Relatório de CCI: PVI com métodos de passo múltiplo e PVC

Henrique F. Feitosa

Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, São Paulo, Brasil

1 Introdução

Nessa prática, objetivou-se implementar algoritmos que resolvessem PVI's com métodos de passo múltiplo e PVC's. Os algoritmos implementados foram o método de Adams-Bashfort de ordem 4 e o método de previsão-correção, com o método de Adams-Bashfort de ordem 4 como previsor e o algoritmo de Adams-Mouton de ordem 4 como corretor. Ademais, implementou-se a montagem de um sistema trigonal que dava a solução de PVC's. Para testar as implementações, foram propostos dois problemas.

Inicialmente,o priemiro problema consistia na resulução do PVI [1,1] da equação 1 no intervalo [0,100] com passo h=0,05. Esse PVI foi resolvido pelos dois métodos implementados, o de Adams-Bashfort de ordem 4 e o previsão-correção .Após a resolução, calculou-se os erros entre a solução numérica e a solução analítica, representada pela equação 2, e fez-se um gráfico dos erros obtidos, usando a escala logarítmica para o eixo Y.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \tag{1}$$

$$y(x) = \cos(x) + \sin(x) \tag{2}$$

Ademais, o segundo problema consistia em resolver o seguinte problema de valor de contorno (PVC) com um passo de h = 0.02:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + 2 \cdot \frac{\partial y}{\partial x} + y(x) = x, y(0) = 0, y(1) = -1, x \in [0, 1]$$

Após realizar a resolução numérica desse PVC, comparou-se com a solução analítica que está representada pela equação 3.

$$y(x) = 2e^{-x}(1-x) + x - 2 (3)$$

2 Resultados e discussão

O gráfico dos erros encontrados por cada método está representado na figura 1.

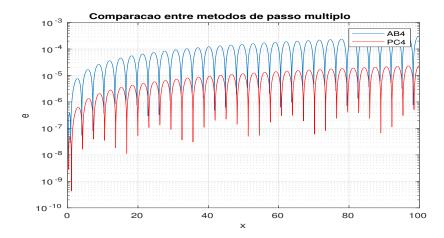
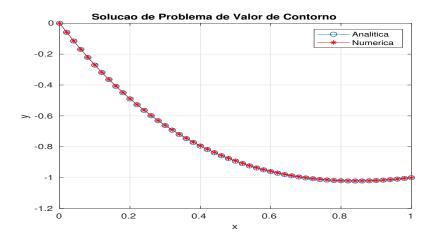


Figura 1. erros relativos para os dois algoritmos implementados

Como era esperado, o erro do método previsão-correção é menor que o de Adams-Bashfort de ordem 4 conforme o "x"aumenta. isso se deve pois além de usar o método de Adams-Bashfort de ordem 4 como ordem 4, o método da previsão-correção usa o método de Adams-Mouton como método implícito para corrigir o valor achado previamente, assim o erro em relação a solução analítica diminui consideravelmente.

O gráfico da comparação entre a solução analítica e a solução numérica do PVC para o segundo problema está representado na figura 2.



 ${\bf Figura~2.}$ Comparação entre a solução numérica e a analítica para o PVC

Assim, pode-se perceber que a solução numericamente encontrada se aproxima muito da analítica, tendo um erro muito pequeno, assim como se observa na figura 2.