

# Relatório de CCI:

## Problemas de valor inicial com método de passo simples

Henrique F. Feitosa

Instituto Tecnológico de Aeronáutica,  
São José dos Campos, São Paulo, Brasil

### 1 Introdução

Na atual prática, buscou-se implementar funções que resolvessem o problema do valor inicial(PVI), utilizando método do passo simples. Os algoritmos implementados foram o de Euler, o de Heun e o de Runge-Kutta de quarta ordem.

Para a avaliação dos métodos implementados, foram resolvidos dois problemas. Inicialmente, buscou-se resolver os PVIs da equação ordinária do oscilador de Van der Pol, representadas pela equação 1, com o seguinte conjunto de condições iniciais  $\{[-2, -2], [-2, 2], [-1, -1], [1, 1], [2, 2], [2, -2]\}$ .

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - (1 - y^2) \cdot \frac{\partial y}{\partial x} + y = 0 \quad (1)$$

As soluções foram calculadas no intervalo  $[0, 100]$  com passo  $h = 0,001$ . Após isso, fez um gráfico de  $xyy'$  e fez-se uma análise.

Ademais, o segundo problema consistia na resolução do PVI  $[1, 1]$  da equação 2 no intervalo  $[0, 100]$  com passo  $h = 0,05$ . Esse PVI foi resolvido pelos três métodos implementados. Após a resolução, calculou-se os erros entre a solução numérica e a solução analítica, representada pela equação 3, e fez-se um gráfico dos erros obtidos, usando a escala logarítmica para o eixo Y.

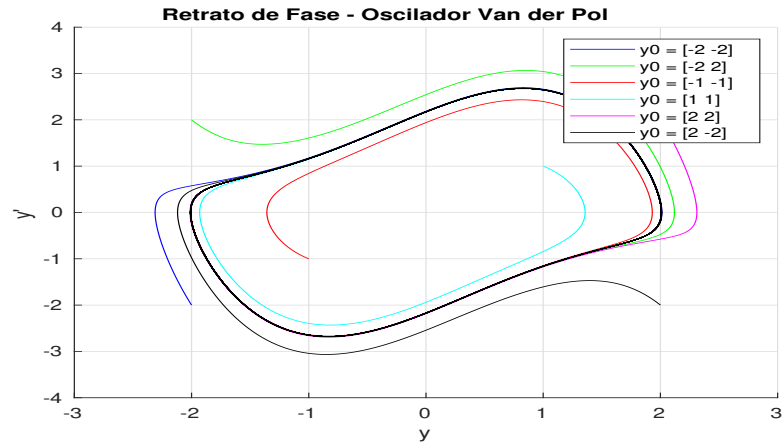
$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$y(x) = \cos(x) + \sin(x) \quad (3)$$

### 2 Resultados e Discussão

#### 2.1 Parte 1

O gráfico de  $xyy'$  para os seis PVIs estão representados na figura 1.

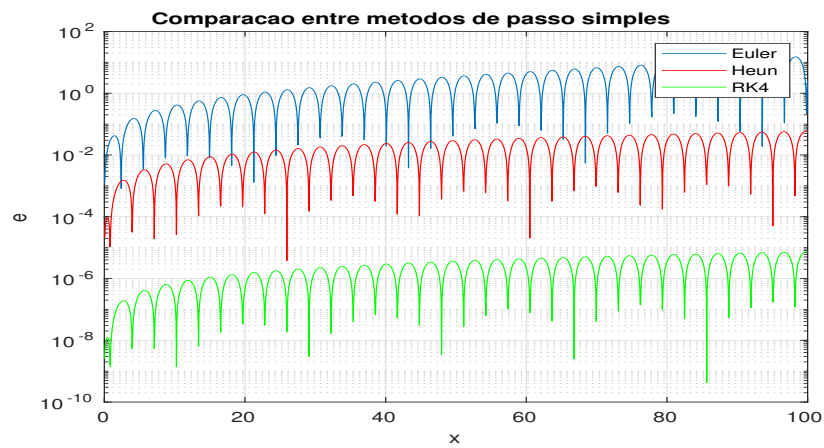


**Figura 1.** Gráfico da função encontrada pela sua derivada para os seis PVIs

É importante que quando  $x \rightarrow \infty$ , percebe-se que toda solução converge para o mesmo ciclo, que é chamado de ciclo limite.

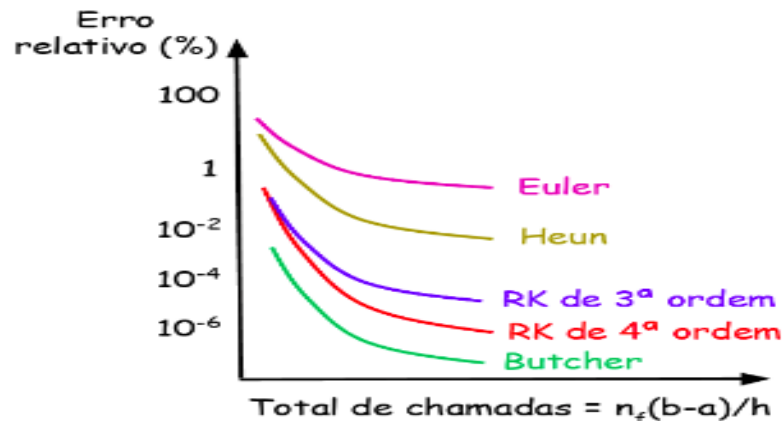
## 2.2 Parte 2

O gráfico dos erros encontrados por cada método está representado na figura 2.



**Figura 2.** erros relativos para os três algoritmos implementados

Para essa análise, era esperado que o método de Runge Kutta tivesse o menor erro relativo, o método de Heun tivesse o segundo menor erro relativo e o de Euler tivesse o maior, isso pode ser confirmado pela figura 3. Ademais, percebe-se pela figura 3 que o erro relativo do método de Runge Kutta de quarta ordem tem uma ordem de grandeza muito menor que os demais, logo o eixo Y teve que ser posto em escala logarítmica.



**Figura 3.** erros relativos para vários métodos de resolução de PVI com passo simples