0. Allgemeines

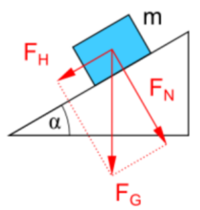
Carnot-Wirkungsgrad: $\eta_C = 1 - \frac{T_U}{T}$
Lichtgeschwindigkeit: $c = 299.792.458 \frac{m}{s}$
Erdbeschleunigung: $g = 9{,}81 \frac{m}{s^2}$

$\left[N = \frac{kg \cdot m}{s^2}\right]$
$[1\,J = 1\,Nm = 1\,Ws = 0{,}2777 \cdot 10^{-6}\,kWh]$ (Umrechnung $Ws \rightarrow kWh$: $1\,Ws \cdot \frac{1}{3{,}6 \cdot 10^6}$)
$1\,kWh = 3{,}6 \cdot 10^6\,J$
$100 \frac{km}{h} \cdot \frac{1}{3{,}6} = 27{,}78 \frac{m}{s}$
Hangabtriebskraft: $F_H = m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$ (mit α = Winkel zw. Ebene u. Hang)

Lastenheft
Formulierung der technischen Anforderungen, Normen, Gesetze, Vorschriften

Pflichtenheft
Formulierung von Auftragnehmer; Angaben wie in Lastenheft + Vorgehensvorgabe

$1km^2 = 10^6 m^2$



$F_G = m \cdot g$

$F_H = F_G \cdot \sin(\alpha)$

$F_N = F_G \cdot \cos(\alpha)$

F_G: Gewichtskraft
F_H: Hangabtriebskraft
F_N: Normalkraft
m: Masse des Körpers
g: Erdbeschleunigung
α: Steigungswinkel

m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1	10^2	10^4	10^6
10^{-2}	1	10^2	10^4
10^{-4}	10^{-2}	1	10^2
10^{-6}	10^{-4}	10^{-2}	1

$1m^2 = 100\,dm^2$ $1dm^2 = 100\,cm^2$ $1cm^2 = 100\,mm^2$

m^3	dm^3	cm^3	mm^3
1	10^3	10^6	10^9
10^{-3}	1	10^3	10^6
10^{-6}	10^{-3}	1	10^3
10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	1

$1m^3 = 1000\,dm^3$ $1dm^3 = 1000\,cm^2$ $1cm^3 = 1000\,mm^2$

	allgemein	komplex	mit I (Reihe)	mit U (parallel)
S	$S = U \cdot I$ $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$	$\underline{S} = P + jQ = S \cdot e^{j\varphi} = U \cdot I \cdot e^{j(\varphi_U - \varphi_I)}$ $= U \cdot e^{j\varphi_U} \cdot I \cdot e^{j(-\varphi_I)} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$	$\underline{S} = \underline{Z} \cdot I^2 = \frac{I^2}{\underline{Y}}$	$\underline{S} = \frac{U^2}{\underline{Z}^*} = \underline{Y}^* \cdot U^2$
P	$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi = S \cdot \cos\varphi$	$P = Re(\underline{S}) = \frac{Q}{\tan\varphi} = Q \cdot \frac{Re(\underline{Z})}{Im(\underline{Z})}$	$P = Re\{\underline{Z}\} \cdot I^2$	$P = Re\left\{\frac{U^2}{\underline{Z}^*}\right\}$
Q	$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi = S \cdot \sin\varphi$	$Q = Im(\underline{S}) = P \cdot \tan\varphi = P \cdot \frac{Im(\underline{Z})}{Re(\underline{Z})}$	$Q = Im\{\underline{Z}\} \cdot I^2$	$Q = Im\left\{\frac{U^2}{\underline{Z}^*}\right\}$

(linearer/arithmetischer) Mittelwert / Gleichwert (≙ Gleichanteil)
$\bar{x} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^{T} x(t)\,dt$ Sinus = 0, Dreieck = 0, PWM = $\hat{x} \cdot \frac{T_1}{T}$

Gleichrichtwert (Mittelwert v. gleichgericht. periodischen Vorgang)
$\overline{|x|} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^{T} |x(t)|\,dt$ Zweiweg/Brücken: Sinus = $\frac{2}{\pi} \cdot \hat{x}$, Dreieck = $\frac{\hat{x}}{2}$
Einweg: Sinus = $\frac{1}{\pi} \cdot \hat{x}$
Bei kleinen Spannungen: jeweils zweite Diode durch Widerstand ersetzen, um Verzerrung durch Schwellenspannung von Diode auszugleichen (Nachteil: verringerter Innenwiderstand)

Effektivwert (quadratischer Mittelwert): $X = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^{T} x^2(t)\,dt}$

Sinus = $\frac{\hat{x}}{\sqrt{2}}$, Dreieck = $\frac{\hat{x}}{\sqrt{3}}$, Rechteck = $\sqrt{X_0^2 + \hat{x}^2}$, PWM = $\hat{x} \cdot \sqrt{\frac{T_1}{T}}$
Effektive Leistung = Wirkleistung: $P_{eff} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t=0}^{T} p(t)\,dt$
Formfaktor (Effektivwert/Gleichrichtwert): $F = \frac{X_{eff}}{\overline{|x|}}$ Sinus = $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$, Dreieck = $\frac{2}{\sqrt{3}}$
Crest-/Scheitelfaktor (Scheitelwert/Eff.): $S = \frac{\hat{x}}{X_{eff}}$ Sin = $\sqrt{2}$, Dreieck = $\sqrt{3}$, PWM = $\sqrt{\frac{T}{T_1}}$

3.1 Kinematik

Bewegungsgrößen

geradlinige Bewegung → Translation → Geschwindigkeit $v = \frac{ds}{dt}$ → Beschleunigung $a = \frac{dv}{dt}$

Drehbewegung → Rotation → Winkelgeschw. $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 2\pi n$ → Wink.beschl. $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 2\pi\frac{dn}{dt}$

(n = Drehzahl)

Kraft, Drehmoment, Energie, Leistung, Massenträgheitsmoment

Kraft: $F = ma = m\dot{v}$ *Translation* *Rotation* *Übergang*

dynamisches Grundgesetz der Translation: $F - F_W = ma$ (mit F_W = Reibung o.Ä.)

kinetische Energie bei Translation: $W_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$ → mech. Leistung: $P = \frac{dW}{dt} = \frac{F\cdot ds}{dt} = F\cdot v$

Geschwindigkeit bei Rotation: $v = \omega\cdot R = 2\pi n\cdot R$ (mit R = Radius)

kinetische Energie bei Rotation: $W_{kin} = \frac{1}{2}m(\omega\cdot R)^2 = \frac{1}{2}mR^2\cdot\omega^2$

→ (Massen)Trägheitsmoment: $J = mR^2 \quad [kg\cdot m^2]$ → $W_{kin} = \frac{1}{2}J\omega^2$

Vollzylinder: $J = \frac{1}{2}mR^2$ Hohlzylinder: $J = mR^2$

Vollkugel: $J = \frac{2}{5}mR^2$ Hohlkugel: $J = \frac{2}{3}mR^2$

zugeführte Leistung bei Rotation: $P = \frac{dW}{dt} = F_W\cdot v = F_W\cdot\omega R = F_W R\cdot\omega$

→ Widerstandsmoment (z.B Reibung): $M_{Last} = F_W\cdot R$ oder $M_{Last} = \frac{F_W\cdot R}{ü}$

dynamisches Grundgesetz der Rotation: $\sum M = J\cdot\frac{d\omega}{dt} = J\cdot\alpha$

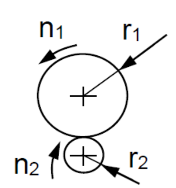
Drehmoment: $M = F\cdot R = J\cdot\frac{d\omega}{dt} \quad [Nm]$ → mech. Leistung: $P = M\omega = M\cdot 2\pi\cdot n$

Übertragung rotatorisch/rotatorisch

Geschwindigkeit an Übertragungsstelle (ohne Schlupf):

$v_1 = v_2$ → $2\pi n_1\cdot r_1 = 2\pi n_2\cdot r_2$ → Übersetzung: $ü = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2}{r_1}$

Beispiel: Verlustloses Getriebe



Kräftegleichgewicht an Übertragungsstelle:

$F_1 = F_2$ → $\frac{M_1}{r_1} = \frac{M_2}{r_2}$ → $\frac{r_1}{r_2} = \frac{M_1}{M_2}$

Leistung an Übertragungsstelle: $P_1 = P_2$ → $M_1\cdot\omega_1 = M_2\cdot\omega_2$

→ $ü = \frac{r_2}{r_1} = \frac{M_2}{M_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{n_1}{\frac{v_2}{2\pi r_2}}$ $ü = n_{Mot}\cdot\frac{2\pi r_2}{v_2}$ (mit v_2= Geschw. 2) → $\frac{M_1}{M_2} = \frac{1}{ü}$

ü immer > 1 !

Summierung der Energien: $W_{kin} = \frac{1}{2}J_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}J_2\omega_2^2 = \frac{1}{2}\left(J_1 + \frac{J_2}{ü^2}\right)\cdot\omega_1^2 = \frac{1}{2}(J_1\cdot ü^2 + J_2)\cdot\omega_2^2$

→ Vorteil: Energie mithilfe Übersetzung durch eine Winkelgeschwindigkeit darstellbar

→ Zusammenfassung Trägheitsmomente: $J_{res1} = J_1 + \frac{J_2}{ü^2}$ und $J_{res2} = J_2 + J_1\cdot ü^2$

Übertragung rotatorisch/translatorisch

Summe der Energien: $W_{kin} = \frac{1}{2}J\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}J\omega^2 + \frac{1}{2}mr^2\omega^2 = \frac{1}{2}J_{res}\omega^2 \quad (J_{res} = J + mr^2)$

Bewegungsgleichung

Rotation (Bsp Antriebsmotor)

DGL: $M_{Mot} - M_{Last} = J_{res}\cdot\frac{d\omega}{dt} = J_{res}\cdot\alpha$ (mit M_{Last} = Widerstandsmoment)

J_{res} enthält gesamtes Trägheitsmoment: $J_{res} = J_{Mot} + J_{Welle} + J_{Last}$

durch Integration Hochlaufzeit T_H berechenbar (n_a = Anlaufdrehzahl):

$T_H = \int dt = \int_{n_a}^{n_e}\left(\frac{J_{res}}{M_{Mot}(n) - M_{Last}(n)}\cdot 2\pi\right)dn$ → $T_H = \frac{J_{res}\cdot 2\pi\cdot(n_e - n_a)}{M_{Mot} - M_{Last}}$

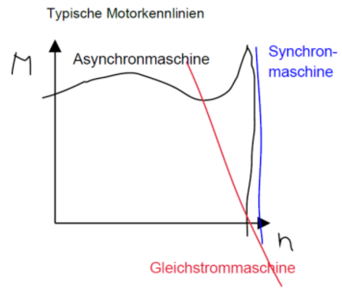
Wirkungsgrad u. Energieeffizienz

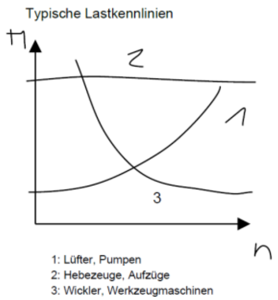
wenn $P_1 = P_2 + P_V$ → Wirkungsgrad: $\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - P_V}{P_1} = 1 - \frac{P_V}{P_1}$ (zeitpunktbezogen!)

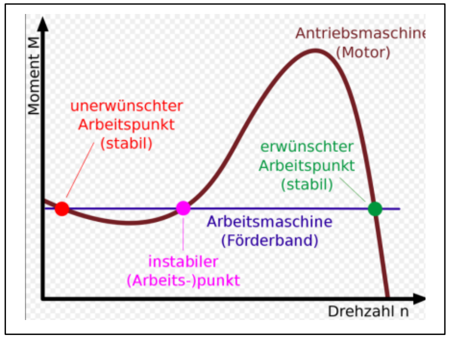
wenn $W_1 = W_2 + W_V$ → Nutzungsgrad: $\varepsilon = \frac{W_2}{W_1}$ (zeitraumbezogen!)

Energieumsetzung: $W_{ae} = \int_{t=t_a}^{t_e} p(t)\,dt$

Anwendung







instabiler Arbeitspunkt: M-n-Kennlinien Antriebsmaschine u. Arbeitsmaschine fast parallel

→ kleine Änderung M würde große Änderung n bewirken (schlecht!)

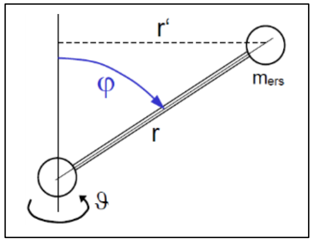
Veränderliche Massenträgheitsmomente (J)

(Bsp. drehender Roboterarm)

bei Drehung in Richtung ϑ ist J von Winkel φ abhängig:

$J_{res}(\varphi) = J_\vartheta + m_{ers}\cdot r'^2 = J_\vartheta + m_{ers}\cdot r^2\cdot\sin^2\varphi$

(mit $J_\vartheta = J_{res}(\varphi = 0)$)



...Fortsetzung **Anwendung**

Beschleunigungsverhalten

Beschleunigungskraft: $F_B = m \cdot a$

Fahrwiderstandskraft: $F_W(v) = \frac{150N}{\frac{m}{1000kg}} + 400N \cdot \left(\frac{\frac{v}{1km/h}}{100}\right)^2$

Traktions-/Zugkraft: $F_{Tr} = F_W + F_B$

Traktionsleistung Räder: $P_{Tr,Räd} = F_{Tr} \cdot v$ Traktionsl. Batterie: $P_{Tr,Batt} = \frac{P_{Tr,Räd}}{\eta \cdot \eta \cdot \ldots}$

Batteriestrom: $I_{Batt} = \frac{P_{Tr,Batt}}{U_{Batt}}$

kin. Energie Fahren: $W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

Winkelbeschleunigung beim Bremsen: $\alpha = \frac{M}{J} = \frac{M_{Mot} - M_{Last}}{J_{res}}$ $\left[\frac{1}{s^2}\right]$ (mit $M_{Last} = \frac{F_W \cdot R}{ü}$)

Zeit Bremsvorgang: $T_{Brems} = \frac{\Delta n \cdot 2\pi}{\dot{\omega}} = \frac{\Delta n \cdot 2\pi}{\alpha}$

entnommene Bremsenergie: $\Delta W_{ges} = \frac{1}{2} \cdot J_{res} \cdot (\omega_1^2 - \omega_2^2) = \frac{1}{2} \cdot J_{res} \cdot \left((2\pi)^2({n_1}^2 - {n_2}^2)\right)$

Energie-Anteil Fahrwiderstand: $\Delta W_W = \frac{F_W \cdot v_1 + F_W \cdot v_2}{2} \cdot T_{Brems} = \frac{P_{W1} + P_{W2}}{2} \cdot T_{Brems}$

Energie-Anteil Motor: $\Delta W_{Mot} = \Delta W_{ges} - \Delta W_W$

zurückgespeiste Bremsenergie: $W = P \cdot T_{Brems} = F_{Tr} \cdot v \cdot T_{Brems}$

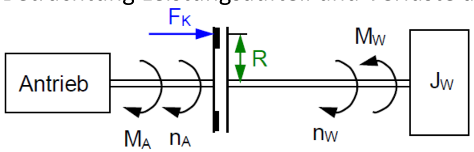
(mit F_{Tr} = Kraft bei Bremsbeginn, v = mittlere Geschwindigkeit Bremsvorgang)

Drehzahl bei bestimmter Geschwindigkeit: $n = ü \cdot \frac{v}{2\pi R}$ $\left[\frac{1}{s}\right]$

(mit R = Reifenradius, ü = Übersetzung Getriebe)

Wirkungsgrad einer Kupplung

Betrachtung Leistungsaufteil und Verluste an Übertragungsstelle



übertragbares Drehmoment M_K:

$M_A = M_K = F_K \cdot \mu \cdot R = M_W + J_W \cdot \frac{d\omega_W}{dt}$ (mit μ = Reibkoeffizient)

stationärer Zustand: $J_W \cdot \frac{d\omega_W}{dt} = 0 \rightarrow M_W = M_A$

Leistung Antrieb: $P_A = M_A \cdot \omega_A$

Leistung übertragen: $P_K = M_A \cdot \omega_W$

Leistungsbilanz: $P_A = P_K + P_V$ (mit $P_V = M_A \cdot (\omega_A - \omega_W)$)

→ Verluste ergeben sich bei asynchronem Verhalten

Wirkungsgrad Übertragungsstelle: $\eta_K = \frac{P_K}{P_A} = 1 - \frac{M_A \cdot (\omega_A - \omega_W)}{M_A \cdot \omega_A} = \frac{n_W}{n_A}$

Schlupf: $s = \frac{n_A - n_W}{n_A} = 1 - \frac{n_W}{n_A}$ $\rightarrow \eta_K = 1 - s$

4.1 Windkraft

$W_{Wind} = W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

mit: $m = V \cdot \rho = A \cdot l \cdot \rho$

(Luftdichte $\rho = 1{,}225 \frac{kg}{m^3}$)

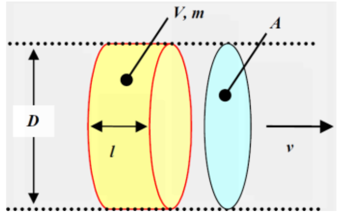
mit Rotorfläche: $A = D^2 \cdot \frac{\pi}{4}$

$\rightarrow W_{Wind} = V \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2 = \frac{D^2 \cdot l \cdot \pi}{4} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$

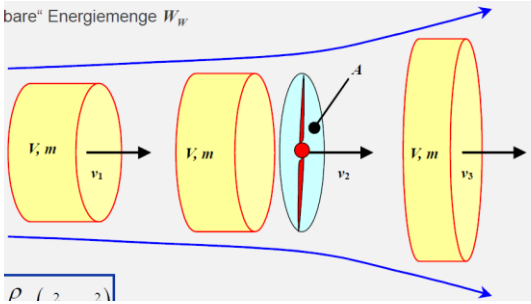
$\rightarrow P_{Wind} = \frac{dW_{Wind}}{dt} = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^3$ (da $\frac{dl}{dt} = v$)

→ **entnehmbare Leistung proportional zu D^2 und v^3!**

bewegte Luftmasse:



Aber: Abbremsen der Luftmasse



$W_{Wind} = V \cdot \frac{\rho}{2} \cdot (v_1^2 - v_3^2)$

bei Windgeschwindigkeit v_2: $P_{Wind} = \frac{dW_{Wind}}{dt} = A \cdot v_2 \cdot \frac{\rho}{2} \cdot (v_1^2 - v_3^2)$

optimale Leistungsentnahme bei $v_2 = \frac{2}{3} v_1$ und $v_3 = \frac{1}{3} v_1$ $\rightarrow P_{Wind,max} = \frac{16}{27} \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_1^3$

in Luftströmung enthaltene Leistung: $P_{Wind} = A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_1^3 = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^3$

Leistungsbeiwert: $c_P = \frac{P_{mech}}{P_{Wind}} = \frac{P_N}{P_{Wind}}$ ($c_{P,max} = \frac{16}{27} \approx 0{,}59$)

Schnelllaufzahl: $\lambda = \frac{v_U}{v_{Wind}}$ (v_U = Umfangsgeschw.)

Leistungskennlinie: $P(v) = c_P(v) \cdot P_0(v)$

Nennleistung P_N: Leistung am höchsten Punkt

max. Geschwindigkeit Blattspitze: $v_{max} = D \cdot \pi \cdot n_{max}$

Jahresenergieertrag: $W_a = T_N \cdot (\sum_{v=1}^{n} P_v \cdot h_v)$ ($T_N = 8.760h$)

→ P_v ist P bei mittlerer Geschwindigkeit!

Ausnutzungsdauer: $T_n = \frac{W_a}{P_N}$

Ausnutzungsgrad: $n = \frac{T_n}{T_N}$

4.3 Solartechnik

Energie: $W = \int p(t)\, dt$

Bsp. Sinus-Halbwelle von 7 – 17 Uhr mit $P_{max} = \hat{p}$ $\rightarrow W = 2 \cdot P_{max} \cdot \frac{10h}{\pi}$

3.2 Synchronmaschine (nahezu immer Sternschaltung)

Energieumwandlung:
mechanische → elektrisch (Generator)
elektrisch → mechanisch (Motor)
Strahlung → elektrisch (PV)

Energieumformung:
Gleichstrom → Wechselstrom (Wechselrichter)
Wechselstrom → Gleichstrom (Gleichrichter)
Wechselstrom → Wechselstrom (Trafo, Umrichter)

→ immer mit Leistungsverlust in Form von Wärme verbunden (tdm. hoher Wirkungsgr.)

p = Polpaarzahl → Anzahl Wicklungen $m \triangleq p$ → Anzahl Spulen = Wicklungen $m \cdot p$
→ Spulen werden von Strömen gespeist, die um $\frac{2\pi}{m}$ phasenverschoben sind

Grundfeld Drehstromwicklung: $b_P(x,t) = B_P \cdot \cos(px - \omega_1 t)$
Frequenz Ständerströme: $f_1 = f_2 + p \cdot n$ (f_2 = Frequenz Läuferströme, n = Drehzahl)
(bei DC: $f_2 = 0$ → $n = n_1 = \frac{f_1}{p}$; n_1 = synchrone Drehzahl)

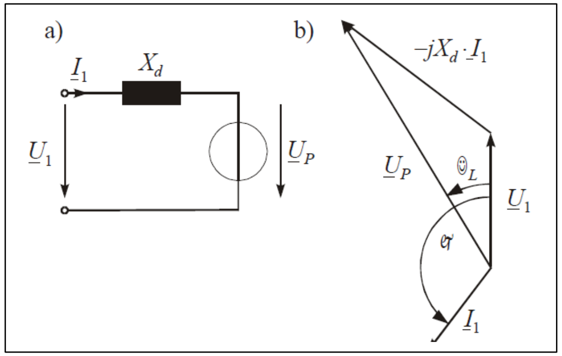
Vollpolläufer: Erregerwicklung in Nuten
(für große Drehzahlen)
Schenkelpolläufer: Erregerwicklung auf Polschuhkernen, Einzelpole auf Läuferkörper montiert
(für kleine Drehzahlen)
permanenterregter Läufer: Dauermagnete auf Läufer geklebt (keine Änderung Amplitude mgl)

Läuferfeld induziert in Ständerwicklung Polradspannung $\underline{U}_P$
→ $\underline{U}_P = jX_h \cdot \underline{I}'_E = j \cdot 2\pi n_1 p \cdot L_h \cdot \underline{I}'_E$ → induzierte Polradspannung proportional zu n
($\underline{I}'_E$ = fiktiver netzfrequenter Erregerstrom, X_h = Hauptreaktanz)

Strangspannung $\underline{U}_1 = jX_d \cdot \underline{I}_1 + \underline{U}_P$ $\left(U_1 = \frac{U_N}{\sqrt{3}}\right)$
bei Sternschaltung: $I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3} \cdot U_N}$
Synchronreaktanz $X_d = x_d \cdot Z_N$ $\left(Z_N = \frac{U_1}{I_N}\right)$ (x_d oft als Bezug; zw 0,7 und 2,0)
Achtung! Z_N rein fiktive Größe! Gibt es nur im Nenn-Bereich!
oder: $X_d = \omega \cdot L_d = 2\pi f \cdot L_d = 2\pi \cdot n \cdot p \cdot L_d$
auch: $X_d = X_h + X_\sigma$ (mit X_h = Hauptreakt., X_σ = Streureakt.)

ϑ_L = Polradwinkel / Lastwinkel

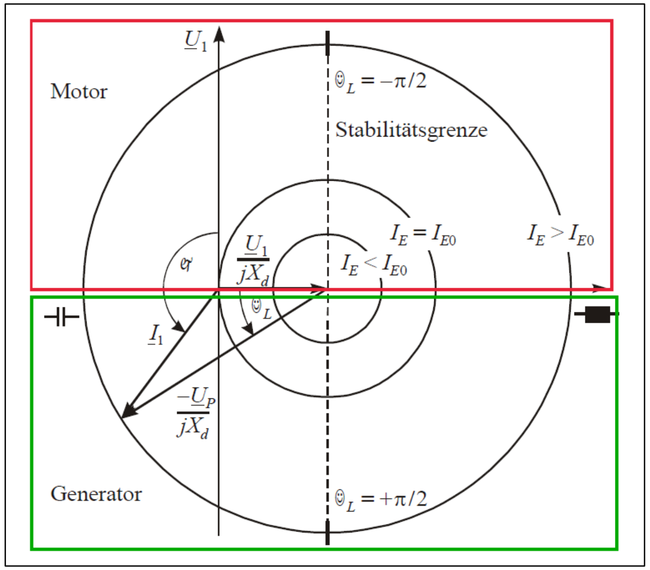
Zeichenreihenfolge:
1. $\underline{U}_1$ senkrecht nach oben
2. φ abmessen
3. $\underline{I}_1 = \underline{I}_N$ einzeichnen
4. $-jX_d \cdot \underline{I}_1$ im rechten Winkel zu $\underline{I}_1$
5. $\underline{U}_P$ einzeichnen und messen
6. ϑ_L messen **(Vorzeichen beachten!)**



Stromortskurve
Wenn Polradspannung $\underline{U}_P$ gleich
Klemmenspannung $\underline{U}_1$:
Strom I_{E0} = Leerlauferregerstrom

linke Halbebene:
übererregt, ind. Blindl. abgegeben
rechte Halbebene:
untererregt, ind. Blindl. aufgenommen

$|\vartheta_L| > 90°$ nicht mgl → instabil



$P_{el} = 3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos\varphi = P_{mech}$ **(gilt nur ohne Verluste!)**

Drehmoment: $M = \frac{P_{mech}}{2\pi \cdot n_1}$

da $I_1 \cdot \cos\varphi = -\frac{U_P}{X_d} \cdot \sin\vartheta_L$ → $M = -\frac{3}{2\pi \cdot n_1} \cdot \frac{U_1}{X_d} \cdot U_P \cdot \sin\vartheta_L$
(max. Polradwinkel $\vartheta_L = \pm 90°$ → max. Drehmoment („Kippmoment") $M_{kipp} = \pm \frac{3}{2\pi \cdot n_1} \cdot \frac{U_1}{X_d} \cdot U_P$)

Generator: Leistung und Drehmoment **negativ**!

Synchrondrehzahlen
Achtung: p ist hier in Tabelle Polzahl, nicht Polpaarzahl

p	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
n	3000	1500	1000	750	600	500	428,6	375	333,3	300

$[\text{min}^{-1}]$

3.3 Asynchronmaschine

überwiegend als Motoren (bis 10 MW), bei Windkraftwerken als Generatoren (bis 5 MW)
genormte Anbaumaße bis <= 132kW Nennleistung
überwiegend 4-polig

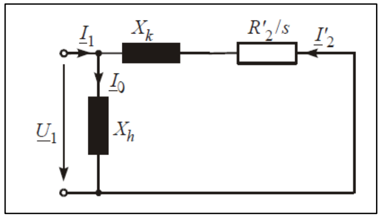
Voraussetzung für zeitlich konstantes Drehmoment:
magn. Feld, das mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω_1 im Luftspalt, räumlich möglichst sinusförmig verteilt, umläuft
Grundfeld einer Drehstromwicklung: $b_P(x,t) = B_P \cdot \cos(px - \omega_1 t)$

Ständer- und Läuferfrequenz, Schlupf (Indizes: 1 = Ständer, 2 = Läufer)
Ständerkoordinaten („Ort"): $x_1 = 2\pi n t + x_2$ (mit n = Läuferdrehz., x_2 = Läuferkoord.)
magn. Feld im Läufer induziert Spannung mit Läuferfrequenz:
$f_2 = f_1 \cdot \left(1 - \frac{n \cdot p}{f_1}\right) = f_1 - p \cdot n$ (mit n = Läuferdrehz., p = Polpaare) $p = \frac{f_N}{n_N}$ gerundet!
(wenn Läufer stillsteht: $f_2 = f_1$, wenn Läuferdrehz. = Ständerdr. n: $f_2 = 0$ (da kein U induz.))

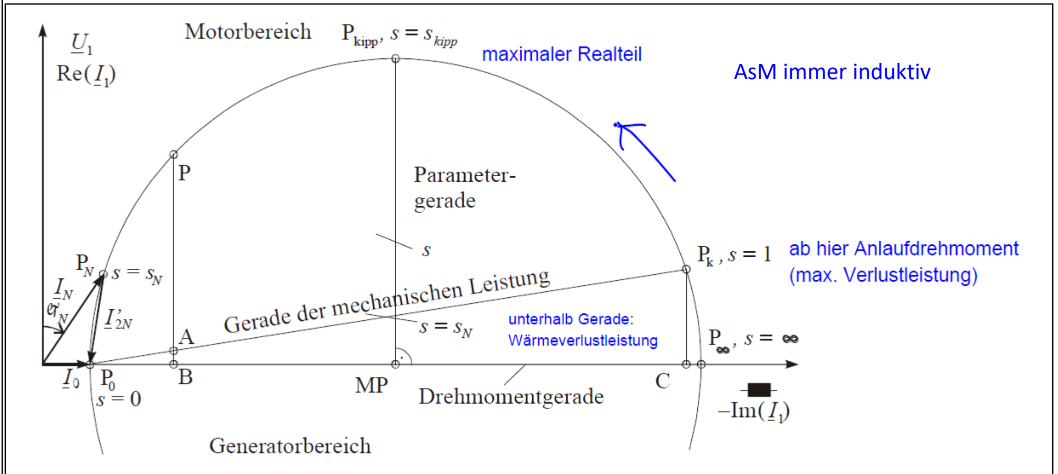
Darstellung der Läuferfrequenz als Schlupf: $f_2 = s \cdot f_1$ → $s_N = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{\frac{f_N}{p} - n_N}{\frac{f_N}{p}} = \frac{f_N - n_N \cdot p}{f_N}$

Schlupf beschreibt relative Abweichung von Läuferdrehzahl n zu synchroner Drehzahl n_1
→ $n = n_1 \cdot (1-s)$ $n_1 = \frac{f_N}{p}$
(Drehzahl steigt gegen den Uhrzeigersinn auf Ortskurve an!)

Ersatzschaltbild



Magnetisierungsstrom: $\underline{I}_\mu = \underline{I}_1 + \underline{I}'_2$
(mit $\underline{I}_1$ = Ständerstrom, $\underline{I}'_2$ = netzfrequ. Läuferstrom)
X_k = Ständer- u. bezogene Läuferstreureaktanz
→ Ortskurve ist Kreis mit MP: $\underline{Y} = -\frac{j}{X_h} - \frac{j}{2 \cdot X_k}$ und Rad. $\frac{1}{2 \cdot X_k}$
Berechnung φ_N: von U_N nach I_N, **Minus-Winkel**!



Spaltung der Luftspaltleistung
im Läufer umgesetzte Leistung: $P_\delta = 3 \cdot I'^2_2 \cdot \frac{R'_2}{s}$ → muss über Luftspalt übertragen werden
Luftspaltleistung: $P_\delta = s \cdot P_\delta + (1-s) \cdot P_\delta = P_{Cu2} + P_{mech}$
(Summe Wärmeverluste Läufer u. mechanischer Leistung)
mit Wärmeverlusten in Läuferwicklung: $P_{Cu2} = 3 \cdot I'^2_2 \cdot R'_2 = s \cdot P_\delta$ **(nur bei Y-Schaltung!)**
(**bei Δ-Schaltung**: $P_{Cu2} = I'^2_{2L} \cdot R'_2$ (da Leiterstrom ≠ Strangstrom))
mit mechanischer Leistung: $P_{mech} = P_\delta - P_{Cu2} = P_\delta \cdot (1-s)$ ($P_\delta \triangleq P_{el}$)
→ Gesetz über Spaltung der Luftspaltleistung **Leistung bei generatorisch negativ**
→ Drehmoment: $M = \frac{P_{mech}}{2\pi n} = \frac{P_\delta \cdot (1-s)}{2\pi n_1 \cdot (1-s)} = \frac{P_\delta}{2\pi n_1}$ $M_N = \frac{P_N}{2\pi \cdot n_N}$

Stromortskurve
Maßstäbe:

Strom:	m_I	$\left[\frac{A}{cm}\right]$
Leistung:	$m_P = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot m_I$	$\left[\frac{W}{cm}\right]$
Drehmoment:	$m_M = \frac{m_P}{2\pi n_1}$	$\left[\frac{Nm}{cm}\right]$
Schlupf:	$m_S = \frac{s_{kipp}}{Radius}$	$\left[\frac{1}{cm}\right]$ (mit $Radius = \overline{M_{kipp}MP}$)

$\underline{I}_1$ (hier $\underline{I}_N$):	Ständerstrom
$\underline{I}'_2$:	bezogener Läuferstrom
$\underline{I}_\mu$ (hier $\underline{I}_0$):	Magnetisierungsstrom, geht immer bis P_0 (Kreisverschieb.)
Drehmoment M:	Abstand $\overline{PB}$
mechanische Leistung P_{mech}:	Abstand $\overline{PA}$
Wärmeverlustleitung P_{Cu2}:	Abstand $\overline{AB}$

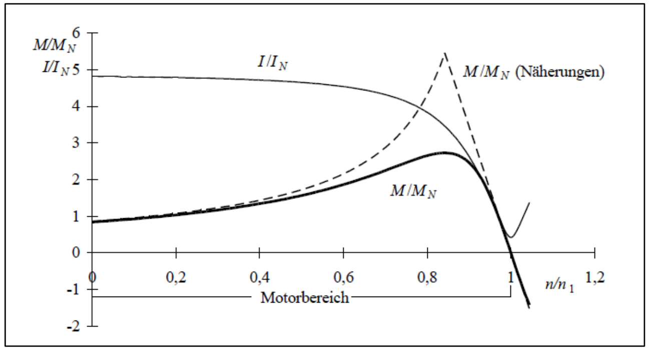
Strecke $\overline{PB}$ entspricht Luftspaltleistung, deshalb:
$\overline{P_0 P_\infty}$ = Drehmomentgerade = Gerade der Luftspaltleistung (da $M = \frac{P_\delta}{2\pi n_1}$)

Strecke $\overline{PA}$ entspricht mechanischer Leistung, deshalb: $\overline{P_0 P_k}$ = Gerade der mech. Leistung

motorischer Bereich: $0 \leq s \leq 1$ → s = 0: Synchronismus, s = 1: Stillstand, Kurzschluss
generatorischer Bereich: $s < 0$ → $n > n_1$, Luftspaltleistung wird negativ; ohne Schaltungsänderung möglich
Gegenstrombremsbereich: $s > 1$ → Läuferdrehzahl n wird negativ, Läufer dreht sich entgegen Umlaufrichtung des Luftspaltfeldes, Aufnahme mechanische und elektrische Leistung und Umwandlung in Wärme

Kippmoment (= maximales Drehmoment)
$M_{kipp} = \pm \frac{3}{2\pi n_1} \cdot \frac{U_1^2}{2 X_k}$ $s_{kipp} = \pm \frac{R'_2}{X_k}$ Kloss'sche Gleichung: $\frac{M}{M_{kipp}} = \frac{2}{\frac{s}{s_{kipp}} + \frac{s_{kipp}}{s}}$
→ $s_{1/2} = \frac{s_{kipp}}{M} \cdot \left(M_{kipp} \pm \sqrt{M_{kipp}^2 - M^2}\right)$ oder $s_{kipp_{1/2}} = \frac{s}{M} \cdot \left(M_{kipp} \pm \sqrt{M_{kipp}^2 - M^2}\right)$

Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie



stationärer Betrieb mit Last ($|s| < s_N$) näherungsweise durch Gerade darstellbar (rechts): $M(s) = \frac{M_N}{s_N} \cdot s$

Kurve würde punktsymmetrisch zum x-Achsen-SP im Negativen weitergehen → generatorisch

relative Größen

relatives Anzugsmoment	$m_A = \frac{M_A}{M_N}$	typisch 1 – 2
rel. Kippmoment (Überlastbarkeit):	$m_{kipp} = \frac{M_{kipp}}{M_N}$	typisch 2 – 2,5 (min 1,6)
relativer Anlaufstrom	$i_A = \frac{I_A}{I_N}$	typisch 5 – 7

Anlauf von Antrieben

Bewegungsgleichung: $\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_M(n) - M_L(n)}{J_{res}} = f(n)$

(mit M_M = Motormoment, M_L = Lastmoment, J_{res} = Trägheitsmoment)

<u>Stern-Dreieck-Anlauf</u>

Erst Sternschaltung, dann Dreieck, um Anlaufstrom und Anzugsmoment um $\frac{1}{3}$ zu reduzieren

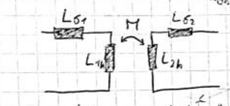
① $R_{mag} = 0 \frac{A}{Vs}$

$\underline{Z}_L' = \ddot{u}^2 \cdot \underline{Z}_L$ $\qquad \ddot{u} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} \rightarrow I_1 = \frac{N_2}{N_1} \cdot I_2$

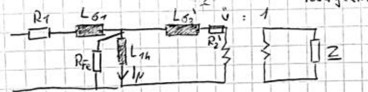
② $R_{mag} > 0 \frac{A}{Vs}$

$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2$

③ Streufluss $\sigma_1 > 0 = \frac{\Phi_{\sigma 1}}{\Phi_1}$ ← Streufluss, ← Gesamtfluss $\qquad \sigma_2 > 0$



mit $\ddot{u}^2$ wird Z rübergebracht



R_1, R_2': Wicklungswiderstände

I_μ: Magnetisierungsstrom (bei I_L vernachlässigbar)

R_{Fe}: Ummagnetisierungsverluste

$Z_k = u_k \cdot \frac{U_r^2}{S_r}$ ← Trafobemessungsspannung NICHT Nennspannung

5.1 Energiemesstechnik

<u>Leistungsmessung</u>

$I = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} I_i^2}$

$N: Anzahl\ Abtastwerte$

$I^2 = I_1^2 + \sum_\nu I_\nu^2$

$I_1: Grundschwingungseffektivwert$

$I_\nu: Oberschwingungseffektivwerte$

$U = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} U_i^2}$

$P = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} U_i I_i$

$S = U \cdot I$

$Q = \sqrt{S^2 - P^2}$

$\cos(\varphi) = \frac{P}{S}$

$\lambda = \frac{P}{S}$

$P = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos(\varphi)$

$P: Wirkleistung\ [W]$

$Q: Blindleistung\ [var]$

$S: Scheinleistung\ [VA]$

$\lambda: Leistungsfaktor$

$\cos(\varphi): Verschiebungsfaktor$

Sternschaltung -> Phasen- und Leiterstrom identisch

Dreieckschaltung -> $I_L = \sqrt{3} \cdot I; U_L = \sqrt{3} \cdot U$

$Q = \sqrt{Q_1^2 + Q_D^2}$

$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sin(\varphi)$

$Q_1: Grundschwingungsblindleistung$

$Q_D: Verzerrungsblindleistung$

<u>Stromwandler</u>

$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}\ mit\ N_1 = 1$

$I_1: Eingangsstrom$

$I_2: Ausgangsstrom$

$N_1: Primärwindungszahl$

$N_2: Sekundärwindungszahl$

<u>Energiemessung</u>

$W_P = \sum_i P_i \Delta t_i$

$W_Q = \sum_i Q_i \Delta t_i$

$W_P: Wirkarbeit$

$W_Q: Blindarbeit$

3.4 Transformatoren

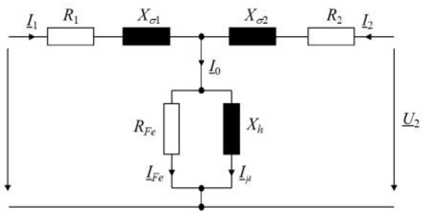
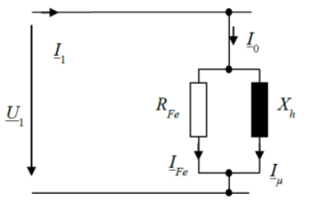


Bild 3.4.1: T-Ersatzschaltbild des Transformators

Die Bedeutung der Ersatzgrößen zeigt folgende Tabelle.

X_h:	Hauptreaktanz (Hauptinduktivität) $X_h = \omega M$
$X_{\sigma 1}, X_{\sigma 2}$:	Streureaktanzen $X_{\sigma 1} = \omega L_{\sigma 1}$; $X_{\sigma 2} = \omega L_{\sigma 2}$
R_1, R_2:	Wicklungswiderstände
R_{Fe}:	Widerstand, der die Eisenverluste repräsentiert

Leerlaufversuch (Bestimmung R_{Fe} und X_h)



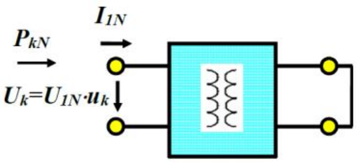
hier ist : $I_0 << (I_1; I_2)$

$\Rightarrow I_1 \approx I_0 = I_{10}$

→ $Z_{1h} = \frac{U_1}{I_{10}}$ und $R_{1Fe} = \frac{U_1^2}{P_{Fe}}$ und $X_{1h} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{Z_{1h}^2} - \frac{1}{R_{1Fe}^2}}}$

Kurzschlussversuch (Bestimmung R_k (zsm R_1 und R_2) und X_k (zsm $X_{\sigma 1}$ und $X_{\sigma 2}$))

Vernachlässigung R_{Fe} und X_h



Speisung der OS-Seite mit kleinem U_k (so gewählt, dass Nenn-Strom fließt)

Angabe relativ zu Nennspannung: u_k (relative Kurzschlussspannung)

→ P_{kN} wird gemessen → Kupferverluste Wicklungen

→ $Z_k = u_k \cdot \frac{U_{1N}}{I_{1N}} = u_k \cdot \frac{U_N^2}{S_N}$ und $R_k = P_{kN} \cdot \frac{1}{I_{1N}^2} = P_{kN} \cdot \frac{U_N^2}{S_N^2}$ und $X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2}$

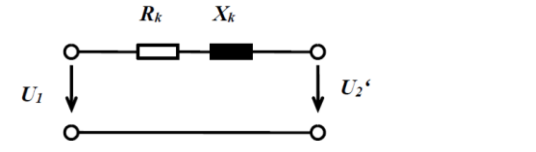


Bild 3.4.4: Ersatzschaltbild (ESB) des belasteten Transformators

Achtung: U_N immer von Bezugsseite (Wert aus ü-Angabe)!

$I_N = \frac{S_N^*}{\sqrt{3} \cdot U_N^*}$ (immer U_N !)

→ $Z_k = R_k + j \cdot X_k$

Berücksichtigung Übersetzungsverhältnis ü (in Form von „Strich"-Größen zB U_2')

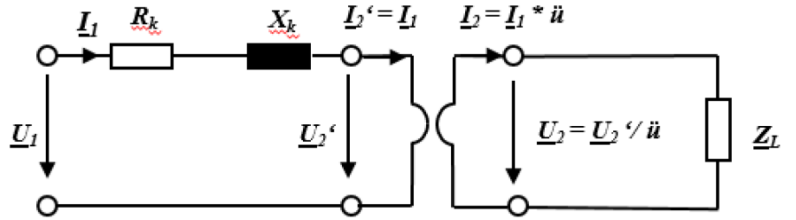


Bild 3.4.5: Ersatzschaltbild (ESB) des belasteten Transformators mit idealem Übertrager

$ü = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{U_1}{U_{20}} = \left(\frac{U_{1L}}{U_{20L}}\right)$ (N_1 = OS-Seite, N_2 = US-Seite, mit U_{20} = Leerlaufspannung US)

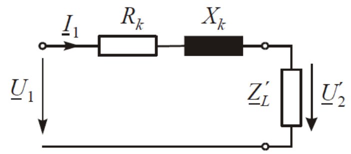
→ Verwendung der bezogenen Größen: $U_2' = ü \cdot U_2$ und $I_2' = \frac{I_2}{ü}$

Wenn ESB auf US bezogen: $I_{OS}' = I_{OS} \cdot ü$ und $U_{OS}' = \frac{U_{OS}}{ü}$, sonst umgekehrt

→ da I_μ sehr klein gilt: $\underline{I}_1 \approx \underline{I}_2'$

Berechnung $\underline{U}_2'$:

Achtung wenn U_Q o.Ä. gegeben, ob $\frac{1}{\sqrt{3}}$ nötig !



$\underline{U}_1 = (R_k + j \cdot X_k) \cdot \underline{I}_1 + \underline{U}_2'$

Kurzschlussimpedanz: $\underline{Z}_k = R_k + j \cdot X_k$

Lastimpedanz: $\underline{Z}_L' = ü^2 \cdot \underline{Z}_L$

Wenn nach Wirk-/Scheinleistung gefragt prüfen ob x3 nötig wg. Drei-Phasen-System!

Umrechnung 3-Phasen-System

$\underline{I}_1 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{12}$ $\underline{I}_2 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{23}$ $\underline{I}_3 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{31}$

äquivalent: $\underline{Z}_{Stern} = \frac{\underline{Z}_{Dreieck}}{3}$ und $\underline{Y}_{Stern} = 3 \cdot \underline{Y}_{Dreieck}$

Bezeichnung Drehstromtransformatoren

Dyn5

→ D = OS Dreieck, y = US Stern, n = Neutrall. nach außen gef., 5 = US eilt OS $5 \cdot 30°$ nach

Verluste und Wirkungsgrad

Eisenverluste: $P_{Fe} = \left(\frac{U_1}{U_{1N}}\right)^2 \cdot P_{FeN}$ (mit P_{FeN} = Eisenverluste bei Nennspannung)

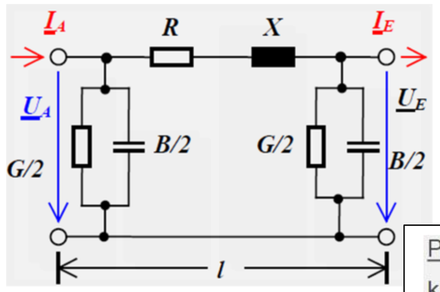
Stromwärmeverluste: $P_k = \left(\frac{I_1}{I_{1N}}\right)^2 \cdot P_{kN}$ (mit P_{kN} = Stromwärmeverluste bei Nennstrom)

abgegebene Leistung: $P_{ab} = \sqrt{3} \cdot U_{2L}' \cdot I_{2L}' \cdot \cos\varphi_2$

Wirkungsgrad: $\eta = \frac{P_{ab}}{P_{ab} + P_{Fe} + P_k}$ (typischerweise sehr hoch, ~ 99%)

4.4 Leitungen und Kabel

ESB



Kenngrößen einer Leitung		
Ohmscher Widerstand	R'	[Ω / km]
Ohmscher Querleitwert	G'	[S / km]
induktiver Längswiderstand	$X'=\omega L'$	[Ω / km]
kapazitiver Querleitwert	$B'=\omega C_B'$	[S / km]

Physikalische Bedeutung der Elemente	
kapazitiver Querleitwert	$\vec{E}$ – Feld
induktiver Längswiderstand	$\vec{H}$ – Feld
Ohmscher Widerstand	Leitungsverluste
Ohscher Querleitwert	dielektrische Verluste

<u>Ohmscher Widerstand</u>: $R' = \frac{1}{\chi \cdot A}$ (χ = spez. Leitwert, A = Leiterquerschnitt)

inkl. Temperatur: $R'_\vartheta = R'_{20} \cdot \left(1 + \alpha_{20} \cdot (\vartheta - 20°C)\right)$

→ gute Näherung: Cu: $R'_{50} = 20 \cdot \frac{1}{A \cdot \frac{1}{mm^2}} \frac{\Omega}{km}$ Al: $R'_{50} = 32{,}5 \cdot \frac{1}{A \cdot \frac{1}{mm^2}} \frac{\Omega}{km}$

<u>induktiver Längswiderstand</u>: $L' = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left(\ln\frac{a}{R} + \frac{1}{4}\right) = 0{,}2 \cdot \left(\ln\frac{a}{R} + \frac{1}{4}\right) \cdot 10^{-3} \frac{H}{km}$

(mit R = Leiterradius, a = Abstand zw. Leitern → mittlerer Abst.: $a = \sqrt[3]{a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31}}$)

bei Doppelleitungssystem: $L' = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left(\ln\frac{a \cdot a'}{R \cdot a''} + \frac{1}{4}\right)$

(mit $a' = \sqrt[3]{a_{1\bar{2}} \cdot a_{2\bar{3}} \cdot a_{3\bar{1}}}$ und $a'' = \sqrt[3]{a_{1\bar{1}} \cdot a_{2\bar{2}} \cdot a_{3\bar{3}}}$)

mit Bündelleiterersatzradius: $L' = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left(\ln\frac{a}{R_B} + \frac{1}{4 \cdot n}\right)$

(mit $R_B = \sqrt[n]{n \cdot R \cdot R_T^{(n-1)}}$, n = Anzahl Teilleiter, R_T = Teilkreisradius)

<u>kapazitiver Querleitwert</u>: $B' = \omega \cdot C'_B$

einfache Drehstromleitung: $C'_B = \frac{2\pi \cdot \varepsilon_0}{\ln\frac{a}{R_B}}$ und $C'_E = \frac{2\pi \cdot \varepsilon_0}{3 \cdot \ln\left(\frac{2h}{\sqrt[3]{R_B \cdot a^2}}\right)}$

Doppelleitung: $C'_B = \frac{2\pi \cdot \varepsilon_0}{\ln\left(\frac{a \cdot a'}{R_B \cdot a''}\right)}$

Kabel mit äußerer Feldbegrenz.: $C'_B = \frac{2\pi \cdot \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0}{\ln\left(\frac{R_a}{R_i}\right)} = C'_E$

<u>Ohmscher Querleitwert</u>: nur maßgeblich für Leerlaufverluste

Übertragung von AC

Wellenwiderstand: $Z_W = \frac{E}{H}$ (E = Elektrisches Feld, H = Magnetisches Feld)

→ Freileitung: $Z_W = 200 \ldots 400\ \Omega$

→ Kabel: $Z_W = einige\ 10\ \Omega$

für Leitungen unter Vernachlässigung von Verlusten: $Z_W = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$

Wellenausbreitungsgeschwindigkeit: $v = \sqrt{\frac{1}{L' \cdot C'}}$ (Freileitungen: $v \approx c$, Kabel: $v = 0{,}3..0{,}7c$)

Wellenlänge: $\lambda = \frac{v}{f}$

Vorgehensweise Leistungsberechnung

$$\boxed{\underline{I}_E = \frac{\underline{S}_E^*}{3 \cdot \underline{U}_E^*} = \frac{P_E - j \cdot Q_E}{\sqrt{3} \cdot U_n}}$$

mit $\boxed{\underline{U}_E = \frac{U_n}{\sqrt{3}}}$

$$\boxed{\underline{I}_{0E} = \frac{1}{2} \cdot \underline{U}_E \cdot (G + jB)}$$

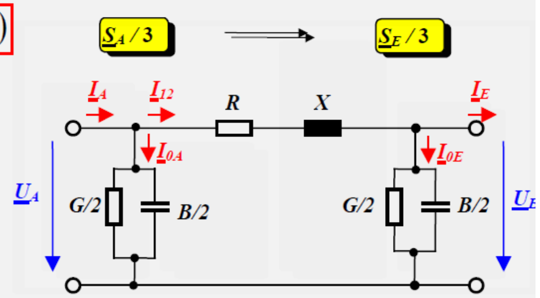
$$\boxed{\Delta\underline{U} = \underline{Z}_{12} \cdot \underline{I}_{12} = (R + jX) \cdot (\underline{I}_E + \underline{I}_{0E})}$$

$$\boxed{\underline{U}_A = \underline{U}_E + \Delta\underline{U}}$$

$$\boxed{\underline{I}_{0A} = \frac{1}{2} \cdot \underline{U}_A \cdot (G + jB)}$$

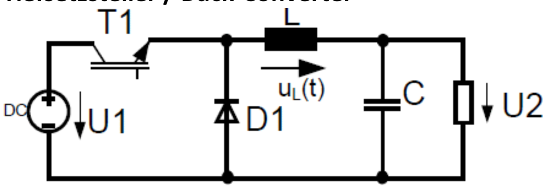
$$\boxed{\underline{I}_A = \underline{I}_E + \underline{I}_{0E} + \underline{I}_{0A}}$$

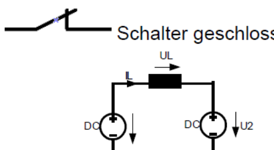
$$\boxed{\underline{S}_A = P_A + j \cdot Q_A = 3 \cdot \underline{U}_A \cdot \underline{I}_A^*}$$



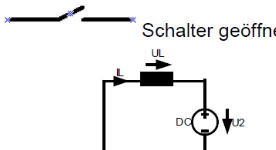
5.2 Leistungselektronik

Tiefsetzsteller / Buck-Converter





$$u_L = U_1 - U_2 = L\cdot\frac{di_L}{dt}$$
$$i_L(t) = (U_1 - U_2)\cdot\frac{1}{L}\cdot\int_0^t dt$$
$$i_L(t) = (U_1 - U_2)\cdot\frac{1}{L}\cdot t + I0$$
$$\Delta I\uparrow = (U_1 - U_2)\cdot\frac{1}{L}\cdot T_E$$



$$u_L = -U_2 = L\cdot\frac{di}{dt}$$
$$i_L(t) = -U_2\cdot\frac{1}{L}\cdot\int_0^t dt$$
$$iL(t) = -U_2\cdot\frac{1}{L}\cdot t + I_1$$
$$\Delta I\downarrow = -U_2\cdot\frac{1}{L}\cdot(T - T_E)$$

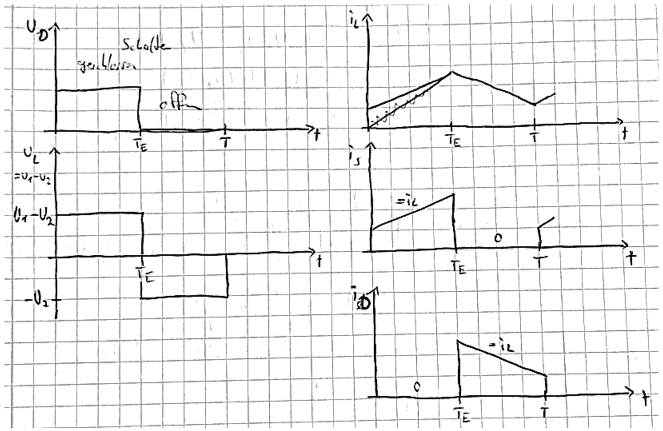
$\Delta I\uparrow = -\Delta I\downarrow \rightarrow (U_1 - U_2)\cdot\frac{1}{L}\cdot T_E = U_2\cdot\frac{1}{L}\cdot(T - T_E)$ $\rightarrow u_1\cdot T_E = u_2\cdot T$

$\rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{T_E}{T} = a$ $\rightarrow U_2 = U_1\cdot a$ (a zwischen 0 und 1) $I_{2\_av} = \frac{P_1}{U_2} = \frac{P_2}{U_2}$

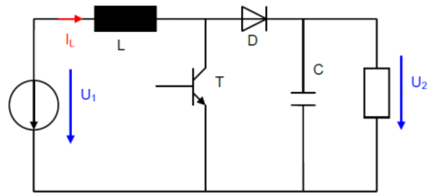
Leistung an ohmschen Verbraucher: $P = \frac{u_2^2}{R} = \frac{a^2\cdot u_1^2}{R}$

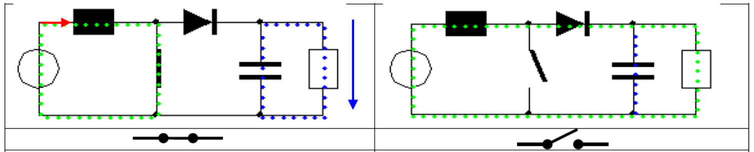
Effektivwert Transistorstrom: $I_T = \sqrt{\frac{T_E}{T}\cdot\left[I_{min}\cdot I_{max} + \frac{(I_{max}-I_{min})^2}{3}\right]}$

Effektivwert Diodenstrom: $I_D = \sqrt{\frac{T-T_E}{T}\cdot\left[I_{min}\cdot I_{max} + \frac{(I_{max}-I_{min})^2}{3}\right]}$



Hochsetzsteller / Boost-Converter





$U_1 = L\cdot\frac{di_L}{dt} = L\cdot\frac{\Delta I\uparrow}{T_E}$ $\Delta I\uparrow = \frac{U_1}{L}\cdot T_E$	$U_L = U_1 - U_2 = L\cdot\frac{\Delta I\downarrow}{T-T_E}$ < 0, deshalb sinkt I $\Delta I_\downarrow = \frac{(U_1-U_2)}{L}\cdot(T-T_E)$

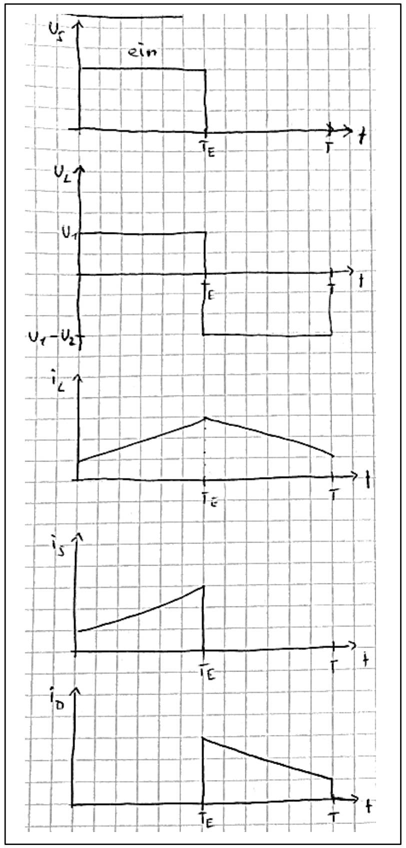
$\Delta I\uparrow = -\Delta I\downarrow \rightarrow U_1\cdot\frac{1}{L}\cdot T_E = -(U_1 - U_2)\cdot\frac{1}{L}\cdot(T - T_E)$

$\rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{T}{T-T_E} = \frac{1}{1-a}$ $\rightarrow a = \frac{T_E}{T} = 1 - \frac{U_1}{U_2}$ $\rightarrow U_2 = \frac{U_1}{1-a}$ (a zwischen 0 und 1)

$I_{1\_av} = \frac{P_1}{U_1} = \frac{P_2}{U_1}$

$i_D(T_E) = I_{1\_av} + \frac{\Delta I}{2}$ $\rightarrow i_D(T) = I_{1\_av} - \frac{\Delta I}{2}$

$i_C(0\ bis\ T_E) = -I_2$
$i_C(T\ bis\ T_E) = i_D(t) - I_2$



$$i = C\cdot\frac{du}{dt}$$
$$u = \frac{1}{C}\cdot\int i\,dt$$
$$u = L\cdot\frac{di}{dt}$$
$$i = \frac{1}{L}\cdot\int u\,dt$$

8. Dreiphasen-Wechselstrom

Erzeuger: Sternschaltung

Strang-/Sternspannungen: Spann. an Zweigen des Sterns

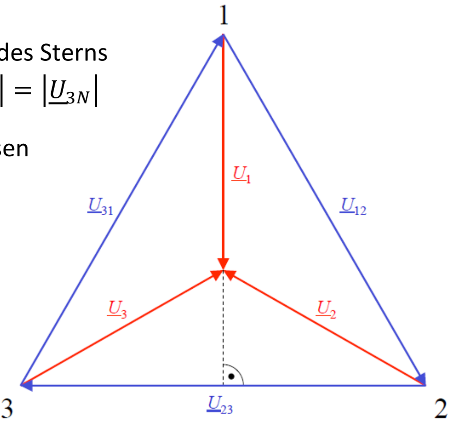
$|\underline{U}_1| = |\underline{U}_2| = |\underline{U}_3| = U_{Strang} = |\underline{U}_{1N}| = |\underline{U}_{2N}| = |\underline{U}_{3N}|$

Außenleiterspannungen: Spannungen zw. Phasen

$|\underline{U}_{12}| = |\underline{U}_{23}| = |\underline{U}_{31}| = U_{AL} = \sqrt{3} \cdot U_{Strang}$

$\underline{U}_{12} = \underline{U}_{1N} - \underline{U}_{2N} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2$ etc.

Außenleiterströme: $I_{AL} = I_{Strang}$



Erzeuger: Dreieckschaltung

Strangströme: Ströme an Kanten des Dreiecks

$\underline{I}_{12}$ und $\underline{I}_{23}$ und $\underline{I}_{31}$

Außenleiterspannungen: Spannungen zw. Phasen = Strangspannung

$|\underline{U}_{12}| = |\underline{U}_{23}| = |\underline{U}_{31}| = U_{AL} = U_{Strang}$

Außenleiterströme:

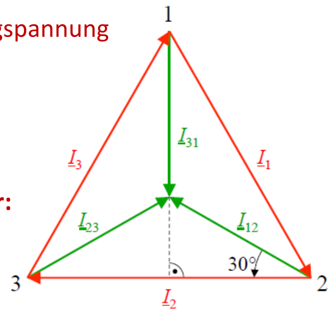
$I_{AL} = \sqrt{3} \cdot I_{Strang}$

$\underline{I}_1 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{12}$

$\underline{I}_2 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{23}$

$\underline{I}_3 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{31}$

Gilt nur für Δ-Erzeuger:



Verbraucher

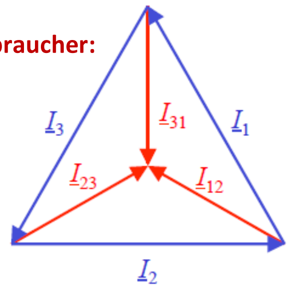
symmetrische Belastung

Stern: kein Neutralleiter nötig

Dreieck: $I_{AL} = \sqrt{3} \cdot I_{Strang}$ und $\frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1} = 3\underline{Y}$

äquivalent: $\underline{Z}_{Stern} = \frac{\underline{Z}_{Dreieck}}{3}$ und $\underline{Y}_{Stern} = 3 \cdot \underline{Y}_{Dreieck}$

Gilt nur für Δ-Verbraucher:



unsymmetrische Belastung

Stern: mit Neutralleiter: Ausgleichsstrom $\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$

Potential von Verbraucher- u. Netzsternpunkt gleich

$\underline{U}_U = \underline{U}_1$ etc. und $\underline{I}_1 = \underline{U}_1 \cdot \underline{Y}_1$ etc.

ohne Neutralleiter: Potentialdifferenz $\underline{U}' = \frac{\underline{U}_1 \cdot \underline{Y}_U + \underline{U}_2 \cdot \underline{Y}_V + \underline{U}_3 \cdot \underline{Y}_W}{\underline{Y}_U + \underline{Y}_V + \underline{Y}_W}$

$\underline{U}_U = \underline{U}_1 - \underline{U}'$ etc. und $\underline{I}_1 = \underline{U}_U \cdot \underline{Y}_U$ etc.

$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$!!!

Dreieck: $\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31}$ $\quad \underline{I}_{12} = \underline{U}_{12} \cdot \underline{Y}_{12}$

$\underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12}$ $\quad \underline{I}_{23} = \underline{U}_{23} \cdot \underline{Y}_{23}$ (symmetrieunabhängig)

$\underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23}$ $\quad \underline{I}_{31} = \underline{U}_{31} \cdot \underline{Y}_{31}$

Leistung (Einzelleistungen auch mit $P = I^2 \cdot R$ etc. berechenbar!)

Symmetrie egal

$\underline{S}_{ges} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3 = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_3 \cdot \underline{I}_3^*$

oder (nur bei Dreieck): $\underline{S}_{ges} = \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_{12}^* + \underline{U}_{23} \cdot \underline{I}_{23}^* + \underline{U}_{31} \cdot \underline{I}_{31}^*$

$P_{ges} = Re\{\underline{S}_{ges}\} = U_1 \cdot I_1 \cdot \cos\varphi_1 + U_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi_2 + U_3 \cdot I_3 \cdot \cos\varphi_3 = P_1 + P_2 + P_3$

$Q_{ges} = Im\{\underline{S}_{ges}\} = U_1 \cdot I_1 \cdot \sin\varphi_1 + U_2 \cdot I_2 \cdot \sin\varphi_2 + U_3 \cdot I_3 \cdot \sin\varphi_3 = Q_1 + Q_2 + Q_3$

andere Möglichkeit, aber **nur ohne** Neutralleiter:

$\underline{S} = \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{32} \cdot \underline{I}_3^*$

$P = Re\{\underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^*\} + Re\{\underline{U}_{32} \cdot \underline{I}_3^*\} = U_{12} \cdot I_1 \cdot \cos\varphi_{12} + U_{32} \cdot I_3 \cdot \cos\varphi_{32} = P_1 + P_3$ $\quad$ ($\varphi_{12}\angle$ von $\underline{I}_1$ zu $\underline{U}_{12}$)

$Q = Im\{\underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_1^*\} + Im\{\underline{U}_{32} \cdot \underline{I}_3^*\} = U_{12} \cdot I_1 \cdot \sin\varphi_{12} + U_{32} \cdot I_3 \cdot \sin\varphi_{32} = Q_1 + Q_3$ $\quad$ ($\varphi_{12}\angle$ von $\underline{I}_1$ zu $\underline{U}_{12}$)

symmetrische Belastung

Für Stern und Dreieck gilt:

$P_{ges} = \sqrt{3} \cdot U_{AL} \cdot I_{AL} \cdot \cos\varphi$ $\quad$ (**Achtung!** φ = Phase von I_{Strang} nach U_{Strang})

$Q_{ges} = \sqrt{3} \cdot U_{AL} \cdot I_{AL} \cdot \sin\varphi$ $\quad$ (**Achtung!** φ = Phase von I_{Strang} nach U_{Strang})

Messung einzelner Phase:

$P_{Strang} = U_{Strang} \cdot I_{Strang} \cdot \cos\varphi = Re\{\underline{U} \cdot \underline{I}^*\}$ $\quad$ (U_{Strang} und I_{Strang} bei * und Δ anders!)

$Q_{Strang} = U_{Strang} \cdot I_{Strang} \cdot \sin\varphi = Im\{\underline{U} \cdot \underline{I}^*\}$ $\quad$ (U_{Strang} und I_{Strang} bei * und Δ anders!)

→ $P = 3 \cdot P_{Strang}$ und $Q = 3 \cdot Q_{Strang}$

(wenn kein Neutralleiter: künstlicher Sternpunkt mit $R_1 = R_2 = R_3$)

unsymmetrische Belastung

künstlicher Sternpunkt mit $R_1 = R_2 = R_3$

(ohne N-Leiter: Einzelleistungen P_1 etc. nicht repräsentativ, aber Summe)