

第九章 网络性能分析

第九章 网络性能分析

9.1 以太网吞吐性能

9.2 无线局域网吞吐性能

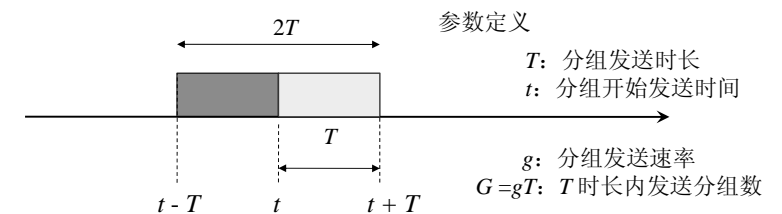
9.3 TCP吞吐性能

纯随机接入机制 Aloha 回顾

- ▶ 想说就说：随机发送
- ▶ 听不见再说：无应答重发

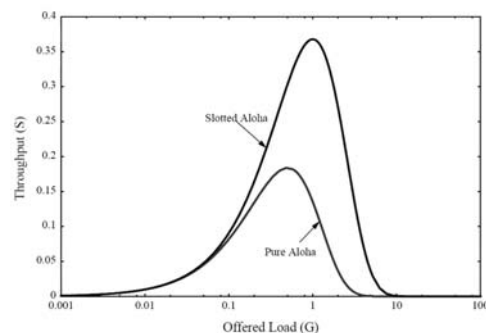
易损期

- ▶ Vulnerable period, 可能发生冲突的时间区间
- ▶ 前一分组开始发送时间, 大于 $t - T$
- ▶ 后一分组开始发送时间, 小于 $t + T$



吞吐量

- ▶ 易损期内只一个分组到达的概率
- ▶ G 个分组随机到达，其中正确送到的分组数量



注：对数刻度

$$P_{suc} = e^{-2gT}$$

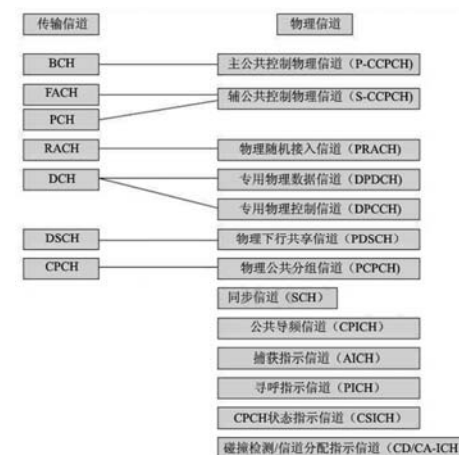
$$S = gT e^{-2gT}$$

$$= G e^{-2G}$$

极值条件：
 $dS/dG = e^{-2G}(1 - 2G) = 0$

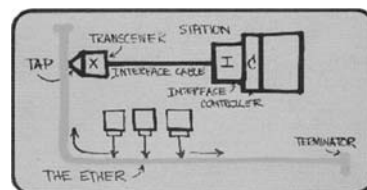
Aloha 的拓展应用

- ▶ 3G/4G的信道请求与分配(RACH)
- ▶ 带有快速捕获指示的时隙ALOHA方式
- ▶ 请求紧急呼叫、位置更新、响应寻呼时间同步、越区切换等



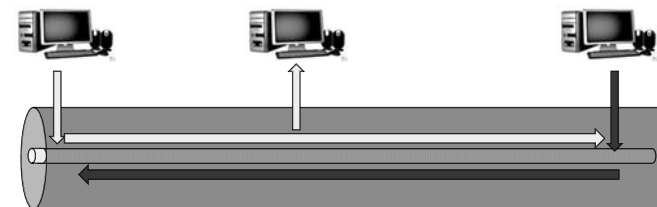
[REF] Vukovic I, Filipovich I. Throughput analysis of TDD LTE Random Access Channel[C]. PIMRC, 2011:1652-1656.

CSMA/CD分析



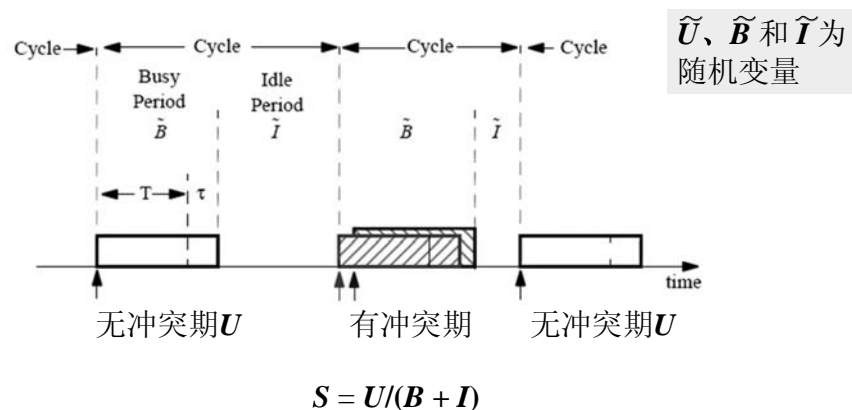
易损期、可测期的计算依据

- ▶ 信号传播 T_p 时长后，可以避免其他站冲突争用
- ▶ 冲突信息再传播 T_p 时长，才能被发送端检出



$$\text{分组传送时间} = T + \tau$$

传输过程的周期性



空闲时长与无冲突时长

空闲时长

即上一分组结束，到下一分组开始发送，之时间间隔

$$F_I(x) = \text{Prob}[\tilde{I} \leq x] = 1 - \text{Prob}[\tilde{I} > x] = 1 - P[\text{No packet scheduling during } x] = 1 - e^{-gx} \quad I = \frac{1}{g}$$

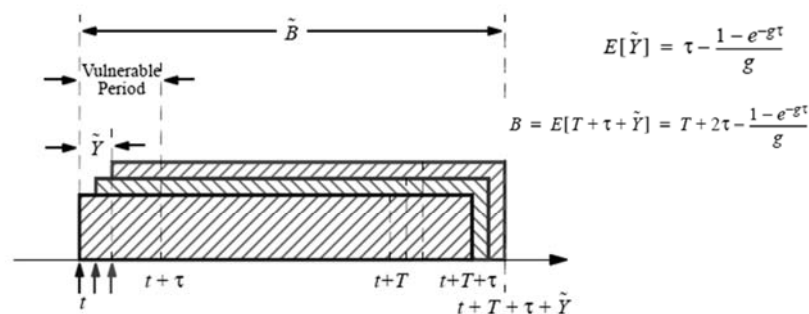
无冲突时长

$$U = \begin{cases} T & \text{Successful Period} \\ 0 & \text{Unsuccessful Period} \end{cases} \quad U = E[\tilde{U}] = T \cdot P_{suc} + 0 \cdot (1 - P_{suc}) = TP_{suc}$$

$$P_{suc} = \text{Prob}[\text{No arrival in the period } [t, t + \tau]] = e^{-g\tau}$$

$$U = Te^{-g\tau}$$

有冲突的时长



$$F_Y(y) = \text{Prob}[\tilde{Y} \leq y] = \text{Prob}[\text{No packet arrival during } \tau - y] = e^{-g(\tau - y)} \quad 0 \leq y \leq \tau$$

$$f_Y(y) = e^{-g\tau} \delta(y) + ge^{-g(\tau - y)} \quad y = 0 \text{ 时, 同时发出的分组, 单独计入}$$

CSMA的吞吐量

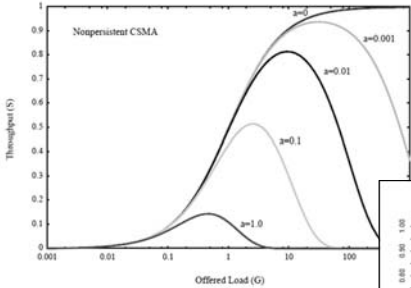
$$B = E[T + \tau + \tilde{Y}] = T + 2\tau - \frac{1 - e^{-g\tau}}{g} \quad I = \frac{1}{g} \quad U = Te^{-g\tau}$$

$$S = \frac{U}{B + I} = \frac{Te^{-g\tau}}{T + 2\tau - \frac{1 - e^{-g\tau}}{g} + \frac{1}{g}} = \frac{gTe^{-g\tau}}{g(T + 2\tau) + e^{-g\tau}}$$

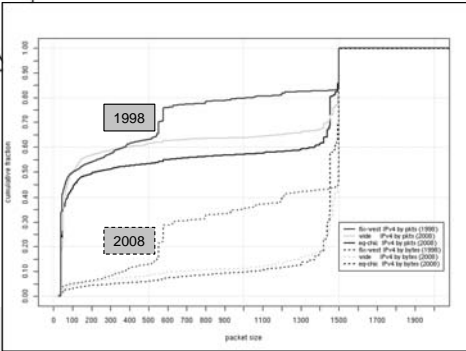
$$S = \frac{Ge^{-aG}}{G(1 + 2a) + e^{-aG}} \quad a \triangleq \tau/T \quad G = gT$$

[Prob] S随G、a变化有无极值?

吞吐率与参数a的变化



[Prob.]
特定分布的IP分组长，吞吐率如何计算？



http://www.caida.org/research/traffic-analysis/pkt_size_distribution/graphs.xml

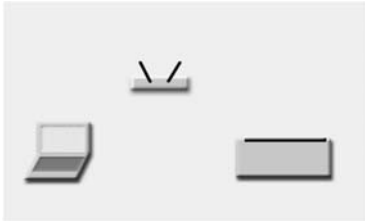
第九章 网络性能分析

- 9.1 以太网吞吐性能
- 9.2 无线局域网吞吐性能
- 9.3 TCP吞吐性能

IEEE 802.11标准类型

802.11	发布时间	Freq. (GHz)	带宽 (MHz)	速率 (Mb/s)	MIMO 流数	调制	室内距离		室外距离	
							(m)	(ft)	(m)	(ft)
—	Jun 1997	2.4	20	1, 2	1	DSSS, FHSS	20	66	100	330
a	Sep 1999	5	20	6~54	1	OFDM	35	115	120	390
		3.7					—	—	5,000	16,000
b	Sep 1999	2.4	20	1~11	1	DSSS	35	115	140	460
g	Jun 2003	2.4	20	6~54	1	OFDM, DSSS	38	125	140	460
n	Oct 2009	2.4/5	20	7.2~ 72.2	4		70	230	250	820
			40	15~150			70	230	250	820
ac	Jan 2014	5	20	up to 87.6	8	OFDM				
			40	up to 200						
			80	up to 433.3						
			160	up to 866.7						
ad	Dec 2012	60	2,160	up to 6912 (6.75Gb/s)	1	OFDM				

IEEE 802.11 BASIC

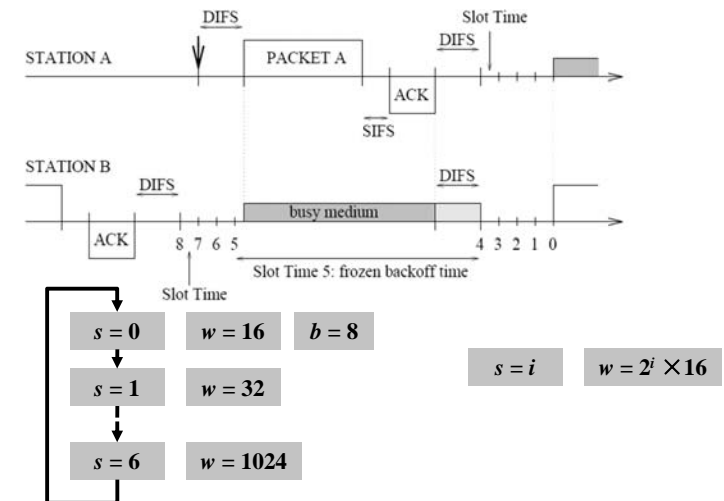


指数退避的发送控制

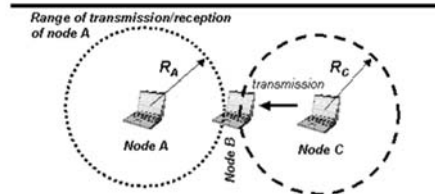
- 准备就绪时，在 $(0, w-1)$ 一致性随机选择延后发送；
- 起始时 $w = CW_{\min}$ ，最大不超过 CW_{\max} ；
- 冲突发生后， w 倍增；
- 如遇信道忙， w 冻结。

PHY	Slot Time (σ)	CW_{\min}	CW_{\max}
FHSS	$50 \mu s$	16	1024
DSSS	$20 \mu s$	32	1024
IR	$8 \mu s$	64	1024

退避与冻结过程示例



Hidden Node Problem

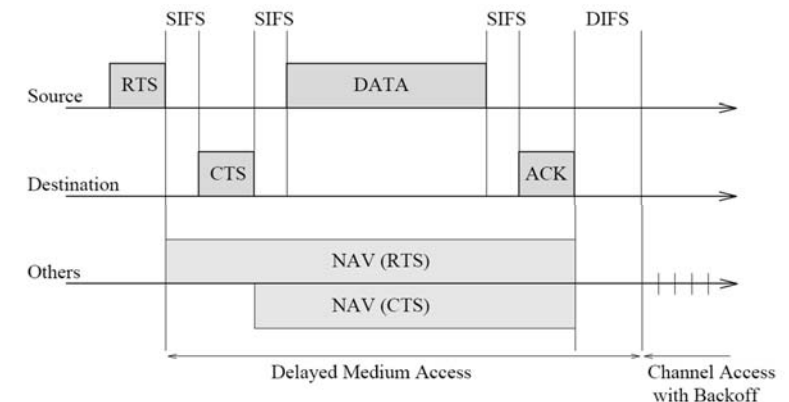


IEEE 802.11 DCF(CSMA/CA)

Bianchi, Giuseppe. "Performance analysis of the IEEE 802.11 distributed coordination function." *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2000, 18(3) : 535-547.

2014.3.24被引用6520次

DCF 4-way 握手



符号定义和假设条件

$b(t)$ 退避计数 $s(t)$ 退避阶段 $W_i = 2^i W$ $i \in (0, m)$

$W = CW_{\min}$ $CW_{\max} = 2^m W$ 退避阶段取值范围

$\{s(t), b(t)\}$ 状态 p 假设冲突概率恒定

$$\begin{cases} P\{i, k|i, k+1\} = 1 & k \in (0, W_i - 2) & i \in (0, m) \\ P\{0, k|i, 0\} = (1-p)/W_0 & k \in (0, W_0 - 1) & i \in (0, m) \\ P\{i, k|i-1, 0\} = p/W_i & k \in (0, W_i - 1) & i \in (1, m) \\ P\{m, k|m, 0\} = p/W_m & k \in (0, W_m - 1) \end{cases}$$

计数为 i , 阶段为 k

状态迁移概率

第 i 阶段, 退避计数从 $k+1$, 一定向 k 迁移

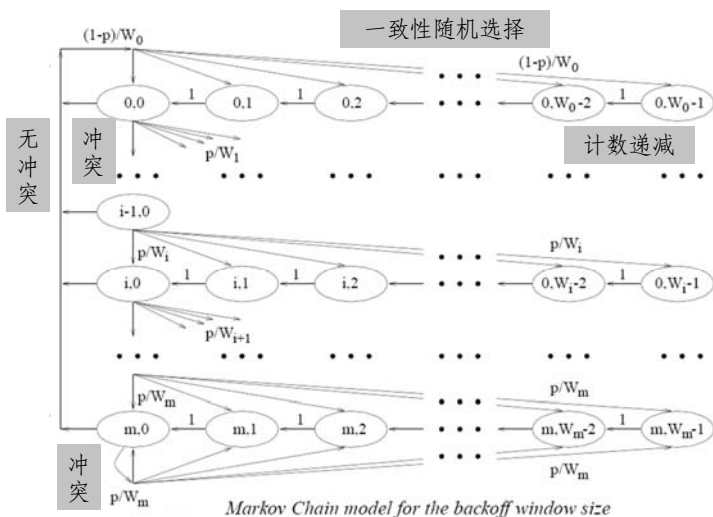
第 i 阶段, 成功发送, 回初始阶段, 并在 $(0, w_0-1)$ 之间随机选择退避计数

第 $i-1$ 阶段, 不成功发送, 进入 i 阶段, 并在 $(0, w_i-1)$ 之间随机选择

第 m 阶段不成功发送, 在 $(0, w_m-1)$ 之间随机选择

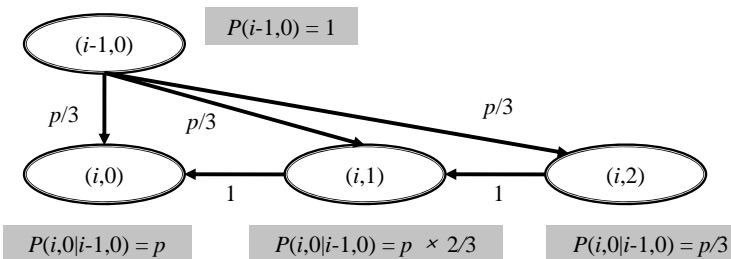
$$\begin{cases} P\{i, k|i, k+1\} = 1 & k \in (0, W_i - 2) & i \in (0, m) \\ P\{0, k|i, 0\} = (1-p)/W_0 & k \in (0, W_0 - 1) & i \in (0, m) \\ P\{i, k|i-1, 0\} = p/W_i & k \in (0, W_i - 1) & i \in (1, m) \\ P\{m, k|m, 0\} = p/W_m & k \in (0, W_m - 1) \end{cases}$$

2D状态迁移图



状态 $(i, 0)$ 的概率

出于简化, 考虑 $w = 3$, 阶段迁移概率为 p



平衡状态

$$b_{i,k} = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{s(t) = i, b(t) = k\} \quad \text{不随时间变化}$$

$$b_{i-1,0} \cdot p = b_{i,0} \quad \rightarrow \quad b_{i,0} = p^i b_{0,0} \quad 0 < i < m$$

$$b_{m-1,0} \cdot p = (1-p)b_{m,0} \quad \rightarrow \quad b_{m,0} = \frac{p^m}{1-p} b_{0,0} \quad \text{计数为0的概率}$$

$$b_{i,k} = \frac{W_i - k}{W_i} \cdot \begin{cases} (1-p) \sum_{j=0}^m b_{j,0} & i = 0 \\ p \cdot b_{i-1,0} & 0 < i < m \\ p \cdot (b_{m-1,0} + b_{m,0}) & i = m \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$b_{i,k} = \frac{W_i - k}{W_i} b_{i,0} \quad i \in (0, m), k \in (0, W_i - 1) \quad \text{计数不为0的概率}$$

归一化条件

$$b_{i,0} = p^i b_{0,0} \quad 0 < i < m$$

$$b_{m,0} = \frac{p^m}{1-p} b_{0,0}$$

$$1 = \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{W_i-1} b_{i,k} = \sum_{i=0}^m b_{i,0} \sum_{k=0}^{W_i-1} \frac{W_i - k}{W_i} = \sum_{i=0}^m b_{i,0} \frac{W_i + 1}{2} =$$

$$= \frac{b_{0,0}}{2} \left[W \left(\sum_{i=0}^{m-1} (2p)^i + \frac{(2p)^m}{1-p} \right) + \frac{1}{1-p} \right]$$

$$b_{0,0} = \frac{2(1-2p)(1-p)}{(1-2p)(W+1) + pW(1-(2p)^m)}$$

站点发送概率

$$\tau = \sum_{i=0}^m b_{i,0} = \frac{b_{0,0}}{1-p} = \frac{2(1-2p)}{(1-2p)(W+1) + pW(1-(2p)^m)}$$

$$b_{i-1,0} \cdot p = b_{i,0} \quad \rightarrow \quad b_{i,0} = p^i b_{0,0} \quad 0 < i < m$$

$$b_{m-1,0} \cdot p = (1-p)b_{m,0} \quad \rightarrow \quad b_{m,0} = \frac{p^m}{1-p} b_{0,0}$$

$$b_{0,0} = \frac{2(1-2p)(1-p)}{(1-2p)(W+1) + pW(1-(2p)^m)}$$

冲突概率与发送概率的关系

一个站点在发送时， $n-1$ 个站点不发送，
则不发生冲突；反之则发生冲突：

$$p = 1 - (1-\tau)^{n-1}$$

至少有一站点发送的概率：

$$P_{tr} = 1 - (1-\tau)^n$$

有一个成功发送的概率：

$$P_s = \frac{n\tau(1-\tau)^{n-1}}{P_{tr}} = \frac{n\tau(1-\tau)^{n-1}}{1 - (1-\tau)^n}$$

发生成功发送的概率：

$$P_{tr} P_s$$

吞吐性能的表达式

$$S = \frac{E[\text{payload information transmitted in a slot time}]}{E[\text{length of a slot time}]}$$

$$= \frac{P_s P_{tr} E[P]}{(1 - P_{tr})\sigma + P_{tr} P_s T_s + P_{tr} (1 - P_s) T_c}$$

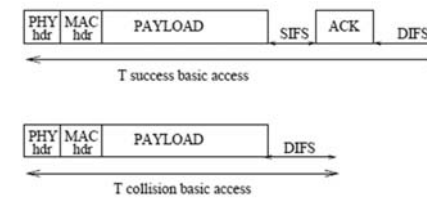
无分组发送的时长

分组发送的时长

分组发送冲突的持续时长

平均分组长度

BAS

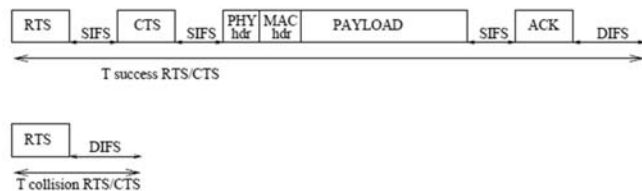


$$\begin{cases} T_s^{bas} = H + E[P] + \text{SIFS} + \delta + \text{ACK} + \text{DIFS} + \delta \\ T_c^{bas} = H + E[P^*] + \text{DIFS} + \delta \end{cases}$$

信道传波时间

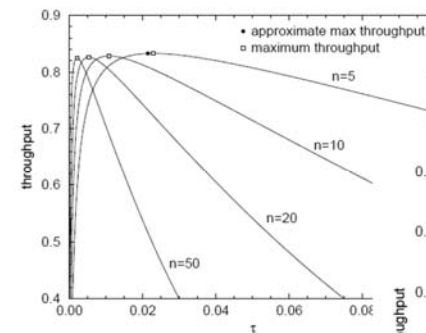
冲突发生时分组发送长度

DCF

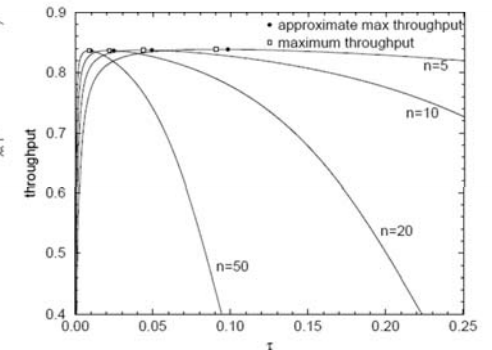


$$\begin{cases} T_s^{rts} = \text{RTS} + \text{SIFS} + \delta + \text{CTS} + \text{SIFS} + \delta + H + E[P] + \text{SIFS} + \delta + \text{ACK} + \text{DIFS} + \delta \\ T_c^{rts} = \text{RTS} + \text{DIFS} + \delta \end{cases}$$

吞吐性能与发送概率的关系



BAS



DCF

最大吞吐性能

$$S = \frac{E[P]}{T_s - T_c + \frac{\sigma(1-P_{tr})/P_{tr} + T_c}{P_s}} \quad \text{等效表示}$$

最大值条件:

$$\frac{Ps}{(1 - P_{tr})/P_{tr} + T_c/\sigma} = \frac{n\tau(1 - \tau)^{n-1}}{T_c^* - (1 - \tau)^n(T_c^* - 1)} \quad T_c^* = T_c/\sigma$$

上式极值条件:

$$(1 - \tau)^n - T_c^* \{n\tau - [1 - (1 - \tau)^n]\} = 0$$

低负载的近似:

$$(1 - \tau)^n \approx 1 - n\tau + \frac{n(n-1)}{2}\tau^2 \quad \tau \ll 1$$

$$\tau = \frac{\sqrt{[n + 2(n-1)(T_c^* - 1)]/n - 1}}{(n-1)(T_c^* - 1)} \approx \frac{1}{n\sqrt{T_c^*/2}}$$

第九章 网络性能分析

9.1 以太网吞吐性能

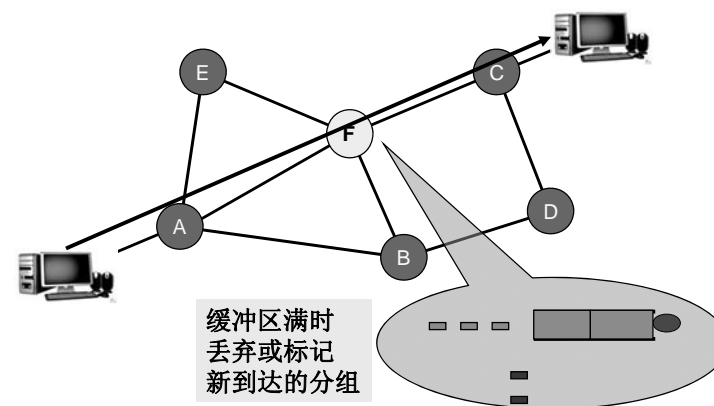
9.2 无线局域网吞吐性能

9.3 TCP吞吐性能

Misra V, Gong W B, Towsley D. Fluid-based analysis of a network of AQM routers supporting TCP flows with an application to RED[C]. ACM SIGCOMM Computer Communication Review. ACM, 2000, 30(4): 151-160.
2014.4.2, 引用数1428.

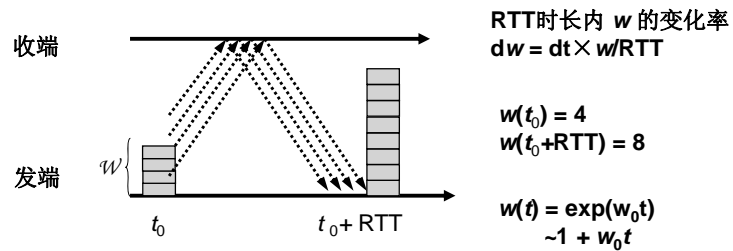
TCP与RED工作机理

路由器处理分组的方式



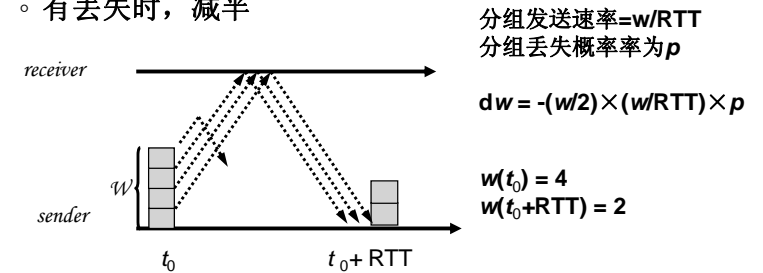
TCP拥塞控制

- 发送窗口 w ，未收到确认时可发送的分组数
- 随交互控制，动态变化：
 - 无丢失时，每RTT时长，增加1个MSS
 - 有丢失时，减半



TCP拥塞控制

- 发送窗口 w ，未收到确认时可发送的分组数
- 随交互控制，动态变化：
 - 无丢失时，每RTT时间增加1
 - 有丢失时，减半



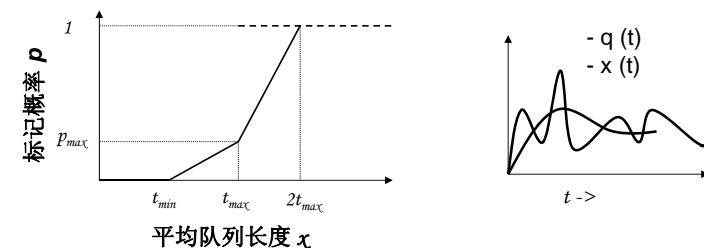
主动队列管理

- RED: *Random Early Detect* proposed in 1993
- Proactively mark/drop packets in a router queue probabilistically to
 - Prevent onset of congestion by reacting early
 - Remove synchronization between flows

RED管理机制

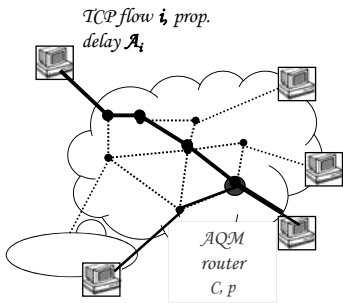
RED: 基于平均队列长度 $x(t)$ ，对分组做标记或丢弃

$x(t)$: $q(t)$ 的平滑时间加权平均



动力学分析模型

单路由器RED模型



- **AQM路由器**
 - ◆ 服务容量： C (pkt/sec)
 - ◆ 缓冲长度： $q(t)$
 - ◆ 丢失概率： $p(t)$
- **N 个TCP流**
 - ◆ 窗口大小： $W_i(t)$
 - ◆ 来回时间： $R_i(t) = A_i + q(t)/C$
 - ◆ 吞吐率： $B_i(t) = W_i(t)/R_i(t)$

系统差分方程

窗口变化:
$$\frac{dW_i}{dt} = \underbrace{\frac{1}{R_i(q(t))}}_{\text{加性增长}} - \underbrace{\frac{W_i}{2} \times \frac{W_i(t-\tau)}{R_i(q(t-\tau))}}_{\text{乘性衰减}} \underbrace{p(t-\tau)}_{\text{丢失率}}$$

排队长度变化:
$$\frac{dq}{dt} = \underbrace{-1_{[q(t)>0]} C}_{\text{输出速率}} + \underbrace{\sum \frac{W_i(t)}{R_i(q(t))}}_{\text{到达数据}}$$

队长和丢失率的关系

平均排队长度:
$$\frac{dx}{dt} = \frac{\ln(1-\alpha)}{\delta} x(t) - \frac{\ln(1-\alpha)}{\delta} q(t)$$

 α = 加权平均因子
 δ = 平滑计算周期 $\sim 1/C$

丢失率:
$$\frac{dp}{dt} = \frac{dp}{dx} \frac{dx}{dt}$$

多瓶颈网络模型

M 个RED排队系统, K 个TCP类别, n_k 个TCP流

$$\frac{d\bar{W}_k(t)}{dt} = \frac{1}{R_k(q)} - \frac{\bar{W}_k(t)\bar{W}_k(t-\tau_k)}{2R_k(q(t-\tau_k))} p_k(x(t-\tau_k)) \quad 1 \leq k \leq K,$$

$$\frac{dq_m(t)}{dt} = -1_{q_m(t)} C_m + \sum_{k=1}^K \frac{n_k A_{k,m} \bar{W}_k}{R_k(q)}$$

$$\frac{dx_m(t)}{dt} = -w_m x_m(t) + w_m q_m(t)$$

$$p_m(t) = f_{red}(x_m(t)) \quad 1 \leq m \leq M$$

固定步长Runge-Kutta数值求解

$$\frac{dy(t)}{dt} = f(t, y(t))$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6} [k_{n,1} + 2k_{n,2} + 2k_{n,3} + k_{n,4}]$$

$$k_{n,1} = f(t_n, y_n) \quad k_{n,2} = f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2} k_{n,1})$$

$$k_{n,3} = f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2} k_{n,2}) \quad k_{n,4} = f(t_n + h, y_n + h k_{n,3})$$

第九章网络性能分析

9.1 对比分析纯Aloha和时隙Aloha的最大吞吐性能, 并说明时隙Aloha需要支持的额外技术要求。

9.2 时隙Aloha系统的终端站, 本地时钟相对于标准时钟的偏差, 最大为分组发送时长的一半, 试求系统最大吞吐性能。

9.3 延用CSMA性能分析方法, 求CSMA/CD的吞吐性能。

9.4 考虑路由器采用尾部丢弃缓冲区管理方法, 给出TCP吞吐性能的分析思路。