Relatório de CCI:
Integração numérica

Henrique F. Feitosa

Instituto Tecnológico de Aeronáutica,
São José dos Campos, São Paulo, Brasil

1 Introdução

Nessa prática buscou-se estudar dois algoritmos diferentes para a obtenção da integral numérica: método dos trapézios e o método de simpson. Para efeitos de análise, calculou-se a seguinte integral utilizando os dois métodos.

$$\int_1^2 x \cdot e^{x^2} dx \tag{1}$$

Após isso, usou-se o método da quadratura adaptativa com o algoritmo de simpson para definir o melhor conjunto de pontos no qual a integração deve ser feita. Para essa análise, utilizou-se a seguinte integral.

$$f(x) = 0.5 - 0.02x^2 + e^{-(x-1)^2} sin(\pi x)^2$$

$$\int_{-5}^5 f(x)dx$$

2 Resultados e discussão

No cálculo de 1, obteve-se os seguintes resultados:

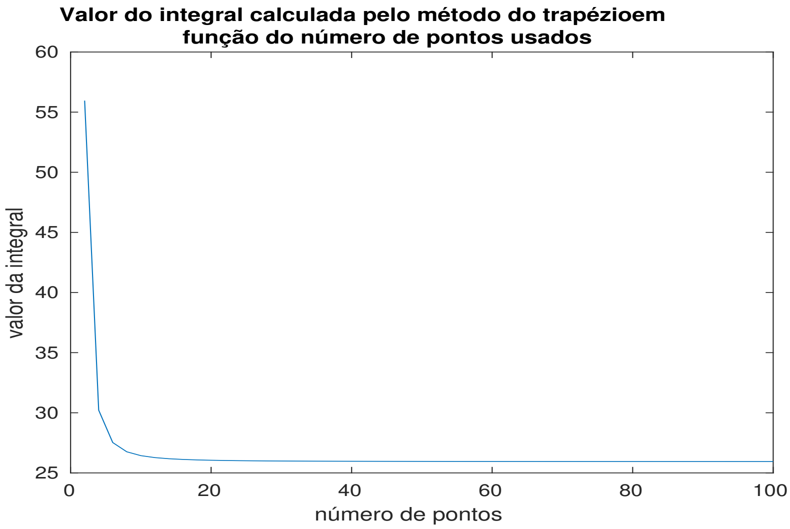

Figura 1. Mostra a variação do valor da integral numérica, calculada pelo método do trapézio, com o número de pontos fornecidos a ela.

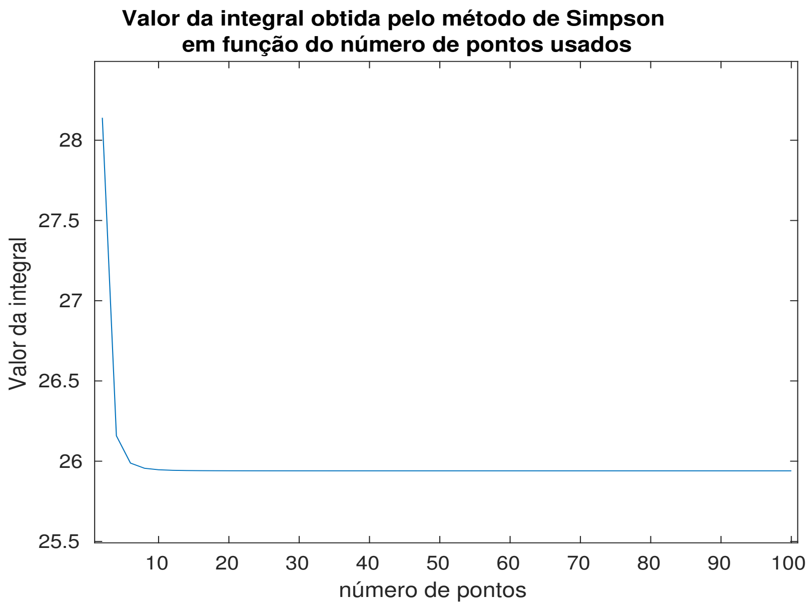

Figura 2. Mostra a variação do valor da integral numérica, calculada pelo método de simpson, com o número de pontos fornecidos a ela.

O valor analítico encontado por essa integral é 25.940, os valores encontrados pelo método do trapézio e o de simpson convergiram para 25.9440 e 25.9399, respectivamente. Como a segunda derivada da função é sempre positiva, pode-se afirmar que a aproximação obtida pelo método dos trapézios seria maior do que o valor analítico, e é isso que realmente acontece. Além disso, é importante notar que que o erro da integral foi diminuindo conforme se aumenta o número de pontos, isso é esperado pela fórmula do erro geral, que é diretamente proporcional ao valor do intervalo entre os pontos igualmente espaçados. Finalmente, também, pela fórmula do erro geral, espera-se que o erro final obtido pelo método de simpson seja menor se o valor do espaçamento for menor que 1, o que realmente acontece.

Para a segunda análise, executou-se o método da quadratura adaptativa e obteve-se os resultados mostrados na figura 3.

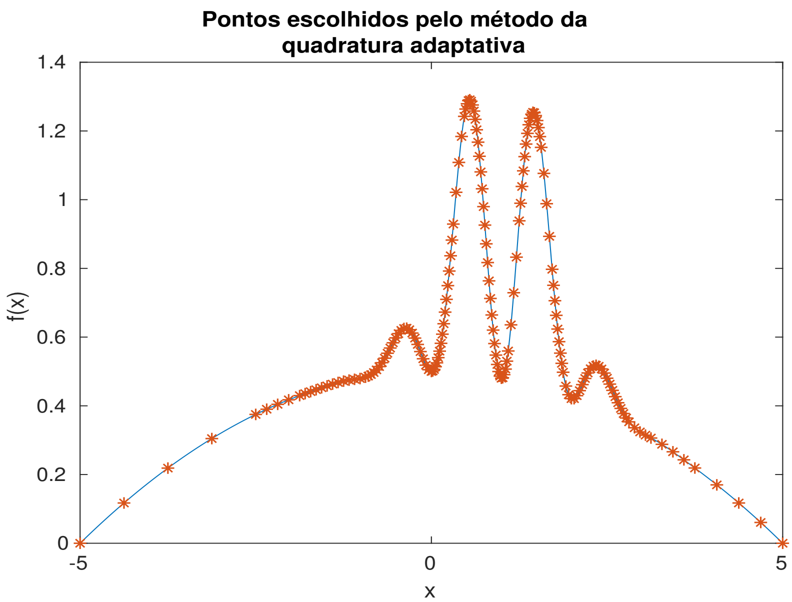

Figura 3. Pontos escolhidos pelo método da quadratura adaptativa.

Observando a figura 3, pode-se observar que a distribuição de pontos segue o que se esperava intuitivamente, uma vez que tem mais pontos nas regiões mais sinuosas e menos pontos nas regiões mais suaves, isso se deve ao fato de a integral calculada numericamente apresentar um erro maior quando a região do gráfico apresenta uma sinuosidade relevante.