Relatório de CCI:
Zeros de funções reais

Henrique F. Feitosa

Instituto Tecnológico de Aeronáutica,
São José dos Campos, São Paulo, Brasil

1 Introdução

Nessa prática buscou-se estudar os métodos numéricos para encontrar as raízes de uma função qualquer. Dentre os vários métodos,fez-se o estudo dos seguintes algoritmos:

1. Bissecção
2. Posição Falsa
3. Ponto Fixo
4. Newton Rhapson
5. Secante

Com a finalidade de estudar esses métodos, fez-se a análise das seguintes funções:

$$f(x) = x^3 - x^2 + 10 \cdot x - 5 \tag{1}$$

$$h(x) = e^{-x^2} - cos(x) \tag{2}$$

Para o método do ponto fixo, foram utilizadas as seguintes funções de iteração:

$$g(x) = \frac{5 - x^3 + x^2}{10} \tag{3}$$

$$t(x) = cos(x) - e^{-x^2} + x \tag{4}$$

O objetivo da análise era obter a raíz no intervalo $[0, 1]$ para a função (1) e no intevalo $[1, 2]$ para a função (2).

2 Resultados e discussão

Após a execução de todos os algoritmos para as duas funções, coletou-se o valor dos seguintes parâmetros:

1. número de iterações(n)
2. raíz da equação (r)
3. valor da função no ponto encontrado (f(r))

Os resultados obtidos encontram-se nas tabelas 1 e 2.

Tabela 1. Resultados obtidos utilizando a função descrita pela equação (1)

	Bissecção	Posição Falsa	Ponto Fixo	Newton-Raphson	Secante
n	13	65	2	1	2
r	0.5128	0.5128	0.5128	0.5128	0.5128
f(r)	$5.37 \cdot 10^{-5}$	$-1.04 \cdot 10^{-5}$	$-7.21 \cdot 10^{-5}$	$8.42 * 10^{-5}$	$8.42 \cdot 10^{-5}$

Tabela 2. Resultados obtidos utilizando a função descrita pela equação (2)

	Bissecção	Posição Falsa	Ponto Fixo	Newton-Raphson	Secante
n	9	19	6	2	18
r	1.4473	1.4473	1.4475	1.474	1.4475
f(r)	$-9.45 \cdot 10^{-5}$	$-9.57 \cdot 10^{-5}$	$7.02 \cdot 10^{-5}$	$1.32 \cdot 10^{-6}$	$8.33 \cdot 10^{-5}$

Analisando os dados,percebe-se que algumas coisas estão conforme o esperado, como o método do ponto fixo ter uma convergência mais rápida do que os métodos da bissecção e da posição falsa. Além disso, também observa-se que quando o método de Newton-Rhapson converge, ele tende a ser mais rápido do que os métodos do ponto fixo e da secante.

Ademais, vale ressaltar que o método da posição falsa leva um número maior de iterações do que o da bissecção para convergir para o valor esperado, o que é o contrário do esperado uma vez que a ordem de convergência do método da posição falsa é semelhante ao método da secante. Para efeitos de análise, fez-se o gráfico das funções (1) e (2) nos intervalos $[-3, 3]$ e $[-1, 3]$, respectivamente.

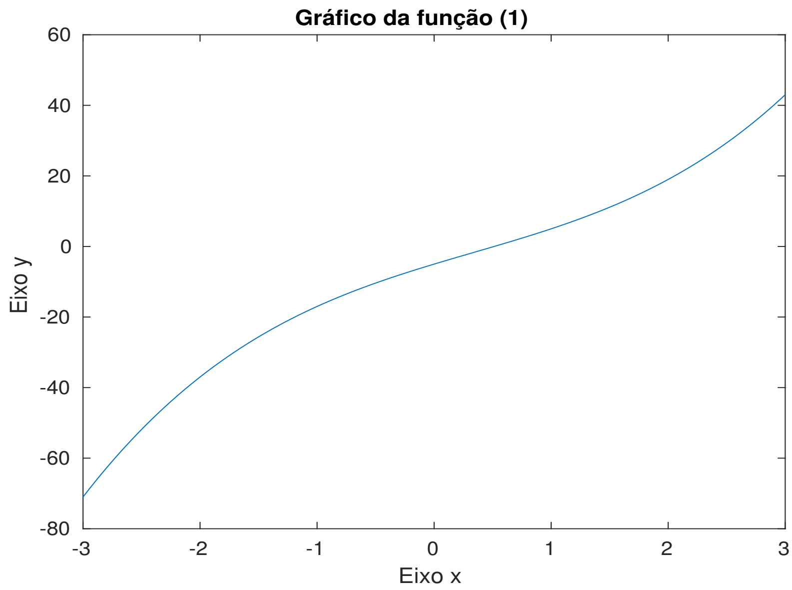

Figura 1. Gráfico da função (1)

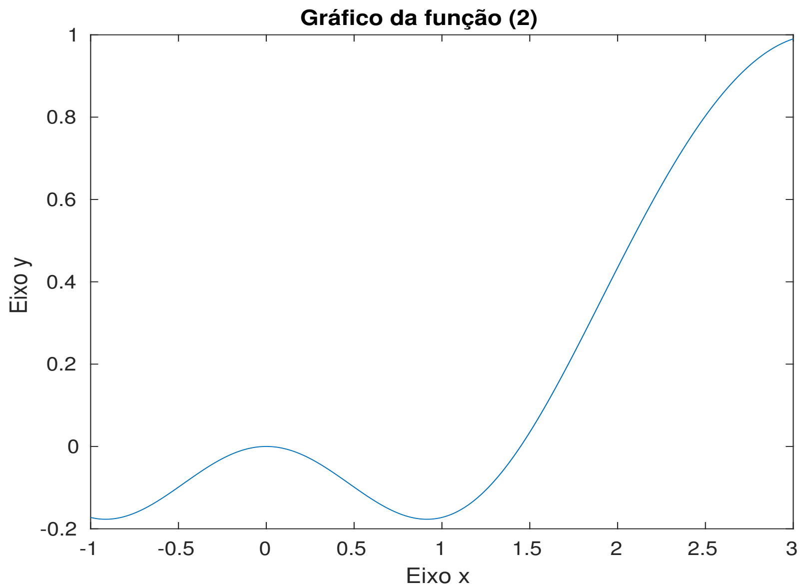

Figura 2. Gráfico da função (2)

Embora o método da posição falsa possa parecer ter uma convergência mais rápida em relação ao da bissecção, há casos em que seu desempenho é pior . Isto ocorre porque sua natureza é unilateral. Ou seja, conforme o programa executa e as iterações continuam, uma das extremidades do intervalo tende à permanecer fixa. Esse comportamento pode levar a uma redução na velocidade de convergência. Normalmente este problema acontece quando o intervalo estudado se torna convexo ou côncavo, o que claramente acontece nas figuras 1 e 2.