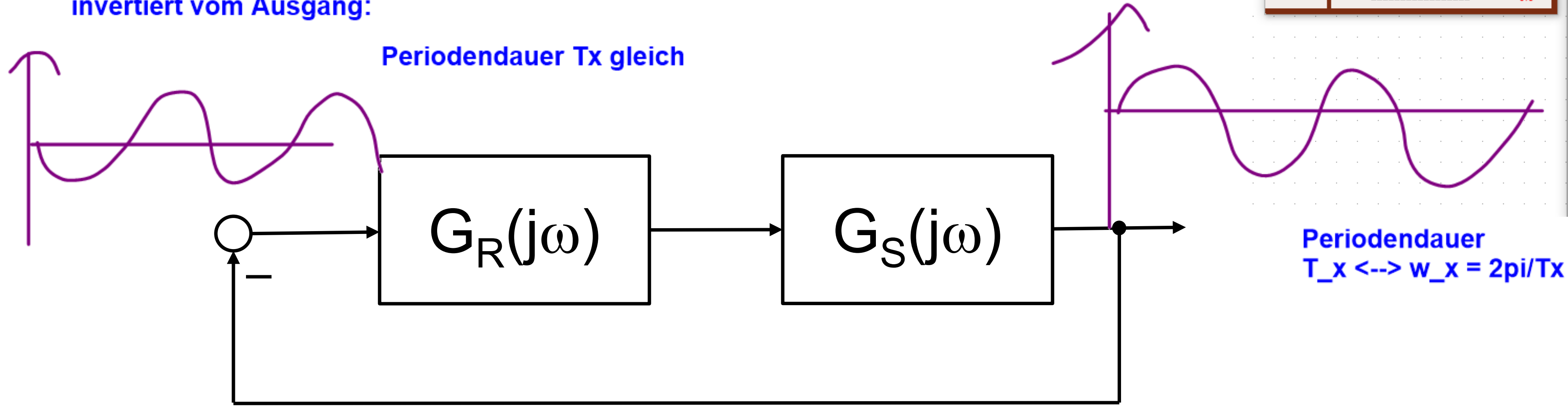
Achtung!
Bei messtechnischer Bestimmung des Stabilitätsrands:
Stellsignal soll nicht in die Begrenzung gehen!
Sonst erhält man eine nichtlineare Dauerschwingung „Grenzzyklus“, bei der andere Analysemethoden gelten (=> Masterstudium!)

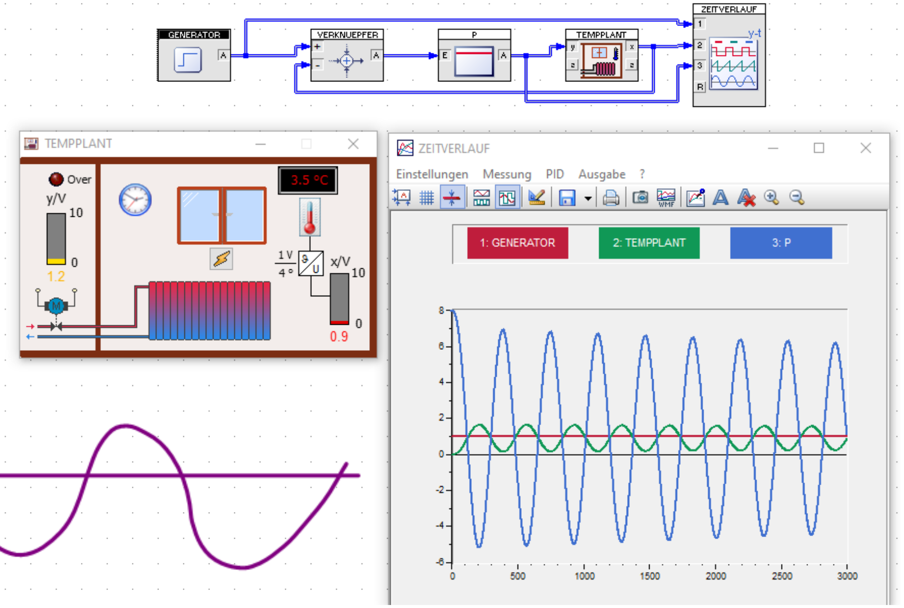
Simulation: Regelkreis am Stabilitätsrand

Am Stabilitätsrand ⇔ Dauerschwingung liegt vor (ohne dass das Stellsignal in Begrenzung geht!!!)

invertiert vom Ausgang:

Periodendauer Tx gleich





Periodendauer
T_x <--> w_x = 2pi/Tx

Dauerschwingungsbedingung:

G_O(jw_x) = G_R(jw_x) * G_S(jw_x) = -1

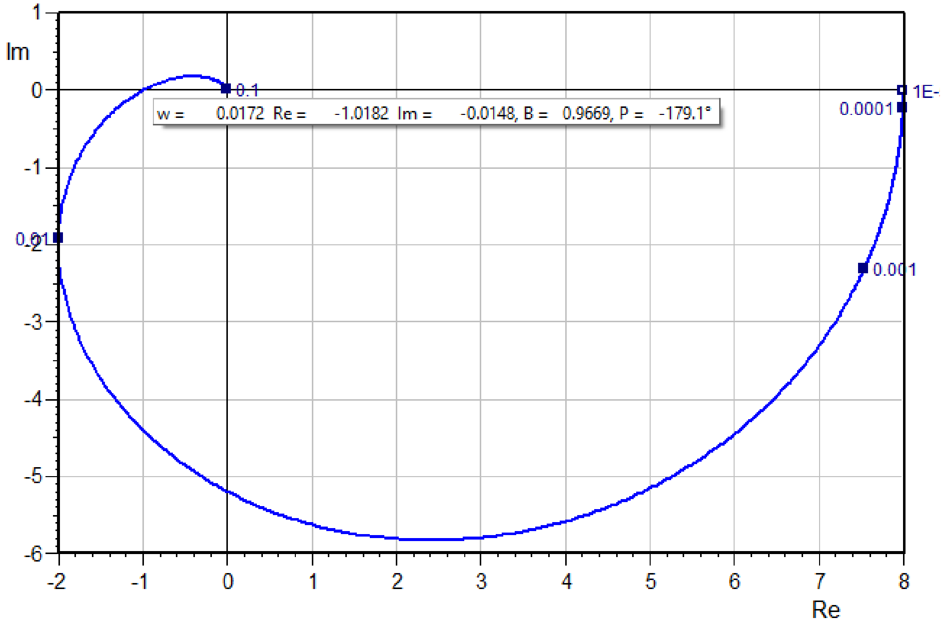
--> |G_O (jw_x)| = 1 = 0dB

--> Phase = -180°

Dauerschwingungsbedingung

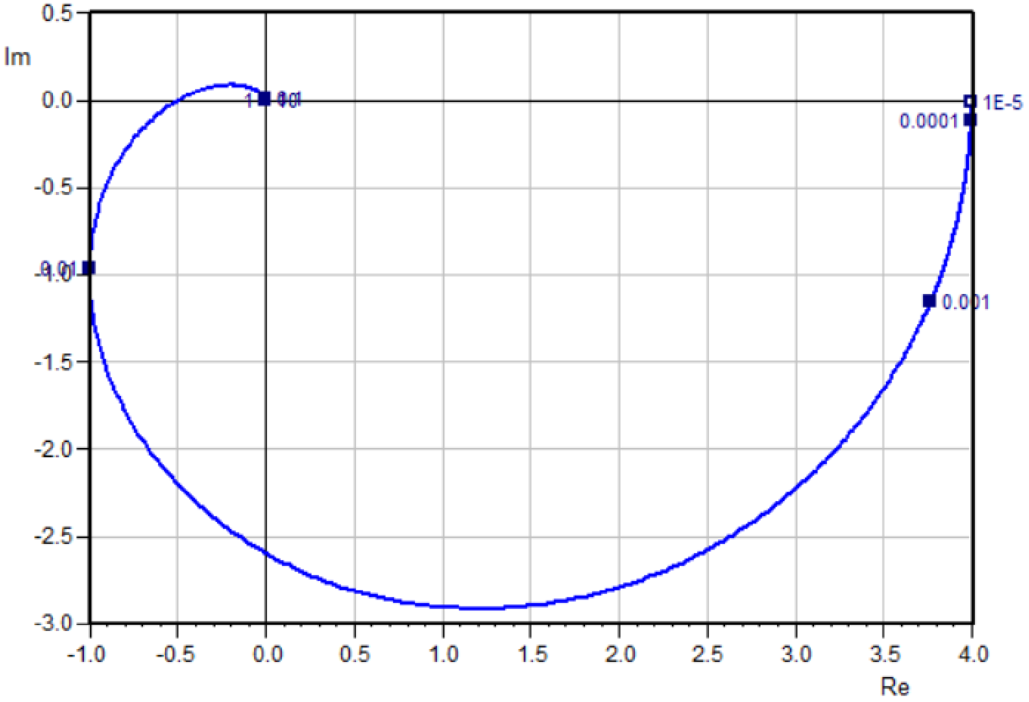
$$G_S(j\omega) = \frac{1}{(1+100j\omega)^3}, \; G_R(j\omega) = 8 \qquad \rightarrow G_O(j\omega) = \frac{8}{(1+100j\omega)^3}$$

--> Ortskurve zeichnen



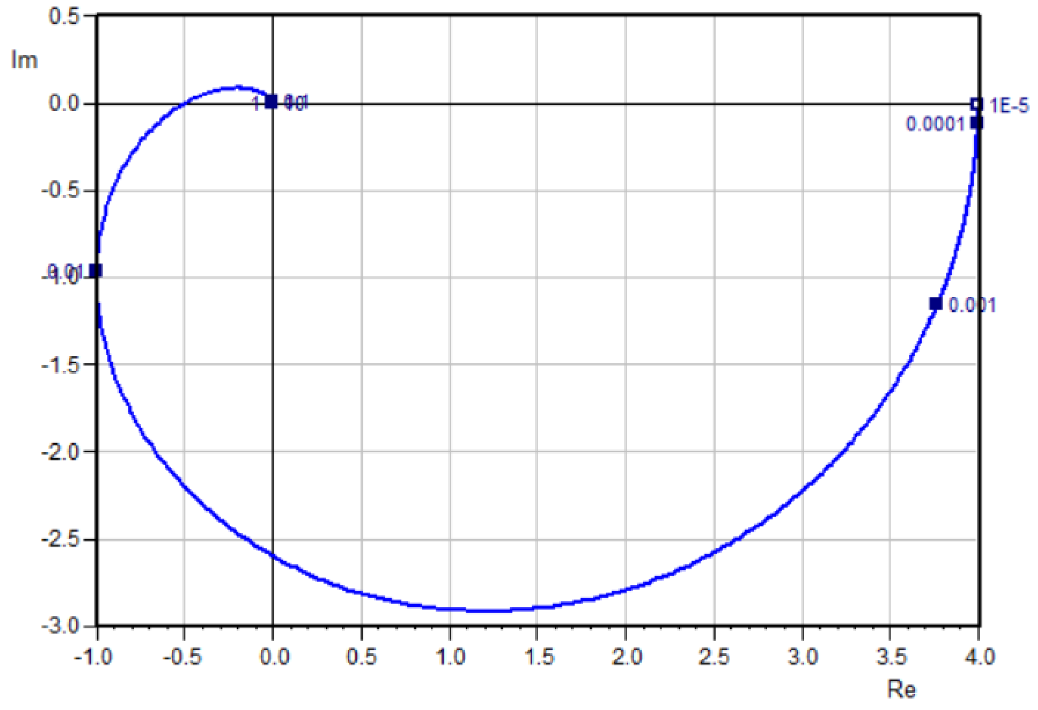
⇒ **Ist ein (<u>geschlossener</u>) Regelkreis am Stabilitätsrand, dann verläuft die Ortskurve des <u>geöffneten</u> Regelkreises durch den kritischen Punkt -1 + 0·j**

Woran erkennt man an der Ortskurve von $G_o(j\omega)$, dass der geschlossene Regelkreis stabil ist?



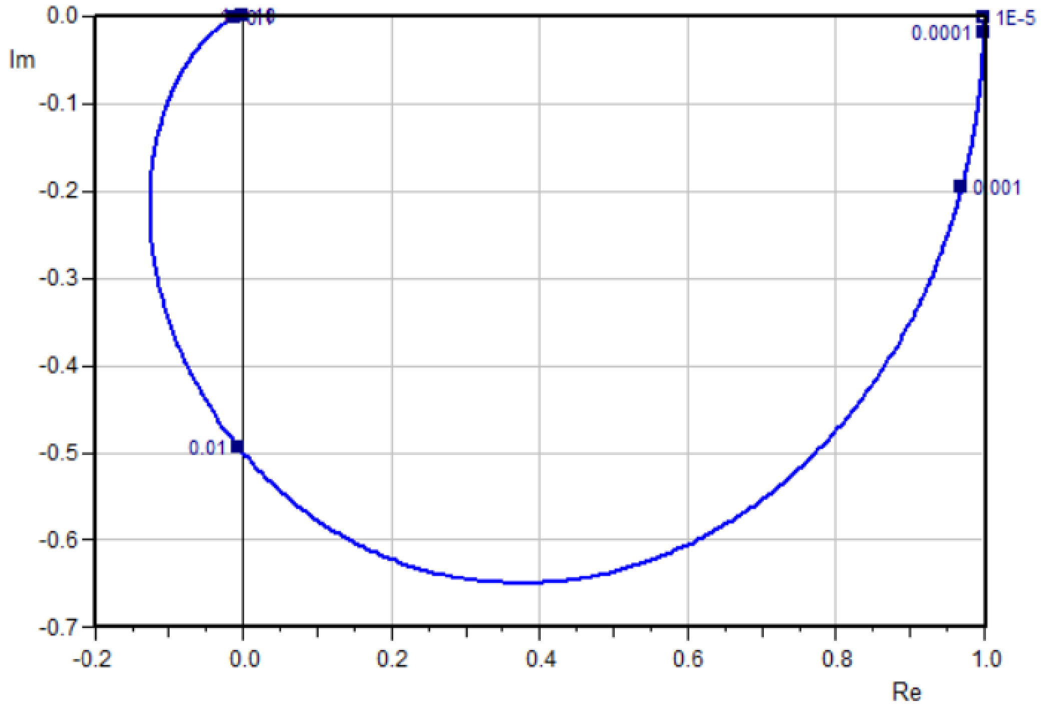
Woran erkennt man an der Ortskurve von $G_o(j\omega)$, dass der geschlossene Regelkreis stabil ist?

1. Möglichkeit: alle Schnittpunkte der Ortskurve von $G_o(j\omega)$ mit der negativen reellen Achse liegen rechts des kritischen Punkts -1+j0



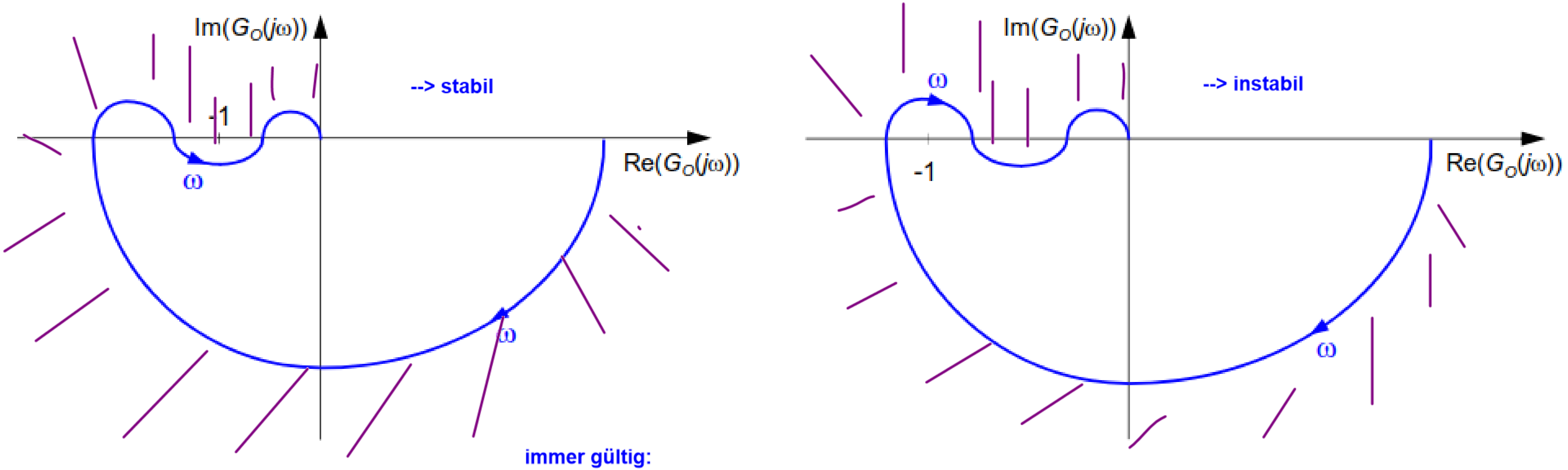
2. Möglichkeit: es gibt keinen Schnittpunkt von $G_o(j\omega)$ mit der negativen reellen Achse

PT2 mit P-Regler



3. Möglichkeit:

Bei mehreren Schnittpunkten mit der negativen reellen Achse:

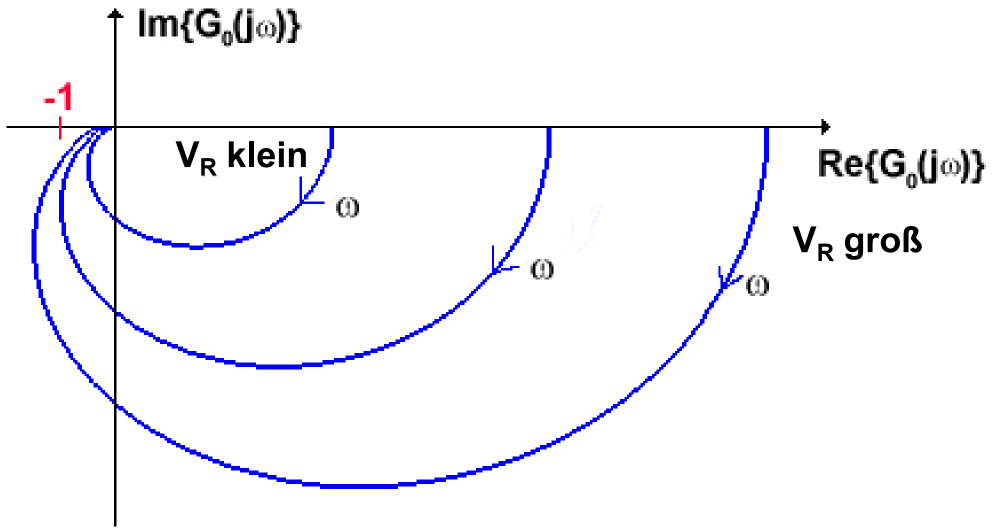


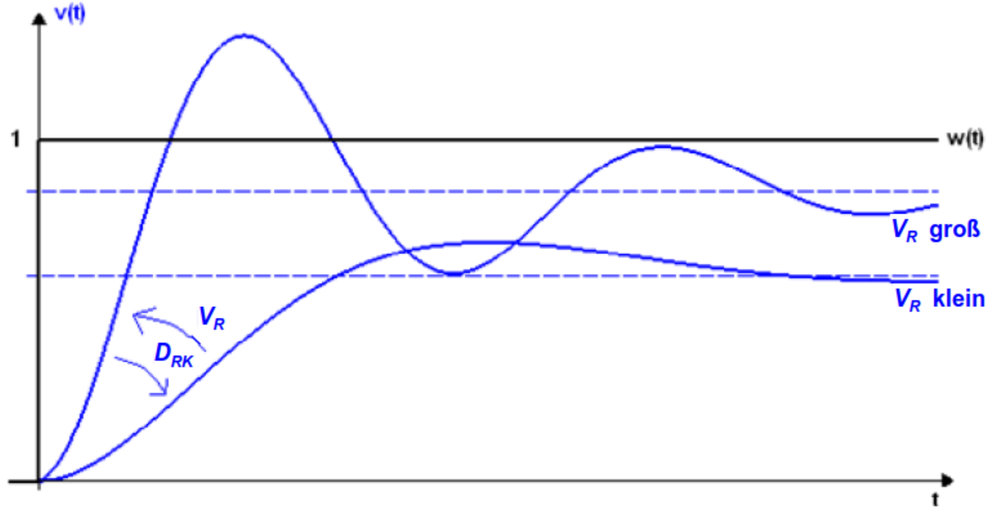
immer gültig:

Merksatz:
Soll der geschlossene Regelkreis stabil sein, muss der kritische Punkt KP = (–1,0) auf der linken Seite der Ortskurve des offenen Kreises liegen, wenn diese in Richtung von ω durchlaufen wird, wobei es auf den Teil der Ortskurve ankommt, der dem kritischen Punkt am nächsten liegt.

Ein paar Beispiele: In den folgenden Bildern sind die Ortskurven von geöffneten Regelkreisen dargestellt.
⇒ Ist jeweils der zugehörige geschlossene Regelkreis stabil?

⇒ PT_2-Strecke mit P-Regler:

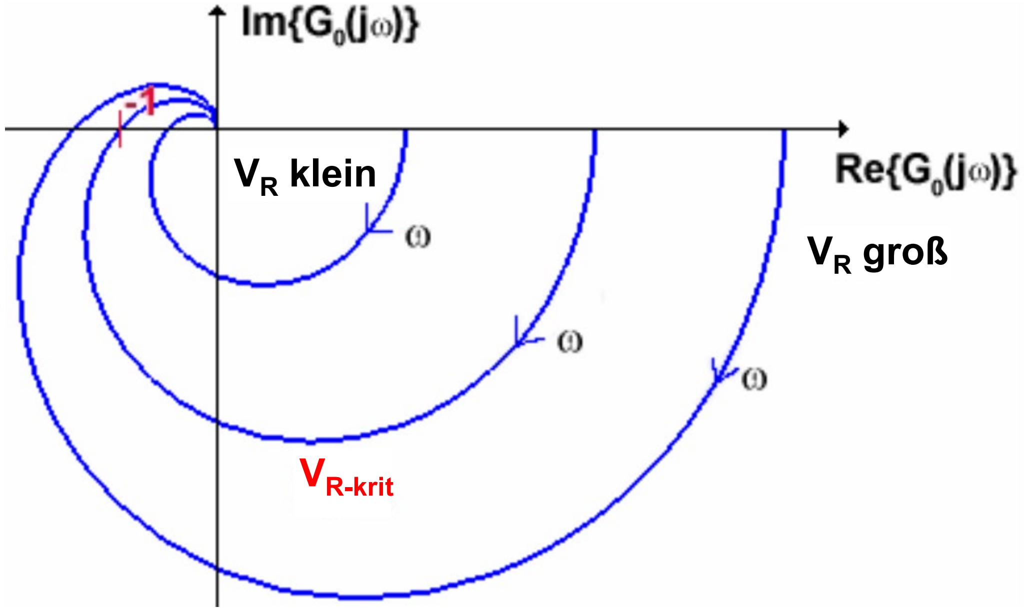




⇒ In Kapitel 5 hatten wir gesehen, dass jeder Regelkreis mit PT2-Strecke und P-Regler für alle V_R stabil ist.

Ein paar Beispiele: In den folgenden Bildern sind die Ortskurven von geöffneten Regelkreisen dargestellt.
⇒ Ist jeweils der zugehörige geschlossene Regelkreis stabil?

⇒ PT_3-Strecke mit P-Regler:

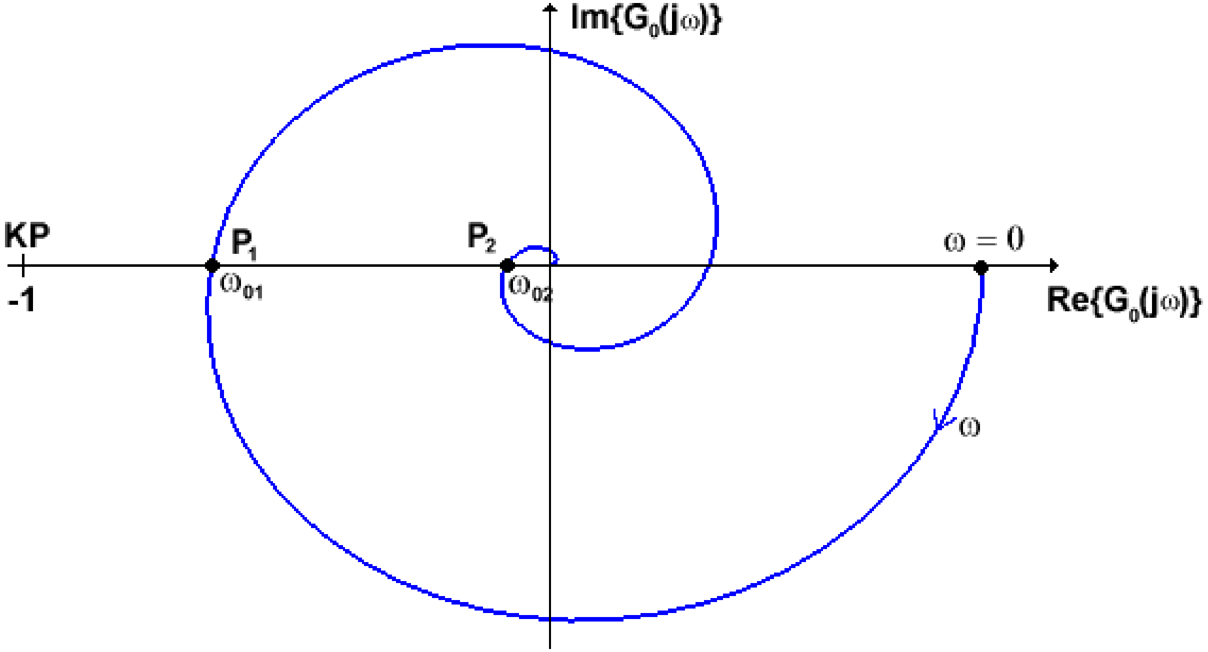


G_O (jw) hat maximale Phasennacheilung von -270°

--> für große VR liegt der kritische Punkt -1 rechts der Ortskurve

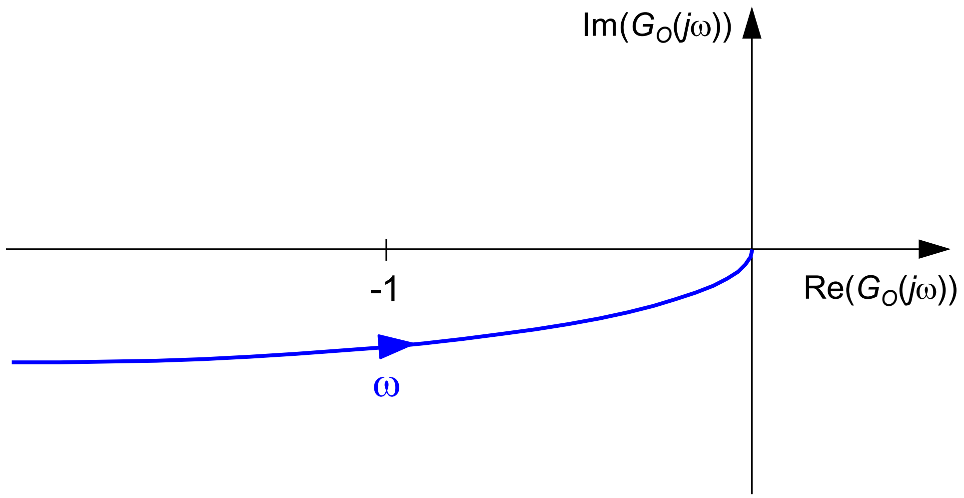
--> alle PT3-Strecken mit P-Regler werden für große VR instabil!

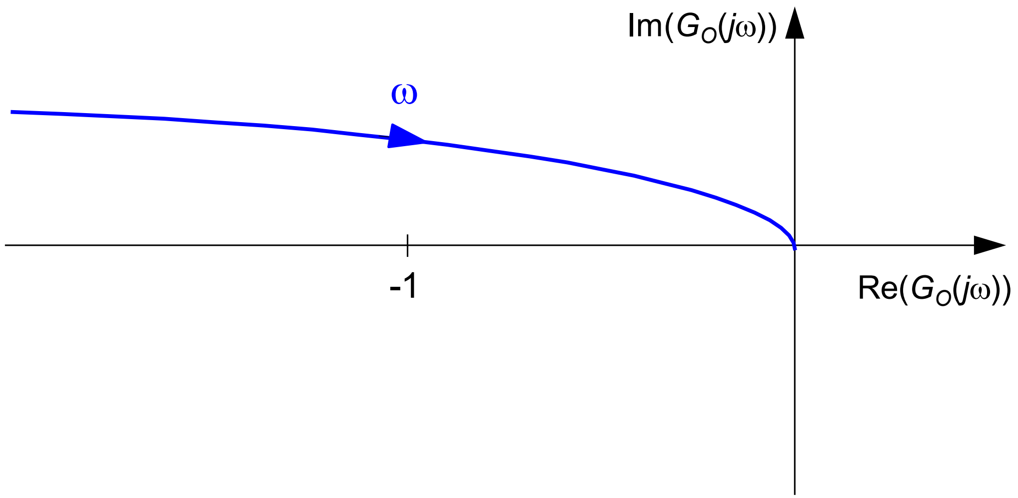
Ein paar Beispiele: In den folgenden Bildern sind die Ortskurven von geöffneten Regelkreisen dargestellt.
$\Rightarrow$ Ist jeweils der zugehörige geschlossene Regelkreis stabil?



--> stabil

Ein paar Beispiele: In den folgenden Bildern sind die Ortskurven von geöffneten Regelkreisen dargestellt.
$\Rightarrow$ Ist jeweils der zugehörige geschlossene Regelkreis stabil?





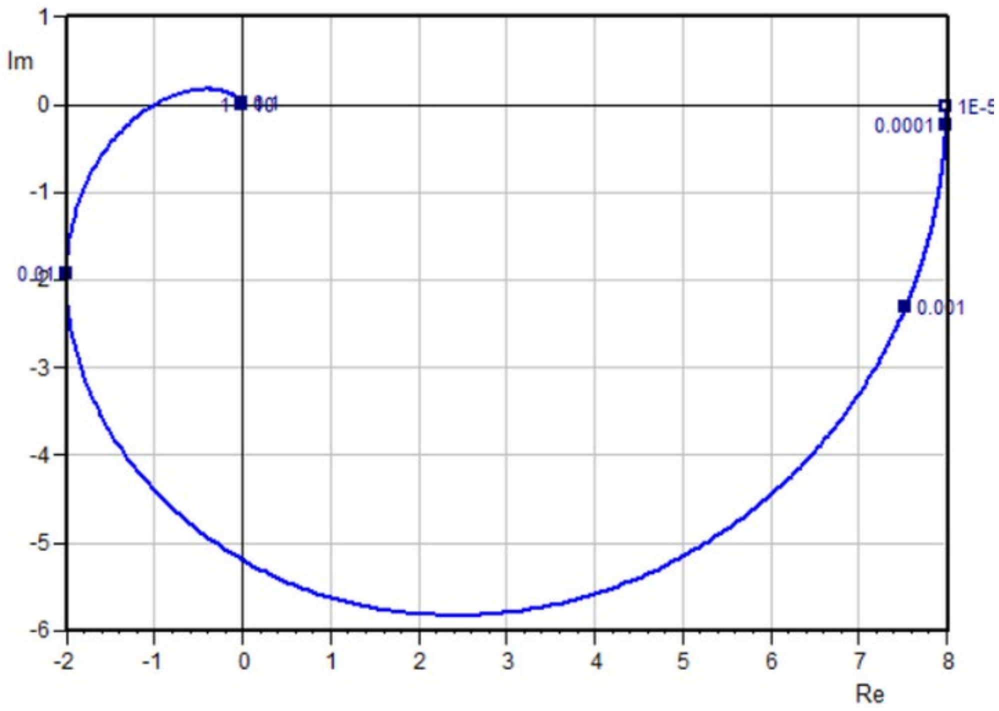
--> stabil

--> instabil

In der (Nyquist-)Ortskurve:

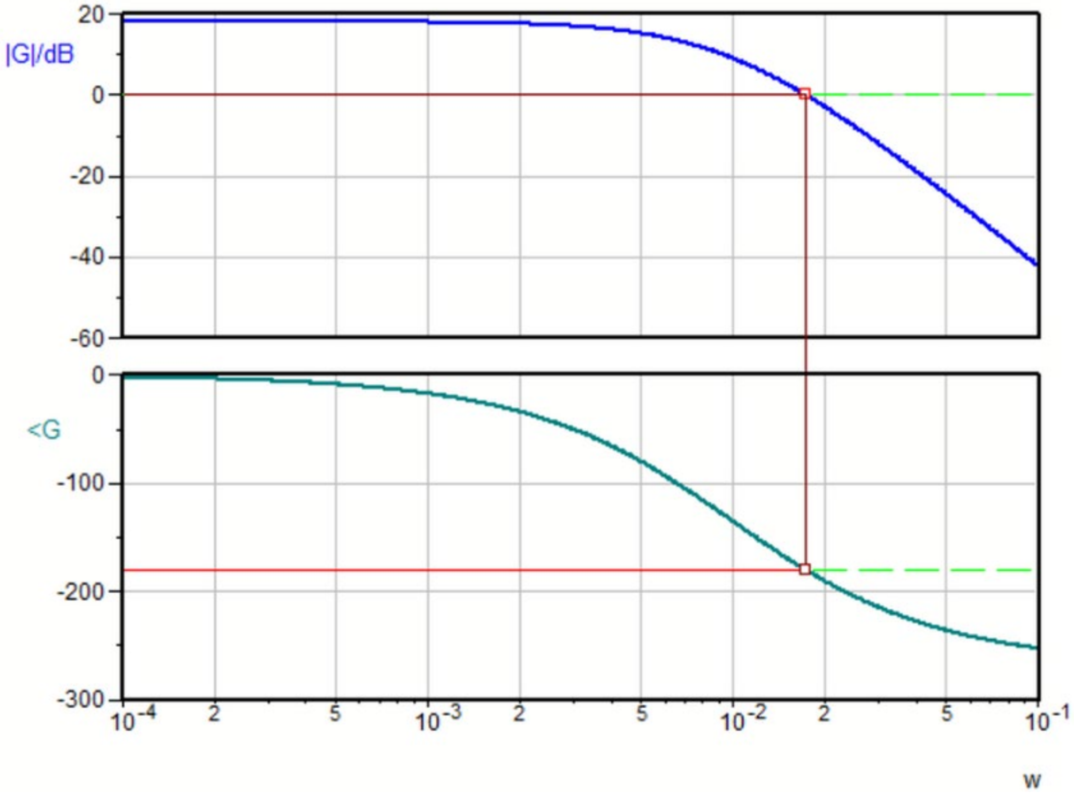
Befindet sich ein Regelkreis am Stabilitätsrand, dann verläuft die Ortskurve von $G_o(j\omega)$ durch den kritischen Punkt $V_{Rkrit} = -1$

Die zugehörige Kreisfrequenz ist ω_{krit}



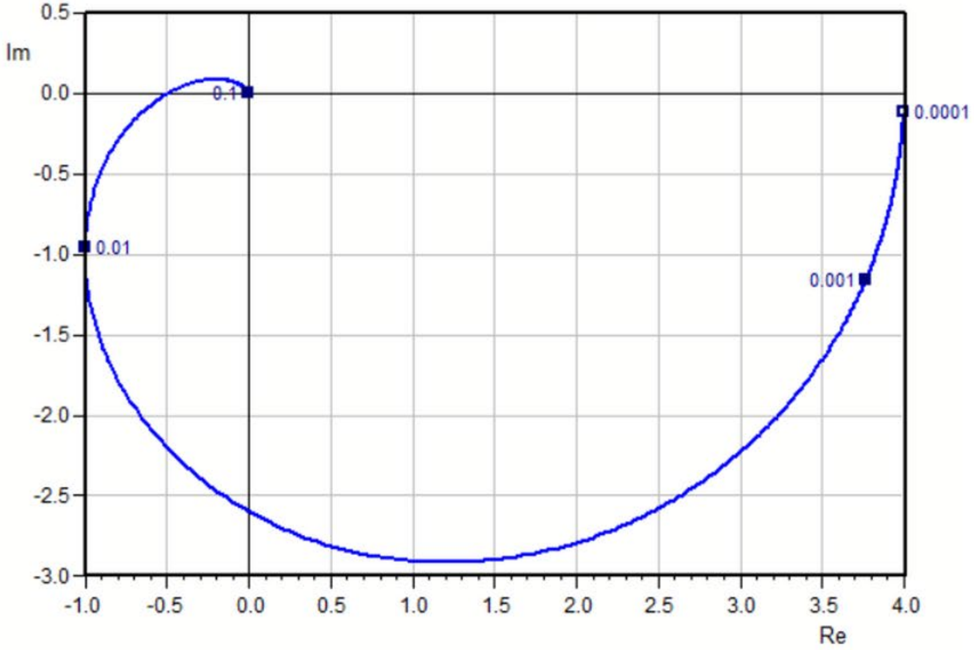
Im Bode-Diagramm:

Befindet sich ein Regelkreis am Stabilitätsrand, dann gibt es eine Kreisfrequenz ω_{krit} , bei der der Betrag gleich 1 = 0dB ist und die Phase gleich -180°.

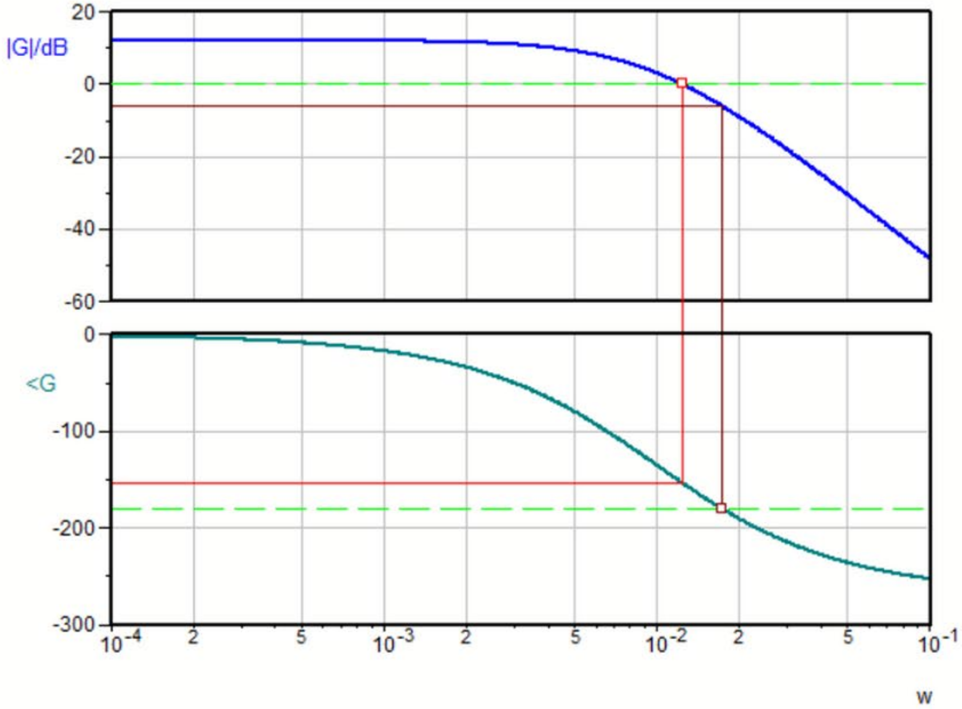


Wie erkennt man am Frequenzgang des geöffneten Regelkreises $G_o(j\omega)$, dass der geschlossene Regelkreis stabil ist?

1. Möglichkeit in der Ortskurve:
alle Schnittpunkte der Ortskurve von $G_o(j\omega)$ mit der negativen reellen Achse liegen rechts des kritischen Punkts -1+j0

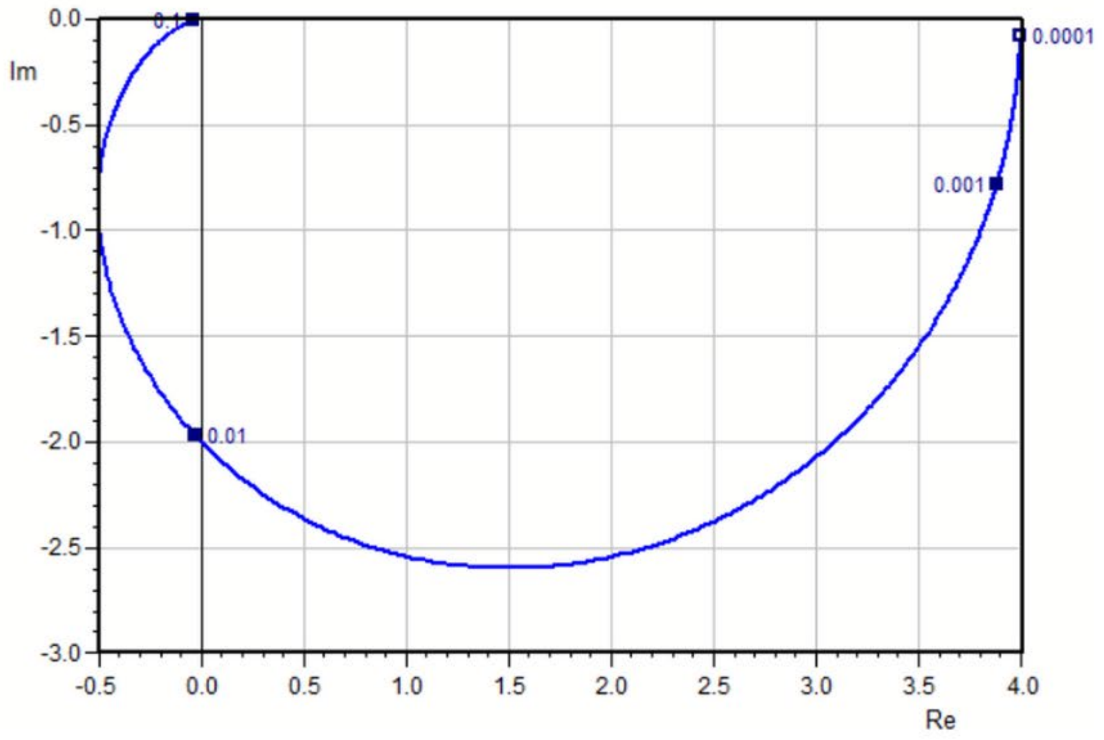


1. Möglichkeit im Bode-Diagramm
Bei allen Kreisfrequenzen, bei denen die Phase gleich -180° ist, ist der Betrag unterhalb von 0 dB ($\Rightarrow$ positive ~~Phasenreserve~~)
Amplitudenreserve

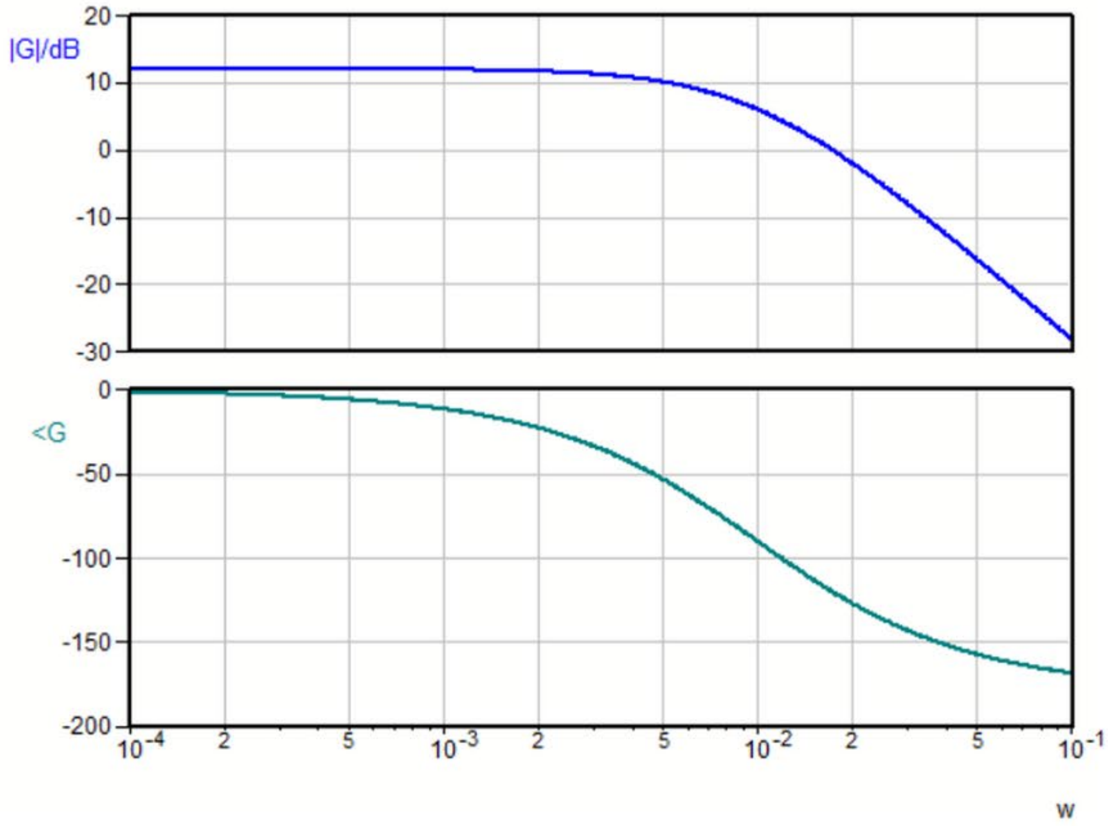


Wie erkennt man am Frequenzgang des geöffneten Regelkreises $G_o(j\omega)$, dass der geschlossene Regelkreis stabil ist?

2. Möglichkeit in der Ortskurve:
es gibt keinen Schnittpunkt der Ortskurve $G_o(j\omega)$ mit der negativen reellen Achse



2. Möglichkeit im Bode-Diagramm
Die Phase $\varphi_o(j\omega)$ verläuft für alle ω oberhalb der -180°-Linie.



Häufig verwendete Abstandsmaße zum Stabilitätsrand:
Amplitudenreserve und Phasenreserve = Amplitudenrand und Phasenrand

Ablesen aus der Ortskurve:

bei Ortskurve
Großbuchstaben ! --> A_R

Ablesen der Amplitudenreserve:

w_A --> Kreisfrequenz mit phi = -180°

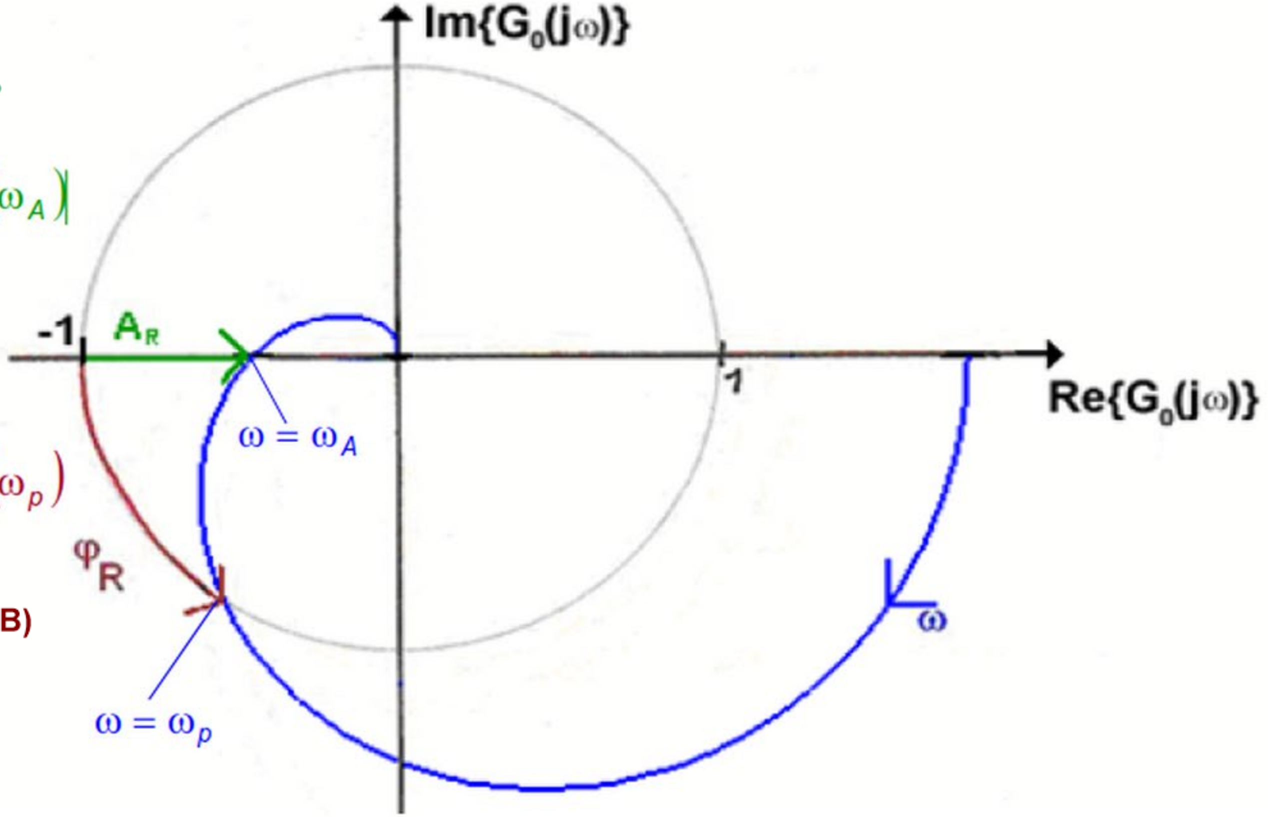
Amplitudenreserve: $A_R = 1 - |G_O(\omega_A)|$

--> wenn positiv: stabil
--> wenn negativ: instabil

Phasenreserve: $\varphi_R = 180° + \varphi_O(\omega_p)$

Ablesen der Phasenreserve:

w_P --> Kreisfrequenz mit |G_O| = 1 (= 0 dB)
--> Schnittpunkt mit Einheitskreis



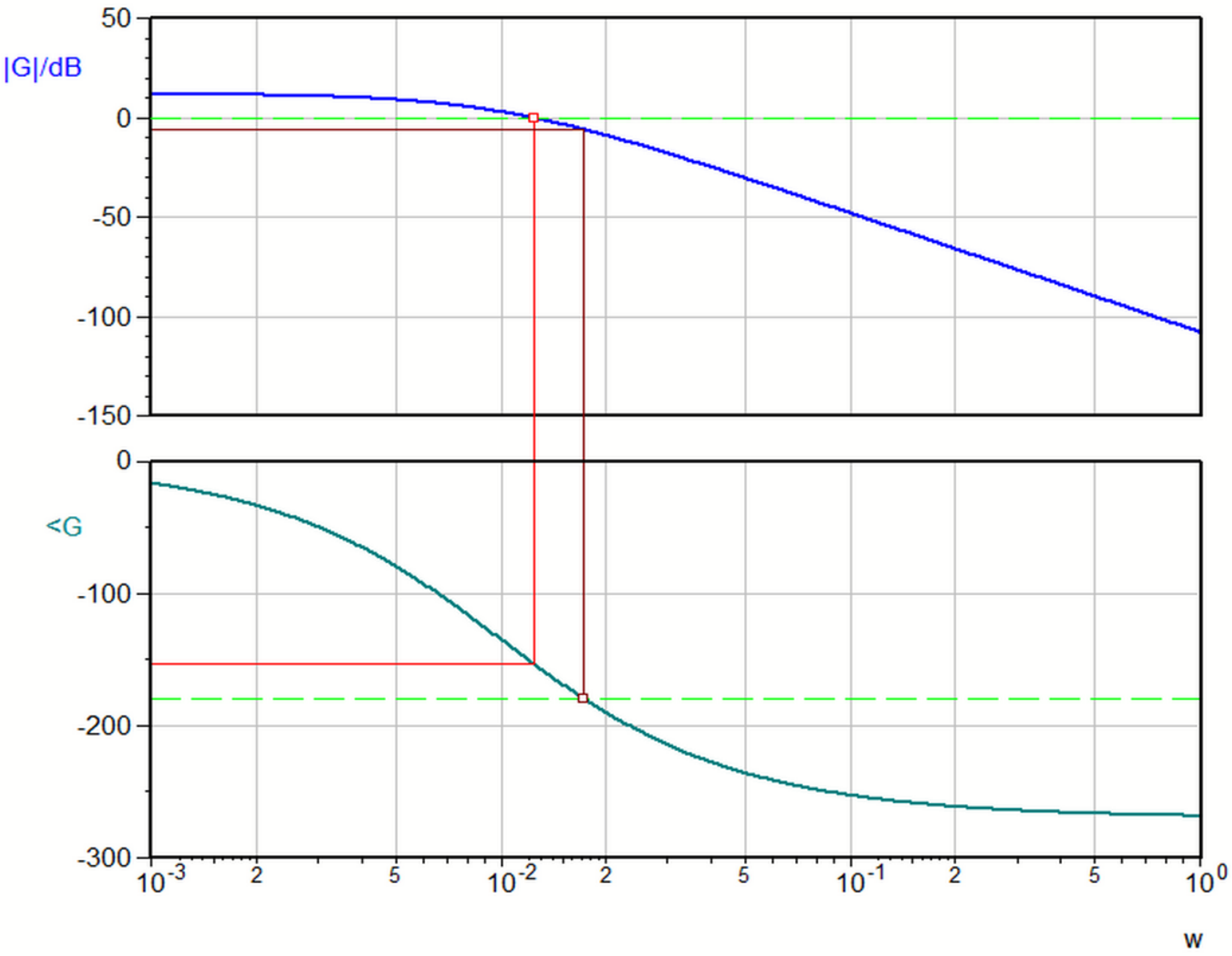
Häufig verwendete Abstandsmaße zum Stabilitätsrand:
Amplitudenreserve und Phasenreserve = Amplitudenrand und Phasenrand

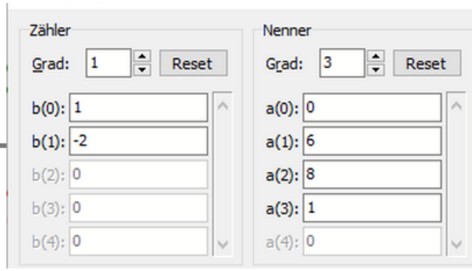
Ablesen aus dem Bode-Diagramm:

bei Bode-Diagramm mit Kleinbuchstaben --> a_R

Amplitudenreserve: a_R = 0dB - (-6dB) = +6dB

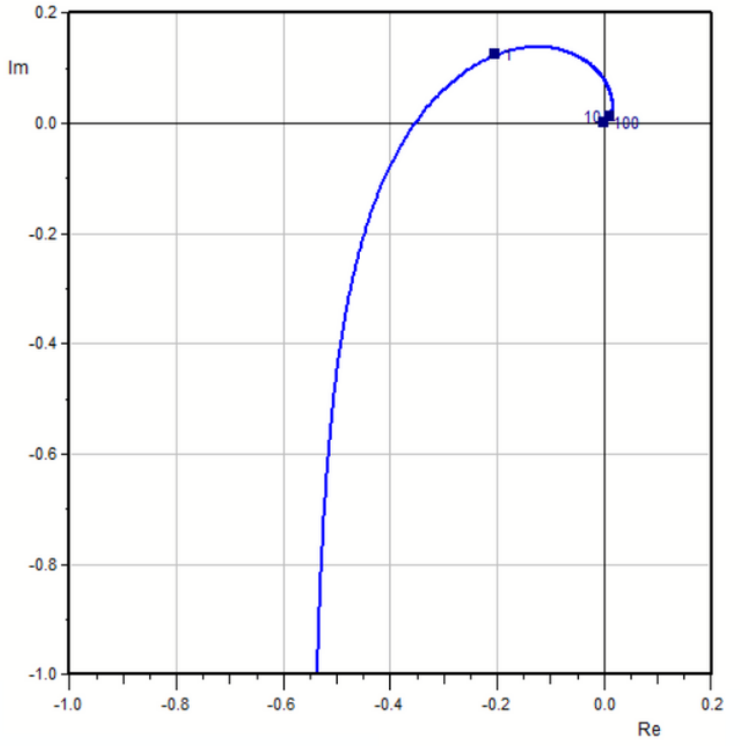
Phasenreserve: phi_R = 180° + (-150°) = +30°

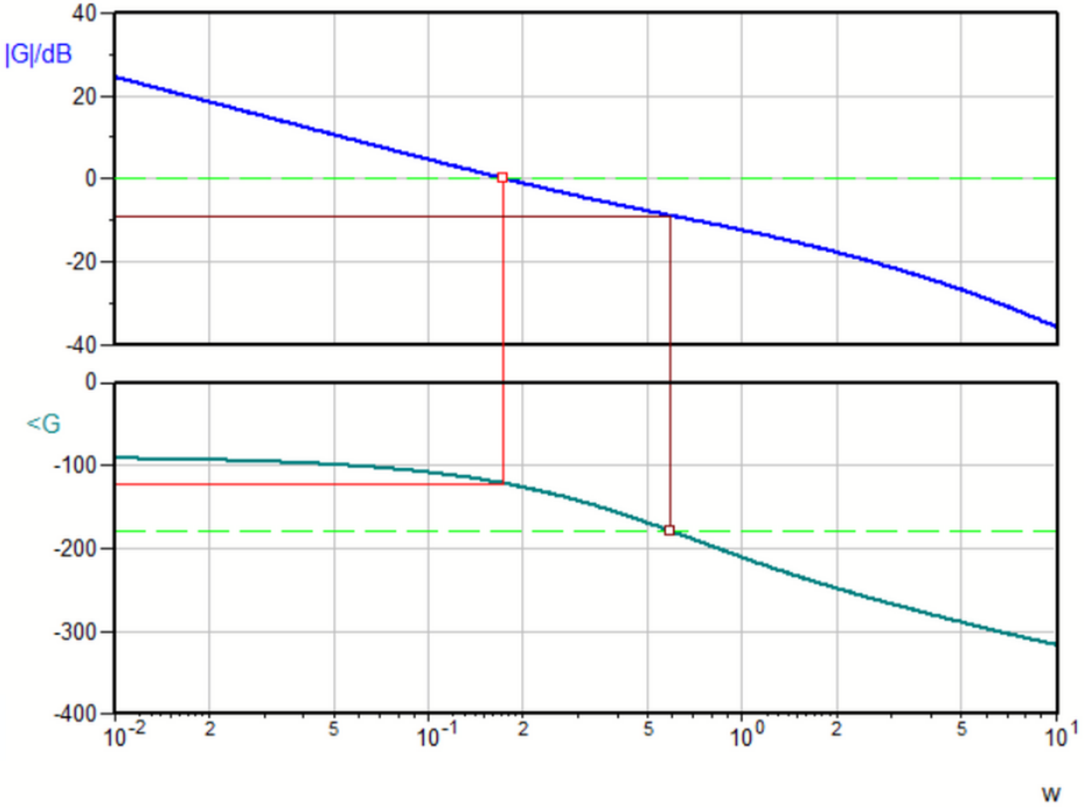




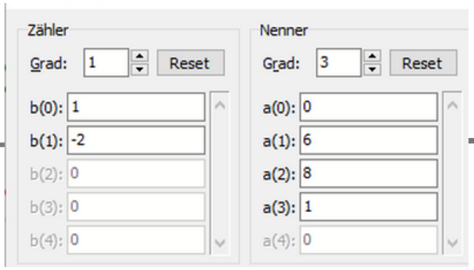
Ein Übungsbeispiel

Gegeben ist die Ortskurve und das Bode-Diagramm einer Regelstrecke.
Diese soll mit einem P-Regler geregelt werden.
a. Ist der Regelkreis für VR=1 stabil?
b. Bestimmen Sie die Amplitudenreserve und die Phasenreserve aus Ortskurve und Bode-Diagramm.
c. Ermitteln Sie die kritische Verstärkung, bei der der Regelkreis am Stabilitätsrand ist!

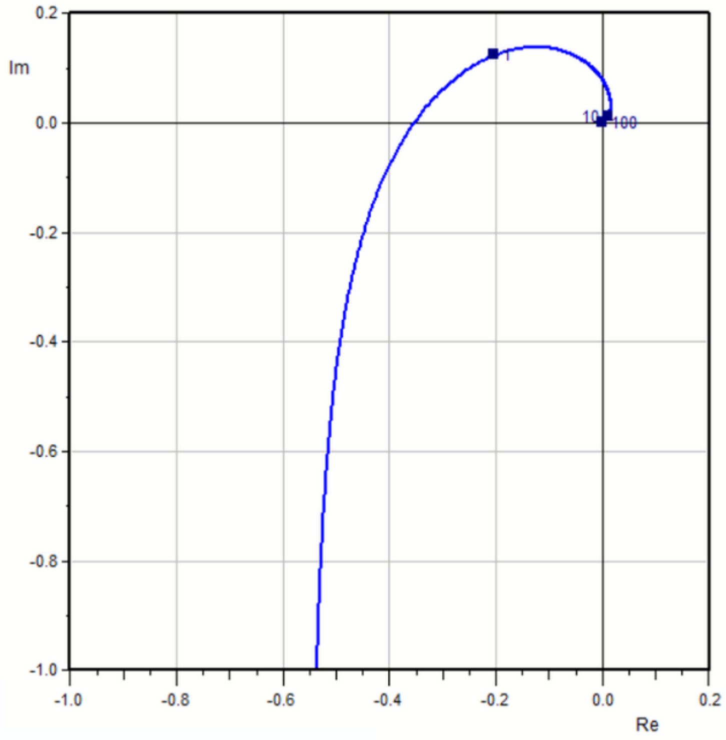


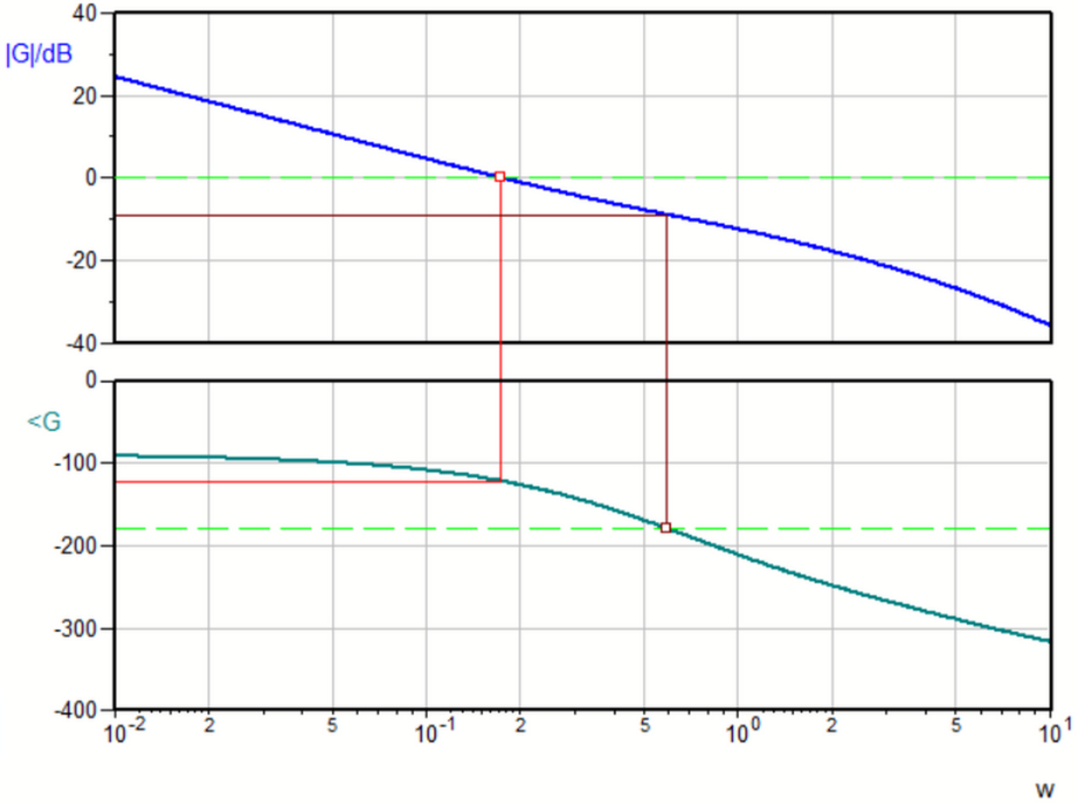


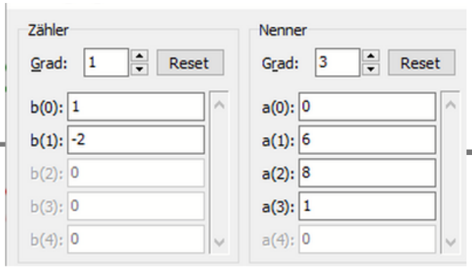
Ein Übungsbeispiel



Gegeben ist die Ortskurve und das Bode-Diagramm einer Regelstrecke.
Diese soll mit einem P-Regler geregelt werden.
a. Ist der Regelkreis für VR=1 stabil?
b. Bestimmen Sie die Amplitudenreserve und die Phasenreserve aus Ortskurve und Bode-Diagramm.
c. Ermitteln Sie die kritische Verstärkung, bei der der Regelkreis am Stabilitätsrand ist!

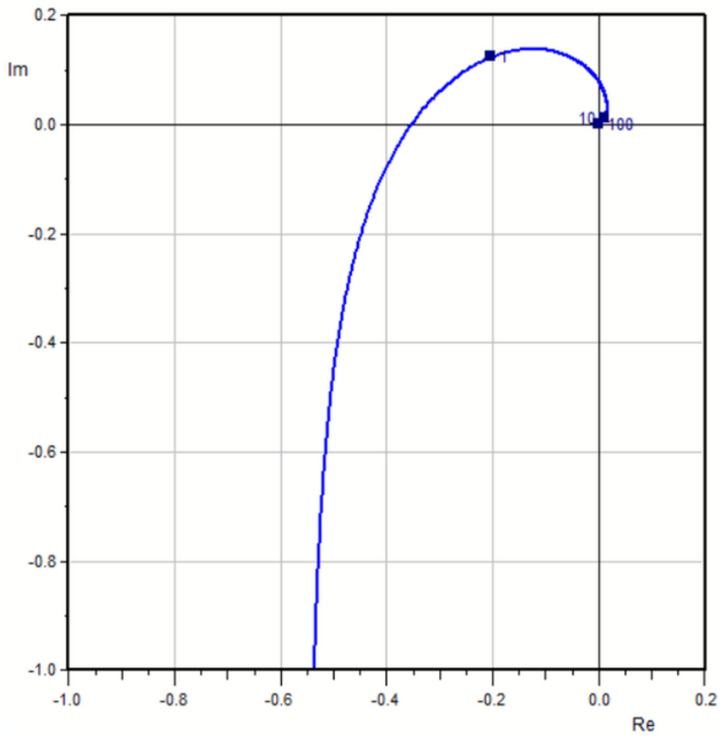


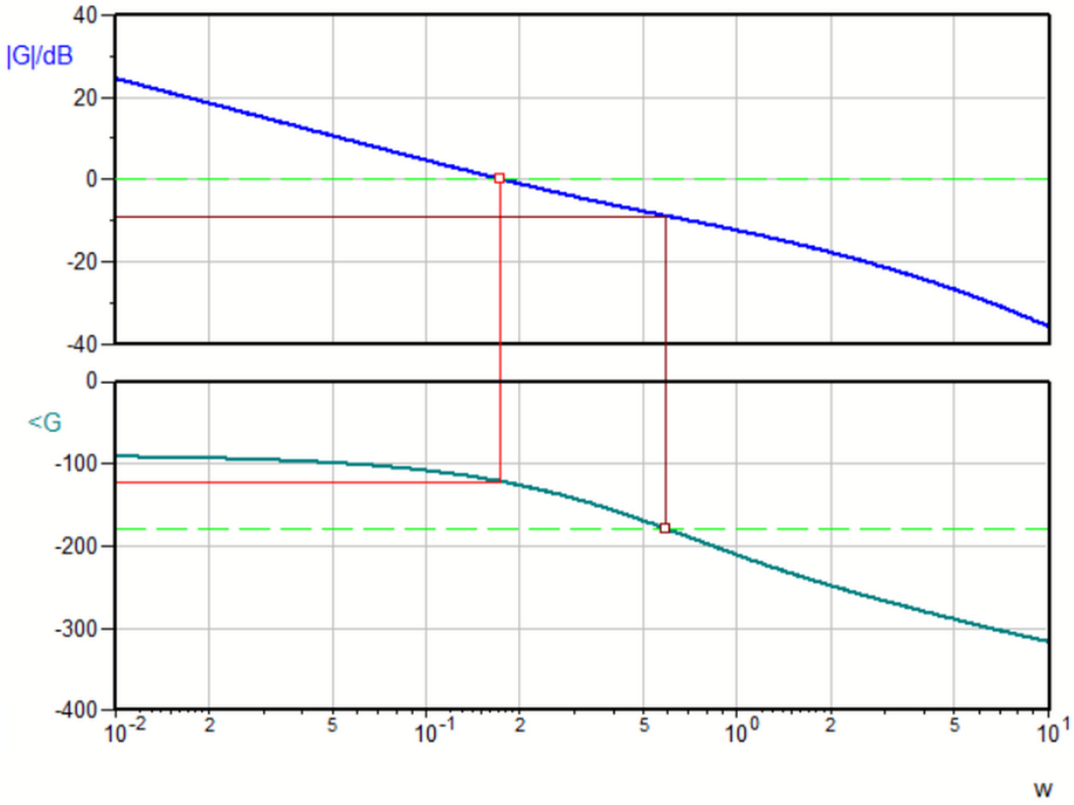




Ein Übungsbeispiel

Gegeben ist die Ortskurve und das Bode-Diagramm einer Regelstrecke.
Diese soll mit einem P-Regler geregelt werden.
a. Ist der Regelkreis für VR=1 stabil?
b. Bestimmen Sie die Amplitudenreserve und die Phasenreserve aus Ortskurve und Bode-Diagramm.
c. Ermitteln Sie die kritische Verstärkung, bei der der Regelkreis am Stabilitätsrand ist!





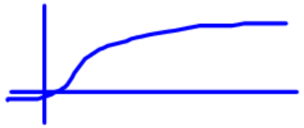
Was auch noch wichtig ist ...

Wir besprechen nur das "vereinfachte Nyquistkriterium" für stabile $G_o(j\omega)$, wobei einfaches oder doppeltes integrierendes Verhalten auch noch abgedeckt ist.

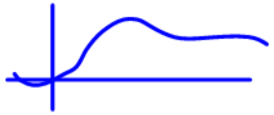
Falls Pole in rechter s-Halbebene in $G_o(j\omega)$ vorhanden sein sollten ...
... ein gutes Buch über Regelungstechnik konsultieren ("Umschlingungen des kritischen Punkts").
... eine andere Stabilitätsmethode verwenden

Für den praktischen Einsatz gibt es typische Richtlinien:

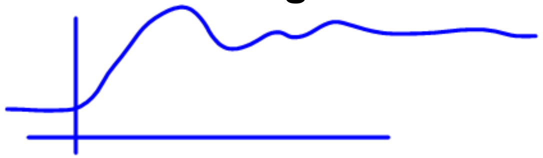
=> aperiodisches Führungsverhalten (nahezu) ohne Überschwinger: phi_R ~= 90°



=> gut gedämpftes Führungsverhalten mit "im Wesentlichen einem Überschwinger": 60°



=> schwächer gedämpftes Führungsverhalten mit mehreren und größeren Überschwingern jedoch besserer Störunterdrückung: 30°



Für die Übungsstunde nächste Woche:
=> Großes Beispiel in Abschnitt 6.3
=> Übungsaufgaben 6.1 und 6.2 am Ende des Kapitels

Bisher:

1. Was ist ein Regelkreis?
2. Welche Arten von Systemen kommen vor?
3. Wie zeichne / lese ich ein Bode-Diagramm?
4. Wie finde ich die Regelstrecken-Übertragungsfunktion?
5. Die „klassischen“ Regler P, PI, PDT_1, $PIDT_1$, …

Jetzt:

6. Stabilität von Regelkreisen

   a. Was passiert am „Stabilitätsrand“?

   b. Der „Stabilitätsrand“ im Bode-Diagramm und in der Ortskurve?

   c. Wie bestimmt man den „Abstand zum Stabilitätsrand“?

   d. Wie lege ich einen Regelkreis nach Betrags- und Phasenreserve aus?